



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 295–304

Izvestiya of Saratov University. Physics, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 295–304

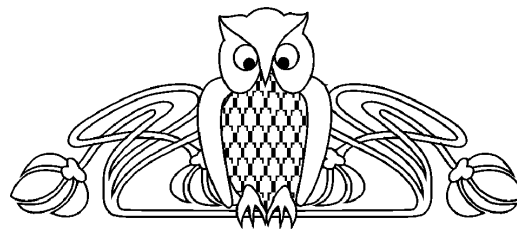
<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

Научная статья

УДК 530.182:537.86

Когерентный резонанс в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича



Д. В. Романенко, С. В. Гришин✉

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Романенко Дмитрий Владимирович, старший преподаватель кафедры нелинейной физики, dmitrii.romanenk@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1872-6697>, AuthorID: 681088

Гришин Сергей Валерьевич, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн, sergrsh@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3654-3299>, AuthorID: 42293

Аннотация. В работе представлены результаты теоретического исследования явления когерентного резонанса в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича. Данная модель описывает хаотическую динамику трех параметрически взаимодействующих мод, одна из которых (высокочастотная мода) испытывает усиление, а две другие (низкочастотные моды) линейно затухают. Для наблюдения когерентного резонанса один из параметров модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича (нелинейный инкремент высокочастотной моды) модулируется шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот. Результаты расчета демонстрируют максимум времени автокорреляции огибающей хаотической высокочастотной моды, который наблюдается при оптимальном уровне внешнего шумового воздействия. Предложенный способ получения когерентного резонанса может быть распространен на подавляемые шумом хаотические системы другого типа.

Ключевые слова: когерентный резонанс, хаос, спиновые волны

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00274).

Для цитирования: Романенко Д. В., Гришин С. В. Когерентный резонанс в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 295–304. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Coherent resonance in the modified Vyshkind – Rabinovich model

D. V. Romanenko, S. V. Grishin✉

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Dmitrii V. Romanenko, dmitrii.romanenk@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1872-6697>, AuthorID: 681088

Sergei V. Grishin, sergrsh@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3654-3299>, AuthorID: 42293

Abstract. Background and Objectives: The paper presents the results of theoretical study of the coherence resonance phenomenon in the modified Vyshkind – Rabinovich model. The model describes the chaotic dynamics of three parametrically interacting modes one of that (a high-frequency mode) is amplified and the other two (the low-frequency modes) are linearly damped. **Materials and Methods:** To observe the coherence resonance, one of the parameters of the modified Vyshkind-Rabinovich model (the high-frequency mode nonlinear increment) is modulated by noise possessing a uniform spectrum in a bounded frequency band. **Results:** The calculation results demonstrate an autocorrelation time maximum of the chaotic high-frequency mode envelope that is observed at an optimal level of external noise influence. **Conclusion:** The proposed method for coherence resonance implementation can be extended to noise-suppressed chaotic systems of another type.

Keywords: coherent resonance, chaos, spin waves

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-22-00274).

For citation: Romanenko D. V., Grishin S. V. Coherent resonance in the modified Vyshkind – Rabinovich model. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 295–304 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



Введение

Известно, что в возбудимых шумом системах наблюдается фундаментальное нелинейное явление, получившее название когерентный резонанс [1]. Суть этого явления заключается в том, что внешнее шумовое воздействие имеет некоторый оптимальный уровень, при котором индуцированные шумом колебания становятся близкими к регулярным. При этом зависимость степени когерентности (регулярности) колебаний от интенсивности шума является резонансной, а спектральная линия, соответствующая этим колебаниям, является наиболее узкой. К возбудимым шумом системам относятся осциллятор ФицХью – Нагумо [2, 3], модель нейрона Ходжкина – Хаксли [4], химическая реакция Белоусова – Жаботинского [5], модель Ямады для полупроводникового лазера с насыщающимся поглотителем [6] и полупроводниковая сверхрешетка [7]. Явление когерентного резонанса было подтверждено экспериментально в возбудимых шумом электронных цепях [8], в полупроводниковом лазере с оптической обратной связью [9] и в сверхвысокочастотном (СВЧ) клистронном кольцевом генераторе, работающем ниже порога автогенерации [10].

В хаотических динамических системах явление когерентного резонанса наблюдалось как в хаотической бистабильной цепи Чуа [11, 12], так и в двух идентичных (или слегка неидентичных) связанных хаотических осцилляторах Лоренца [13] при внешнем шумовом воздействии. Так, в хаотической бистабильной цепи Чуа резонансное поведение под воздействием внешнего шума было вызвано перескоками между двумя независимыми, симметричными, хаотическими аттракторами. В двух связанных хаотических осцилляторах Лоренца, находящихся в устойчивом синхронном состоянии в отсутствие шума, явление когерентного резонанса наблюдалось в режиме «on–off» перемежаемости синхронных и несинхронных состояний, который возникал под воздействием шума. Таким образом, обе хаотические системы, как и системы, возбуждаемые шумом, имеют два состояния, в каждом из которых длительность нахождения фазовой траектории зависит от интенсивности шума.

Хаотическую динамическую систему со случайным переключением между синхронным и несинхронным состояниями под воздействием внешнего шума можно реализовать на основе эффекта вынужденной синхронизации хаоса через его подавление

внешним воздействием [14, 15]. Такой случай был реализован экспериментально на многомодовом спин-волновом генераторе хаоса с запаздывающей обратной связью (ЗОС), работающем на частотах, где трех- и четырехволновые параметрические нелинейные спин-волновые взаимодействия разрешены [16]. Здесь с увеличением мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала, в роли которого выступал шум, имеющий равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона, система демонстрировала два состояния: несинхронное состояние («хаос включен») и синхронное состояние, обусловленное вынужденной синхронизацией хаоса («хаос выключен»), переключение между которыми осуществлялось случайным образом. При малых уровнях мощности характерное время несинхронного состояния было гораздо больше характерного времени синхронного состояния, а при больших уровнях мощности шума, наоборот, характерное время синхронного состояния значительно превышало характерное время несинхронного состояния. Если проводить сравнение с возбудимыми шумом системами (например, с моделью ФицХью – Нагумо, описывающей поведение нервных импульсов [2]), то в подавляемых шумом хаотических системах хаотический аттрактор соответствует аттрактору в виде неподвижной точки для возбудимой шумом системы, а характерное время подавления хаоса соответствует времени активации нервного импульса. Время возврата из подавленного состояния в состояние хаотической генерации соответствует времени возврата из возбужденного в невозбужденное состояние в модели нейрона. С увеличением интенсивности шума время активации нервного импульса становится гораздо меньше времени возврата системы из возбужденного в невозбужденное состояние и в возбудимой шумом системе наблюдался когерентный резонанс. Таким образом, в подавляемых шумом хаотических системах наблюдается ситуация, которая прямо противоположна ситуации в возбудимых шумом системах. Здесь внешний шум является не возбудителем, а подавителем собственной динамики системы. Однако поведение характерных времен, которые ведут себя аналогичным образом не при увеличении, а при уменьшении интенсивности шума, указывает на возможность существования в подавляемых шумом



хаотических системах явления когерентного резонанса.

Нелинейная динамика одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса с ЗОС, поддерживающего трехволновый параметрический распад, хорошо описывается моделью Вышкинд–Рабиновича [17–21], которая была предложена для изучения хаотической динамики трех мод, параметрически взаимодействующих на квадратичной нелинейности диссипативной среды [22]. В данной модели одна из мод (высокочастотная мода) характеризуется линейным инкрементом, а две другие (более низкочастотные моды) затухают в линейном приближении. Частоты трех мод подчинены условию параметрического резонанса:

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2,$$

где ω_0 – частота высокочастотной моды, а $\omega_{1,2}$ – частоты двух низкочастотных мод. Позже модель Вышкинд–Рабиновича была модифицирована нами (инкремент задавался нелинейной функцией и учитывалась задержка у высокочастотной моды) для описания режимов генерации хаотического одномодового спин-волнового кольцевого генератора, находящегося под внешним гармоническим воздействием [23].

В настоящей работе с использованием новой модификации модели Вышкинд–Рабиновича демонстрируется явление когерентного резонанса в режиме подавления хаоса внешним шумовым воздействием. Данное явление наблюдается при модуляции нелинейной функции инкремента нарастания высокочастотной моды шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот.

Модель и результаты численного моделирования

Модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича строится для описания экспериментальных результатов, полученных на макете спин-волнового СВЧ-генератора хаоса с ЗОС, поддерживающего трехволновый параметрический распад [16]. Хаотическая динамика такого автогенератора подавляется внешним шумовым сигналом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона. Необходимо отметить, что возможность подавления собственной хаотической динамики СВЧ-генератора хаоса с помощью внешнего сложно-модулированного СВЧ-сигнала была впервые продемонстрирована на клистронном (узкополосном) генераторе хаоса с ЗОС, где в качестве

внешнего воздействия использовалась периодическая последовательность прямоугольных радиоимпульсов [24]. Здесь внешний импульсно-модулированный СВЧ-сигнал управлял коэффициентом усиления кольцевого клистронного генератора $G = K - A$ (здесь K – общий коэффициент усиления кольцевого генератора, A – общий уровень потерь сигнала в кольце). На тех временных интервалах, где внешнее воздействие отсутствовало, в автоколебательной системе генерировался хаотический СВЧ-сигнал, а на временных интервалах, где присутствовало внешнее воздействие большой амплитуды, собственная хаотическая динамика системы полностью подавлялась (коэффициент усиления G в неавтономном режиме становится меньше, чем в автономном режиме). Таким образом, периодическая модуляция коэффициента усиления кольцевого генератора внешними радиоимпульсами большой амплитуды приводило к формированию периодической последовательности хаотических СВЧ-импульсов. В техническом плане, если несущая импульсно-модулированного СВЧ-сигнала находится вне полосы частот хаотического СВЧ-сигнала, но в полосе частот активных элементов кольцевого генератора (случай широкополосных СВЧ-генераторов хаоса), то внешний СВЧ-сигнал может быть отфильтрован на выходе генератора, что приводит к отсутствию монохроматического СВЧ-сигнала в паузах между хаотическими СВЧ-импульсами [25]. Разработанный метод временной фильтрации хаотического СВЧ-сигнала впоследствии был распространен и на случай внешнего шумового сигнала, имеющего равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона [16]. Это привело к модуляции коэффициента усиления кольцевого генератора по случайному закону и к генерации одиночных хаотических СВЧ-импульсов. Как показано в [16], данный эффект является наиболее ярко выраженным, когда полосы частот хаотического и шумового СВЧ-сигналов не перекрываются.

В связи с вышесказанным при построении модифицированной модели Вышкинд–Рабиновича учитывается модуляция инкремента нарастания высокочастотной моды (на ней в эксперименте [16] генерировался хаотический СВЧ-сигнал) по случайному закону, а сам случайный сигнал имеет ограниченную полосу частот, которая не перекрывается с полосой частотой хаотической огибающей высокочастот-



ной моды. Таким образом, модификация модели Вышкинд–Рабиновича заключается в том, что у инкремента нарастания высокочастотной моды помимо линейной части есть и нелинейная часть, которая модулируется внешним шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот. При таких предположениях модель имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{da_0(t)}{dt} &= -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-j\delta t) - \eta a_0(t) + \\ &+ \gamma_{inc} [1 - \alpha(|a_0(t - \tau)|^2 + |A_{ext}(t)|^2)] a_0(t - \tau), \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= c_1 a_0(t) b_2^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_1 b_1(t), \\ \frac{db_2(t)}{dt} &= c_2 a_0(t) b_1^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_2 b_2(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $a_0(t)$ – комплексная амплитуда высокочастотной моды, $a_0(t - \tau)$ – комплексная амплитуда высокочастотной моды в петле ЗОС с временем задержки τ , $b_{1,2}(t)$ – комплексные амплитуды низкочастотных мод, $A_{ext}(t)$ – комплексная амплитуда внешнего воздействия, η – декремент высокочастотной моды, γ_{inc} – линейный инкремент высокочастотной моды, $\nu_{1,2}$ – декременты низкочастотных мод, α – параметр нелинейности, $c_{0,1,2}$ – коэффициенты взаимодействия трех мод, δ – частотная расстройка от синхронизма.

Выражения для коэффициентов взаимодействия $c_{0,1,2}$ были найдены в [23] при построении модели спин-волнового активного кольцевого резонатора, поддерживающего трехволновой параметрический распад дипольной поверхностной магнитостатической спиновой волны (ПМСВ), выступающей в роли высокочастотной моды, на обменные спиновые волны (ОСВ), являющиеся низкочастотными модами. Данные выражения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}c_0 &= -j \frac{V_g}{d} \left[\frac{1}{2} (A_+ - A_-) + \frac{\omega_0 + \omega_H}{\omega_M} A_+ \right], \\ c_1 &= j \frac{\omega_M}{2} \sin \theta_1 \cos \theta_1 \frac{\omega'_H + \omega_1}{2\omega_1} \exp(-j\phi_1), \\ c_2 &= j \frac{\omega_M}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \frac{\omega'_H + \omega_2}{2\omega_2} \exp(j\phi_2),\end{aligned}\quad (2)$$

где V_g – групповая скорость ПМСВ, ω_0 – частота ПМСВ, $\omega_{1,2}$ и $\phi_{1,2}$ – частоты и фазы двух параметрически возбуждаемых ОСВ, $\theta_{1,2}$ – углы между ПМСВ и ОСВ, d – толщина ферромагнитной среды, поддерживающей параметрический трехволновой распад, $\omega_H = \gamma H_0$ – частота ферромагнитного резонанса,

H_0 – напряженность внешнего постоянного магнитного поля, γ – гиромагнитное отношение, $\omega'_H = \omega_H + \beta \omega_M (ak)^2$, β – обменная константа, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $4\pi M_0$ – намагниченность насыщения, a – постоянная решетки, k – волновое число ОСВ, $A_{\pm} = \frac{\omega'_H + \omega_{1,2}}{2\omega_{1,2}} \sin \theta_{1,2} \cos \theta_{1,2} \exp(\pm j\phi_{1,2})$. Следует отметить, что время задержки в кольцевом СВЧ-генераторе спиновых волн определяется в основном временем распространения ПМСВ в ферромагнитной пленке $\tau \approx \tau_{ПМСВ} = L/V_g$ (где L – длина ферромагнитной пленки), поскольку скорость ПМСВ намного меньше скорости электромагнитной волны в цепи обратной связи. Будем полагать, что член $\beta \omega_M (ak)^2$ существенно меньше ω_H , поэтому в наших дальнейших расчетах $\omega'_H \approx \omega_H$.

Шумовой сигнал, используемый при численном решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) (1), формировался вне расчетной схемы. В программном пакете MatLab генерировалась псевдослучайная последовательность в виде белого шума $\xi_i(t)$ ($\langle \xi_i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t) \xi_j(t) \rangle = \delta_{ij}$) единичной интегральной мощности. При этом частота дискретизации шумового сигнала $\xi_i(t)$ выбиралась равной частоте дискретизации численной схемы исследуемой модели (1). Шумовой сигнал $\xi_i(t)$ пропусклся через фильтр нижних частот с конечной импульсной характеристикой и частотой отсечки 7 МГц. Шаг по времени у шумового сигнала не менялся и был равен шагу интегрирования численной схемы для системы ОДУ (1). У полученного при фильтрации шумового сигнала спектральная плотность мощности на нижних частотах не менялась. После прохождения через фильтр интенсивность шума умножалась на соответствующий амплитудный коэффициент. Аналогичная процедура фильтрации шумового сигнала может быть осуществлена при добавлении уравнений для низкочастотных фильтров непосредственно в саму систему ОДУ (1). Результаты фильтрации шумового сигнала при использовании двух подходов будут аналогичными, так как шаги интегрирования совпадают, а характеристики фильтруемого сигнала не зависят от параметров исходной системы ОДУ (1).

Полученная по описанному выше алгоритму последовательность действительных значений шумового сигнала использовалась в (1) в качестве амплитуды внешнего сигнала A_{ext} . Отметим, что аналогичный алгоритм создания



шумовых сигналов используется в радиофизических генераторах.

Из (1) следует, что шумовой сигнал, имеющий равномерный спектр в ограниченной полосе частот, модулирует нелинейную часть инкремента нарастания высокочастотной моды по случайному закону. Если шумовое воздействие имеет пренебрежимо малую амплитуду $A_{ext}(t) \ll a_0(t - \tau)$, то инкремент нарастания высокочастотной моды практически не будет отличаться от своего значения в автономном режиме, при котором в динамической системе формируется непрерывный хаотический сигнал. При достижении амплитуды шумового воздействия $A_{ext}(t)$ значения, при котором она не является пренебрежимо малой по сравнению с $a_0(t - \tau)$, инкремент нарастания высокочастотной моды начнет значительно отличаться (уменьшаться) от своего исходного значения (в автономном режиме) на тех временных интервалах, на которых мгновенные значения амплитуды шума являются максимальными. В результате на указанных временных интервалах будет отчетливо наблюдаться подавление собственной хаотической динамики, т. е. внешнее воздействие будет «навязывать» динамической системе свое поведение. При дальнейшем увеличении амплитуды шума, когда $A_{ext}(t) \approx a_0(t - \tau)$, количество временных интервалов, на которых мгновенные значения амплитуды шума превышают пороговое значение, будет возрастать, что приведет к практически полному подавлению хаотической динамики системы. Подтверждение данных предположений представлено далее по тексту.

На рис. 1 приведены временные ряды хаотических огибающих высокочастотной и низкочастотной мод, полученные в отсутствие внешнего воздействия ($A_{ext} = 0$, автономный режим генерации). Они являются результатом численного решения модифицированной модели Вышкинд–Рабиновича (1) с учетом (2). Система ОДУ первого порядка (1) решалась с использованием метода Рунге–Кутты четвертого порядка, адаптированного для стохастических дифференциальных уравнений [26]. Расчеты проводились в предположении, что декременты и коэффициенты взаимодействия двух низкочастотных мод равны ($\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $c_1 = c_2 = c$). Для выбранных значений параметров системы на высокочастотной моде формируется хаотическая последовательность

релаксационных импульсов, а на низкочастотной моде – хаотическая последовательность импульсов колокообразной формы.

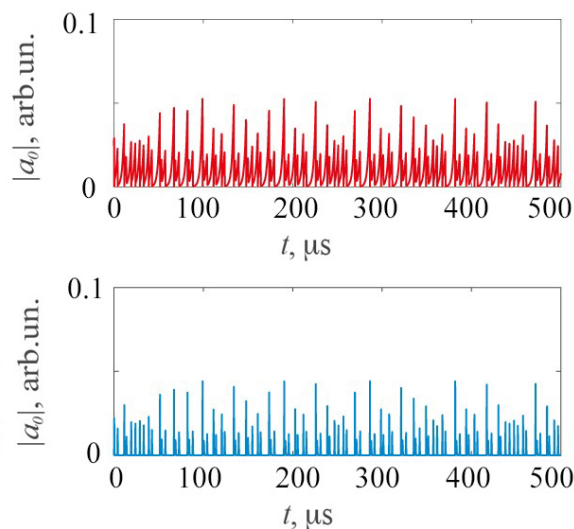


Рис. 1. Временные ряды модулей амплитуд высокочастотной моды (сверху) и низкочастотной моды (снизу), полученные при решении системы ОДУ (1) в отсутствие внешнего шумового воздействия. Расчеты выполнены для следующих значений параметров системы: $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ мкс}^{-1}$, $\eta = 7 \text{ мкс}^{-1}$, $\nu = 7 \text{ мкс}^{-1}$, $\alpha = 5$, $c_0 = 1065 \text{ мкс}^{-1}$, $= 927 \text{ мкс}^{-1}$, $\delta = 0.2 \text{ МГц}$, $V_g = 2.7 \times 10^5 \text{ м/с}$, $d = 20 \text{ мкм}$, $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$, $\theta = 4^\circ$, $H_0 = 340 \text{ Э}$, $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$ и $\tau = 37 \text{ нс}$ (цвет онлайн)

Fig. 1. Time series of amplitude modules of a high frequency mode (top) and a low frequency mode (bottom) obtained on the base of the calculation of the ODE system (1) without external noise force. The calculations are performed for the following values of system parameters: $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ μs}^{-1}$, $\eta = 7 \text{ μs}^{-1}$, $\nu = 7 \text{ μs}^{-1}$, $\alpha = 5$, $c_0 = 1065 \text{ μs}^{-1}$, $= 927 \text{ μs}^{-1}$, $\delta = 0.2 \text{ MHz}$, $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, $d = 20 \text{ μm}$, $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$, $\theta = 4^\circ$, $H_0 = 340 \text{ Oe}$, $4\pi M_0 = 1750 \text{ G}$ and $\tau = 37 \text{ ns}$ (color online)

На рис. 2 приведены временные ряды хаотических огибающих высокочастотной и низкочастотной мод, полученные при наличии в системе внешнего воздействия $A_{ext} \neq 0$, неавтономный режим генерации). В качестве внешнего воздействия использовался шум, имеющий равномерный спектр в полосе частот $\Delta f = 7 \text{ МГц}$. Шум прибавлялся в разностную схему Рунге–Кутты четвертого порядка один раз за шаг схемы. При выбранной ширине полосы шума его характерный временной масштаб является меньше длительности релаксационных импульсов, генерируемых на высокочастотной моде в автономном режиме. Результаты, представленные на рис. 2, получены для различных значений интенсивности шума D_n . Интенсивность ограниченного по частоте шумового сигнала D_n



принималась равной спектральной плотности мощности нефильтрованного шумового сигнала.

Из результатов, представленных на рис. 2, а, следует, что хаотическая динамика неавтономной системы слабо отличается от хаотической динамики автономной системы (см. рис. 1) при $a_0(t - \tau) \gg A_{ext}(t)$. В этом случае вероятность появления временных интервалов с подавленной хаотической динамикой является относи-

тельно малой. С увеличением интенсивности шума количество временных интервалов с подавленной хаотической динамикой возрастает (см. рис. 2, б, в). В этом случае отчетливо наблюдаются два состояния: синхронное (с подавленной хаотической динамикой) и несинхронное (с развитой хаотической динамикой), которые характерны для «on – off» перемежаемости [27, 28]. На рис. 2, б характерная длительность

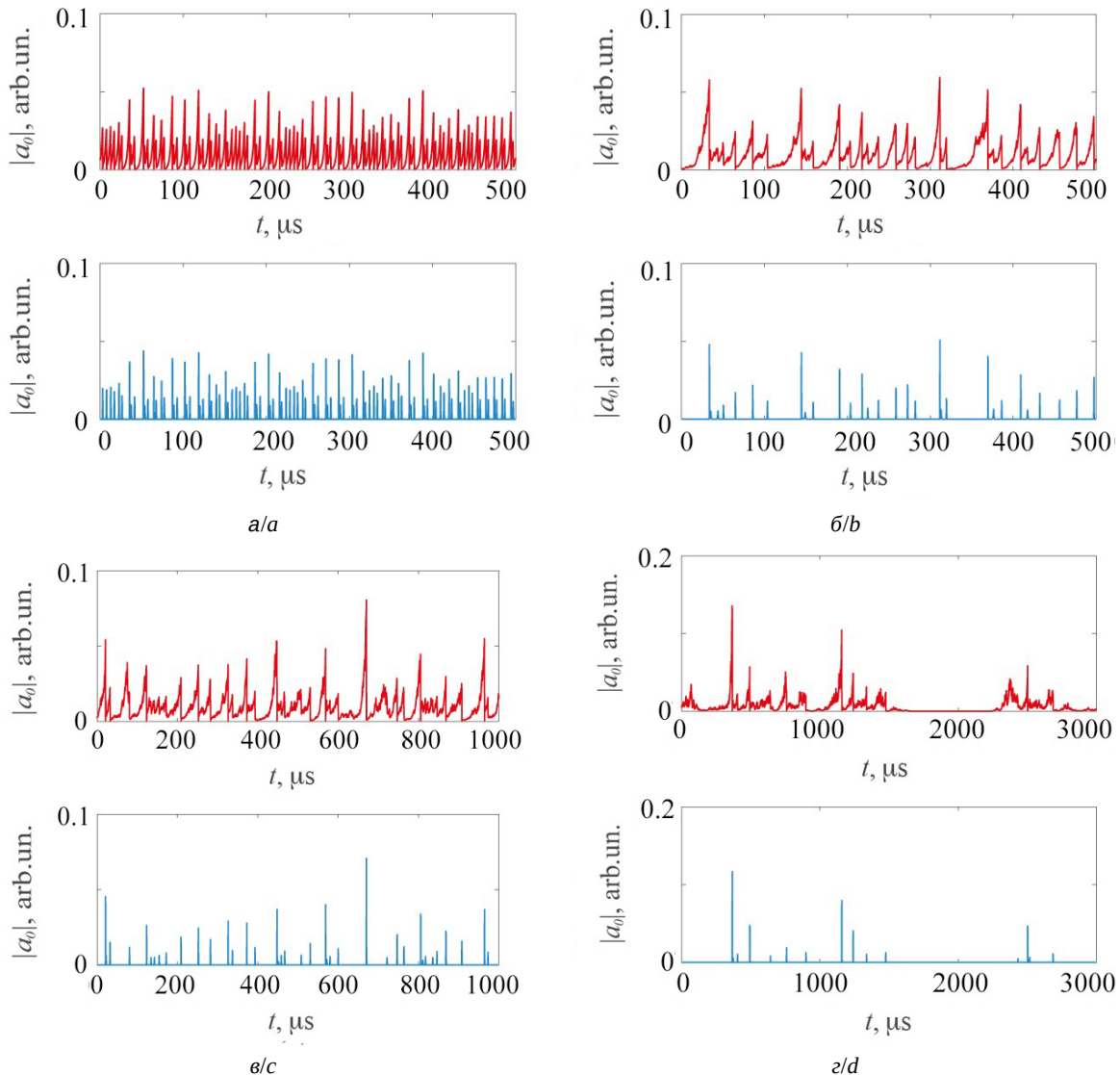


Рис. 2. Временные ряды модулей амплитуд высокочастотной моды (1-й и 3-й ряды) и низкочастотной моды (2-й и 4-й ряды), полученные при решении системы ОДУ (1) для нескольких значений интенсивности шума D_n : 0.0004 усл. ед. (а), 0.0162 усл. ед. (б), 0.0174 усл. ед. (в) и 0.0192 усл. ед. (г). Расчеты выполнены для следующих значений параметров системы: $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ мкс}^{-1}$, $\eta = 7 \text{ мкс}^{-1}$, $\nu = 7 \text{ мкс}^{-1}$, $\alpha = 5$, $c_0 = 1065 \text{ мкс}^{-1}$, $\omega_0 = 927 \text{ мкс}^{-1}$, $\delta = 0.2 \text{ МГц}$, $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ м/с}$, $d = 20 \text{ мкм}$, $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$, $\theta = 4^\circ$, $H_0 = 340 \text{ Э}$, $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$ и $\tau = 37 \text{ нс}$ (цвет онлайн)

Fig. 2. Time series of amplitude modules of a high frequency mode (1st and 3rd rows) and a low frequency mode (2nd and 4th rows) obtained on the base of the calculation of the ODE system (1) for several values of the noise signal intensity D_n : 0.0004 arb.un. (a), 0.0162 arb.un. (b), 0.0174 arb.un. (c) and 0.0192 arb.un. (d) The calculations are performed for the following values of system parameters: $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$, $\eta = 7 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$, $\nu = 7 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$, $\alpha = 5$, $c_0 = 1065 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$, $\omega_0 = 927 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$, $\delta = 0.2 \text{ MHz}$, $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, $d = 20 \text{ } \mu\text{m}$, $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$, $\theta = 4^\circ$, $H_0 = 340 \text{ Oe}$, $4\pi M_0 = 1750 \text{ G}$ and $\tau = 37 \text{ ns}$ (color online)

синхронных состояний $t_l \approx 5.6$ мкс является меньше характерной длительности несинхронных состояний $t_{ch} \approx 9.3$ мкс, а на рис. 2, в характерные длительности обоих состояний практически сравниваются по величине $t_l \approx 14.3$ мкс, $t_{ch} \approx 12.1$ мкс. При дальнейшем увеличении интенсивности внешнего шумового воздействия (см. рис. 2, з), когда $A_{ext}(t) \approx a_0(t - \tau)$, характерная длительность временных интервалов с синхронным состоянием $t_l \approx 210.2$ мкс становится гораздо больше характерной длительности временных интервалов с несинхронным состоянием $t_{ch} \approx 45$ мкс, что приводит к практически полному подавлению хаотической динамики системы.

На рис. 3, а представлена зависимость времени автокорреляции хаотической огибающей высокочастотной моды τ_{corr} от амплитуды шумового воздействия D_n , которое рассчитывалось как

$$\tau_{corr} = \int_0^T \rho_p(\tau_d) d\tau_d,$$

где $\rho_p(\tau_d) = \frac{\int_0^{T-\tau_d} (a_0(t) - \overline{a_0(t)}) (a_0(t - \tau_d) - \overline{a_0(t - \tau_d)}) dt}{\sigma^2}$ – линейный коэффициент Пирсона, $\overline{a_0(t)}$ – среднее значение амплитуды, σ – стандартное отклонение амплитуды $a_0(t)$ от ее среднего значения, T – длительность временной реализации, τ_d – временной сдвиг реализации относительно своего исходного состояния. Полученная зависимость $\tau_{corr}(D_n)$ имеет ярко выраженный резонансный характер, что свидетельствует о наличии в данной системе явления когерентного резонанса. Необходимо отметить, что в [13] явление когерентного резонанса наблюдалось при нарушении хаотической синхронизации двух связанных хаотических осцилляторов Лоренца внешним шумовым воздействием, что приводило к «on-off» перемежаемости синхронных и несинхронных состояний. В отличие от [13] модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича демонстрирует несинхронное хаотическое состояние в отсутствие внешнего шумового воздействия, а присутствие внешнего шумового воздействия, наоборот, приводит к появлению синхронных состояний через подавление хаоса.

На рис. 3, б в логарифмическом масштабе приведены результаты расчета распределения N длительностей ламинарных фаз t_l , которые соответствуют синхронному состоянию системы. Как известно, для перемежаемости типа «on-off» данное распределение должно иметь закон $N \sim t_l^{-3/2}$ [28]. Рассчитанное по модели распределение для интенсивности шума $D_n = 0.0174$

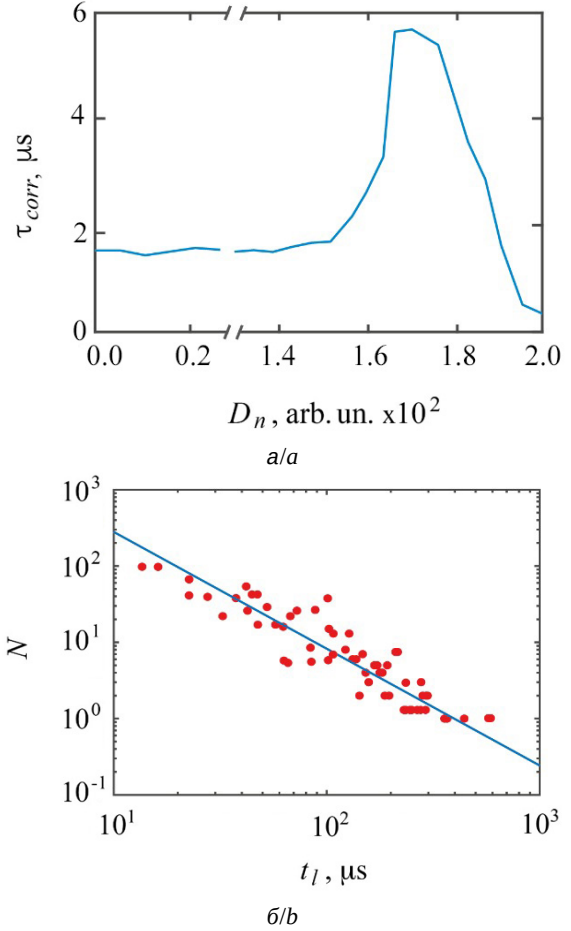


Рис. 3. Зависимость времени автокорреляции τ_{corr} хаотической высокочастотной моды от интенсивности внешнего шума D_n , рассчитанная для ширины полосы шума 7 МГц (а) и распределение длительности ламинарных фаз (кружки), полученное при интенсивности шума $D_n = 0.0174$ (б). Здесь прямая линия соответствует закону $N \sim t_l^{-3/2}$. Значения остальных параметров такие же, как на рис. 1 (цвет онлайн)

Fig. 3. Dependence of the autocorrelation time τ_{corr} on the noise signal intensity D_n calculated for a noise bandwidth of 7 MHz (a) and distribution of the duration of laminar phases obtained for the noise intensity $D_n = 0.0174$ (b). Here the straight line corresponds to the law $N \sim t_l^{-3/2}$. The values if the other parameters are the same as in Fig. 1 (color online)

имеет вид $N \sim t_l^{-1.47}$. Данный факт свидетельствует о том, что модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича под внешним шумовым воздействием работает в режиме перемежаемости типа «on-off».

Заключение

В работе на основе результатов численного моделирования продемонстрировано явление когерентного резонанса в подавляемой шумом



хаотической динамической системе, описываемой модифицированной моделью Вышкинд-Рабиновича. В данной модели внешнее воздействие в виде белого шума с ограниченной полосой частот осуществляет модуляцию нелинейного инкремента одной из трех параметрически взаимодействующих мод (высокочастотной моды).

Показано, что подавляемая шумом хаотическая динамическая система имеет два состояния: несинхронное, соответствующее развитой хаотической динамике системы, и синхронное, которое возникает за счет вынужденной синхронизации хаоса через его подавление внешним шумовым воздействием. Наличие таких чередующихся состояний приводят к «on-off» переменяемости, в которой, по аналогии с двумя связанными хаотическими осцилляторами [13], наблюдается явление когерентного резонанса.

В дальнейшем интерес представляет экспериментальное подтверждение явления когерентного резонанса в подавляемых шумом хаотических генераторах, работающих в условиях трехмодового параметрического распада, а также демонстрация возможности использования метода подавления хаоса, например, с помощью случайной последовательности бинарных импульсов, для резервуарных вычислений, поддерживающих концепцию «вычисления на краю хаоса» [29].

Список литературы

1. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences.* Cambridge : Cambridge University Press, 2001. Vol. 12. xx, 411 p. (Cambridge Nonlinear Science Series). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743>
2. *Pikovsky A., Kurths J. Coherence resonance in a noise driven excitable system* // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, № 5. P. 775–778. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.775>
3. *Lindner B., Schimansky-Geier L. Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, № 6. P. 7270–7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.7270>
4. *Lee S. G., Neiman A., Kim S. Coherence resonance in a Hodgkin-Huxley neuron* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, № 3. P. 3292–3297. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.3292>
5. *Zhou L. Q., Jia X., Ouyang Q. Experimental and numerical studies of noise-induced coherent patterns in a subexcitable system* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88, № 13. Art. 138301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.138301>
6. *Dubbeldam J. L. A., Krauskopf B., Lenstra D. Excitability and coherence resonance in lasers with saturable absorber* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, № 6. P. 6580–6588. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.6580>
7. *Hizanidis J., Balanov A. G., Amann A., Schöll E. Noise-induced front motion: Signature of a global bifurcation* // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96, № 24. Art. 244104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.244104>
8. *Han S. K., Yim T. G., Postnov D. E., Sosnovtseva O. V. Interacting coherence resonance oscillators* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83, № 9. P. 1771–1774. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.1771>
9. *Giacomelli G., Giudici M., Balle S., Tredicce J. R. Experimental evidence of coherence resonance in an optical system* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, № 15. P. 3298–3301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3298>
10. *Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Садовников С. А., Скороходов В. Н., Степанов А. О. Когерентный резонанс в клистронном автогенераторе на пороге самовозбуждения* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, № 22. С. 86–94.
11. *Palenzuela C., Toral R., Mirasso C. R., Calvo O., Gunton J. D. Coherence resonance in chaotic systems* // Europhys. Lett. 2001. Vol. 56, № 3. P. 347–353. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00526-5>
12. *Calvo O., Mirasso C. R., Toral R. Coherence resonance in chaotic electronic circuits* // Electron. Lett. 2001. Vol. 37, № 17. P. 1062–1063. <https://doi.org/10.1049/el:20010735>
13. *Liu Z., Lai Y.-C. Coherence resonance in coupled chaotic oscillators* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, № 21. P. 4737–4740. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4737>
14. *Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания.* Изд. 2-е, доп. М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 424 с.
15. *Анищенко В. С., Астахов В. В., Вадивасова Т. Е., Нейман А. Б., Стрелкова Г. И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах.* М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
16. *Гришин С. В., Никитов С. А., Романенко Д. В., Худоложкин В. О., Шараевский Ю. П. Генерация одиночных хаотических импульсов в кольцевой автоколебательной системе с ферромагнитной пленкой под внешним шумовым воздействием* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, № 7. С. 9–18.
17. *Демидов В. Е., Ковшиков Н. Г. Механизм возникновения и стохастизации автомодуляции интенсивных спиновых волн* // ЖТФ. 1999. Т. 69, № 8. С. 100–103.
18. *Кузнецов С. П., Тюрюкина Л. В. Сложная динамика и хаос в электронном автогенераторе с насыщением, обеспечиваемым параметрическим распадом* // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 1. С. 33–47. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-1-33-47>
19. *Тюрюкина Л. В. Параметрическое взаимодействие колебательных мод в присутствии квадратичной или кубической нелинейности* // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 1. С. 11–30. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003082>
20. *Комков П. С., Москаленко О. И., Гришин С. В. Генерация темных и светлых импульсов огибающей*



- в двунаправленно связанных параметрических осцилляторах Вышкинд – Рабиновича // Письма в ЖТФ. 2024. Т. 50, № 2. С. 32–35. <https://doi.org/10.61011/PJTf.2024.02.56981.19668>
21. Bir A. S., Grishin S. V., Grachev A. A., Moskalenko O. I., Pavlov A. N., Romanenko D. V., Skorokhodov V. N., Nikitov S. A. Direct electric current control of hyperchaotic packets of dissipative dark envelope solitons in a magnonic crystal active ring resonator // Phys. Rev. Appl. 2024. Vol. 21, № 4. Art. 044008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.21.044008>
 22. Вышкинд С. Я., Рабинович М. И. Механизм стохастизации фаз и структура волновой турбулентности в диссипативных средах // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 2. С. 557–571.
 23. Grishin S. V., Sharaevskii Yu. P., Nikitov S. A., Romanenko D. V. Generation of chaotic microwave pulses in ferromagnetic film ring oscillators under external influence // IEEE Trans. on Magnetics. 2013. Vol. 49, № 3. P. 1047–1054. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2228634>
 24. Патент № 2349027 (РФ). МПК H03K3/84. Способ генерации хаотических радиоимпульсов большой мощности для прямохаотических систем связи : заявл. 25.07.2007 : опубл. 10.03.2009 / Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Скороходов В. Н. ; патентообладатель Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского. URL: <https://www.freepatent.ru/patents/2349027> (дата обращения: 27.06.2025).
 25. Гришин С. В., Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Манышев Р. А., Скороходов В. Н. Генерация хаотических СВЧ импульсов в широкополосных спин-волновых и вакуумных генераторах хаоса под внешним периодическим воздействием // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 5. С. 137–155. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-5-137-155>
 26. Никитин Н. Н., Первачев С. В., Разевиг В. Д. О решении на ЦВМ стохастических дифференциальных уравнений следящих систем // Автоматика и телемеханика. 1975. № 4. С. 133–137.
 27. Hammer P., Platt N., Hammel D., Heagy J., Lee B. Experimental observation of on-off intermittency // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73, № 8. P. 1095–1098. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.1095>
 28. Heagy J. F., Platt N., Hammel S. M. Characterization of on-off intermittency // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, № 2. P. 1140–1150. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.1140>
 29. Legenstein R., Maass W. Edge of chaos and prediction of computational performance for neural circuit models // Neural Netw. 2007. Vol. 20, iss. 3. P. 323–334. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2007.04.017>
 30. Pikovsky A., Kurths J. Coherence resonance in a noise driven excitable system. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, no. 5, pp. 775–778. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.775>
 31. Lindner B., Schimansky-Geier L. Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, no. 6, pp. 7270–7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.7270>
 32. Lee S. G., Neiman A., Kim S. Coherence resonance in a Hodgkin-Huxley neuron. *Phys. Rev. E*, 1998, vol. 57, no. 3, pp. 3292–3297. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.3292>
 33. Zhou L. Q., Jia X., Ouyang Q. Experimental and numerical studies of noise-induced coherent patterns in a subexcitable system. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 88, no. 13, art. 138301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.138301>
 34. Dubbeldam J. L. A., Krauskopf B., Lenstra D. Excitability and coherence resonance in lasers with saturable absorber. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, no. 6. pp. 6580–6588. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.6580>
 35. Hizanidis J., Balanov A. G., Amann A., Schöll E. Noise-induced front motion: Signature of a global bifurcation. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 96, no. 24, art. 244104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.244104>
 36. Han S. K., Yim T. G., Postnov D. E., Sosnovtseva O. V. Interacting coherence resonance oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, vol. 83, no. 9, pp. 1771–1774. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.1771>
 37. Giacomelli G., Giudici M., Balle S., Tredicce J. R. Experimental evidence of coherence resonance in an optical system. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, no. 15, pp. 3298–3301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3298>
 38. Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Sadovnikov S. A., Skorokhodov V. N., Stepanov A. O. Coherent resonance in klystron oscillator at self-excitation threshold. *Tech. Phys. Lett.*, 2011, vol. 37, no. 11, pp. 1082–1085. <https://doi.org/10.1134/S106378501110216>
 39. Palenzuela C., Toral R., Mirasso C. R., Calvo O., Gunton J. D. Coherence resonance in chaotic systems. *Europhys. Lett.*, 2001, vol. 56, no. 3, pp. 347–353. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00526-5>
 40. Calvo O., Mirasso C. R., Toral R. Coherence resonance in chaotic electronic circuits. *Electron. Lett.*, 2001, vol. 37, no. 17, pp. 1062–1063. <https://doi.org/10.1049/el:20010735>
 41. Liu Z., Lai Y.-C. Coherence resonance in coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, no. 21, pp. 4737–4740. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4737>
 42. Neymark Yu. I., Landa P. S. *Stokhasticheskie i khaoticheskie kolebaniya* [Stochastic and chaotic oscillations. 2nd ed., suppl.]. Moscow, Knizhnyy dom “LIBROKOM”, 2009. 424 p. (in Russian).
 43. Anishchenko V. V., Astakhov V. V., Neiman A. B., Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Schimansky-Geier L. *Nelinejnye efekty v khaoticheskikh i stokhasticheskikh sistemakh* [Nonlinear effects in chaotic and stochastic systems]. Moscow, Knizhnyy dom “LIBROKOM”, 2009. 424 p. (in Russian).

References

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge Nonlinear Science Series. Cambridge, Cambridge University Press, 2001, vol. 12. xx+411 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743>



- tic systems]. Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2003. 544 p. (in Russian).
16. Grishin S. V., Nikitov S. A., Romanenko D. V., Khudolozhkin V. O., Sharaevskii Yu. P. Generation of single chaotic microwave pulses in a self-oscillating ring system with ferromagnetic film under the action of external noise. *Tech. Phys. Lett.*, 2013, vol. 39, no. 4, pp. 321–324. <https://doi.org/10.1134/S1063785013040056>
 17. Demidov V. E., Kovshikov N. G. Mechanism for the appearance and randomization of the self-modulation of high-intensity spin waves, *Tech. Phys.*, 1999, vol. 44, iss. 8, pp. 960–963. <https://doi.org/10.1134/1.1259413>
 18. Kuznetsov S. P., Turukina L. V. Complex dynamics and chaos in electronic self-oscillator with saturation mechanism provided by parametric decay. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 33–47. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-1-33-47>
 19. Turukina L. V. Parametric interaction of modes in the presence of quadratic or cubic nonlinearity. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 32, no. 1, pp. 11–30. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003082>
 20. Komkov P. S., Moskalenko O. I., Grishin S. V. Self-Generation of dark and bright envelope pulses in bidirectionally coupled Vyshkind-Rabinovich parametric oscillators. *Tech. Phys. Lett.*, 2024, vol. 50, no. 1, pp. 70–73. <https://doi.org/10.61011/TPL.2024.01.57840.19668>
 21. Bir A. S., Grishin S. V., Grachev A. A., Moskalenko O. I., Pavlov A. N., Romanenko D. V., Skorokhodov V. N., Nikitov S. A. Direct electric current control of hyperchaotic packets of dissipative dark envelope solitons in a magnonic crystal active ring resonator. *Phys. Rev. Appl.*, 2024, vol. 21, no. 4, art. 044008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.21.044008>
 22. Vyshkind S. Ya., Rabinovich M. I. The phase stochasticization mechanism and the structure of wave turbulence in dissipative media. *JETP*, 1976, vol. 44, no. 2, pp. 292–299.
 23. Grishin S. V., Sharaevskii Yu. P., Nikitov S. A., Romanenko D. V. Generation of chaotic microwave pulses in ferromagnetic film ring oscillators under external influence. *IEEE Trans. on Magnetism*, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 1047–1054. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2228634>
 24. RF Patent No. 2349027 IPC H03K3/84. Method for generating high-power chaotic radio pulses for direct chaotic communication systems. Declared July 25, 2007, published March 10, 2009. Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Skorokhodov V. N. Patent Holder : Saratov State University. Available at: <https://www.freepatent.ru/patents/2349027> (accessed June 27, 2025).
 25. Grishin S. V., Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Manyshchev R. A., Skorokhodov V. N. Chaotic microwave pulse generation in wideband spin-wave and vacuum oscillators of chaos under external periodical influence. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 20, no. 5, pp. 137–155. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-5-137-155>
 26. Nikitin N. N., Pervachev S. V., Razevig V. D. On computer solution of stochastic differential equations for flow-up systems. *Avtomatika i telemekhanika*, 1975, no. 4, pp. 133–137 (in Russian).
 27. Hammer P., Platt N., Hammel D., Heagy J., Lee B. Experimental observation of on-off intermittency. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 73, no. 8, pp. 1095–1098. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.1095>
 28. Heagy J. F., Platt N., Hammel S. M. Characterization of on-off intermittency *Phys. Rev. E*, 1994, vol. 49, no. 2, pp. 1140–1150. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.1140>
 29. Legenstein R., Maass W. Edge of chaos and prediction of computational performance for neural circuit models. *Neural Netw.*, 2007, vol. 20, iss. 3, pp. 323–334. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2007.04.017>

Поступила в редакцию 22.11.2024; одобрена после рецензирования 09.05.2025; принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 22.11.2024; approved after reviewing 09.05.2025; accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025