

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 4. С. 396–407

Izvestiya of Saratov University. Physics, 2025, vol. 25, iss. 4, pp. 396–407

<https://fizika.sgu.ru>

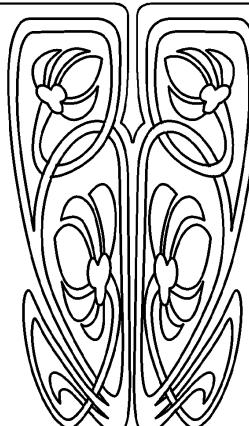
<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-4-396-407>, EDN: FIWRDU

Обзорная статья

УДК 530.12:531.51



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ



О свойствах стационарных конфигураций вращающейся самогравитирующей идеальной жидкости с вихревым гравитационным полем

В. Г. Кречет¹, В. Б. Ошурко^{1,2}, А. Э. Киссер¹✉

¹Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», Россия, 127055, г. Москва, пер. Вадковский, д. 1

²Институт общей физики имени А. М. Прохорова РАН, Россия, 119991, г. Москва, ул. Вавилова, д. 38

Кречет Владимир Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики, VGKrech@rambler.ru, <https://orcid.org/0009-0006-3608-5116>, AuthorID: 28017

Ошурко Вадим Борисович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики, vbo08@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8566-6407>, AuthorID: 53808

Киссер Алексей Эдуардович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, al.baidin@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-1489-976X>, AuthorID: 523371

Аннотация. В рамках общерелятивистской теории гравитации Эйнштейна, т. е. общей теории относительности (ОТО), рассматриваются свойства стационарных распределений самогравитирующей вращающейся сплошной среды в виде идеальной жидкости с баротропным уравнением состояния $p = w\varepsilon$, $w = \text{const}$, где p – давление, а ε – плотность энергии идеальной жидкости. Стационарное пространство-время, совместимое с наличием самогравитирующей вращающейся сплошной среды, описывается стационарной цилиндрически-симметричной метрикой, соответствующей пространству-времени с вращением, в котором налицо вихревое гравитационное поле. Для исследования свойств рассматриваемых вращающихся конфигураций самогравитирующей идеальной жидкости и вихревого гравитационного поля решаются соответствующие гравитационные уравнения Эйнштейна. Некоторые из полученных решений описывают геометрию пространства-времени «крутовых нор» – своеобразных тоннелей в пространстве-времени, соединяющих отдаленные области Вселенной или же параллельные Вселенные. Кроме того, показана возможность существования вакуумных «крутовых нор», образованных одним лишь вихревым гравитационным полем.

Ключевые слова: вихревое гравитационное поле, идеальная жидкость, вращение, «крутовые норы»

Для цитирования: Кречет В. Г., Ошурко В. Б., Киссер А. Э. О свойствах стационарных конфигураций вращающейся самогравитирующей идеальной жидкости с вихревым гравитационным полем // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 4. С. 396–407. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-4-396-407>, EDN: FIWRDU

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)



Review

On the properties of stationary configurations of a rotating self-gravitating ideal fluid with a vortex gravitational field

V. G. Kречет¹, V. B. Oshurko^{1,2}, A. E. Kissner¹✉¹Moscow State University of Technology «STANKIN», 1 Vadkovsky Lane, Moscow 127055, Russia²Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, 38 Vavilova St., Moscow 119991, RussiaVladimir G. Kречет, VGKrech@rambler.ru, <https://orcid.org/0009-0006-3608-5116>, AuthorID: 28017Vadim B. Oshurko, vbo08@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8566-6407>, AuthorID: 53808Alexey E. Kissner, al.baidin@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-1489-976X>, AuthorID: 523371

Abstract. Background and Objectives: Within the framework of Einstein's general-relativistic theory of gravity, that is, the general theory of relativity (GR), the properties of stationary distributions of a self-gravitating rotating continuous medium in the form of an ideal liquid with a barotropic equation of state $p = w\varepsilon$ are considered. Here, $w = \text{const}$, p is the pressure, and ε is the energy density of an ideal liquid. **Materials and Methods:** A stationary space-time compatible with a self-gravitating rotating continuous medium is described by a stationary cylindrical metric $ds^2 = A(x)dx^2 + B(x)d\varphi^2 + C(x)dz^2 + 2F(x)dt d\varphi - D(x)dt^2$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, where the metric coefficients A, B, C, D, F are functions of the radial coordinate x . This metric corresponds to a rotating space-time in which there is a vortex gravitational field. The latter is determined by means of the angular velocity ω of the field of tetrads $e_{(a)}^i(x^k)$, which are tangent to the considered Riemannian space. Here, the indices i, k are the world indices corresponding to the coordinates of the Riemannian space (base), and the index (a) is a local Lorentz index. For a vortex gravitational field, in contrast to a total gravitational field, it is possible to determine an energy-momentum tensor $T_k^i(\omega)$ satisfying the local conservation law $\nabla_i T_k^i(\omega) = 0$ relative to the metric of the corresponding static space in which $\omega = 0$ (in the case under consideration, at a coefficient of $E = 0$). The tensor $T_k^i(\omega)$ has very exotic properties. For example, a weak energy condition is violated in it, since $p(\omega) + \varepsilon(\omega) < 0$. For ordinary matter $p + \varepsilon > 0$. This property $T_k^i(\omega)$ contributes to the formation of wormholes in space-time. To study the properties of the considered configuration of a self-gravitating rotating ideal fluid and a vortex gravitational field, the corresponding Einstein gravitational equations are solved. **Results:** Solutions of Einstein's gravitational equations in stationary space-time have been obtained with the metric presented above, that is, with a vortex gravitational field and with wormholes in the presence of a self-gravitating rotating ideal fluid with a limiting equation of state $p = \varepsilon$. At the same time, the obtained solutions describe the geometry of space-time of the so-called traversable wormholes, inside which gravitational forces \vec{F}_g have a finite magnitude. A solution with a passable wormhole, in which $\vec{F}_g = 0$, that is, without gravitational force, has also been obtained. In addition, solutions of Einstein's vacuum equations $R_{ik} = 0$ in space-time with the metric presented above have been obtained, that is, in the absence of a rotating continuous medium in the presence of only vortex gravitational field. The resulting solution describes the geometry of the wormhole space-time. **Conclusion:** Since the above-mentioned solution of gravitational equations with a wormhole is a solution to vacuum equations, that is, for empty space without matter, it is possible to suggest the presence of wormholes in outer space that exist *a priori* and also exist near the Earth.

Keywords: vortex gravitational field, ideal fluid, rotation, wormholes

For citation: Kречет V. G., Oshurko V. B., Kissner A. E. On the properties of stationary configurations of a rotating self-gravitating ideal fluid with a vortex gravitational field. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 4, pp. 396–407 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-4-396-407>, EDN: FIWRDU

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

В данной работе рассматриваются и исследуются различные свойства стационарных распределений самогравитирующейся вращающейся сплошной среды в виде идеальной баротропной жидкости при наличии вихревого гравитационного поля, включая и очень интересный случай вакуумного объекта из одного вихревого гравитационного поля, описываемого вакуумными гравитационными уравнениями Эйнштейна $R_{ik} = 0$.

Стационарное пространство-время, совместимое с наличием самогравитирующейся вращающейся сплошной среды, описывается стационарной цилиндрически-симметричной метрикой, соответствующей пространству-времени с вращением, в котором существует вихревое гравитационное поле.

Цилиндрически-симметричные пространства являются вторыми (после сферически-симметричных) простейшими типами пространства-времени, на базе которых можно получить точные аналитические решения в общей теории относительности для самогравитирующих материальных конфигураций. Другой важной мотивацией для изучения цилиндрически-симметричных конфигураций является возможное существование таких линейно-протяженных структур как космические струны [1–3], а также наличие данных, полученных при наблюдении космических джетов [4–6].

Весомые аргументы в пользу важности изучения цилиндрически-симметричных и вращающихся конфигураций дают космологические наблюдения, на основе которых можно сделать вывод о существовании медленного вращения наблюдаемой Вселенной [7]. Эти наблюдения дали стимул для

построения цилиндрически-симметричных вращающихся космологических моделей [8–11]. Вопрос о величине и способах измерения угловой скорости вращения Вселенной остается открытым [12–14], с учетом имеющихся данных можно ожидать, что угловая скорость меньше 10^{-9} рад/год.

В настоящее время очень актуальными являются исследования в области физики «крутовых нор» [15–25]. «Крутовые норы» – теоретически предсказываемые в рамках ОТО объекты, представляют собой своеобразные тоннели в пространстве-времени, соединяющие между собой отдаленные области нашей Вселенной. «Крутовые норы» также используются при построении гипотетических моделей различных устройств, например «машины времени» [15]. Имеются и многие другие интересные эффекты, связанные с метриками «крутовых нор» [19]¹.

Большой проблемой в физике «крутовых нор» является нахождение способов их образования, хотя бы пока теоретически. До сих пор для этого предлагалось использовать материю с отрицательной массой или сплошную среду с нарушенным слабым энергетическим условием: $p + \epsilon > 0$, где p – давление, ϵ – плотность энергии (при его нарушении $p + \epsilon \leq 0$). Материи с такими экзотическими свойствами пока не обнаружено.

Однако нашими исследованиями показано, что подобными свойствами обладает вихревое гравитационное поле, являющееся вихревой составляющей полного гравитационного поля [17, 20]. Вихревое гравитационное поле в принципе образовать несложно, его источником может быть, например, поток материи с поляризованным спином [18]. Вихревое гравитационное поле создается также при интенсивном вращении сплошной среды, например жидкости, и при этом могут образовываться «крутовые норы» [17, 20]. Поэтому «крутовыми норами» могут быть некоторые очень быстро вращающиеся массивные астрофизические объекты: массивные звезды, пульсары, магнетары, ядра галактик, имеющие консистенцию жидкости, а также вращающиеся линейно-протяженные космические струны. При этом, если учесть, что «крутовые норы» могут имитировать «черные дыры» [21], то возможно, что некоторые из них являются «крутовыми норами».

Учитывая все вышесказанное, исследование свойств цилиндрически-симметричных вращающихся конфигураций самогравитирующей идеаль-

ной жидкости является весьма актуальным, чему и посвящена данная работа.

К теме, касающейся изучения свойств стационарных конфигураций вращающейся сплошной среды, обращались ранее многие авторы, в том числе и мы (см. например [26–34]). В некоторых работах по указанной теме рассматривались другие виды материи – неидеальная жидкость [31], а также идеальная жидкость, но с дополнительными ограничениями на характер вращения [26–28, 30], но ни в одной из них не получены решения гравитационных уравнений Эйнштейна с геометрией «крутовых нор».

В наших более ранних работах [17, 18, 33, 34] и в соавторстве с Бронниковым [20, 21] была доказана возможность образования «крутовых нор» в конфигурациях вращающейся самогравитирующей идеальной жидкости в результате воздействия индуцированного вихревого гравитационного поля и получены частные решения соответствующих гравитационных уравнений Эйнштейна для некоторых видов уравнения состояния $p = p(\epsilon)$.

В настоящей работе получены общие решения, кроме частных, гравитационных уравнений Эйнштейна для конфигураций самогравитирующей вращающейся идеальной жидкости при различных уравнениях состояния. Кроме того, получены решения вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{ik} = 0$ для свободного вихревого гравитационного поля в стационарном цилиндрически-симметричном пространстве с вращением с геометрией «крутовых нор». Тем самым была доказана возможность существования свободного вихревого гравитационного поля в пустом пространстве без источников в виде какой-нибудь материи, поляризованной по ее моменту импульса (спина), и доказана возможность существования «крутовых нор» в пустом пространстве, т. е. вакуумных «крутовых нор», представляющих собой топологические дефекты в пустом пространстве.

Вращающаяся идеальная жидкость и вихревое гравитационное поле

Используемая в данной работе идеальная жидкость имеет баротропное уравнение состояния $p = p(\epsilon)$ вида $p = w\epsilon$, $w = \text{const}$, где p – давление, а ϵ – плотность энергии. Вихревое гравитационное поле, также рассматриваемое в работе, является вихревой составляющей полного

¹«Крутовые норы» (wormholes) – это в первую очередь математическое решение уравнений общей теории относительности, а не подтверждённый физический объект. На сегодняшний день экспериментальных доказательств существования крутовых нор нет (Примечание редколлегии).



гравитационного поля. Вихревое гравитационное поле определяется как 4-мерный ротор поля тетрад $e_{(a)}^i(x^k)$, касательных к данному псевдориманову пространству-времени (базе) [17]:

$$\omega^i = \frac{1}{2} \epsilon^{iklm} e_{k(a)} e_{l;m}^{(a)}. \quad (1)$$

Здесь ω^i – угловая скорость вращения касательного тетрадного репера, является кинематической характеристикой вихревого гравитационного поля. Этот аксиальный вектор определяет вектор плотности собственного углового момента гравитационного поля $S^i(\omega)$

$$S^i(\omega) = \frac{\omega^i}{\sqrt{\alpha}}; \quad \alpha = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (2)$$

Тетрадные коэффициенты $e_{(a)}^k$ удовлетворяют условиям ортонормированности и связи с метрикой пространства-времени

$$e_{(a)}^k e_{k(b)} = \eta_{ab}; \quad e_i^{(a)} e_{(a)k} = g_{ik}; \quad e_k^{(a)} e_{(b)}^k = \delta_b^a. \quad (3)$$

Здесь и везде индексы i, k, l, m, \dots – мировые индексы, соответствующие координатам пространства-времени, а индексы $(a), (b)$ – лоренцевы индексы, g_{ik} – метрические коэффициенты псевдориманова пространства (базы), а η_{ab} – метрические коэффициенты касательного пространства Минковского.

Для вихревого гравитационного поля, в отличие от полного гравитационного поля, можно определить тензор энергии-импульса $T_k^i(\omega)$, удовлетворяющий локальному закону сохранения $T_{k;i}^i(\omega) = 0$, относительно соответствующей метрики статического пространства, получаемого из рассматриваемого стационарного пространства, если в нем ω приравнять нулю ($\omega = 0$) [17, 20].

Сам тензор $T_k^i(\omega)$ определяется следующим образом [17, 20]

$$T_k^i(\omega) = -G_k^i(\omega)/\alpha, \quad (4)$$

где $G_k^i(\omega)$ – часть полного тензора Эйнштейна $G_k^i = R_k^i - \frac{1}{2}R\delta_k^i$, зависящая от ω . При этом предпочтительно использовать эти тензоры в смешанных компонентах, так как в таких компонентах более явно выделяется вихревая часть [20].

Простейший тип с наличием вихревого гравитационного поля стационарного пространства-времени, совместимого с самогравитирующей вращающейся идеальной жидкостью, описывается стационарной цилиндрически-симметричной метрикой:

$$ds^2 = Adx^2 + Bd\phi^2 + Cdz^2 + 2Edtd\phi - Ddt^2. \quad (5)$$

Здесь метрические коэффициенты A, B, C, D, E – есть функции радиальной координаты x .

Далее, определяя по формулам (3) через метрические коэффициенты метрики (5) компоненты тетрадного репера $e_{(a)}^i$, у которого времениподобный вектор $e_{(4)}^i$ устанавливаем в виде $e_{(4)}^i = (0, 0, 0, 1/\sqrt{D})$, вычисляем по формуле (1) угловую скорость ω^i вращения тетрадного поля:

$$\omega^i = \delta_3^i \frac{E'D - D'E}{2D\sqrt{(BD + E^2)AC}}, \quad (6)$$

где штрих обозначает дифференцирование по радиальной координате x . Отсюда находим величину угловой скорости $\omega = \sqrt{\omega^k \omega_k}$:

$$\omega = \frac{E'D - D'E}{2D\sqrt{A(BD + E^2)}}. \quad (7)$$

Здесь ω имеет размерность 1/см (в системе единиц СГСМ), поскольку формулы для нее (6) и (7) получены путем дифференцирования безразмерных метрических коэффициентов по пространственной радиальной координате x ; сама ω связана с кинематической угловой скоростью ω^0 ($1/c$) через скорость света c : $\omega^0 = \omega c$.

Метрика пространственноподобной поверхности, ортогональной времениподобному вектору $e_{(4)}^i$, т. е. реального трехмерного пространства, в рассматриваемом случае имеет вид

$$dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (8)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ – номера пространственных координат, $\gamma_{\alpha\beta}$ – компоненты метрического тензора реального пространства, определяемого формулой

$$\gamma_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{g_{4\alpha}g_{4\beta}}{g_{44}}. \quad (9)$$

С учетом (8), (9) получаем

$$dl^2 = Adx^2 + R^2 d\phi^2 + Cdz^2; \quad R^2 = \frac{BD + E^2}{D}. \quad (10)$$

Далее для удобства переходим к экспоненциальному представлению метрических коэффициентов

$$A = e^\alpha; \quad B = e^\beta; \quad C = e^\lambda; \quad D = e^\nu; \quad (11) \\ E = e^\gamma; \quad R^2 = e^\mu,$$

а из локального закона сохранения тензора энергии-импульса вихревого гравитационного поля

$T_{k;i}^i(\omega) = 0$ для угловой скорости ω в новом представлении метрических коэффициентов (11) получаем формулу

$$\omega = \omega_0 e^{-(v+\mu/2)}; \quad \omega_0 = \text{const}, \quad (12)$$

где ω_0 есть некоторое граничное значение угловой скорости ω . При этом учитывалось, что локальный закон сохранения выполняется в пространстве с соответствующей статической метрикой без вращения, где $\omega = 0$ (в данном случае, когда $E = 0$).

Для дальнейшего исследования при составлении гравитационных уравнений Эйнштейна для физической системы вращающейся идеальной жидкости необходимо использовать ее тензор энергии-импульса (ТЭИ), равный:

$$T_{ik} = (p + \varepsilon)u_i u_k + p g_{ik}. \quad (13)$$

Здесь u_i, u_k – компоненты нормированной четырехмерной скорости жидкости ($u^i u_i = -1$), при использовании сопутствующей системы отсчета они определяются формулами:

$$\begin{aligned} u^i &= (0, 0, 0, 1/\sqrt{D}); \\ u_i &= (0, E/\sqrt{D}, 0, -\sqrt{D}). \end{aligned} \quad (14)$$

Мы используем гравитационные уравнения Эйнштейна в смешанных компонентах в форме:

$$R_k^i = \alpha \left(T_k^i - \frac{1}{2} T \delta_k^i \right). \quad (15)$$

При этом в рассматриваемом случае единственной ненулевой недиагональной компонентой тензора R_k^i является компонента R_2^4 , а она выражается через диагональные компоненты этого тензора

$$R_2^4 = \frac{E}{D} (R_2^2 - R_4^4). \quad (16)$$

Поэтому здесь нам достаточно решать уравнения Эйнштейна (15) только для диагональных компонент, в которые компонента $E = e^\gamma$ явно не входит, а входят в качестве неизвестных метрические коэффициенты метрики (10) реального пространства $A = e^\alpha, C = e^\lambda, R^2 = e^\mu$, а также $g_{tt} = e^v$.

Далее мы можем выписать гравитационные уравнения Эйнштейна для физической системы вращающейся идеальной жидкости с вихревым гравитационным полем. При этом мы используем так называемое изотермическое координатное условие $e^\alpha = e^\lambda$, так как по нашему мнению в этих координатах яснее виден физический смысл получаемых результатов, ибо в соответствующем

плоском пространстве Минковского с метрикой: $ds^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2 - dt^2$, где $e^\lambda = e^\alpha = 1$, такое координатное условие автоматически выполняется. Здесь мы уравнения Эйнштейна выписываем в форме $R_k^i = \alpha(T_k^i - \frac{1}{2} T \delta_k^i)$ и они будут иметь вид:

- 1) $\lambda' \mu' + \lambda' v' + \mu' v' = -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha p e^\lambda;$
- 2) $\mu'' + \mu'^2/2 + \mu' v'/2 = 4\omega_0^2 e^{-2v} + \alpha(p - \varepsilon) e^\lambda;$
- 3) $v'' + v'^2/2 + \mu' v'/2 = -4\omega_0^2 e^{-2v} + \alpha(3p + \varepsilon) e^\lambda;$
- 4) $\lambda'' + \lambda' v'/2 + \lambda' \mu'/2 = e^\lambda \alpha(p - \varepsilon). \quad (17)$

Следствием этих уравнений является локальный закон сохранения энергии

$$p' + \frac{v'}{2}(p + \varepsilon) = 0. \quad (18)$$

(как и везде, штрих обозначает производную по x).

Решения вакуумных уравнений Эйнштейна с вихревым гравитационным полем

Будем сначала решать эту систему уравнений в отсутствии материи в виде идеальной жидкости, когда $p = \varepsilon = 0$, т. е. для случая вакуума, но в той же метрике (5), т. е. в стационарном пространстве-времени при наличии одного лишь вихревого гравитационного поля, существующего *a priori*, таким образом, будем решать вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{ik} = 0$ в стационарном пространстве с метрикой (5).

Тогда соответствующая система гравитационных уравнений Эйнштейна, следующая из системы уравнений (17), (18) примет вид:

- 1) $\lambda' \mu' + \lambda' v' + \mu' v' = -4\omega_0^2 e^{-2v};$
- 2) $\mu'' + \mu'^2/2 + \mu' v'/2 = 4\omega_0^2 e^{-2v};$
- 3) $v'' + v'^2/2 + \mu' v'/2 = -4\omega_0^2 e^{-2v};$
- 4) $\lambda'' + \lambda' v'/2 + \lambda' \mu'/2 = 0. \quad (19)$

При этом в уравнении (18) производная v' не определена, а четвертое уравнение системы (19) имеет первый интеграл

$$\lambda' e^{\frac{v+\lambda}{2}} = C_1; C_1 = \text{const.} \quad (20)$$

Здесь удобней и рациональней положить константу C_1 , равной нулю ($C_1 = 0$), так как тогда и $\lambda' = 0$, а e^λ будет постоянной величиной, и путем подстройки масштабов длин вдоль осей OZ и OX , можно сделать, чтобы $e^\lambda = 1$ и $e^\alpha = 1$, как в плоском пространстве.



Далее, складывая первое и третье уравнения системы (19), получим легко интегрируемое уравнение

$$\mu'' + v'' + \frac{1}{2}(\mu' + v')^2 = 0. \quad (21)$$

Первый интеграл этого уравнения:

$$(\mu' + v')e^{\frac{\mu+v}{2}} = C_2. \quad (22)$$

Интегрируя полученное уравнение (22), получим второй интеграл уравнения (21):

$$e^{\frac{\mu+v}{2}} = \frac{C_2}{2}x + C_3. \quad (23)$$

Здесь константу C_3 без ограничения общности можно считать равной единице ($C_3 = 1$). При этом, забегая вперед, константу интегрирования C_2 целесообразней пока положить равной нулю, так как при этом получаемое далее решение будет более удобным и прозрачным для физического осмысления. При $C_2 = 0$ получается, что $e^v = e^{-\mu}$, $v' = -\mu'$, система уравнений (19) редуцируется до двух уравнений:

$$\begin{cases} \mu'^2 = 4\omega_0^2 e^{2\mu} \\ \mu'' = 4\omega_0^2 e^{2\mu} \end{cases}. \quad (24)$$

Легко показать, что первое уравнение этой системы является первым интегралом второго уравнения, поэтому будем далее решать первое уравнение, следствием которого является уравнение следующего вида:

$$e^{-\mu}\mu' = \pm 2\omega_0. \quad (25)$$

Здесь при сделанном выше выборе констант интегрирования существенно учитывать оба знака в окончательном решении системы уравнений (19), которое следующее

$$e^\alpha = e^\lambda = 1; e^v = e^{-\mu}; e^v = k^2 - \text{sign}x \cdot 2\omega_0 x;$$

$$e^\mu = \frac{1}{k^2 - \text{sign}x \cdot 2\omega_0 x}; -\frac{k^2}{2\omega_0} < x < \frac{k^2}{2\omega_0}. \quad (26)$$

Здесь k^2 – безразмерная положительно определенная константа интегрирования, а $\text{sign}x$ – знаковая функция ($\text{sign}x = 1$ при $x > 0$ и $\text{sign}x = -1$ при $x < 0$). Эту функцию можно представить как $\text{sign}x = x/|x|$.

Здесь напомним, что метрический коэффициент e^μ есть угловой коэффициент $g_{\phi\phi}$ при $d\phi^2$, и он возрастает с увеличением радиальной координаты от минимального значения $g_{\phi\phi}$: при

наличии центральной оси $e^\mu = 0$ для точек центральной оси и $e^\mu \rightarrow \infty$ на пространственной бесконечности.

Из полученного решения (26) для e^μ следует, что $e^\mu \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow \frac{k^2}{2\omega_0}$ и при $x \rightarrow -\frac{k^2}{2\omega_0}$, т. е. имеются две пространственных бесконечности на обоих концах интервала существования решения для полученной геометрии пространства-времени, и e^μ не обращается в ноль нигде внутри этого интервала ($-\frac{k^2}{2\omega_0} < x < \frac{k^2}{2\omega_0}$), т. е. получилась геометрия пространства «кротовой норы». Самое узкое место «кротовой норы» – горловина – находится в данном случае в точке $x = 0$. Радиус этой горловины $a = l/k$, где l – масштабный множитель размерности длины. Поскольку k – произвольная константа, то и радиус горловины может быть любой величины. Но поскольку метрические коэффициенты e^λ и e^α в метрике при dx^2 и dz^2 равны единице, то масштабы длины внутри получившейся «кротовой норы» совпадают с масштабами длины во внешнем плоском пространстве. Поэтому размер данной «кротовой норы» будет равен длине интервала $-\frac{k^2}{2\omega_0} < x < \frac{k^2}{2\omega_0}$, т. е. равен $\frac{k^2}{\omega_0}$.

Кроме того, поскольку метрический коэффициент при dt^2 , $g_{tt} = e^v$, определяемый посредством (26), на концах интервала $-\frac{k^2}{2\omega_0} < x < \frac{k^2}{2\omega_0}$ обращается в нуль, то оба устья получившейся «кротовой норы» закрыты горизонтом событий как черные дыры. Это значит, что для удаленно-го наблюдателя каждое из устьев получившейся «кротовой норы» видится как черная дыра.

Рассмотренная выше задача с решением вакуумных гравитационных уравнений Эйнштейна ($R_{ik} = 0$) при наличии стационарного вихревого гравитационного поля *a priori* показывает, что возможно и в пустом пространстве существование «кротовых нор», в частном случае при наличии *a priori* вихревого гравитационного поля.

Конфигурации с вращающейся самогравитирующей идеальной жидкостью и вихревым гравитационным полем

Перейдем теперь к другому случаю, когда уже в стационарном пространстве с вихревым гравитационным полем существует еще и гравитирующая материя, сначала в виде пылевидной материи, в которой давление $p = 0$, а плотность энергии $\epsilon \neq 0$. Подобная задача рассматривалась, например, также в работах [27, 30, 31] с определенными ограничениями

и дополнительными условиями, а задачи при других уравнениях состояния $p(\varepsilon)$ решались в [26, 28, 29, 35].

Теперь, продолжая рассматривать сформулированную выше задачу, получаем формулу для локального закона сохранения энергии в данном случае:

$$v'(p + \varepsilon) = 0. \quad (27)$$

Отсюда следует, что $v' = 0$, и надлежащим выбором масштаба времени можно сделать, чтобы $e^v = 1$:

$$v' = 0; e^v = 1. \quad (28)$$

В итоге с учетом (28) совместная система уравнений Эйнштейна (17) для вращающейся идеальной жидкости при $p = 0$ и гравитационного поля запишется в виде:

$$\begin{aligned} 1) \lambda' \mu' &= -4\omega_0^2; \\ 2) \mu'' + \mu'^2/2 &= 4\omega_0^2 - \alpha\varepsilon e^\lambda; \\ 3) 4\omega_0^2 &= \alpha\varepsilon e^\lambda; \\ 4) \lambda'' + \lambda' \mu'/2 &= -\alpha\varepsilon e^\lambda. \end{aligned} \quad (29)$$

Складывая второе и третье уравнения системы (29), получаем уравнение для определения функции e^μ :

$$\mu'' + \mu'^2/2 = 0, \quad (30)$$

имеющее решение:

$$\mu' = 2/x; \quad e^\mu = C_1 x^2; \quad C_1 = \text{const.} \quad (31)$$

С использованием решения (31) находим далее функцию e^λ и получаем окончательный вид метрики пространства-времени для рассматриваемой физической системы пылевидной материи и гравитационного поля при наличии его вихревой составляющей

$$\begin{aligned} ds^2 &= e^{-\omega_0^2 x^2} dx^2 + C_1^2 x^2 d\varphi^2 + e^{-\omega_0^2 x^2} dz^2 - dt^2; \\ 0 &\leq x < \infty. \end{aligned} \quad (32)$$

Полученную метрику можно расписать в развернутом виде в форме (5). Используя формулы (7), (10)–(12), определяем с помощью найденных значений для метрических коэффициентов ($e^v = 1$, $e^\mu = C_1^2 x^2$) остальные метрические коэффициенты ($E = e^\gamma$, $B = e^\beta$):

$$E = 2\omega_0 x; \quad B = (C_1^2 - 4\omega_0^2)x^2. \quad (33)$$

Удобнее положить константу $C_1 = 2\omega_0 k$, $k > 0$, тогда коэффициент B запишется в виде:

$$B = 4\omega_0^2(k^2 - 1)x^2.$$

В результате метрика пространства-времени, формируемого вращающейся пылевидной материи и вихревым гравитационным полем, принимает вид:

$$\begin{aligned} ds^2 &= e^{-\omega_0^2 x^2} dx^2 + 4\omega_0^2(k^2 - 1)x^2 d\varphi^2 + \\ &+ e^{-\omega_0^2 x^2} dz^2 + 4\omega_0 x dt d\varphi - dt^2. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь постоянный множитель $4\omega_0^2(k^2 - 1)$ при метрическом коэффициенте $g_{\varphi\varphi}$ в зависимости от значения константы k в принципе может быть любого знака. Когда $k < 1$, этот множитель меньше нуля, и через каждую точку пространства-времени проходит замкнутая времениподобная кривая, а когда $k > 1$, множитель больше нуля, таких кривых нет, и причинность восстанавливается. Поэтому коэффициент k можно назвать параметром причинности. Подобную величину ранее мы уже вводили при рассмотрении метрик типа Геделя [11]. Решения уравнений Эйнштейна с замкнутыми времениподобными геодезическими в последнее время активно обсуждаются многими исследователями [32, 36–38].

Здесь интересно рассмотреть и другие геометрические свойства получившегося пространства-времени, в частности рассмотреть пространственную асимптотику, т. е. вычислить расстояние l удаленных точек при $x \rightarrow \infty$ от центра, где $x = 0$:

$$l = \int_0^\infty e^{\lambda/2} dx = \int_0^\infty e^{-\omega_0^2 x^2/2} dx. \quad (35)$$

Вычисляя этот определенный интеграл, используя формулу $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, получаем:

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_0}, \quad (36)$$

то есть точки, находящиеся на координатной бесконечности ($x \rightarrow \infty$), реально находятся на конечном расстоянии от центра. Это значит, что получившееся пространство-время замкнуто по цилиндрической радиальной координате x , т. е. по радиальному направлению от центральной оси.

Из третьего уравнения системы (29) находим плотность энергии ε вращающейся пылевидной материи:

$$\varepsilon = \frac{4\omega_0^2}{\alpha} e^{-\lambda} = \frac{4\omega_0^2}{\alpha} e^{\omega_0^2 x^2}; \quad 0 \leq x < \infty, \quad (37)$$



которая экспоненциально возрастает с увеличением радиальной координаты x , т. е. от центра к границе, и $\epsilon \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow \infty$. В то же время в центре конфигурации при $x = 0$ плотность энергии конечна $\epsilon(0) = 4\omega_0^2/\alpha$.

Важным свойством рассматриваемой физической системы является отсутствие в ней гравитационных сил, которые могут воздействовать на материальные частицы, рассматриваемые как пробные частицы, поскольку метрический коэффициент $g_{tt} = e^v$ при dt^2 в данном случае равен единице (см. формулу (28)), а через этот коэффициент и определяется гравитационная сила [39]:

$$\vec{F}_g = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} (-\text{grad} \ln \sqrt{g_{tt}} + \sqrt{g_{tt}} (\vec{v} \times \vec{\omega})). \quad (38)$$

Здесь \vec{v} – скорость пробной частицы, а $\vec{\omega}$ – угловая скорость системы отсчета. Для покоящейся пробной частицы, у которой скорость $\vec{v} = 0$, получаем:

$$\vec{F}_g = mc^2 (-\text{grad} \ln \sqrt{g_{tt}}). \quad (39)$$

Откуда следует, что $\vec{F}_g = 0$ при $g_{tt} = \text{const}$, как в рассмотренном выше случае, где $g_{tt} = e^v = 1$, т. е. для пробной частицы в пространстве рассмотренной конфигурации вращающейся пылевидной материи ситуация вполне аналогична, как и для такой же материальной частицы, находящейся в межгалактическом пространстве наблюдаемой Вселенной, где также $F_g = 0$.

Теперь перейдем к рассмотрению свойств аналогичной конфигурации самогравитирующейся вращающейся идеальной жидкости, но с ненулевым давлением ($p \neq 0$), причем с предельным уравнением состояния $p = \epsilon$, т. е. $p = \rho c^2$, где ρ – плотность массы. Материя с таким уравнением состояния или близким к нему могла образоваться на самых ранних временах от Начала, возможно, в виде кварк-глюонной плазмы [40]. Как показали результаты экспериментов в ЦЕРН на Большом адронном коллайдере (LHC) и в Брукхейвенской национальной лаборатории на Релятивистском коллайдере тяжелых ионов (RHIC), кварк-глюонная плазма имеет свойства идеальной жидкости [41, 42].

Гравитационные уравнения Эйнштейна (17) в рассматриваемом сейчас случае для состояния идеальной жидкости $p = \epsilon$ будут следующие:

$$\lambda' \mu' + \lambda' v' + \mu' v' = -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha \epsilon e^\lambda;$$

$$\mu'' + \mu'^2/2 + \mu' v'/2 = 4\omega_0^2 e^{-2v};$$

$$\begin{aligned} v'' + v'^2/2 + \mu' v'/2 &= -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha \epsilon e^\lambda; \\ \lambda'' + \lambda' v'/2 + \lambda' \mu'/2 &= 0, \end{aligned} \quad (40)$$

а локальный закон сохранения энергии (18) примет вид:

$$\epsilon' + u' \epsilon = 0, \quad \epsilon = \epsilon_0 e^{-u}, \quad \epsilon_0 = \text{const.} \quad (41)$$

Из последнего, четвертого, уравнения системы (40) получаем его первый интеграл

$$\lambda' = C_1 e^{-\frac{\mu+v}{2}}. \quad (42)$$

Для простоты положим $C_1 = 0$, откуда будем иметь $\lambda' = 0$, $e^\lambda = \text{const}$, а соответствующим выбором масштаба радиальной координаты x , можно сделать эту константу равной единице

$$e^\lambda = 1. \quad (43)$$

С учетом полученных формул (41) и (43) система уравнений (40) редуцируется к виду:

$$\begin{aligned} \mu' v' &= -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha \epsilon e^{-v}; \\ \mu'' + \mu'^2/2 + \mu' v'/2 &= 4\omega_0^2 e^{-2v}; \\ v'' + v'^2/2 + \mu' v'/2 &= -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha \epsilon e^{-v}. \end{aligned} \quad (44)$$

Вычитая из третьего уравнения системы (44) первое уравнение, получим еще уравнение

$$v'' + v'^2/2 - \mu' v'/2 = 0. \quad (45)$$

Первый интеграл этого уравнения имеет вид

$$e^{\mu/2} = C_2 v^{v/2}; C_2 = \text{const.} \quad (46)$$

Складывая далее третье уравнение системы (44) с полученным уравнением (45), получим в результате дифференциальное уравнение для определения функции $v(x)$:

$$2v'' + v'^2 = -4\omega_0^2 e^{-2v} + 4\alpha \epsilon e^{-v}. \quad (47)$$

Уравнение (47) также имеет первый интеграл, который удобно представить в форме:

$$v' = 2\omega_0 \sqrt{\frac{\alpha \epsilon_0}{\omega_0^2} v e^{-v} + e^{-2v}}; -\infty < v < +\infty. \quad (48)$$

Теперь, используя формулы (46) и (48), находим метрический коэффициент $g_{\phi\phi} = e^\mu$, выраженный через функцию $v(x)$:

$$e^\mu = C_2^2 4\omega_0^2 \left(\frac{\alpha \epsilon_0}{\omega_0^2} v + e^{-v} \right); -\infty < v < +\infty. \quad (49)$$

Здесь константа интегрирования C_2 играет роль размерного масштабного коэффициента (размерность $[C_2] = \text{см}$), чтобы метрический коэффициент e^μ был безразмерным.

Из формулы (48) можно найти определяемую квадратурой координату x как функцию от v :

$$x(v) = \frac{1}{2\omega_0} \int \frac{dv}{\sqrt{\frac{\alpha\epsilon_0}{\omega_0^2} ve^{-v} + e^{-2v}}}. \quad (50)$$

Используя полученные выше формулы (43), (49) и координатное условие $e^\lambda = e^\alpha$, мы можем выразить все величины, необходимые для описания характеристик гравитирующей материи (идеальной жидкости) и геометрии пространства-времени (как и радиальную координату x в (50)), через параметр v :

$$\begin{aligned} e^\lambda = e^\alpha = 1; \quad e^\mu = C_2^2 4\omega_0^2 \left(\frac{\alpha\epsilon_0}{\omega_0^2} u + e^{-v} \right); \\ p = \epsilon = \epsilon_0 e^{-u}. \end{aligned} \quad (51)$$

Полученные формулы (51) ясно показывают, что более удобно использовать параметр v в качестве новой радиальной координаты, а формулу (50) рассматривать как преобразование от прежней радиальной координаты x к новой радиальной координате v , т. е. проведена v -параметризация задачи.

Далее из формулы (48) мы можем получить соотношение

$$dx^2 = \frac{dv^2}{4\omega_0^2 \left(\frac{\alpha\epsilon_0}{\omega_0^2} ve^{-v} + e^{-2v} \right)}. \quad (52)$$

В итоге метрика эффективной пространственно-подобной поверхности (10), т. е. реального пространства, примет вид

$$\begin{aligned} dl^2 = & \frac{dv^2}{4\omega_0^2 \left(\frac{\alpha\epsilon_0}{\omega_0^2} ve^{-v} + e^{-2v} \right)} + \\ & + 4C_2^2 \omega_0^2 \left(\frac{\alpha\epsilon_0}{\omega_0^2} v + e^{-v} \right) d\varphi^2 + dz^2; \\ -\infty < v < +\infty. \end{aligned} \quad (53)$$

Из формул (51), (53) для полученного решения видно, что метрический коэффициент $g_{\varphi\varphi} = e^\mu$ во всем интервале изменения радиальной координаты v не обращается в нуль, имеет регулярный минимум в точке $v = v_0 = \ln \frac{\omega_0^2}{\alpha\epsilon_0}$, равный $4C_2^2 \alpha\epsilon_0 \left(\ln \frac{\omega_0^2}{\alpha\epsilon_0} + 1 \right) > 0$; по обеим сторонам от этого минимума он возрастает до много больших значений этого минимума, и все метрические коэффициенты являются гладкими и конечными функциями во всем интервале. Указанные свойства полученной метрики соответствуют по определению [20] тому, что это метрика описывает геометрию «кротовой норы».

Самое узкое место получившейся «кротовой норы», ее горловина, находится в точке, где коэффициент $g_{\varphi\varphi} = e^\mu$ минимален. В данном случае координата этой точки $v = \ln \frac{\omega_0^2}{\alpha\epsilon_0}$. Соответственно радиус горловины будет равен $a = 2C_2 \sqrt{\alpha\epsilon_0} \sqrt{\ln \frac{\omega_0^2}{\alpha\epsilon_0} + 1}$.

В частном случае, когда $\omega_0^2 = \alpha\epsilon_0$, горловина находится в точке $v = 0$, а радиус горловины $a = 2C_2 \omega_0$. Здесь и выше масштабная константа C_2 имеет размерность квадрата длины (см^2).

Интересным свойством получившейся «кротовой норы» является конечная величина гравитационной силы \vec{F}_g , действующей внутри нее на пробную частицу на всем протяжении этой «кротовой норы». В данном случае метрический коэффициент g_{tt} , через который вычисляется \vec{F}_g , равен e^v , так что, используя формулу (39), для \vec{F}_g получим:

$$\vec{F}_g = -\frac{mc^2}{2l} \vec{e}_v, \quad (54)$$

где $l = 1 \text{ см}$ (см – размерность длины в системе СГСМ).

Видно, что \vec{F}_g имеет конечную величину по всей длине данной «кротовой норы», таким образом, получившаяся «кротовая нора» является проходимой.

Кроме того, эта гравитационная сила направлена на правом устье «кротовой норы», на входе, внутрь, т. е. \vec{F}_g – гравитационная сила притяжения, поэтому со стороны внешнего наблюдателя данная «кротовая нора» будет выглядеть как обычный массивный астрофизический объект. При этом ускорение свободного падения g будет иметь величину $4.5 \cdot 10^{16} \text{ м/с}^2$.

У системы уравнений (40), (41), описывающей свойства стационарной конфигурации самогравитирующей идеальной жидкости с уравнением состояния $p = \epsilon$ и при наличии вихревого гравитационного поля (как в рассмотренной выше задаче), есть еще интересное частное решение, когда $v = 0$. В этом варианте мы получаем соотношения:

$$\begin{aligned} e^\lambda = 1; \quad p = \epsilon = \epsilon_0 = \text{const}; \\ \alpha\epsilon_0 = \omega_0^2; \quad \mu'' + \mu'^2/2 = 4\omega_0^2. \end{aligned} \quad (55)$$

Решение последнего уравнения:

$$\begin{aligned} e^\mu = a^2 \cosh^2(\sqrt{2}\omega_0 x); \quad -\infty < x < +\infty; \\ a = \text{const}. \end{aligned} \quad (56)$$



В итоге метрика эффективной пространственно-подобной поверхности, т. е. реального пространства, будет иметь вид:

$$dl^2 = dx^2 + a^2 \cosh^2(\sqrt{2}\omega_0 x) d\varphi^2 + dz^2; \quad (57)$$

$$-\infty < x < +\infty.$$

Здесь, как и в общем решении (53), метрический коэффициент $g_{\varphi\varphi}(x) = e^\mu$ во всем интервале $(-\infty < x < +\infty)$ больше нуля и возрастает с увеличением радиальной координаты от минимального значения $g_{\varphi\varphi}$, при наличии центральной оси $e^\mu = 0$ для точек на этой оси и $e^\mu \rightarrow \infty$ на пространственной бесконечности, иначе говоря, как и в предыдущем общем решении, получилась «кротовая нора». Важной особенностью получившейся «кротовой норы» является отсутствие в ней гравитационной силы, поскольку метрический коэффициент $g_{tt} = 1$ при dt^2 (постоянный), и градиент от него равен нулю, так что в соответствии с формулой (39) гравитационная сила $\vec{F}_g = 0$, т. е. в данном случае получившаяся «кротовая нора» также является проходящей.

Заключение

Мы рассмотрели в рамках эйнштейновской теории гравитации (ОТО) свойства стационарных вращающихся конфигураций идеальной самогравитирующей сплошной среды в виде баротропной идеальной жидкости при наличии вихревого гравитационного поля, включая и очень интересный случай вакуумного объекта из одного вихревого гравитационного поля, который описывается вакуумными уравнениями Эйнштейна $R_{ik} = 0$ и представляет собой «кротовую нору».

Все рассмотренные объекты обладают особенно интересными свойствами, так как многие из них представляются в виде «кротовых нор». Образование «кротовых нор» в рассмотренных здесь случаях обусловлено свойствами вихревого гравитационного поля, поскольку у тензора энергии-импульса этого поля нарушается слабое энергетическое условие $(p + \epsilon > 0)$, у вихревого гравитационного поля $p + \epsilon < 0$.

Показанная в данной работе возможность существования «кротовых нор», образованных одним лишь вихревым гравитационным полем, существующим *a priori*, и описываемых решениями вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{ik} = 0$, дает основание предположить (speculation), что в нашей Вселенной уже существуют *a priori* такие «кротовые норы», т. е. порталы – своеобразные тоннели в пространстве, соединяющие

нас с далекими областями Вселенной или же с параллельными Вселенными. Остается проблема их найти.

Список литературы / References

- Blanco-Pillado J. J., Cui Y., Kuroyanagi S., Lewicki M., Nardini G., Pieroni M., Rybak I., Lara Sousa L., Wachter J. M. Gravitational waves from cosmic strings in LISA: Reconstruction pipeline and physics interpretation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2025, vol. 2025, iss. 05, art. 006. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2025/05/006>
- Blasi S., Calibbi L., Mariotti A., Turbang K. Gravitational waves from cosmic strings in Froggatt-Nielsen flavour models. *J. High Energy Phys.*, 2025, vol. 2025, iss. 5, art. 19. [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2025\)019](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2025)019)
- Öner B. B., Yeeiltae Ö. Quantum particle creation by cosmic strings in de Sitter spacetime. *Class. Quant. Grav.*, 2025, vol. 42, iss. 9, art. 095001. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/adcb12>
- Algaba J. C., Balokovič M., Chandra S., Cheong W.-Y., Cui Y.-Z., D'Ammando F., Falcone A. D., Ford N. M., Giroletti M., Goddi C., Gurwell M. A., Hada K., Haggard D., Jorstad S., Kaur A., Kawashima T., Kerby S., Kim J.-Y., Kino M., Kravchenko E. V. [et al.]. Broadband multi-wavelength properties of M87 during the 2018 EHT campaign including a very high energy flaring episode. *Astron. Astrophys.*, 2024, vol. 692, art. A140. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202450497>
- Kiehlmann S., de la Parra P. V., Sullivan A. G., Synani A., Liodakis I., Readhead A. C. S., Graham M. J., Begelman M. C., Blandford R. D., Chatzioannou K., Ding Y., Harrison F., Homan D. C., Hovatta T., Kulakarni S. R., Lister M. L., Maiolino R., Max-Moerbeck W., Molina B., Mróz P. [et al.]. PKS 2131-021 – Discovery of strong coherent sinusoidal variations from radio to optical frequencies: Compelling evidence for a blazar supermassive black hole binary. *Astrophys. J.*, 2025, vol. 985, iss. 1, art. 59. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/adc567>
- Seo J., Ryu D., Kang H. Energy Spectrum and Mass Composition of Ultra-high-energy Cosmic Rays Originating from Relativistic Jets of Nearby Radio Galaxies. *Astrophys. J.*, 2025, vol. 988, iss. 2, art. 194. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ade678>
- Birch P. Is the Universe rotating? *Nature*, 1982, vol. 298, iss. 5873, pp. 451–454. <https://doi.org/10.1038/298451a0>
- Monteiro S. W. Jr., Tomimura N. A. Existence and causality of cylindrically symmetric cosmological models with rotating spin fluids. *Class. Quant. Grav.*, 1991, vol. 8, iss. 5, pp. 977–984. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/8/5/021>
- Mishra B., Vadrevu S. Cylindrically symmetric cosmological model of the universe in modified gravity. *Astrophys. Sp. Sci.*, 2017, vol. 362, iss. 2, art. 26. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3006-2>
- Panov V. F., Pavelkin V. N., Kuvshinova E. V., Sandakova O. V. Kosmologiya s vrashcheniem [Cosmology with rotation]. Perm, Perm State University Publ., 2016. 224 p. (in Russian).

11. Kretsch V. G., Oshurko V. B., Kissner A. E. Stationary Rotating Cosmological Model Without Violation of the Causal Structure. *Russ. Phys. J.*, 2022, vol. 65, iss. 6, pp. 937–943. <https://doi.org/10.1007/s11182-022-02716-z>
12. Su S.-C., Chu M.-C. Is the Universe Rotating? *Astrophys. J.*, 2009, vol. 703, iss. 1, pp. 354–361. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/703/1/354>
13. Godiowski W. Global and Local Effects of Rotation: Observational Aspects. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2011, vol. 20, iss. 09, pp. 1643–1673. <https://doi.org/10.1142/S0218271811019475>
14. Korotky V. A., Masár E., Obukhov Y. N. In the quest for cosmic rotation. *Universe*, 2020, vol. 6, iss. 1, art. 14. <https://doi.org/10.3390/universe6010014>
15. Morris M. S., Thorne K. S., Yurtsever U. Wormholes, time machines and the weak energy condition. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 61, iss. 13, pp. 1446–1449. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.1446>
16. Morris M. S., Thorne K. S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *Amer. J. Phys.*, 1988, vol. 56, iss. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
17. Kretsch V. G. Topological and physical effects of rotation and spin in the general relativistic theory of gravitation. *Russ. Phys. J.*, 2007, vol. 50, iss. 10, pp. 1021–1025. <https://doi.org/10.1007/s11182-007-0147-8>
18. Kretsch V. G., Sadovnikov D. V. Spin-spin interaction in general relativity and induced geometries with nontrivial topology. *Grav. Cosmol.*, 2009, vol. 15, iss. 4, pp. 337–340. <https://doi.org/10.1134/S0202289309040082>
19. Novikov I. D., Shatskiy A. A. Stability analysis of a Morris-Thorne-Bronnikov-Ellis wormhole with pressure. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2012, vol. 114, iss. 5, pp. 801–804. <https://doi.org/10.1134/S1063776112040127>
20. Bronnikov K. A., Kretsch V. G., Lemos J. P. S. Rotating cylindrical wormholes. *Phys. Rev. D*, 2013, vol. 87, iss. 8, art. 084060. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.084060>
21. Bronnikov K. A., Kretsch V. G. Potentially observable cylindrical wormholes without exotic matter in general relativity. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 99, iss. 8, art. 084051. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.084051>
22. Bronnikov K. A., Sushkov S. V. Current Problems and Recent Advances in Wormhole Physics. *Universe*, 2023, vol. 9, iss. 2, art. 81. <https://doi.org/10.3390/universe9020081>
23. Bronnikov K. A., Kashargin P. E., Sushkov S. V. Possible Wormholes in a Friedmann Universe. *Universe*, 2023, vol. 9, iss. 11, art. 465. <https://doi.org/10.3390/universe9110465>
24. Bolokhov S. V., Skvortsova M. Correspondence between quasinormal modes and grey-body factors of spherically symmetric traversable wormholes. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2025, vol. 2025, iss. 04, art. 025. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2025/04/025>
25. Bolokhov S. V., Konoplya R. A. Circumventing quantum gravity: Black holes evaporating into macroscopic wormholes. *Phys. Rev. D*, 2025, vol. 111, iss. 6, art. 064007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.064007>
26. Hoenselaers C., Vishveshwara C. V. A relativistically rotating fluid cylinder. *Gen. Rel. Grav.*, 1979, vol. 10, iss. 1, pp. 43–51. <https://doi.org/10.1007/BF00757022>
27. Santos N. O., Mondaini R. P. Rigidly rotating relativistic generalized dust cylinder. *Il Nuovo Cimento B*, 1982, vol. 72, iss. 1, pp. 13–20. <https://doi.org/10.1007/BF02894930>
28. Davidson W. Barotropic perfect fluid in steady cylindrically symmetric rotation. *Class. Quant. Grav.*, 1997, vol. 14, iss. 1, pp. 119–127. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/14/1/013>
29. Ivanov B. V. On rigidly rotating perfect fluid cylinders. *Class. Quant. Grav.*, 2002, vol. 19, iss. 14, pp. 3851–861. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/19/14/323>
30. Ivanov B. V. Rigidly rotating cylinders of charged dust. *Class. Quant. Grav.*, 2002, vol. 19, iss. 20, pp. 5131–5139. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/19/20/307>
31. Bonnor W. B., Steadman B. R. A vacuum exterior to Maitra's cylindrical dust solution. *Gen. Rel. Grav.*, 2009, vol. 41, iss. 6, pp. 1381–1387. <https://doi.org/10.1007/s10714-008-0725-2>
32. Bolokhov S. V., Bronnikov K. A., Skvortsova M. V. Rotating Cylinders with Anisotropic Fluids in General Relativity. *Grav. Cosmol.*, 2019, vol. 25, iss. 2, pp. 122–130. <https://doi.org/10.1134/S020228931902004X>
33. Kretsch V. G., Oshurko V. B., Bairdin A. E. On the Properties of Stationary Distributions of Gravitational Vortex Fields and Continuous Media. *Russ. Phys. J.*, 2020, vol. 63, iss. 6, pp. 1045–1054. <https://doi.org/10.1007/s11182-020-02135-y>
34. Kretsch V. G., Oshurko V. B., Bairdin A. E. Gravitational and Electromagnetic Effects in the Configuration of a Rotating Electrically Charged Ideal Liquid. *Russ. Phys. J.*, 2022, vol. 65, iss. 3, pp. 410–422. <https://doi.org/10.1007/s11182-022-02649-7>
35. Kretsch V. G., Oshurko V. B., Sinil'shchikova I. V. On the possible existence of wormholes without gravitational forces. *Russ. Phys. J.*, 2016, vol. 59, iss. 1, pp. 32–40. <https://doi.org/10.1007/s11182-016-0735-6>
36. Luminet J.-P. Closed Timelike Curves, Singularities and Causality: A Survey from Gödel to chronological protection. *Universe*, 2021, vol. 7, iss. 1, art. 12. <https://doi.org/10.3390/universe7010012>
37. Nguyen H. K., Lobo F. S. N. Closed Timelike Curves Induced by a Buchdahl-Inspired Vacuum Spacetime in R2 Gravity. *Universe*, 2023, vol. 9, iss. 11, art. 467. <https://doi.org/10.3390/universe9110467>
38. Ahmed F., de Souza J. C. R., Santos A. F. Vacuum spacetime with closed time-like curves in the context of Ricci-inverse gravity. *Mod. Phys. Lett. A*, 2025, vol. 40, iss. 4, art. 2450221. <https://doi.org/10.1142/S0217732324502213>
39. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics: in 10 vols. Vol. 2. The Classical Theory of Fields: 4th edition. Amsterdam, Boston, Heidelberg, London, New York, Oxford, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sydney, Tokyo, Butterworth-Heinemann, 1980. 444 p.



40. CERN Press Release: *New State of Matter created at CERN*, Feb. 10, 2000. Available at: <https://home.cern/news/press-release/cern/new-state-matter-created-cern> (accessed September 21, 2025)
41. Tannenbaum M. J. Recent results in relativistic heavy ion collisions: From a new state of matter to the perfect fluid. *Rep. Prog. Phys.*, 2006, vol. 69, iss. 7, pp. 2005–2059. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/7/R01>
42. Heinz U. Quark-gluon soup – The perfectly liquid phase of QCD. *Int. J. Mod. Phys. A*, 2015, vol. 30, iss. 2, art. 1530011. <https://doi.org/10.1142/S0217751X15300112>

Поступила в редакцию 27.06.2025; одобрена после рецензирования 06.08.2025;
принята к публикации 10.09.2025; опубликована 28.11.2025

The article was submitted 27.06.2025; approved after reviewing 06.08.2025;
accepted for publication 10.09.2025; published 28.11.2025