



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 1. С. 106–112

Izvestiya of Saratov University. Physics, 2025, vol. 25, iss. 1, pp. 106–112

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-1-106-112>, EDN: VZFIRB

Научная статья
УДК 537.311.322



Компьютерное моделирование флуктуаций проводимости в динамической перколяционной модели на основе резистивных сеток

Л. А. Кочкуров^{1✉}, Д. А. Зимняков^{1,2}

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77

²Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия, 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, д. 24

Кочкуров Леонид Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационная безопасность автоматизированных систем», lkochkurov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3360-8878>

Зимняков Дмитрий Александрович, доктор физико-математических наук, ¹профессор, заведующий кафедрой физики; ²главный научный сотрудник, zimnyakov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9787-7903>

Аннотация. Представлены результаты компьютерного моделирования динамической перколяционной системы в форме трехмерной прямоугольной решетки с резистивной проводимостью между узлами. Проводимость подобной системы при подходе к порогу перколяции вычисляется на основе численного решения уравнений Кирхгофа для каждого из узлов решетки. Флуктуации проводимости системы обусловлены тем, что при фиксированном общем числе непроводящих узлов часть проводящих узлов обменивалась местами с соседними непроводящими узлами на каждом шаге моделирования. Полученные модельные функции спектральной плотности флуктуаций проводимости системы характеризуются однородным распределением спектральной плотности в низкочастотной области и степенным убыванием в области высоких частот с показателем, уменьшающимся по мере роста скорости обмена узлов в системе.

Ключевые слова: проводимость, динамическая перколяционная система, флуктуации проводимости, порог протекания

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-22-00333).

Для цитирования: Кочкуров Л. А., Зимняков Д. А. Компьютерное моделирование флуктуаций проводимости в динамической перколяционной модели на основе резистивных сеток // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 1. С. 106–112. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-1-106-112>, EDN: VZFIRB

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Computer simulation of conductivity fluctuations in a dynamic percolation model based on resistive networks

L. A. Kochkurov^{1✉}, D. A. Zimnyakov^{1,2}

¹Yury Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Polytechnicheskaya St., Saratov 410054, Russia

²Institute for Problems of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences, 24 Rabochaya St., Saratov 410028, Russia

Leonid A. Kochkurov, lkochkurov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3360-8878>

Dmitry A. Zimnyakov, zimnyakov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9787-7903>

Abstract. Background and Objectives: Percolation models are widely used in the analysis of electrical, thermophysical and other properties of various systems with disordered structure, which causes their wide application in the theoretical consideration of near-critical behavior of such systems in various fields of modern science and technology. Studies of noise processes, in particular noise, in the context of percolation networks have significantly extended the understanding of how fluctuations can arise in this kind of systems. An important aspect that has often received less attention in classical approaches is the fact that local conductivity processes in a number of disordered materials occur in a dynamic environment. In this paper, we present results from computer simulations of fluctuations in the conductivity of a time-evolving random resistor network. The model calculates the conductance of a three-dimensional rectangular lattice in which about 70% of the total number of nodes is empty, corresponding to a percolation threshold. **Materials and Methods:** The modeled percolation network consists of 160000 nodes, connected in a three-dimensional rectangular lattice. A potential difference is applied to the opposite edges of the lattice along the long side containing each node, providing charge transfer in the system. The value of bond conductivity in the lattice could take either zero or finite value (two-phase system). The numerical value of the potential for each node and the current at each site are calculated by solving Kirchhoff's equations. Dynamics was introduced into the system by assuming that a small fraction of the whole nodes are able to diffuse through the lattice, thus changing the conduction paths, but keeping on the other hand the total fraction of the conducting phase unchanged. **Results:** The process of exchange between neighboring conducting and non-conducting nodes between each other in space has been simulated, after which the conductivity of the network



has been recalculated. After repeating this process many times, temporal realizations of the conductivity fluctuations have been obtained, which allows a systematic analysis of the system dynamics. The characteristic lifetime τ reflects the reconfiguration time of the conductive part of the grid. In the limit of high exchange rate $\nu \rightarrow 1$ it is expected that the power spectral density of the conductivity fluctuations will be white noise **Conclusion:** The results are of particular interest for advancing fundamental understanding of charge transfer mechanisms in dispersed semiconductor materials, which are relevant to chemoresistive sensing and catalytic chemistry.

Keywords: conductivity, dynamic percolation system, conductivity fluctuations, percolation threshold

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 24-22-00333).

For citation: Kochkurov L. A., Zimnyakov D. A. Computer simulation of conductivity fluctuations in a dynamic percolation model based on resistive networks. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 1, pp. 106–112 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-1-106-112>, EDN: VZFIRB

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Перколяционные модели широко применяются при анализе электрических, теплофизических и прочих свойств различных систем с неупорядоченной структурой, что обуславливает их широкое использование в теоретическом рассмотрении околоскритического поведения подобных систем в различных областях современной науки и техники [1–6]. Часто анализируется так называемая двухфазная система, в которой узлы могут находиться в одном из двух состояний: либо проводящем, либо непроводящем. Порогом перколяции принято считать минимальную долю проводящих узлов, необходимую для формирования непрерывного кластера, который представляет собой путь по бесконечной сети сопротивлений.

Ключевым аспектом, который зачастую привлекает к себе меньше внимания в классических подходах, является то, что процессы локальной проводимости в ряде неупорядоченных материалов протекают в условиях динамического окружения. В таких системах процессы переноса заряда, тепла и др. характеризуются флуктуациями, статистические и частотные характеристики которых зависят как от текущего состояния структуры системы, так и от динамики локальных перестроек в ней. Данный фактор требует детального рассмотрения, поскольку он может оказывать ощутимое влияние на характеристики проводимости подобных систем вблизи порога перколяции как на микроскопическом, так и на макроскопическом уровнях. Изучение шумовых процессов такого рода, в частности $1/f$ шума, в контексте перколяционных сетей существенно расширили понимание того, каким образом флуктуации могут возникать в подобно-го рода системах. Исследования были проведены как на теоретическом [7–9], так и на экспериментальном уровне [10, 11]. Целью таких работ являлось не только выяснение природы флуктуаций проводимости в неупорядоченных системах,

но и разработка более точных теоретических моделей, способных объяснить наблюдаемые явления. Подобный эффект может быть смоделирован в форме потока событий обмена местами проводящих и непроводящих узлов в случайной резисторной сети. При этом предполагается, что общее число проводящих узлов в системе, определяющее отстройку системы от порога перколяции, остается неизменным.

В данной статье мы представляем результаты компьютерного моделирования флуктуаций проводимости, меняющейся во времени случайной резисторной сети. В модели рассчитывается проводимость трехмерной прямоугольной решетки, в которой порядка 30% от общего числа узлов способны проводить ток, что приблизительно соответствует порогу перколяции.

1. Описание модели

Моделируемая перколяционная сеть состоит из 160000 узлов ($L \times W \times H = 400 \times 20 \times 20$, где L – длина, W – ширина, H – высота сети), объединенных в трехмерную прямоугольную решетку. К противоположным границам решетки, содержащим по 400×20 узлов, прикладывается разность потенциалов, обеспечивающая перенос заряда в системе. Значение проводимости узлов в решетке могло принимать только два значения: 0 для непроводящих узлов; 1 для проводящих (двухфазная система). Выбор размеров сети $400 \times 20 \times 20$ узлов был обусловлен главным образом тем, что конфигурации схожего типа возможно встретить в реальных системах, как, например, в работах [12, 13], где подобного вида перколяционные сети могут присутствовать в форме проводящих каналов со стохастической структурой между двумя электродами различной полярности. Протяженность электродов многократно превосходит как межэлектродное расстояние, ассоциируемое с длиной проводящих каналов, так и высоту этих каналов. Сами проводящие каналы представляют собой слои



из плотноупакованных полупроводниковых наночастиц. Таким образом, сетка с размерами, выбранными в работе, может рассматриваться как идеализированная модель подобных межэлектродных каналов.

Сеть равномерно и случайным образом заполнялась проводящими и непроводящими узлами с плотностями заполнения p и $(1-p)$, соответственно. В качестве граничных условий полагалось, что потенциалы на каждой из контактных границ структуры известны заранее. Эффективная проводимость определялась как интегральный ток, проходящий через перколяционную структуру при единичной разности потенциалов между контактными границами структуры. Численное значение потенциала для каждого узла и тока на каждом участке рассчитываются путем решения уравнений Кирхгофа. В соответствии с законом сохранения тока алгебраическая сумма токов, направленных к узлу, равна сумме токов, направленных от узла:

$$\sum_j I_{ij} = 0. \quad (1)$$

Исходя из закона Ома, каждая пара смежных узлов в перколяционной сети может быть описана соотношением между током и разностью потенциалов:

$$I_{ij} = (\varphi_i - \varphi_j) \cdot \sigma_{ij}, \quad (2)$$

где φ_i и φ_j – потенциалы в узлах i и j соответственно, а σ_{ij} – модельная проводимость между ними, которая определяется выражением:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 g_{ij},$$

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i, j \text{ принадлежат проводящей фазе,} \\ 0, & \text{если } i \text{ или } j \text{ не принадлежат проводящей фазе,} \end{cases} \quad (3)$$

где $\sigma_0 = \text{const}$.

Подставив выражение (2) в уравнение сохранения тока (1), мы можем получить систему линейных уравнений. Далее, путем решения системы линейных уравнений, полученных из законов Кирхгофа и Ома, можно определить распределение потенциала поля в узлах, а также рассчитать токи на каждом участке решетки. Это даёт возможность не только оценить эффективную проводимость системы, но и визуализировать распределение тока в зависимости от конфигурации проводящих и непроводящих узлов.

Динамика системы задавалась допущением, что два узла в перколяционной сети способны обмениваться местами друг с другом при условии, что один из них является проводящим, а другой – непроводящим. В этом случае пути проводимости изменяются, в то время как общая доля проводящей фазы остаётся неизменной. После этого проводимость сети пересчитывалась, и процедура повторялась для большого числа (порядка 6000) временных шагов, что приводило к получению временной реализации флуктуирующей проводимости перколяционной сети. Исследование подобного рода модели для случая двумерной перколяционной сети было проведено в работе [14]. Спектральная плотность мощности флуктуаций находилась при помощи стандартного алгоритма по формуле:

$$PSD = \frac{|FFT(G(t))|^2}{n^2}, \quad (4)$$

где $FFT(\dots)$ – функция быстрого преобразования Фурье; $G(t)$ – временная реализация флуктуаций проводимости; n – длина анализируемой последовательности, выражаемая в числе шагов по времени.

Известно, что проводимость двухфазной системы определяется мощностью скелета соединяющего кластера [13]. В контексте трехмерной перколяционной сети термин «проводящий скелет» относится к подмножеству перколяционного кластера, по которому протекает электрический ток. Для того, чтобы этот кластер мог проводить, он должен охватывать всю систему целиком, соединяя две противоположные ее границы. Количество узлов проводящего скелета в трехмерной перколяционной сети может быть функцией нескольких параметров, таких как размер решетки и порог перколяции. Для достаточно больших решеток свойства скелета становятся самоподобными и могут быть описаны с использованием законов масштабирования [15,16]. Структура проводящего скелета является фрактальной, что означает, что его размерность является дробной, а не целой. Для больших систем число узлов в проводящем скелете N_{bb} обычно масштабируется с размером системы L с фрактальной размерностью d_{bb} .

$$N_{bb} \propto L^{d_{bb}}. \quad (5)$$

Величина L фактически определяется количеством узлов вдоль наибольшей грани сети. Для трехмерных перколяционных сетей фрактальная размерность проводящего скелета d_{bb} составляет



величину порядка 1.77 [17, 18]. Этот закон масштабируемости дает общее представление о том, как растет число узлов с ростом размера решетки. Для получения более точных значений для решеток конечных размеров обычно используют компьютерные методы эксперимента с непосредственным подсчетом количества узлов.

2. Численные результаты

В то время, как для бесконечно большой решетки на пороге перколяции будет существовать только единственный проводящий канал, охватывающий всю решетку, в решетке конечных размеров может существовать множество каналов, соединяющих на пороге перколяции контактные границы. Для расчета количества проводящих каналов в случае, когда имеется система с заранее заданными размерами удобнее всего, на наш взгляд, воспользоваться подходами, основанными именно на численных исследованиях. Среднее число проводящих каналов зависит от размера системы и плотности заполнения. Фрагмент полученной временной реализации флуктуаций проводимости представлен на рис. 1, а. На рис. 1, б представлена гистограмма, отражающая выборочную вероятность обнаружения заданного числа проводящих каналов в процессе временного прогона из 6000 шагов. На каждом шаге обменивалось местами 10% от общего числа проводящих узлов. По нашим численным оценкам, выполненным путем прямого подсчета для трехмерной решетки размером на

пороге перколяции, максимальное количество проводящих каналов приблизительно равно 20 при их среднем числе, равном 11 (см. рис. 1, б).

Скорость обмена ν , определенная как доля проводящих узлов, обменивающихся с соседними непроводящими за один временной шаг, для данного случая составляла 0.1, что эквивалентно 10% от общего числа проводящих узлов. Для полной структуры подобная скорость соответствует случаю, при котором за один временной шаг происходит обмен порядка 512 узлов. Численные расчеты показывают, что при подходе к порогу перколяции ($p = 0.32$) общее количество проводящих узлов в системе составляет величину порядка 51200 для сети с размерами $400 \times 20 \times 20$. Принимая во внимание частотное распределение количества проводящих каналов, представленное на рис. 1, б, было установлено, что среднее число проводящих узлов, приходящихся на один проводящий канал приблизительно равно 700. Только через 20% из них протекает электрический ток, величина которого составляет 10% и более от максимума. Другими словами, 80% проводящих узлов в канале, соединяющем левую и правую границу структуры, принадлежат именно к «мертвым концам». Подсчет количества таких «мертвых концов» представляет собой довольно сложную задачу, выходящую за рамки данной работы.

На рис. 2 представлена функция спектральной плотности мощности, которая при данном значении скорости обмена связей $\nu = 0.01$ доста-

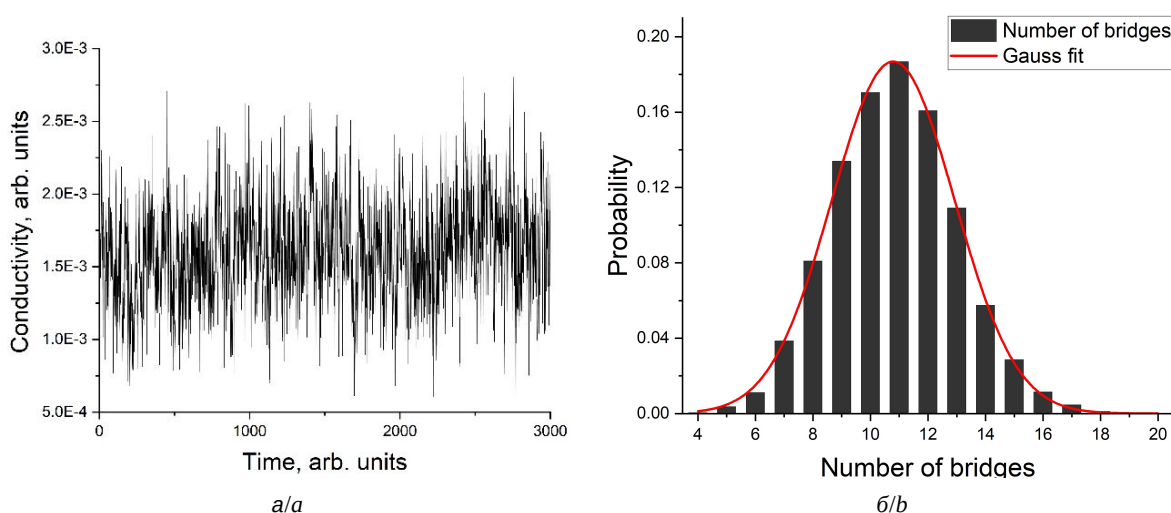


Рис. 1. Временная реализация проводимости (а) и гистограмма выборочной вероятности обнаружения заданного числа проводящих каналов при $p = 0.32$ (б). Сплошной линией показана аппроксимация функцией нормального распределения

Fig. 1. Time realization of conductivity (a) and histogram of sampling probability of detection of a given number of conducting channels when $p = 0.32$ (b). The solid line shows the approximation by the normal distribution function of the random variable

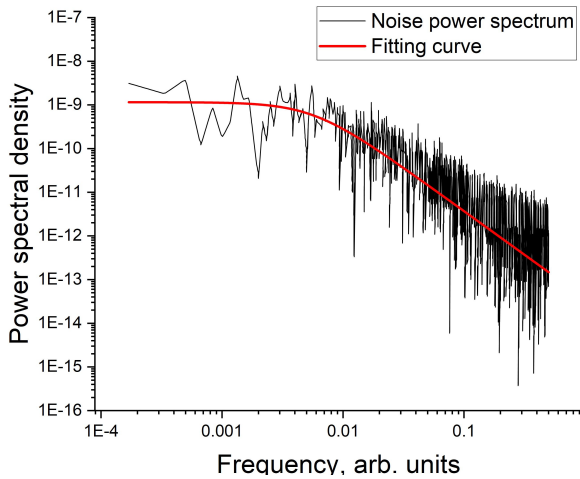


Рис. 2. Спектральная плотность мощности флуктуаций проводимости в логарифмических координатах для случая $\nu = 0.01$. Сплошная линия соответствует функции подгонки в форме уравнения (6) с показателем $\beta = 1.6$
 Fig. 2. Power spectral density of conductivity fluctuations in logarithmic coordinates when $\nu = 0.01$. The solid line corresponds to the fitting function in the form of equation (6) with exponent $\beta = 1.6$

точно хорошо описывается функцией подгонки $S(f)$ (сплошная кривая) вида:

$$S(f) = S_0 \tau / [1 + (2\pi f \tau)^\beta], \quad (6)$$

где $S_0 = 4.1 \cdot 10^{-11}$ – мера амплитуды флуктуаций, $\tau = 20.1$ – характерное время реконфигурации структуры решетки, f – частота, представленная в безразмерных единицах, β – показатель наклона кривой $S(f)$ в логарифмических координатах в высокочастотной области при $f > f_c$ (для данного случая $\beta = 1.6$). Частота перегиба спектральной плотности, определяемая как $f_c = 1/\tau$, отделяет область белого шума при низких частотах от частотной зависимости вида $f^{-1.6}$ при высоких частотах. Путем вычисления временных реализаций проводимости и соответствующих им спектральных плотностей мощности при нескольких значениях скорости обмена узлами, была получена функция зависимости изменения характерного времени реконфигурации структуры решетки τ от скорости обмена узлов в решетке ν . Параметр ν с другой стороны может быть интерпретирован как изменение значения локальной проводимости сети с резистивными связями вследствие внешнего воздействия на систему. Так как скорость обмена узлами является единственным временным масштабом, который был введен в наше моделирование, логично предположить, что характерное время реконфигурации должно описываться выражением вида $\tau \propto 1/\nu$. Отметим, что при значении $\nu = 0.01$

величина τ приблизительно равна 20, т. е. коэффициент пропорциональности между τ и ν^{-1} может быть оценен как ≈ 0.2 . Были проведены оценки коэффициента пропорциональности между τ и ν^{-1} в интервале значений ν , перекрывающем 2 декады (от 0.001 до 0.1, рис. 3).

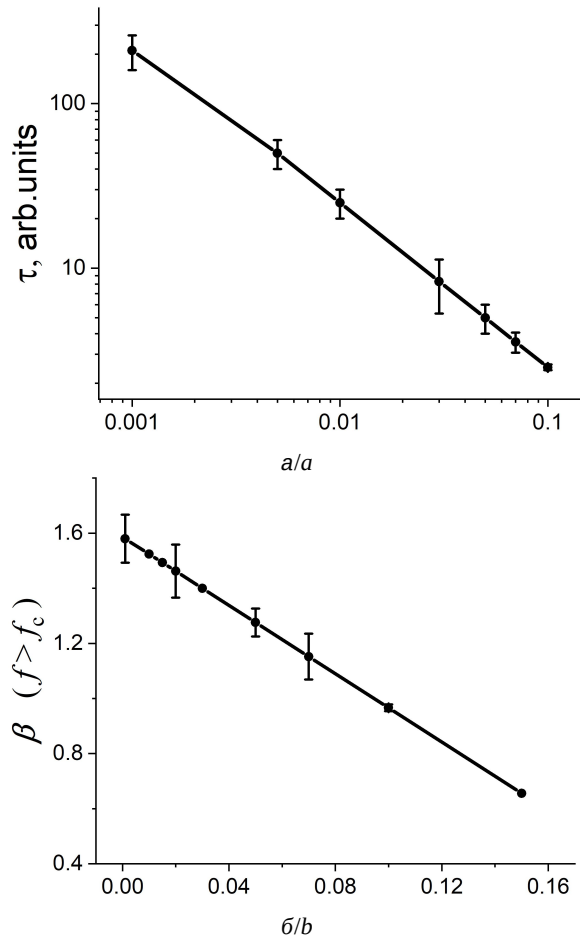


Рис. 3. Зависимость от скорости обмена узлами ν характерного времени реконфигурации структуры решетки τ (а) и коэффициента наклона β кривой спектральной плотности мощности флуктуаций проводимости в области $f > f_c$ (б). Доверительные интервалы соответствуют уровню значимости 0.9

Fig. 3. Dependence of the characteristic time of lattice structure reconfiguration τ on the node exchange rate ν (a); dependence of the slope coefficient β of the power spectral density curve of conductivity fluctuations in the region $f > f_c$ on the node exchange rate (b). Confidence intervals correspond to significance level of 0.9

Действительно, график зависимости τ от ν с логарифмическим масштабом по обоим осям (рис. 3, а) демонстрирует обратную линейную зависимость вида $\tau \approx k/\nu$, где $k \approx 0.2$ для скорости обмена узлами, лежащей в интервале $10^{-3} \leq \nu \leq 10^{-1}$. Также стоит отметить, что полученные модельные данные (рис. 3, б)



показывают систематическое убывание показателя наклона кривой спектральной плотности мощности на участке $f > f_c$ при возрастании доли узлов ν , обменивающихся местами друг с другом за один временной шаг. В пределе при $\nu \rightarrow 1$ ожидаемо, что спектральная плотность мощности флуктуаций проводимости будет представлять собой белый шум.

Одно из возможных интерпретаций константы пропорциональности κ в контексте измерения проводимости решетки заключается в следующем. Соединяющий кластер можно разделить по топологии, выделяя участки, формирующие так называемый скелет (остов соединяющего кластера), и «мертвые концы». Основная масса соединяющего кластера сосредоточена именно в «мертвых концах», которые, тем не менее, не играют роли в обеспечении проводимости. Эти области считаются бесполезными для передачи тока и не способствуют общей эффективной проводимости системы.

При наличии случайного обмена узлов в перколяционной сети вероятность присоединения проводящего узла к «мертвым концам» больше, чем к скелету. Это объясняется тем, что вероятность присоединения пропорциональна числу узлов, и в «мертвых концах» количество узлов значительно превышает таковое в скелете. Обменные процессы способствуют более частому взаимодействию проводящих узлов с «мертвыми концами». Проводимость соединяющего кластера в основном определяется мощностью его скелета, то есть только некоторые узлы проводящей нити (кластера) вносят вклад во флуктуацию и играют роль в формировании спектральной плотности мощности. Время, в течение которого флуктуации решетки становятся некоррелированными (спектральная плотность мощности в этот момент становится частотно независимой), определяется параметром τ , поэтому разумно положить, что τ также определяется временем, за которое большинство критических проводящих узлов обменивается местами. В этом смысле $\tau \cdot \nu = \kappa$ показывает отношение количество критических узлов к общему их количеству.

Заключение

Представлены результаты моделирования моделирования динамической случайной резисторной сети вблизи порога перколяции. Проводимость сети рассчитывалась путем численного решения уравнений Кирхгофа. Моделировался

процесс обмена между соседствующими проводящими и непроводящими узлами в пространстве, после чего проводимость сети пересчитывалась. После многократного повторения этого процесса были получены временные реализации флуктуации проводимости, которые позволили систематически анализировать динамику системы. Спектральная плотность мощности флуктуаций проводимости в высокочастотной области хорошо описывается степенной зависимостью с показателем, на который оказывает влияние количество узлов, обменивающихся местами за один шаг. При малых значениях скорости обмена ν показатель наклона в высокочастотной области близок к значению ≈ 1.6 . При увеличении значения ν наблюдается уменьшение показателя спектральной плотности мощности флуктуаций проводимости в высокочастотной области. В пределе при $\nu \rightarrow 1$ показатель стремится к нулю, что характерно для белого шума.

Список литературы / References

1. Saberi A. A. Recent advances in percolation theory and its applications. *Physics Reports*, 2015, vol. 578, pp. 1–32. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2015.03.003>
2. Li M., Liu R.-R., Lü L., Hu M.-B., Xu S., Li Y. Z. Percolation on complex networks: Theory and application. *Physics Reports*, 2021, vol. 907, pp. 1–68. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.12.003>
3. Xu X., Wang J., Lv J.-P., Deng Y. Simultaneous analysis of three-dimensional percolation models. *Frontiers of Physics*, 2014, vol. 9, pp. 113–119. <https://doi.org/10.1007/s11467-013-0403-z>
4. Liu J., Regenauer-Lieb K. Application of percolation theory to microtomography of structured media: Percolation threshold, critical exponents, and upscaling. *Physical Review E*, 2011, vol. 83, iss. 1, art. 016106. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.016106>
5. Hunt A., Ewing R., Ghanbarian B. *Percolation theory for flow in porous media*. Cham, Springer, 2014, XXIV+447 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-03771-4>
6. Rammal R., Tannous C., Tremblay A. M. S. $1/f$ noise in random resistor networks: Fractals and percolating systems. *Physical Review A*, 1985, vol. 31, iss. 4, pp. 2662–2671. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.31.2662>
7. Rammal R., Tannous C., Breton P., Tremblay A. -M. S. Flicker ($1/f$) noise in percolation networks: A new hierarchy of exponents. *Physical Review Letters*, 1985, vol. 54, iss. 15, pp. 1718–1721. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.54.1718>
8. Blumenfeld R., Meir Y., Aharony A., Aharony A., Harris A. B. Resistance fluctuations in randomly diluted networks. *Physical Review B*, 1987, vol. 35, iss. 7, pp. 3524–3535. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.35.3524>
9. Garfunkel G. A., Alers G. B., Weissman M. B., Mochel J. M., VanHarlingen D. J. Universal-Conductance-



- Fluctuation $1/f$ Noise in a Metal-Insulator Composite. *Physical Review Letters*, 1988, vol. 60, iss. 26, pp. 2773–2776. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.60.2773>
10. Stephany J. F. Frequency limits of $1/f$ noise. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2000, vol. 12, iss. 11, pp. 2469–2483. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/12/11/313>
 11. Nandi U. N., Mukherjee C. D., Bardhan K. K. $1/f$ noise in nonlinear inhomogeneous systems. *Physical Review B*, 1996, vol. 54, iss. 18, pp. 12903–12914. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.54.12903>
 12. Zimnyakov D. A., Volchkov S. S., Vasilkov M. Y., Plugin I. A., Varezchnikov A. S., Gorshkov N. V., Ushakov A. V., Tokarev A. S., Tsy-pin D. V., Vereshagin D. A. Semiconductor-to-insulator transition in inter-electrode bridge-like ensembles of anatase nanoparticles under a long-term action of the direct current. *Nanomaterials*, 2023, vol. 13, iss. 9, art. 1490. <https://doi.org/10.3390/nano13091490>
 13. Kochkurov L. A., Volchkov S. S., Vasilkov M. Y., Plugin I. A., Klimova A. A., Zimnyakov D. A. Degradation of conductivity of low-dimensional nanostructured semiconductor layers under long-term dc current flow. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 1, pp. 41–51 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-1-41-51>, EDN: AUQNB D
 14. Lust L. M., Kakalios J. Computer simulations of conductance noise in a dynamical percolation resistor network. *Physical Review E*, 1994, vol. 50, iss. 5, pp. 3431–3435. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.50.3431>
 15. Gallyamov S. R., Melchukov S. A. Percolation model of two-phase lattice conductivity: Theory and computer experiment. *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2010, iss. 4, pp. 112–122 (in Russian). <https://doi.org/10.20537/vm100413>
 16. Bunde A., Havlin S., eds. *Fractals and disordered systems*. Berlin, Springer, 2012, XXII+408 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-84868-1>
 17. Feder J. *Fractals. Physics of Solids and Liquids*. New York, Springer, 2013. XXVI+284 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2124-6>
 18. Herrmann H. J., Hong D. C., Stanley H. E. Backbone and elastic backbone of percolation clusters obtained by the new method of “burning”. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1984, vol. 17, iss. 5, pp. L261–L266. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/17/5/008>

Поступила в редакцию 27.09.2024; одобрена после рецензирования 12.11.2024; принята к публикации 27.11.2024; опубликована 31.03.2025

The article was submitted 27.09.2024; approved after reviewing 12.11.2024; accepted for publication 27.11.2024; published 31.03.2025