



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 377–385

Izvestiya of Saratov University. Physics, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 377–385

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDMKA

Научная статья
УДК 530.145.1



Динамика квантового перехода частицы в потенциальной яме

В. И. Цой

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Цой Валерий Иванович, кандидат физико-математических наук, tsoyvi@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

Аннотация. Квантовый переход между стационарными состояниями частицы в потенциальной яме содержит два акта. Сначала под действием возмущения происходит эволюционный выход из исходного состояния (моды) в суперпозиционные состояния с амплитудами вероятности пребывания в других модах. После прекращения возмущения возможна редукция под действием классического измерительного прибора к конечному стационарному состоянию. Редукция обычно считается мгновенной и происходит с вероятностью, определяемой проекционным постулатом. В статье рассмотрена более полная модель переходов, включающая динамическую редукцию.

Ключевые слова: квантовые переходы, динамическая редукция, динамика квантового перехода, проективный постулат, кубиты на квантовой яме

Для цитирования: Цой В. И. Динамика квантового перехода частицы в потенциальной яме // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 377–385. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDMKA

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Dynamics of quantum transition of a particle in a potential well

V. I. Tsoy

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Valery I. Tsoy, tsoyvi@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

Abstract. Background and Objectives: Usually the quantum transition from the stationary state to another stationary state is considered instantaneous. The quantum transition consists of a perturbation of the initial state and a reduction to the final state. Therefore, an instantaneous change in the particle localization corresponding to the transition from one wave function to another at superluminal speed is unacceptable. Also, a wave train of radiation, if it occurs during the transition, cannot arise instantly. This article proposes a dynamical model of quantum transition in which the reduction to the final state occurs dynamically but not instantly. **Methods:** The probability amplitudes of the modes in the intermediate state arising from the initial stationary state were determined by solving a system of differential-algebraic equations. The reduction of the intermediate state to the final mode was simulated by piecewise continuous evolution with periodic zeroing of the imaginary part of the wave function. **Conclusion:** This model has been applied to a particle in a potential well with negative energy. The potential is chosen as the square of the hyperbolic cosecant. Such a three-level well contains two qubits. The time scale of reduction to stationary states of these qubits is hundreds of periods corresponding to the Bohr frequencies of transitions. So the quantum transition is a process with a dynamical perturbation of the initial state and a dynamical reduction to the final state.

Keywords: quantum transitions, dynamic reduction, dynamics of the quantum transition, projection postulate, qubits in the quantum well

For citation: Tsoy V. I. Dynamics of quantum transition of a particle in a potential well. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 377–385 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDMKA

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Согласно теории возмущений в квантовой механике переход между стационарными состояниями (модами) частицы в потенциальной яме инициируется суперпозиционным состояни-

ем мод, возникающим из исходного состояния под действием возмущения. При этом коэффициенты суперпозиции являются комплексными амплитудами вероятностей, непрерывно меняющимися во времени в согласии с уравнением Шрёдин-



гера [1–4]. Этот ненаблюдаемый процесс после окончания возмущения оставляет объект в суперпозиционном состоянии, которое может редуцировать к наблюдаемому конечному состоянию с вероятностью, определяемой проекционным постулатом [1, 5, 6]. Для редукции требуется взаимодействие с классическим прибором и обмен энергией с ним, чем обеспечивается возможность регистрации перехода.

Следует отметить высказанное в книге [4, с. 223] мнение о том, что переход совершается не скачком, а разыгрывается во времени, так как вероятность перехода определяется характером возмущения и его зависимостью от времени.

Редукцию также нельзя считать мгновенной. Представление о мгновенной редукции вносит некоторые неясности в картину перехода. Поскольку в результате перехода совершается обмен квантом энергии с классическим окружением, в этом обмене участвует редукция. Если квант энергии перехода уходит на излучение, то в рамках полуклассической теории должен образоваться волновой цуг на боровской частоте перехода с энергией, равной кванту энергии, притом со случайной длиной, среднее значение которой соответствует объему когерентности такого фотона-пакета [7]. Но протяженный волновой цуг не может возникнуть мгновенно. Заметим, что на противоречие между представлением о мгновенном скачке между состояниями и излучением при этом волнового цуга давно обращал внимание Э. Шрёдингер [8, с. 264].

Если принять ту точку зрения, что квантовая механика применима ко всем объектам, включая приборы и наблюдателя, то получение классического результата квантового измерения с мгновенным скачком может парадоксально переноситься на самый конец измерительной цепочки – сознание наблюдателя [5, 6, 9].

Заметим, что В. Гейзенберг, по свидетельству М. Борна, пришел к отказу от наблюдаемости атомарных орбит, в том числе из релятивистских соображений [10]. С этой точки зрения мгновенная редукция, поскольку она должна сопровождаться изменением области локализации частицы со сверхсветовой скоростью, невозможна.

Подобные неясности в картине квантового перехода устраняются, если принять, что редукция, как и переход в целом, происходит в некотором, пусть малом, масштабе времени. В настоящей статье рассмотрена модель квантового перехода между стационарными состояниями с динамической редукцией.

1. Исследуемая квантовая система

Состояния частицы описываются в картине Шрёдингера на основе спектра энергий и волновых функций стационарных состояний в заданном потенциальном поле. Для контроля над уровнем возмущений, приводящих к переходам между модами, полезно также знать эффективные размеры областей пространственной локализации – ширины мод. Учитывая эти аспекты, рассмотрим одномерную частицу в потенциальной яме конечной глубины $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$, показанной на рис. 1. Глубина ямы $U_0 = 3.5$, ширина ямы $\alpha = 1$. При этих параметрах остается только три дискретных уровня отрицательной энергии, что максимально упрощает вычисления и картину переходов, не сводя в то же время задачу к случаю единственного перехода между двумя дискретными уровнями.

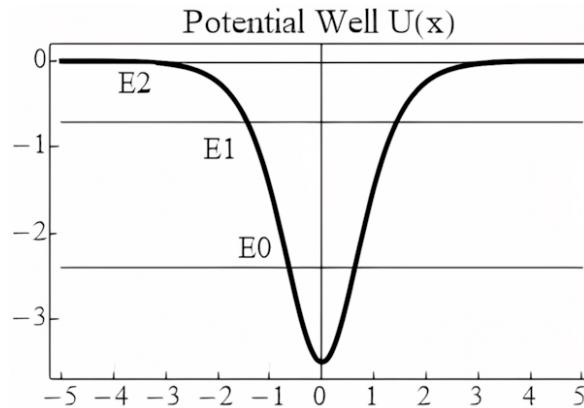


Рис. 1. Дискретный спектр энергий в потенциальной яме $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$, $U_0 = 3.5$, $\alpha = 1$

Fig. 1. Discrete spectrum of energies in the potential well $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$, $U_0 = 3.5$, $\alpha = 1$

Вычисление энергии стационарных состояний и вещественных модовых волновых функций выполним на основе решения, приведенного в томе [2]. Энергия определяется выражением:

$$E_n = -\frac{\hbar^2 \alpha^2}{8m} \left[-(1+2n) + \sqrt{1 + \frac{8mU_0}{\hbar^2 \alpha^2}} \right]^2, n = 0, 1, 2 \dots \quad (1)$$

Модовые волновые функции даются формулой:

$$\Psi_n(x) = A (1 - \xi^2)^{\frac{\epsilon}{2}} F \left[\epsilon - s, \epsilon + s + 1, \epsilon + 1, \frac{(1 - \xi)}{2} \right], \quad (2)$$

где A – нормирующий множитель, $\xi = \tanh \alpha x$, $F[\alpha, \beta, \gamma, z]$ – гипергеометрическая функция, $\epsilon = \frac{\sqrt{-2mE_n}}{\hbar\alpha}$, $s = \left(\frac{1}{2}\right) \left(-1 + \sqrt{\frac{1+8mU_0}{\hbar^2 \alpha^2}}\right)$.

Вычисленные по формулам (1), (2) модовые функции и квадраты их модулей (плотности



вероятности) показаны на рис. 2. При вычислениях использовалась атомная система единиц $\hbar = m = 1$.

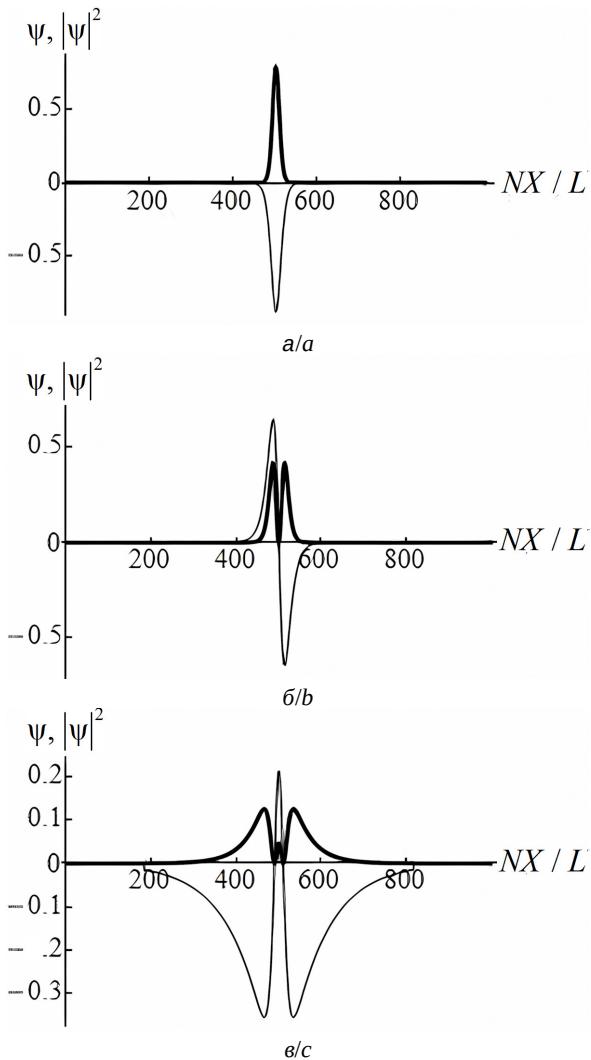


Рис. 2. Волновые функции мод (тонкие линии) и плотности вероятности (жирные линии), интерполированные по узлам расчетной сетки. Число узлов $N = 1000$. Длина расчетной области $L = 60$. Ширина *width* каждой моды дана числом узлов с графической точностью: мода 0, *width* ~ 100 (а); мода 1, *width* ~ 200 (б); мода 2, *width* ~ 800 (в)

Fig. 2. Wave functions of modes (thin lines), the probability densities (thick lines) interpolated by the nodes of the computational grid. The number of nodes is $N = 1000$. The calculation domain length is $L = 60$. Mode widths are given by the number of nodes with a graphical precision: mode 0, *width* ~ 100 (a); mode 1, *width* ~ 200 (b); – mode 2, *width* ~ 800 (c)

Если добавить к потенциальной функции $U(x)$ постоянную величину $U' = \text{const}$, то модовые функции останутся неизменными, а энергетические уровни сдвинутся на U' . Это прямо

следует из вида стационарного уравнения Шредингера при таком преобразовании:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + ((U(x) + U') - E')\psi &= \\ = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + (U(x) - (E' - U'))\psi &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате собственные частоты $\omega_n = E_n/\hbar$ в фазовых множителях стационарных волновых функций $\psi_n(x) \exp(-i\omega_n t)$ изменяются, т. е. в картине Шредингера квантовая система и ее динамика становятся несколько другими, подчиняясь нестационарному уравнению с другой потенциальной функцией. Это хорошо видно из сопоставления состояний частицы в яме с отрицательной энергией (отрицательными собственными частотами) и состояний в яме, поднятой по энергии так, что уровни энергии (собственные частоты) становятся положительными, не меняя своего взаимного расположения. При переходе к более высоким уровням положительной энергии частоты возрастают, а периоды уменьшаются, в то время как при переходе к более высоким уровням отрицательной энергии модули частот уменьшаются, а периоды возрастают. Следовательно, пропорциональность между энергией и частотой будет соблюдена только в случаях, когда спектр энергий состоит из величин одного и того же знака.

2. Возмущение исходного стационарного состояния

В теории возмущений установлено, что для перехода из стационарного состояния частицы ψ_n в состояние ψ_m необходимо подвергнуть ее такому воздействию, чтобы образовалась суперпозиция $\Psi = \sum_k C_k \psi_k$ состояний ψ_k , среди которых присутствует ψ_m . Запишем нестационарное уравнение Шредингера нашей одномерной задачи в виде:

$$i\hbar \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) + (U(x) + V(x, t)) \Psi, \quad (4)$$

где $V(x, t)$ – потенциал возмущения. Эквивалентная уравнению Шредингера (4) система уравнений для амплитуд вероятностей C_m перехода в состояние m имеет вид [2–4]:

$$i\hbar \left(\frac{\partial C_m}{\partial t} \right) = \sum_k V_{mk}(t) \exp(i\omega_{mk}t) C_k(t), \quad \sum_k |C_k(t)|^2 = 1, \quad (5)$$

где $V_{mk}(t) = \int \psi_m^*(x) V(x, t) \psi_k(x) dx$ – матричный элемент перехода в состояние ψ_m , $\omega_{mk} = (E_m - E_k)/\hbar$ – боровская частота. Если ограничить энергию возмущения $V(x, t)$ частицы внутри

потенциальной ямы $U(x) < 0$ так, чтобы не происходило переходов в область непрерывного спектра энергий $E > 0$, уравнения (5) можно решать численно, не прибегая к приближениям теории возмущений.

Рассмотрим дипольное гармоническое возмущение с энергией взаимодействия в виде $V(x,t) = qx \cos \omega t$, где q – амплитуда силы, действующей на заряженную частицу в яме, ω – частота. Полагая $\omega = 0$, можно рассматривать также стационарные возмущения.

На рис. 3 представлены некоторые результаты численного решения системы дифференциально-алгебраических уравнений (5) с помо-

щью процедур NDSolve компьютерной системы Mathematica. Сила возмущения q назначалась (кроме случая 3, г) с учетом приблизительной оценки значений, при которых маловероятны переходы в состояния с непрерывным спектром энергии:

$$q < \frac{\min(|E_m|, |E_n|)}{\max(w_m/2, w_n/2)}, \quad (6)$$

где w_n – эффективная ширина протяженности моды, определяемая параметром *width* (см. рис. 2).

Цепочка изображений *a*, *b*, *c* на рис. 3 показывает, что при резонансных возмущениях на частотах $\omega = \omega_{01}$ и $\omega = \omega_{21}$ между уровнями (E_0, E_1) и (E_2, E_1) возникают осцилляции

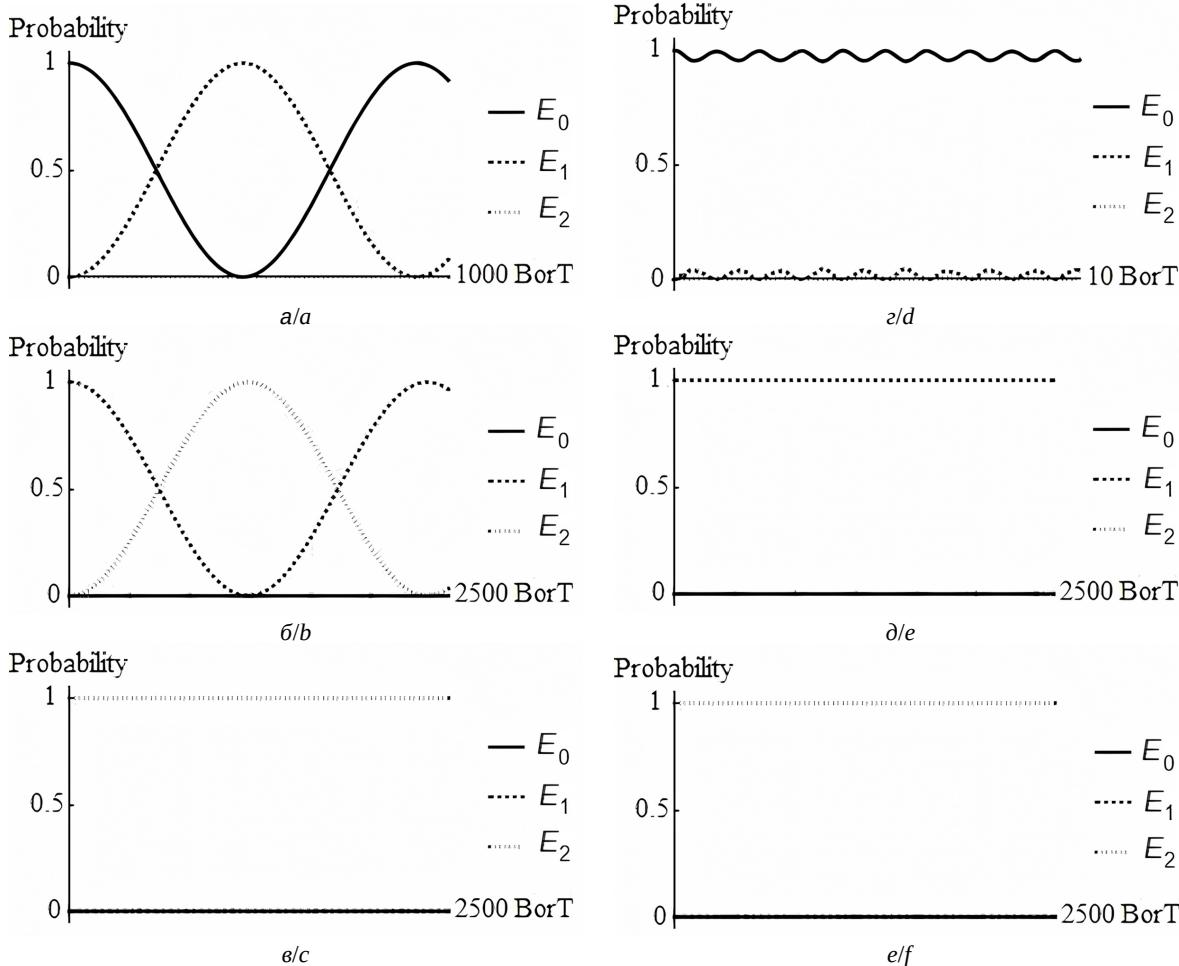


Рис. 3. Вероятности присутствия мод с энергиями E_0, E_1, E_2 . Время на оси абсцисс отложено в единицах периодов, соответствующих боровским частотам: резонансное инициирование перехода $0 \rightarrow 1$, сила возмущения $q = 0.0035$ (а); резонансное инициирование перехода $1 \rightarrow 2$, $q = 0.00035$ (б); резонансное индицирование перехода $2 \rightarrow 0$, $q = 0.00035$ (в); стационарное возмущение моды 0, $q = 0.35$ (г); стационарное возмущение моды 1, $q = 0.00035$ (д); стационарное возмущение моды 2, $q = 0.00035$ (е).

Fig. 3. Probabilities of modes E_0, E_1, E_2 . Time on the abscissa is plotted in units of periods corresponding to Bohr frequencies, resonant initiation of transition $0 \rightarrow 1$, force of disturbance $q = 0.0035$ (a); resonant initiation of transition $1 \rightarrow 2$, $q = 0.00035$ (b); resonant initiation of transition $2 \rightarrow 0$, $q = 0.00035$ (c); stationary disturbance of mode 0, $q = 0.35$ (d); stationary disturbance of mode 1, $q = 0.00035$ (e); stationary disturbance of mode 2, $q = 0.00035$ (f).



Раби [11]. На языке кубитов это означает, что в рассматриваемой трехуровневой схеме имеется два кубита. В то же время на частоте $\omega = \omega_{02}$ вероятность исходного состояния остается равной единице, несмотря на возмущение, то есть переход не инициируется (запрещен). Такую картину можно связать с особенностями матричных элементов дипольного перехода между модами, показанными на рис. 2. Согласно вычислениям, эти элементы образуют матрицу вида:

$$[[V_{mk}]] = \begin{bmatrix} 0 & V_{01} & 0 \\ V_{01} & 0 & V_{12} \\ 0 & V_{12} & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Так как $V_{02} = 0$, то переход 0–2 запрещен, и кроме того, переходы 0–1, 1–2 не влияют друг на друга.

Сравнение цепочек (а, б, в) и (г, д, е) на рис. 3 подтверждает очевидную констатацию, что при нерезонансном стационарном возмущении приложенная сила должна быть существенно больше, чем в случае резонансного воздействия. При стационарном возмущении могут возникнуть осцилляции вероятности, но с неполной амплитудой и с частотой порядка боровской частоты $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$, в отличие от частоты Раби $\Omega = \frac{|V_{mn}|}{\hbar}$ при резонанском возмущении.

После окончания возмущения квантовая система может оказаться в новом стационарном состоянии, если в момент окончания вероятность этого состояния равна единице. На графиках изменения во времени вероятностей такие события случаются, но редко, и обычно возмущение оставляет после себя суперпозицию мод, которую затем могут нарушить декогеренция от чистой суперпозиции к смешанному состоянию и (или) редукция к одной моде в результате взаимодействия с классическим окружением [9].

3. Редукция к конечному стационарному состоянию

Стационарные состояния характеризуются определенной энергией, что позволяет по измерениям выделенной или поглощенной энергии ориентироваться, между какими из этих состояний произошел переход. Модовые функции стационарных состояний вещественны, и предположительно процесс редукции должен заключать в себе выделение действительной части редуцируемой функции. Такое предположение оправдано тем, что действительная и мнимая части волновой функции $\psi = \psi^r + i\psi^i$ сходным образом преобразуются друг через друга. Это хорошо видно, если

уравнение Шрёдингера записать в виде системы двух вещественных уравнений [12]:

$$\frac{\partial \Psi^r}{\partial t} = \left(\frac{1}{\hbar} \right) H \Psi^i, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial \Psi^i}{\partial t} = - \left(\frac{1}{\hbar} \right) H \Psi^r, \quad (8b)$$

которые в случае не зависящего явно от времени гамильтониана H приводятся к одному и тому же для Ψ^r и Ψ^i дифференциальному уравнению второго порядка по времени и четвертого порядка по координатам:

$$\frac{\partial^2 \Psi^{r,i}}{\partial t^2} = - \left(\frac{1}{\hbar^2} \right) H^2 \Psi^{r,i}. \quad (9)$$

Таким образом, есть основание предполагать, что каждая из действительной и мнимой частей волновой функции несет в себе с течением времени значимую информацию об описываемом состоянии.

В работе [13] на примерах с положительной потенциальной функцией показано, что при циклическом обнулении мнимой части волновой функции в резонанс с собственной частотой одной из мод происходит редукция к этой моде, путем периодически прерываемой таким способом эволюции, совершающейся соответственно уравнению Шрёдингера. Классический прибор может выбирать лишь между стационарными состояниями с классическими вероятностями, в смешанном состоянии мод. Поэтому естественно считать, что редукция начинается с преобразования комплексных амплитуд вероятности в их вещественные модули (хотя и без этого циклическое обнуление вещественной части, либо мнимой части волновой функции приводит к ее редукции).

Очевидной причиной выживания единственной моды при периодическом овеществлении является превращение модовых вещественных функций остальных мод в комплексные функции, с убывающей действительной частью. Поэтому на каждом цикле должно происходить отличное от 2π , но заметное изменение фаз этих остальных мод. Если собственный период времени выживающей моды оказывается для этого недостаточным, овеществление редуцируемой функции может совершаться с интервалом в несколько периодов, т. е. на субгармонической частоте выживающего состояния.

Таким образом, в предположении, что взаимодействие с классическим объектом вероятностно приведет к периодическому резонансному



прерыванию эволюции волновой функции с обнулением ее мнимой части, можно ожидать динамическую редукцию к этому состоянию, т. е. динамическое завершение квантового перехода.

В данной работе решение уравнения Шрёдингера для определения изменений волновой функции между актами обнуления ее мнимой части производилось численно по схеме Кранка – Николсона, как и в статье [13]. Результаты моделирования динамической редукции после

гармонических возмущений на резонансных частотах в каналах 0–1 и 1–2 (см. рис. 3, а, б, в) представлены на рис. 4 и 5. В обоих случаях полагалось овеществление волновой функции с частотой, равной собственной частоте конечного состояния. Расчеты показали, что за время редукции возбужденного состояния к конечно-му стационарному состоянию могли совершаться сотни колебаний на боровской частоте. Вещественные части и квадраты модулей волновой

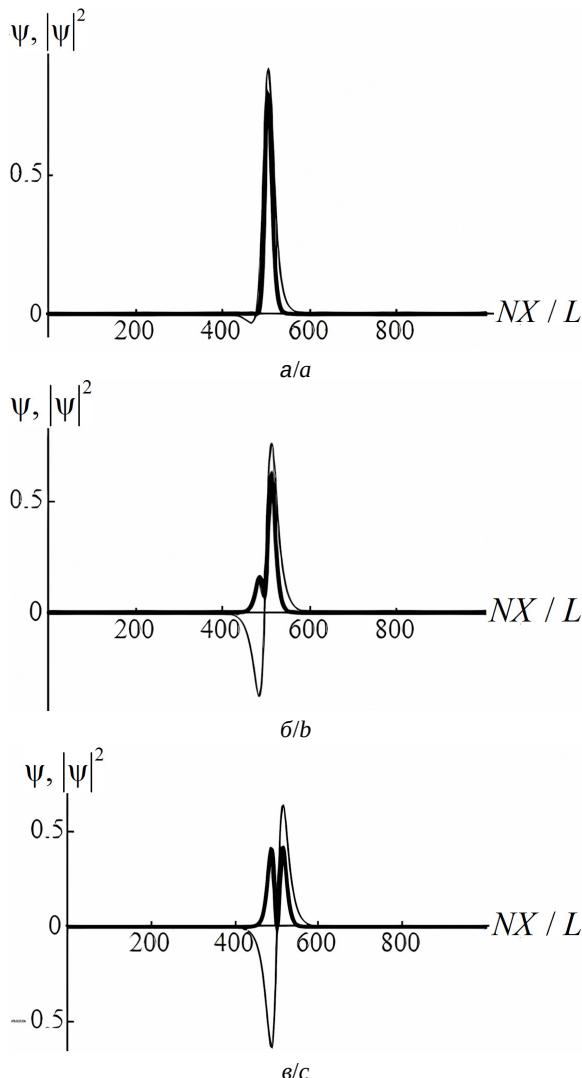


Рис. 4. Редукция в конечное состояние после возбуждения в резонанс перехода от моды 0 к моде 1: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения $q = 0.0035$ (а); текущее состояние во время редукции после 19 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 1 состояние после 61 боровского цикла (в)

Fig. 4. Reduction to a final state after resonant excitation of the transition from mode 0 to mode 1: disturbed state before reduction, disturbing force $q = 0.0035$ (a); current state during reduction after 19 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 1 state after 61 Bohr cycles (c)

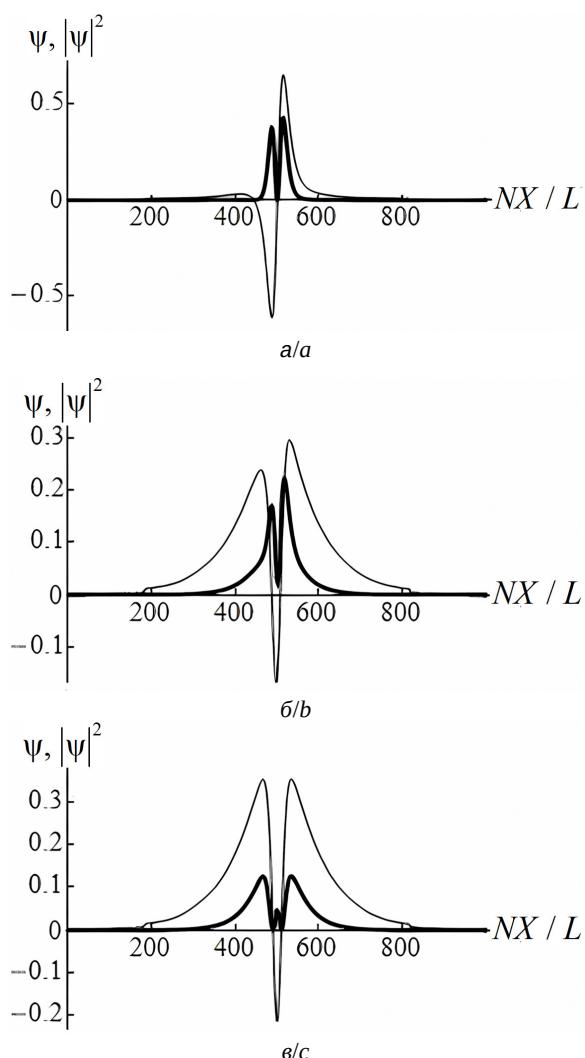


Рис. 5. Редукция в конечное состояние после возбуждения в резонанс перехода от моды 1 к моде 2: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения $q = 0.00035$ (а); текущее состояние во время редукции после 74 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 2 состояние после 224 боровских цикла (в)

Fig. 5. Reduction to a final state after resonant excitation of the transition from mode 1 to mode 2: disturbed state before reduction, disturbing force $q = 0.00035$ (a); current state during reduction after 74 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 2 state after 224 Bohr cycles (c)



функции даны в моменты времени в единицах периода, соответствующего боровской частоте. Пространственные параметры L, N те же, что на рис. 2.

На рис. 6 представлена редукция к моде $n = 1$ из состояния после стационарного возмущения моды $n = 0$ с силой $q = 0.105$ в течение 1000 боровских циклов, хотя на рис. 3 показано возмущение с силой $q = 0.35$ в течение 10 боровских циклов. Это сделано потому,

что последнее значение q в три раза превышает оценочную верхнюю границу (6), но зато при этом явно выявляются осцилляции вероятностей мод, тогда как при первом значении q эти осцилляции слишком малы, чтобы проявиться на рисунке в выбранном масштабе. Овеществление волновой функции полагалось на пятой субгармонике собственной частоты конечной моды $n = 1$.

То, что время возмущения на первом этапе перехода приводит к изменению соотношения между вероятностями мод, влияет на последующую редукцию и затрачиваемое на нее время. Кроме того, овеществление с периодом, кратным основному собственному периоду, может заметно увеличивать время редукции, как показывают вычисления. Поэтому время редукции нельзя считать жестко определенной величиной.

Заключение

После установления М. Борном, П. Дираком и Дж. фон Нейманом основ теории квантовых измерений эта теория получила развитие не только в части математического формализма и решения вопросов разрешающей способности [9, 14, 15], но и в переосмыслиннии самих основ. Сформировались такие различительные понятия квантовых измерений, как селективное и неселективное измерение, декогеренция, ортогональное и неортогональное измерение, четкое и нечеткое измерение, сильное и слабое измерение, прямое и косвенное измерение, возмущающее и невозмущающее измерение, непрерывное измерение, квантовая томография, а также выяснилось, что на понимание квантовых измерений существенно влияют интерпретации квантовой механики [6, 9, 15, 16].

Одним из трудных моментов в теории квантовых измерений остается вызываемая взаимодействием с прибором редукция к стационарному состоянию. Эта вызвано тем, что редукцию трудно описать иначе, чем феноменологически [9, 17].

В статье принята модель динамической редукции к стационарному состоянию путем кусочно-непрерывной эволюции волновой функции. Прерывание эволюции (по уравнению Шрёдингера) полагается периодическим, с обнулением мнимой части волновой функции через промежутки времени, кратные собственному периоду финального стационарного состояния. Вычисления показали пригодность принятой модели для частицы в неглубокой квантовой яме

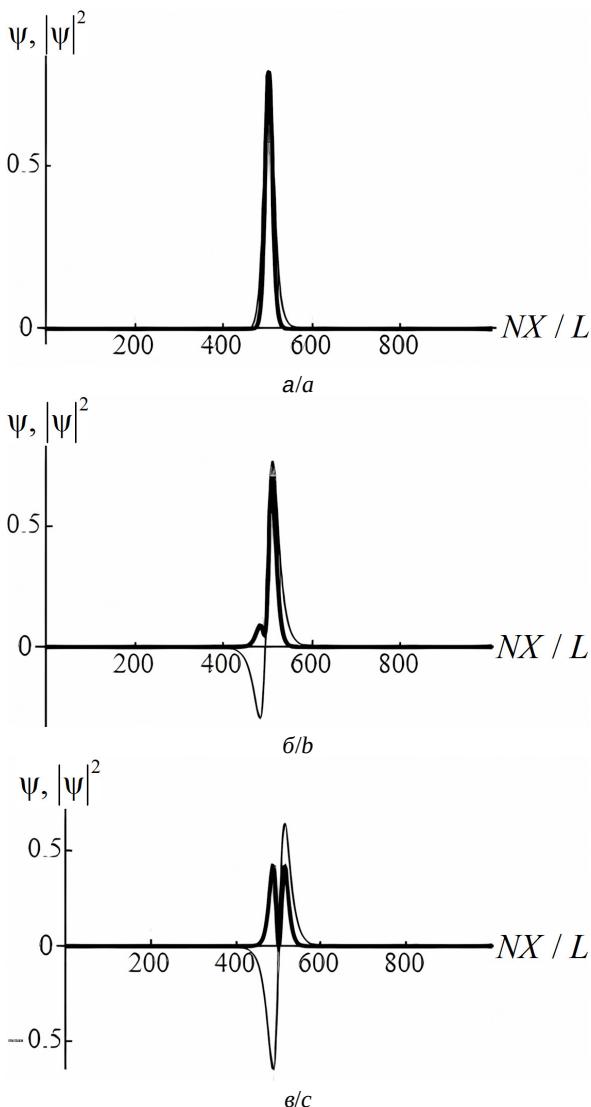


Рис. 6. Редукция в конечное состояние после стационарного возбуждения перехода от моды 0 к моде 1: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения $q = 0.105$ (а); текущее состояние во время редукции после 166 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 1 состояние после 464 боровских циклов (в)

Fig. 6. Reduction to a final state after steady-state excitation of the transition from mode 0 to mode 1: disturbed state before reduction, disturbing force $q = 0.105$ (a); current state during reduction after 166 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 1 state after 464 Bohr cycles (c)

с отрицательной энергией и отрицательными собственными частотами. В рассмотренных случаях масштаб времени редукции составил сотни периодов, соответствующих боровской частоте перехода.

Подчеркнем, что в квантовом переходе между стационарными состояниями динамика выхода из исходного состояния управляет гамильтонианом с учетом потенциала возмущения, а динамика редукции к финальному состоянию гамильтонианом невозмущенного состояния. Следовательно, время перехода от одного уровня энергии к другому складывается из времени возмущения исходного состояния и времени редукции к финальному состоянию. Поскольку оба этих промежутка времени не фиксированы, время перехода носит случайный характер и может быть достаточным для излучения квазимохроматических волновых пакетов. Такой взгляд полнее, чем возможное в теории возмущений отождествление динамики перехода только с динамикой вероятности перехода в процессе возмущения.

Следующими шагами должны быть проверка применимости модели для трехмерного движения частицы, а также поиск схем и возможностей экспериментальной оценки времени редукции.

Список литературы

1. Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 434 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М. : Наука, 1989. 768 с.
3. Шифф Л. Квантовая механика. М. : Иностранная литература, 1959. 473 с.
4. Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мяmlin В. А. Курс теоретической физики : в 2 т. М. : Наука, 1971. Т. 2. 936 с.
5. фон Нейман И. Математические основы квантовой механики. М. : Наука, 1964. 367 с.
6. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М. : Мир, 1989. 485 с.
7. Клышко Д. Н. Квантовая оптика: квантовые, классические и метафизические аспекты // УФН. 1994. Т. 164. С. 1187–1214. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0164.199411c.1187>
8. Шрёдингер Э. Избранные труды по квантовой механике. М. : Наука, 1976. 424 с.
9. Менский М. Б. Квантовые измерения и декогеренция. Модели и феноменология. М. : Физматлит, 2001. 227 с.
10. Born M. The statistical interpretation of quantum mechanics. Nobel Lecture, December 11, 1954. 12 p.
- URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1954/born/lecture> (дата обращения: 27.02.2025).
11. Валиев К. А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН. 2005. Т. 175. С. 3–9. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0175.200501a.0003>
12. Давыдов А. С. Квантовая механика. М. : Наука, 1973. 704 с.
13. Цой В. И. Динамическая редукция к стационарным состояниям при квантовых измерениях // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 442–449. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK
14. Гришанин Б. А., Задков В. Н. Перепутывающие квантовые измерения // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. С. 751–759. EDN: OXFRAE
15. Белинский А. В. Квантовые измерения : учебное пособие. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008. 182 с.
16. Клышко Д. Н. Основные понятия квантовой физики с операциональной точки зрения // УФН. 1998. Т. 168. С. 975–1015. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0168.199809d.0975>
17. Иванов М. Г. О единственности квантовой теории измерений для точных измерений с дискретным спектром // Труды МФТИ. 2016. Т. 8, № 1. С. 170–178. EDN: VSMADF

References

1. Dirac P. A. M. *The Principles of Quantum Mechanics*. 4th ed. Oxford, Clarendon Press, 1958. 312 p. (Russ. ed. : Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1960. 434 p.).
2. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory*. Oxford, Pergamon Press, 1977. 688 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1989. 768 p.).
3. Schiff L. *Quantum Mechanics*. New York, McGraw Hill, Inc., 1968, XVIII+544 p. (Russ. ed. : Moscow, Inostrannaya literatura, 1959. 473 p.).
4. Levich V. G., Vdovin Yu. A., Myamlin V. A. *Kurs meoreticheskoy fiziki* [Course of the Theoretical Physics: in 2 vols. Vol. 2]. Moscow, Nauka, 1971. 936 p. (in Russian).
5. von Neumann J. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton, Princeton University Press, 1955. 472 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1964. 367 p.).
6. Sudbery A. *Quantum Mechanics and the Particles of Nature. An Outline for Mathematicians*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989. 376 p. (Russ. ed. : Moscow, Mir, 1989. 485 p.).
7. Klyshko D. N. Quantum optics: Quantum, classical and metaphysical aspects. *Physics—Uspekhi*, 1994, vol. 37, pp. 1097–1122. <https://doi.org/10.1070/PU1994v03n11ABEH000054>
8. Schrödinger E. *Collected Papers on Wave Mechanics*. 3rd ed., revised. New York, Chelsea Publishing, 2003. 208 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1976. 424 p.).
9. Mensky M. B. *Quantum measurements and decoherence. Models and Phenomenology*. Dordrecht, Springer, 2000. XVI, 231 p. (Russ. ed. : Moscow, Fizmatlit, 2001. 227 p.).



10. Born M. *The statistical interpretation of quantum mechanics. Nobel Lecture.* December 11, 1954. 12 p. Available at: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1954/born/lecture> (accessed 27 February, 2025).
11. Valiev K. A. Quantum computers and quantum computations. *Physics–Uspekhi*, 2005, vol. 48, pp. 1–36. <https://doi.org/10.1070/PU2005v048n01ABEH002024>
12. Davydov A. S. *Quantum Mechanics*. Oxford, Pergamon Press, 1976. 636 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1973. 704 p.).
13. Tsoy V. I. Dynamic reduction to stationary states in quantum measurements. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 442–449 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK
14. Grishanin B. A., Zadkov V. N. Entangling quantum measurements. *Optics and Spectroscopy*, 2004, vol. 96, no. 5, pp. 683–690.
15. Belinskiy A. V. *Kvantovye izmereniya: uchebnoe posobie* [Quantum measurements: Study guide]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2008. 182 p. (in Russian).
16. Klyshko D. N. Basic quantum concepts from the operational viewpoint. *Physics – Uspekhi*, 1998, vol. 41, pp. 885–922. <https://doi.org/10.1070/PU1998v041n09ABEH000441>
17. Ivanov M. G. On uniqueness of the quantum measurement theory for exact measurements with discrete spectra. *Trudy MFTI*, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 170–178 (in Russian). EDN: VSMAFD

Поступила в редакцию 04.04.2025; одобрена после рецензирования 22.05.2025;
принята к публикации 12.06.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 04.04.2025; approved after reviewing 22.05.2025;
accepted for publication 12.06.2025; published 29.08.2025