



## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2021. Т. 21, вып. 2. С. 145–156  
Izvestiya of Saratov University. Physics, 2021, vol. 21, iss. 2, pp. 145–156

Научная статья  
УДК 535(06)+004(06)  
<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-145-156>

### Эффект радиационных потерь в локализованной флуоресценции при лазерной накачке флуоресцирующих случайно-неоднородных сред

Д. А. Зимняков<sup>1,2</sup> ✉, С. С. Волчков<sup>1</sup>, Л. А. Кочкуров<sup>1</sup>, А. Ф. Дорогов<sup>1</sup>,  
А. С. Токарев<sup>1</sup>, А. А. Никифоров<sup>1</sup>, Н. С. Маркова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77

<sup>2</sup>Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия, 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, д. 24

Зимняков Дмитрий Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, главный научный сотрудник ИПТМУ РАН, [zimnykov@mail.ru](mailto:zimnykov@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9787-7903>

Волчков Сергей Сергеевич, аспирант кафедры физики, [volchkov93@bk.ru](mailto:volchkov93@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3928-8836>

Кочкуров Леонид Алексеевич, кандидат физико-математических наук, докторант, [lkochkurov@gmail.com](mailto:lkochkurov@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-3360-8878>

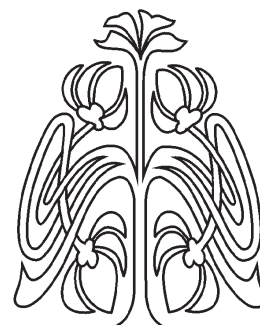
Дорогов Александр Федорович, аспирант кафедры физики, [sanek\\_9993@mail.ru](mailto:sanek_9993@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8271-8494>

Токарев Алексей Сергеевич, магистрант кафедры физики, [Arhangel92r@mail.ru](mailto:Arhangel92r@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-3781-9565>

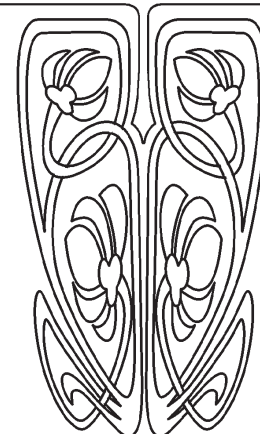
Никифоров Александр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, директор Института электронной техники и приборостроения, [ieei\\_director@mail.ru](mailto:ieei_director@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3879-5457>

Маркова Наталия Святославовна, научный сотрудник, [markovanatsv@mail.ru](mailto:markovanatsv@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1735-7327>

**Аннотация.** В рамках обсуждаемых ранее представлений о стохастической локализации полей флуоресцентного излучения во флуоресцирующих случайно-неоднородных средах, обусловленной спекл-модуляцией накачивающего лазерного излучения, рассмотрена феноменологическая модель, описывающая перенос флуоресцентного излучения между локальными эмиттерами, ассоциируемыми с лазерными спеклами в накачиваемой среде. Проведено сопоставление результатов моделирования с эмпирическими данными о влиянии интенсивности импульсной лазерной накачки насыщенных родамином 6Ж слоев плотноупакованных наночастиц диоксида титана (анатаза) на эффективное сечение радиационных потерь локальных эмиттеров флуоресцентного излучения. Установлено, что интенсивность импульсной лазерной накачки практически не влияет на характерный размер локальных эмиттеров флуоресцентного излучения в среде. В то же время возрастание интенсивности накачки приводит к значительному уменьшению эффективного сечения радиационных потерь с тенденцией к насыщению. Восстановленные на основе экспери-



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





ментальных данных значения эффективного сечения радиационных потерь существенно (на 1.5 – 2 порядка) меньше предельного значения сечения потерь для единичного локального эмиттера в отсутствие обратного потока флуоресцентного излучения из окружающего пространства в эмиттер.

**Ключевые слова:** флуоресценция, случайно-неоднородная среда, лазерная накачка, спекл-модуляция, локализация флуоресценции, сечение радиационных потерь

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (в части разработки феноменологической модели, проект № 19-32-90221) и Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (в части анализа экспериментальных и модельных данных, проект № 121022000123-8).

**Для цитирования:** Зимняков Д. А., Волчков С. С., Кочкуров Л. А., Дорогов А. Ф., Токарев А. С., Никифоров А. А., Маркова Н. С. Эффект радиационных потерь в локализованной флуоресценции при лазерной накачке флуоресцирующих случайно-неоднородных сред // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2021. Т. 21, вып. 2. С. 145–156. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-145-156>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Article

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-1-145-156>

### The effect of radiation losses in localized fluorescence upon laser pumping of fluorescent random media

D. A. Zimnyakov<sup>1,2</sup>✉, S. S. Volchkov<sup>1</sup>, L. A. Kochkurov<sup>1</sup>, A. F. Dorogov<sup>1</sup>, A. S. Tokarev<sup>1</sup>, A. A. Nikiforov<sup>1</sup>, N. S. Markova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Yury Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Polytechnicheskaya St., Saratov 410054, Russia

<sup>2</sup>Institute for Problems of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences, 24 Rabochaya St., Saratov 410028, Russia

Dmitry A. Zimnyakov, zimnyakov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9787-7903>

Sergey S. Volchkov, volchkov93@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3928-8836>

Leonid A. Kochkurov, lkochkurov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3360-8878>

Alexander F. Dorogov, sanek\_9993@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8271-8494>

Alexey S. Tokarev, Arhangel92r@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3781-9565>

Alexander A. Nikiforov, ieei\_director@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3879-5457>

Natalya S. Markova, markovanatsv@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1735-7327>

**Abstract. Background and Objectives:** Excitation of fluorescence upon laser pumping of fluorescent multiple scattering media is a complex process that plays a key role in many applications of modern optics and laser physics, from optical biomedical diagnostics to controlling the parameters of functional materials for photonics and optoelectronics. The effect of radiation losses in local fluorescence emitters, which are associated with laser speckles in pumped random media, on the fluorescence output is considered. **Materials and Methods:** Within the framework of the concept of an ensemble of statistically independent local fluorescence emitters in a laser-pumped random medium, a model of radiation losses in an arbitrarily chosen local emitter is considered. The model takes into account both an extreme value of the cross section of radiation losses for a single emitter, which depends on its characteristic size and the concentration of fluorophore molecules in the medium, and the effect of radiation exchange with other emitters. The scattering properties of a laser-pumped fluorescent medium are considered as a suppressing factor for the ballistic radiation transfer between the local emitters. The modeled results are compared to the previously obtained empirical data on the effective cross section of radiation losses for Rhodamine-6G-saturated layers of close-packed anatase nanoparticles under pulsed laser pumping at the wavelength of 532 nm. **Results:** The relationship between the effective cross section of radiation losses and the characteristic size of the emitters, the concentration of fluorophore molecules, and the mean scattering free path of fluorescent radiation was obtained. It was found within the framework of the considered model that both the characteristic size of local emitters and the reduction factor to the cross section of radiation losses due to light transfer from other emitters are practically independent of the pump intensity, with the exception of a narrow interval of low intensities. On the other hand, the scattering length significantly affects these characteristics due to the “screening” effect in the case of expressed multiple scattering. **Conclusion:** Radiation exchange between local stochastic emitters of fluorescence radiation in laser-pumped random media is one of the key factors controlling the fluorescence response of the medium with increasing pump intensity. The considered phenomenological model makes it possible to adequately interpret the experimentally observed features of the behavior of the effective cross section of radiation losses for these systems. The obtained results can be used as a physical basis for the development of new approaches to laser probing of random media in terms of the interpretation of the experimental data.

**Keywords:** fluorescence, random medium, laser pumping, speckle modulation, fluorescence localization, cross-section of radiation losses

**Acknowledgements:** The reported study was funded by RFBR according to the research project No. 19-32-90221 (in the part of development of the phenomenological model), and by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the framework of the State task, project No. 121022000123-8 (in the part of analysis of experimental and simulation data).

**For citation:** Zimnyakov D. A., Volchkov S. S., Kochkurov L. A., Dorogov A. F., Tokarev A. S., Nikiforov A. A., Markova N. S. The effect of radiation losses in localized fluorescence upon laser pumping of fluorescent random media. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2021, vol. 21, iss. 2, pp. 145–156 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-145-156>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)



## Введение

Возбуждение флуоресценции при лазерной накачке флуоресцирующих многократно рассеивающих сред является комплексным процессом, играющим ключевую роль во многих приложениях современной оптики и лазерной физики, начиная от оптической биомедицинской диагностики и заканчивая контролем характеристик функциональных материалов для фотоники и оптоэлектроники. Ключевую роль в формировании флуоресцентного отклика случайно-неоднородных сред с флуоресцирующими компонентами играют особенности переноса как лазерного света, так и флуоресцентного излучения в накачиваемом объеме. В частности, наиболее ярко эти особенности проявляются в случае эффекта значительного сужения спектра флуоресцентного отклика случайно-неоднородной среды при возрастании интенсивности накачки. Данный эффект, в последние три десятилетия являющийся объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований [1–11], обладает выраженным пороговым характером и обычно интерпретируется как проявление стохастической лазерной генерации (randomlasing) в случайно-неоднородных средах. Явление стохастической лазерной генерации в случайно-неоднородных средах было впервые предсказано В. С. Летоховым в 1967 г. [12], однако его систематические экспериментальные исследования начались лишь в конце девяностых годов прошлого столетия.

Характерной особенностью флуоресцентного излучения случайно-неоднородных сред при высоких интенсивностях лазерной накачки в полосе поглощения флуорофоров являются достаточно низкие значения так называемого спектрального качества эмиссии  $Q_E$ , определяемого как отношение среднего значения длины волны в спектре излучения к его полуширине  $Q_E = \bar{\lambda}_E / \Delta\lambda_E$ , где средняя длина волны  $\bar{\lambda}_E$  определяется как  $\bar{\lambda}_E = \int_0^\infty \lambda S(\lambda) d\lambda / \int_0^\infty S(\lambda) d\lambda$  ( $S(\lambda)$  – спектральная плотность флуоресценции). В частности, во флуоресцирующих системах на основе концентрированных суспензий эффективно рассеивающих микро- и наночастиц в растворах лазерных красителей с высоким квантовым выходом флуоресценции (например, родамина 6Ж) типичные величины  $Q_E$  не превышают 100–150 даже при высоких интенсивностях импульсной лазерной накачки (порядка  $10^7$  Вт/см<sup>2</sup>). В то же время значения спектрального качества

для подобных систем при низких уровнях накачки, когда в спектрах эмиссии присутствует лишь спонтанная компонента флуоресценции, составляют около 10–20. Отметим, что приведенные особенности характерны именно для флуоресцирующих случайно-неоднородных сред, не обладающих в силу структурного беспорядка выраженными резонансными свойствами в спектральных интервалах эмиссии. В случае же насыщенных красителями фотонно-кристаллических структур фактор спектрального качества флуоресценции может достигать существенно больших значений и контролируется при этом резонансными свойствами матричной среды (фотонно-кристаллической структуры). Исходя из типичных значений  $Q_E$  и скоростей релаксации возбужденных состояний молекул флуорофора при высоких интенсивностях накачки, можно сделать вывод [13], что характерный размер зон флуоресцентного излучения в случайно-неоднородных средах существенно меньше длины волны накачки и сопоставим со средним размером спеклов, возникающих в результате многократного рассеяния лазерного излучения в среде.

Пороговый эффект резкого сужения спектра флуоресцентного излучения многократно рассеивающих сред при возрастании интенсивности лазерной накачки может быть интерпретирован в большей степени как специфическое проявление суперлюминесценции, чем как безрезонаторная лазерная генерация. Следует отметить, что в подавляющем большинстве работ, посвященных теоретическому описанию этого явления, перенос лазерного света и излучения флуоресценции в накачиваемой среде описывается в рамках диффузионного приближения теории переноса излучения (см., например, [14, 15]). Таким образом, совершенно не учитываются интерференционные эффекты при суперпозиции парциальных составляющих многократно рассеянного лазерного поля накачки в среде. В то же время приближенные оценки показывают, что, как правило, длина когерентности излучения накачки существенно превышает характерный размер зоны накачки в среде. Это должно приводить к выраженной спекл-модуляции излучения накачки в накачиваемом объеме.

В работе [13] рассмотрено ограничивающее влияние спекл-модуляции накачивающего лазерного излучения на отношение индуцированной составляющей флуоресцентного отклика к спонтанной составляющей; предложена феноменологическая модель, учитывающая стохастическую



локализацию «горячих» областей накачки в объеме среды, обусловленную формированием объемных спекл-структур в световом поле лазерной накачки. Подобные зоны могут быть рассмотрены как низкодобротные оптические резонаторы, в которых усредненное за время действия единичного лазерного импульса отношение индуцированной составляющей флуоресцентного отклика к спонтанной определяется как характеристиками флуоресцирующей компоненты среды (сечениями поглощения, спонтанной и индуцированной эмиссии и концентрацией молекул флуорофора), так и параметрами подобного локализованного стохастического эмиттера флуоресцентного излучения. В качестве одного из основных параметров в предложенной феноменологической модели было введено усредненное по ансамблю спеклов-микрорезонаторов сечение радиационных потерь  $\langle \sigma_{rad} \rangle$ , характеризующее плотность потока энергии флуоресцентного излучения из области эмиссии в окружающее пространство в процессе преобразования излучения накачки в флуоресценцию. Наряду с интенсивностью накачки, значение  $\langle \sigma_{rad} \rangle$ , введенное при моделировании как феноменологический параметр, определяет эффективность преобразования лазерного излучения в индуцированную составляющую флуоресцентного отклика.

В рамках работы [13] на основе анализа экспериментальных данных о флуоресцентном

отклике насыщенных родамином бЖ слоев плотноупакованных частиц анатаза в зависимости от величины лазерной накачки и их сопоставления с результатами моделирования показано, что возрастание интенсивности накачки приводит к монотонному убыванию  $\langle \sigma_{rad} \rangle$ . Вместе с тем вопрос о влиянии условий возбуждения флуоресценции и характеристик накачиваемой среды на усредненные радиационные потери в ассоциируемых с лазерными спеклами локализованных областях флуоресцентного излучения требует более детального рассмотрения и осмысления, чему и посвящена данная работа.

### 1. Флуоресцентный отклик при лазерной накачке флуоресцирующих случайно-неоднородных сред: экспериментальные и модельные данные

В [13] представлены результаты экспериментальных исследований флуоресцентного отклика насыщенных родамином бЖ слоев плотноупакованных наночастиц  $\text{TiO}_2$  (анатаза) при импульсно-периодической лазерной накачке на длине волны 532 нм с длительностью 10 нс в интервале интенсивностей накачки от  $5 \cdot 10^5$  до  $5 \cdot 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>. Также предложена кинетическая модель для описания флуоресцентного отклика низкодобротного микрорезонатора (локального эмиттера), ассоциируемого с отдельным спеклом в накачиваемой лазерным излучением случайно-неоднородной среде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{df}{dt} = \frac{\sigma_a}{h\nu_p} I_p(t) \{1-f\} - \frac{\langle \sigma_{st} \rangle_\lambda}{\langle h\nu_f \rangle_\lambda} \langle I_f(t) \rangle_\lambda f + \frac{\langle \sigma_{sa} \rangle_\lambda}{\langle h\nu_f \rangle_\lambda} \langle I_f(t) \rangle_\lambda \{1-f\} - \delta f; \\ \frac{d \langle I_f(t) \rangle_\lambda}{dt} = \left\{ \frac{\langle \sigma_{st} \rangle_\lambda}{\langle h\nu_f \rangle_\lambda} \langle I_f(t) \rangle_\lambda f + \delta f - \frac{\langle \sigma_{sa} \rangle_\lambda}{\langle h\nu_f \rangle_\lambda} \langle I_f(t) \rangle_\lambda \{1-f\} - \right. \\ \left. - \frac{\sigma_{rad} \left( d_{em}, \langle \langle I_f(t) \rangle_\lambda \rangle_{PL} \right)}{\langle h\nu_f \rangle_\lambda} \langle I_f(t) \rangle_\lambda \right\} n_0 \langle h\nu_f \rangle_\lambda v. \end{array} \right. \quad (1)$$

В модели  $f$  – нормированное значение текущей населенности возбужденного состояния молекул флуорофора в объеме эмиттера ( $f = n(t)/n_0$ ),  $n_0$  – концентрация молекул флуорофора,  $\sigma_a$  – сечение поглощения молекул флуорофора на длине волны накачки,  $I_p(t)$  – текущая интенсивность накачки, нормированная  $h\nu_p$  – энергия кванта накачки,  $\langle \sigma_{st} \rangle_\lambda$  – усредненное по спектральному интервалу флуоресцентно-

го отклика сечение индуцированного излучения молекулы флуорофора,  $\langle h\nu_f \rangle_\lambda$  – усредненное значение энергии кванта флуоресценции,  $\langle I_f(t) \rangle_\lambda$  – усредненное по спектральному интервалу текущее значение интенсивности флуоресцентного отклика,  $\langle \sigma_{sa} \rangle_\lambda$  – усредненное значение сечения самопоглощения флуоресценции,  $\delta$  – скорость спонтанной релаксации возбужденных состояний,  $\sigma_{rad} \left( d_{em}, \langle \langle I_f(t) \rangle_\lambda \rangle_{PL} \right)$  – сечение





радиационных потерь для данного локального эмиттера,  $v$  – скорость света в среде,  $d_{em}$  – характерный размер локального эмиттера. Угловые скобки  $\langle \dots \rangle_{PL}$  соответствуют усреднению интенсивности флуоресценции по накачиваемому объему в слое. Таким образом, введенное выше значение  $\langle \sigma_{rad} \rangle$  соответствует усредненной по ансамблю локальных эмиттеров с различными значениями  $d_{em}$  величине  $\sigma_{rad} \left( d_{em}, \langle \langle I_f(t) \rangle_{\lambda} \rangle_{PL} \right)$ . Данная процедура подробно описана в [13]. Можно также показать, что предельное (максимальное) сечение радиационных потерь для локального эмиттера флуоресцентного излучения определяется выражением:  $\sigma_{rad}^{max} \approx 3/2n_0d_{em}$ . С использованием модели (1) рассчитывалось усредненное за время действия импульса накачки и по ансамблю локальных эмиттеров отношение индуцированной составляющей флуоресцентного оклика системы к спонтанной составляющей  $\langle \Psi(t) \rangle = \left\langle \left\langle \frac{\langle \sigma_{st} \rangle_{\lambda}}{\langle hv_f \rangle_{\lambda}} \langle I_f(t) \rangle_{\lambda} / \delta \right\rangle \right\rangle$ , которое затем сопоставлялось с полученными экспериментальными данными [13].

Приведенные в работе [13] эмпирические данные и результаты моделирования могут быть использованы для восстановления зависимостей усредненного по ансамблю локальных эмиттеров сечения радиационных потерь для исследованных систем «наночастицы анатаза – родамин 6Ж». Данные зависимости приведены на рис. 1. Обращают на себя внимание особенности в поведении обеих зависимостей в интервале интенсивностей накачки от  $\approx 4 \cdot 10^6$  до  $\approx 8 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>, ассоциируемые с переходом к режиму стохастической лазерной генерации (random lasing) в накачиваемых системах [13].

## 2. Перенос излучения в стохастическом ансамбле локализованных эмиттеров флуоресценции и сечение радиационных потерь

Как отмечено выше, предельное значение сечения радиационных потерь для изолированного локального эмиттера флуоресцентного излучения в накачиваемой флуоресцирующей случайно-неоднородной среде определяется выражением:  $\sigma_{rad}^{max} \approx 3/d_{em}n_0$ . Приведенное значение является оценкой сверху для сечения радиационных потерь, поскольку в рассматриваемом стохастическом ансамбле локальных эмиттеров радиационный отток квантов флуоресцентного излучения в единицу времени из данного

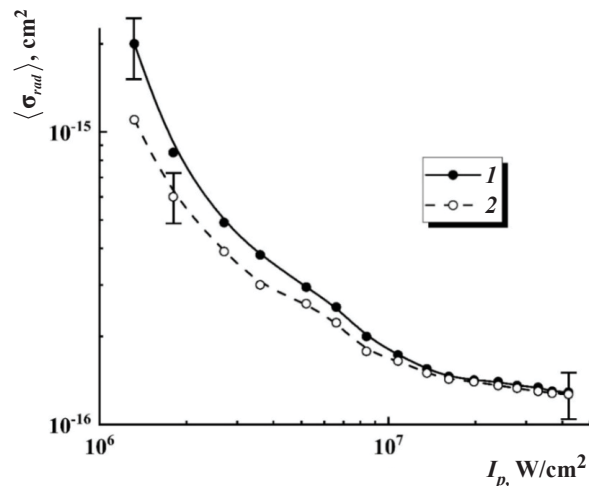


Рис. 1. Зависимости эффективного сечения радиационных потерь локальных эмиттеров флуоресцентного излучения от интенсивности накачки для насыщенных родамином 6Ж слоев плотноупакованных наночастиц анатаза. Зависимости получены в результате анализа экспериментальных данных и результатов моделирования, представленных в [13]. Накачка осуществлялась на длине волны 532 нм с длительностью импульса 10 нс. Исследуемые образцы: 1 – слои наночастиц со средним диаметром 25 нм (№ 637254, Sigma Aldrich Inc.) и объемной долей частиц  $\approx 0.22$ ; 2 – слои наночастиц с выраженной полидисперсностью (№ 10122392, Fisher Scientific Ltd.) и объемной долей частиц  $\approx 0.28$ . Концентрация родамина 6Ж в водном растворе в обоих случаях составляла  $3.4 \cdot 10^{-3}$  М. Выборочно показанные доверительные интервалы соответствуют уровню значимости 0.9

Fig. 1. Dependencies of the effective cross-section of radiation losses in local fluorescence emitters on the pump intensity for Rhodamine-6G-saturated layers of densely packed anatase nanoparticles. The dependencies were recovered using experimental data and modeling results presented in [13]. Pumping was carried out at 532 nm with the pulse duration of 10 ns. The studied samples were: 1 – layers of nanoparticles with an average diameter of 25 nm (no. 637254, Sigma Aldrich Inc.) and the volume fraction of  $\approx 0.22$ ; 2 – layers of nanoparticles with the expressed polydispersity (no. 10122392, Fisher Scientific Ltd.) and the volume fraction of  $\approx 0.28$ . In both cases, the concentration of Rhodamine 6G was  $3.4 \cdot 10^{-3}$  M. Selectively shown error bars correspond to the confidence level of 0.9

эмиттера частично компенсируется притоком квантов из других локальных областей эмиссии (рис. 2). Таким образом, усредненное по ансамблю локальных эмиттеров флуоресценции сечение радиационных потерь может быть представлено как  $\langle \sigma_{rad}(I_p) \rangle = \langle \sigma_{rad}^{max}(I_p) \{1 - K(I_p)\} \rangle$ , где безразмерный параметр  $K(I_p)$  учитывает обратный поток флуоресцентного излучения в эмиттеры из окружающего пространства.

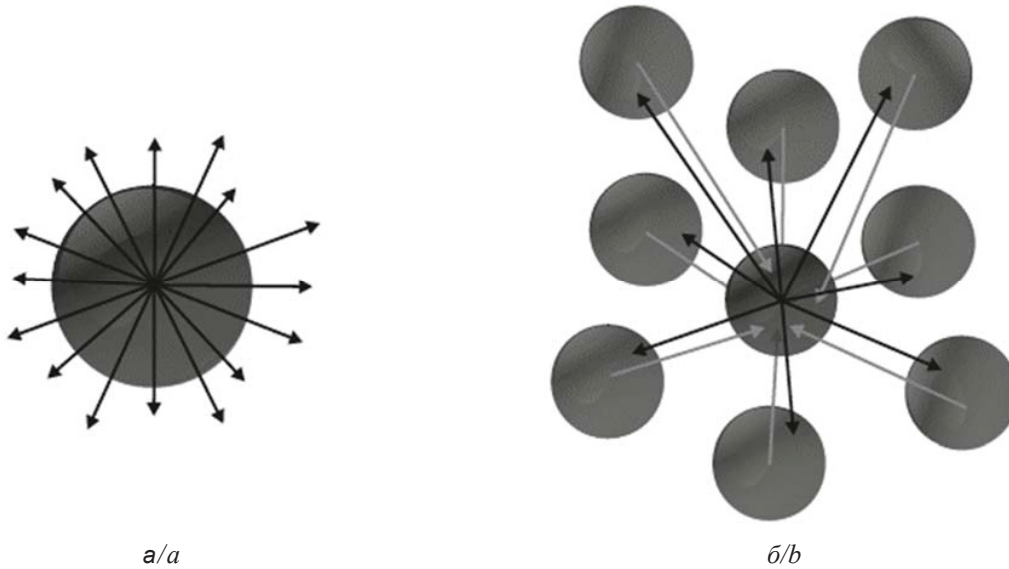


Рис. 2. Модели локальных эмиттеров флуоресцентного излучения в накачиваемой случайно-неоднородной среде; *a* – изолированный эмиттер, характеризуемый предельным значением сечения радиационных потерь; *b* – ансамбль эмиттеров с локальным переносом флуоресцентного излучения между ними

Fig. 2. Models of local emitters of fluorescence radiation in a pumped random medium; *a* – an isolated emitter characterized by the extreme cross-section of radiation losses; *b* – an ensemble of emitters with local transfer of fluorescence radiation between them

Для оценки параметра  $K(I_p)$  вычислим усредненный по ансамблю эмиттеров средний поток флуоресцентных квантов из ансамбля локальных эмиттеров в произвольно выбранный локальный эмиттер сферической формы с диаметром  $\langle d_{em} \rangle$  (рис. 2, б).

При вычислении используем следующие допущения:

1) распределение локальных эмиттеров по объему накачиваемой среды является однородным и изотропным и характеризуется значением плотности  $\rho$ , определяемым числом лазерных спеклов в единице объема среды; соответственно, плотность эмиттеров может быть выражена как  $\rho \approx (\Xi \langle d_{sp} \rangle)^{-3}$ , где  $\langle d_{sp} \rangle$  – характерный размер лазерных спеклов в объеме среды,  $\Xi$  – фактор, определяемый структурными характеристиками спекл-модулированного поля лазерной накачки в среде;

2) вероятность попадания кванта флуоресцентного излучения извне в рассматриваемый локальный эмиттер определяется как расстоянием от него до точки эмиссии кванта, излучаемого другим локальным эмиттером, так и вероятностью рассеяния кванта на трассе между двумя локальными эмиттерами; соответственно, на

малых пространственных масштабах доминирует баллистический характер распространения квантов флуоресценции, а с увеличением длины распространения существенное влияние оказывают рассеивающие свойства среды;

3) эмиссия флуоресцентных квантов в локальных эмиттерах имеет изотропный характер (все направления распространения квантов после актов излучения равновероятны);

4) анализ соответствует установившемуся стационарному режиму флуоресцентного излучения при постоянном значении интенсивности накачки; данное допущение является оправданным, если длительность перехода ансамбля локальных эмиттеров в стационарное состояние существенно меньше длительности импульса накачки.

С учетом сделанных допущений для параметра  $K(I_p)$  может быть получено следующее выражение:

$$K(I_p) \approx 4\pi\rho \int_{\Lambda}^{\infty} \varphi\{r, \langle d_{em}(I_p) \rangle\} \exp\left(-\frac{r}{l}\right) r^2 dr, \quad (2)$$

где  $0 \leq \varphi\{r, \langle d_{em}(I_p) \rangle\} < 1$  – функция, определяющая вероятность «баллистического» попадания кванта флуоресценции, излученного на расстоянии  $r$  от начала координат, в рассматриваемый



локальный эмиттер (без учета затухания направленного потока излучения за счет многократного рассеяния). Нижний предел интегрирования  $\Lambda$  в (2) определяется структурными характеристиками спекл-поля в среде и превышает характерный размер локального эмиттера  $\langle d_{em} \rangle$ . Влияние рассеяния на убывание вероятности притока квантов в рассматриваемый локальный эмиттер из других эмиттеров описывается экспоненциальным множителем  $\exp(-r/l)$ , где  $l$  – длина рассеяния [16] флуоресцентного излучения в накачиваемой среде. Таким образом, функцию  $\varphi\{r, \langle d_{em}(I_p) \rangle\}$  можно интерпретировать как «геометрический» фактор в убывании вероятности попадания квантов флуоресценции

$$\varphi\{\zeta\} \approx \frac{3}{4} \int_{-1}^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{(\zeta-y)^2 + x^2 - 1}{(\zeta-y)^2 + x^2}} \right\} x dx, \quad \zeta > 2, \quad (3)$$

где  $\zeta = r/\langle d_{em}(I_p) \rangle$ . На рис. 3 в логарифмических координатах представлен график модельной функции  $\varphi\{\zeta\}$ ; анализ полученных результатов

$$\varphi\left(\frac{r}{\langle d_{em}(I_p) \rangle}\right) \approx 0.268 \left(\frac{r}{\langle d_{em}(I_p) \rangle}\right)^{-2}. \quad (4)$$

Анализ структурных характеристик различных изображений спекл-структур, формируемых при многократном рассеянии, позволил установить приближенное эмпирическое значение среднего расстояния между спеклами в

$$K(I_p) \approx \frac{1.07\pi \langle d_{em}(I_p) \rangle^2 l}{\Xi^3 \langle d_{sp} \rangle^3} \exp\left(-\frac{1.15 \langle d_{em}(I_p) \rangle}{l}\right), \quad (5)$$

и, соответственно, усредненное по ансамблю локальных эмиттеров флуоресценции сечение

$$\langle \sigma_{rad}(I_p) \rangle \approx \frac{3}{2n_0 \langle d_{em}(I_p) \rangle} \cdot \left\{ 1 - \frac{1.07\pi \langle d_{em}(I_p) \rangle^2 l}{\Xi^3 \langle d_{sp} \rangle^3} \exp\left(-\frac{1.15 \langle d_{em}(I_p) \rangle}{l}\right) \right\}. \quad (6)$$

Необходимым условием сходимости решений для представленной выше кинетической модели (1) (в частности, стационарности

$$1 - \frac{1.07\pi \langle d_{em}(I_p) \rangle^2 l}{\Xi^3 \langle d_{sp} \rangle^3} \exp\left(-\frac{\langle d_{em}(I_p) \rangle}{l}\right) > 0. \quad (7)$$

извне в данный локальный эмиттер, а функцию  $\exp(-r/l)$  – как «диффузионный» фактор. Отметим, что в рамках рассматриваемой модели не учитывается приток многократно рассеянных составляющих флуоресцентного излучения с длинами распространения от акта эмиссии до попадания в объем эмиттера, многократно превышающими  $l$ . Данное предположение обусловлено малой вероятностью подобных событий.

Можно показать, что для двух локальных эмиттеров сферической формы с диаметрами, равными  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$ , и расстоянием между центрами, равным  $r$ , вероятность попадания кванта флуоресцентного излучения из одного эмиттера в другой может быть приближенно представлена как

позволяет с приемлемой точностью предположить в качестве аппроксимирующей зависимости обратную квадратичную функцию:

среде как  $\approx 2.3 \langle d_{sp} \rangle$ . Соответственно, минимальное значение аргумента  $\zeta$  в выражении (3) принято равным  $\approx 2.3$ .

Таким образом, для  $K(I_p)$  может быть получено следующее приближенное выражение:

радиационных потерь может быть представлено как

флуоресцентного отклика локальных эмиттеров при больших длительностях накачки) является:

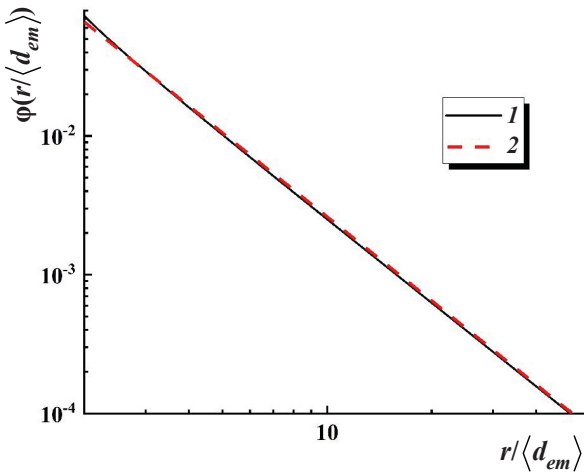


Рис. 3. Модельная функция, характеризующая вероятность попадания кванта флуоресцентного излучения в локальный эмиттер из другого эмиттера (1), и аппроксимирующая степенная зависимость (2)

Fig. 3. Model function characterizing the probability of fluorescence photon hitting to a local emitter from other emitter (1) and the approximating power-law dependence (2)

Характерные особенности в поведении восстановленных из экспериментальных данных эффективных значений сечения радиационных потерь для исследованных систем «нанопорошки TiO<sub>2</sub> – родамин 6Ж» в зависимости от интенсивности накачки (см. рис. 1) могут быть адекватно интерпретированы в рамках рассмотренной феноменологической модели. В частности, представляет интерес анализ влияния интенсивности накачки и свойств накачиваемой среды на значения параметров  $1 - K(I_p)$  и  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$ . Измерения диффузного пропускания в интервале длин волн от 500 до 750 нм позволили с использованием предположений о близком к изотропному характере рассеяния света и несущественном поглощении флуоресценции в образцах оценить значения длины рассеяния  $l$  для образцов № 1, 2 для длины волны, соответствующей спектральному максимуму флуоресцентного излучения (570 нм). Эти значения равны  $l_1 \approx (2.46 \pm 0.2)$  мкм и  $l_2 \approx (0.90 \pm 0.08)$  мкм. Ожидаемый характерный размер спеклов в поле лазерной накачки для исследованных многократно рассеивающих образцов должен быть существенно меньше длины волны накачки [16, 17]. Это обусловлено значительной шириной угловых распределений волновых векторов многократно рассеянных парциальных составляющих светового поля в произвольно выбранных точках внутри подобных сред. В частности, в работе [17] предложено

оценочное выражение для характерного масштаба флуктуаций многократно рассеянного когерентного светового поля в случайно-неоднородной среде  $L \sim \lambda / \pi D$ , где  $D$  – безразмерный параметр, определяемый шириной углового спектра вектора плотности потока энергии излучения в среде. Для дальнейшего оценочного анализа примем, что  $\langle d_{sp} \rangle \approx \lambda_p / \pi \approx 170$  нм.

Для принятых значений  $l$  и  $\langle d_{sp} \rangle$  с использованием модельной зависимости (6) и эмпирических зависимостей  $\langle \sigma_{rad}(I_p) \rangle$  (см. рис. 1) восстановлены значения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  и  $1 - K(I_p)$  для различных интенсивностей накачки (рис. 4). Отметим, что полученные в рамках рассмотренной феноменологической модели характерные размеры локальных эмиттеров флуоресценции практически не зависят от интенсивности накачки, однако существенно различаются для систем с различными значениями длины рассеяния.

В то же время значения параметра  $1 - K(I_p)$  близки к 0 и уменьшаются с ростом интенсивности накачки с тенденцией к насыщению, что соответствует близкому к равновесному характеру обмена флуоресцентным излучением между локальными эмиттерами в стационарном режиме

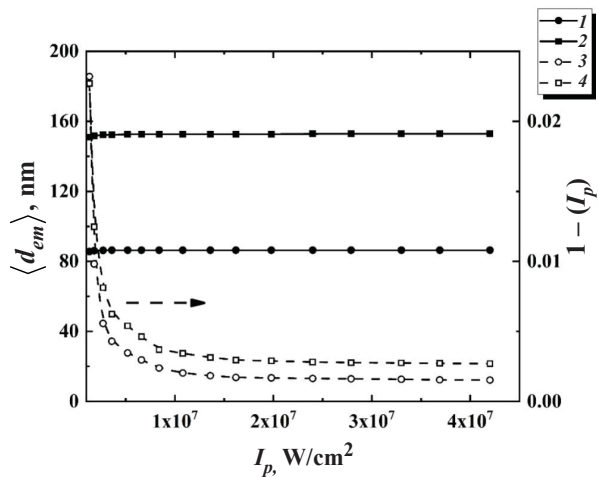


Рис. 4. Зависимости  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  (1, 2) и  $1 - K(I_p)$  (3, 4) от интенсивности накачки для насыщенных родамином 6Ж слоев плотноупакованных наночастиц анатаза: 1, 3 – слои наночастиц № 637254, Sigma Aldrich Inc.; 2, 4 – слои наночастиц № 10122392, Fisher Scientific Ltd.

Fig. 4. Dependencies of  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  (1, 2) and  $1 - K(I_p)$  (3, 4) on the pump intensity for the Rhodamine-6G-saturated layers of densely packed anatase nanoparticles: 1, 3 – layers of nanoparticles no. 637254, Sigma Aldrich Inc.; 2, 4 – layers of nanoparticles no. 10122392, Fisher Scientific Ltd.





эмиссии. Существенное влияние длины рассеяния на значения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  и  $1 - K(I_p)$  при одинаковых значениях интенсивности накачки может быть интерпретировано как проявление своего рода «экранирующего» эффекта, когда малые значения  $l$  существенно ограничивают число соседних локальных эмиттеров, участвующих в обмене квантами флуоресцентного излучения с данным эмиттером. Отметим, что с уменьшением длины рассеяния  $l$  восстановленные значения характерного размера локальных эмиттеров стремятся к  $\langle d_{sp} \rangle$  (см. набор данных 2 на рис. 4), в то время как с увеличением длины рассеяния значения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  и  $1 - K(I_p)$  уменьшаются. Следует также отметить, что изменения предполагаемого характерного размера спеклов поля накачки в большую или меньшую сторону не приводят к качественным изменениям в поведении зависимостей  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$  и  $1 - K(I_p)$  от интенсивности накачки, иллюстрируемом рис. 4. Масштабы по осям ординат при этом изменяются, но общие тенденции (практическое отсутствие зависимости  $\langle d_{em} \rangle$  от интенсивности накачки и достаточно сильное влияние длины рассеяния на этот параметр, близкие значения  $\langle d_{em} \rangle$  и  $\langle d_{sp} \rangle$  при малых значениях транспортной

длины, быстрый спад  $1 - K(I_p)$  с последующим выходом на асимптотические значения с ростом интенсивности накачки) сохраняются. Малые значения параметра  $1 - K(I_p)$  даже в случае малых значений интенсивности накачки и малых длин рассеяния указывают на то, что локальный перенос излучения из окружения в данный локальный эмиттер является ключевым фактором, контролирующим его флуоресцентный отклик.

Отметим, что в рамках рассмотренной феноменологической модели при выводе выражения (6) для среднего сечения радиационных потерь не учитывалось влияние обратного рассеяния квантов флуоресцентного излучения, испускаемых локальным эмиттером, назад в эмиттер. Возникает вопрос о правомерности подобного допущения; вклад обратного потока излучения должен приводить к уменьшению первого единичного слагаемого в правой части выражения (6). Соответственно, это должно приводить к убыванию  $\langle \sigma_{rad}(I_p) \rangle$  в дополнение к потоку излучения из других эмиттеров. Выражение (6) с учетом вклада обратного рассеяния квантов флуоресцентного излучения в эмиттер должно быть преобразовано к следующему виду:

$$\langle \sigma_{rad}(I_p) \rangle \approx \frac{3}{2n_0 \langle d_{em}(I_p) \rangle} \cdot \left\{ [1 - P_{bs}] - \frac{1.07\pi \langle d_{em}(I_p) \rangle^2 l}{\Xi^3 \langle d_{sp} \rangle^3} \exp\left(-\frac{1.15 \langle d_{em}(I_p) \rangle}{l}\right) \right\}, \quad (8)$$

где  $P_{bs}$  – вероятность рассеяния квантов флуоресценции, испускаемых эмиттером, обратно в эмиттер. Для  $P_{bs}$  с использованием

подхода, аналогичного рассмотренному выше, может быть получено следующее выражение:

$$P_{bs} \approx \frac{\int_{0.5}^{\eta_{cutoff}} \frac{1}{16\eta^2} \left(1 - \frac{1}{4\eta^2}\right) \left\{1 - \exp\left(-\frac{\langle d_{em}(I_p) \rangle}{l} \eta\right)\right\} d\eta}{\int_{0.5}^{\eta_{cutoff}} \left\{1 - \exp\left(-\frac{\langle d_{em}(I_p) \rangle}{l} \eta\right)\right\} d\eta}, \quad (9)$$

где  $\eta$  – безразмерный параметр, равный отношению расстояния от центра эмиттера до места рассеяния кванта к  $\langle d_{em}(I_p) \rangle$ ; безразмерное расстояние отсечки  $\eta_{cutoff} \gg 1$  введено, чтобы исключить вычисление несобственных интегралов в выражении (9), поскольку, строго говоря, верхние пределы в интегралах должны быть равны  $\infty$ .

В формуле (9) член  $\left\{1 - \exp\left(-\frac{\langle d_{em}(I_p) \rangle}{l} \eta\right)\right\}$  определяет вероятность рассеяния излученного из объема эмиттера кванта в точке, определяемой безразмерным параметром  $\eta$ , а член  $\frac{1}{16\eta^2} \left\{1 - \frac{1}{4\eta^2}\right\}$  характеризует вероятность обратного рассеяния кванта в излучающий объем.



На рис. 5 приведена зависимость  $P_{bs}$  от отношения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle / l$ ; область ожидаемых значений этого параметра для исследуемых систем выделена серым цветом. Таким образом, для рассматриваемых систем влиянием обратного рассеяния излучения в излучающий объем можно пренебречь. Это обусловлено малыми значениями отношения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle / l$  и близким к изотропному характером рассеяния для исследуемых плотноупакованных слоев наночастиц.

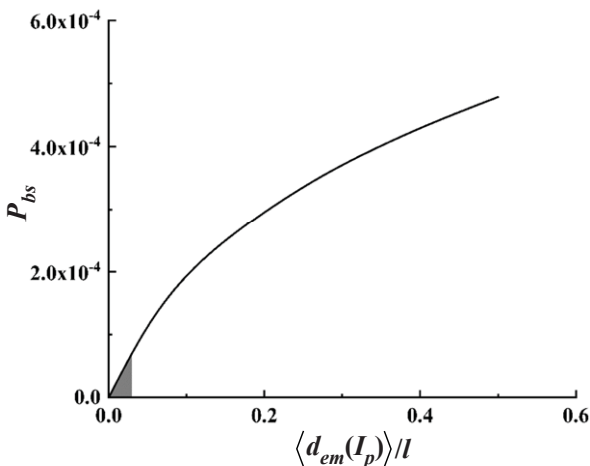


Рис. 5. Вероятность обратного рассеяния кванта флуоресцентного излучения в локальный эмиттер в зависимости от отношения  $\langle d_{em}(I_p) \rangle / l$  (результаты моделирования)  
Fig. 5. Probability of backscattering of a fluorescence photon to a local emitter versus the ratio  $\langle d_{em}(I_p) \rangle / l$  (simulation results)

Также следует отметить, что проявление поляризационной чувствительности флуоресцентного отклика, в ряде случаев имеющее место при лазерной накачке пространственно-однородных флуоресцирующих сред, для исследуемых систем должно подавляться вследствие многократного рассеяния как излучения накачки, так и флуоресцентного отклика в среде. Следует ожидать, что характерная длина деполяризации рассеянного излучения [18] в зондируемых образцах сопоставима с длиной рассеяния как излучения накачки, так и флуоресцентного излучения в накачиваемых образцах. Соответственно, их флуоресцентный отклик является практически полностью деполяризованным и не зависящим от состояния поляризации накачивающего лазерного пучка. Эта особенность наблюдалась в наших экспериментах по лазерной накачке исследуемых систем.

## Заключение

Радиационный обмен между локальными стохастическими эмиттерами флуоресцентного излучения, рассмотренный в рамках представлений о локализации флуоресцентного излучения в случайно-неоднородных средах вследствие спекл-модуляции накачивающего лазерного излучения, является одним из ключевых факторов, контролирующих флуоресцентный отклик системы при возрастании интенсивности накачки. Рассмотренная феноменологическая модель, учитывающая влияние радиационного обмена между локальными эмиттерами на усредненное по ансамблю эмиттеров сечение радиационных потерь, позволяет адекватно интерпретировать наблюдаемые в экспериментах особенности поведения данного параметра в зависимости от интенсивности накачки (в частности, его убывание с тенденцией к насыщению при возрастании интенсивности накачки). Модель также учитывает влияние оптических транспортных параметров накачиваемой среды (в частности, длины рассеяния излучения в среде) на радиационный обмен между локальными эмиттерами флуоресцентного излучения.

Полученные результаты могут быть использованы в качестве физической основы при разработке новых подходов к лазерному зондированию случайно-неоднородных сред в части интерпретации получаемых экспериментальных данных.

## Список литературы

1. Lawandy N. M., Balachandran R. M., Gomes A. S. L., Sauvain E. Laser action in strongly scattering media // Nature. 1994. Vol. 368. P. 436–438. DOI: 10.1038/368436a0
2. Wiersma D. S., Lagendijk A. Light diffusion with gain and random lasers // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 4256–4265. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.4256
3. Totsuka K., van Soest G., Ito T., Lagendijk A., Tomita M. Amplification and diffusion of spontaneous emission in strongly scattering medium // J. Appl. Phys. 2000. Vol. 87. P. 7623–7628. DOI: 10.1063/1.373432
4. Cao H., Xu J. Y., Zhang D. Z., Chang S. H., Ho S. T., Seelig E. W., Liu X., Chang R. P. H. Spatial confinement of laser light in active random media // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 5584–5587. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.5584
5. Noginov M. A., Folwkes I. N., Zhu G., Novak J. Random laser thresholds in cw and pulsed regimes // Phys. Rev. A. 2004. Vol. 70. P. 043811. DOI: 10.1103/PhysRevA.70.043811



6. Wu X. H., Yamilov A., Noh H., Cao H., Seelig E. W., Chang R. P. Random lasing in closely packed resonant scatterers // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2004. Vol. 21. P. 159–167. DOI: 10.1364/JOSAB.21.000159
7. Noginov M. A., Novak J., Grigsby D., Zhu G., Bahoura M. Optimization of the transport mean free path and the absorption length in random lasers with non-resonant feedback // *Opt. Express*. 2005. Vol. 13. P. 8829–8836. DOI: 10.1364/OPEX.13.008829
8. Van der Molen K. L., Mosk A. P., Lagendijk A. Quantitative analysis of several random lasers // *Opt. Commun.* 2007. Vol. 278. P. 110–113. DOI: 10.1016/j.optcom.2007.05.047
9. Wiersma D. S. The physics and applications of random lasers // *Nature Physics*. 2008. Vol. 4. P. 359–367. DOI: 10.1038/nphys971
10. Luan F., Gua B., Gomes A. S. L., Yong K. T., Wen S., Prasad P. N. Lasing in nanocomposite random media // *Nano Today*. 2015. Vol. 10. P. 168–192. DOI: 10.1016/j.nantod.2015.02.006
11. Yilmaz H., van Putten E. G., Bertolotti J., Lagendijk A., Vos W. L., Mosk A. P. Speckle correlation resolution enhancement of wide-field fluorescence imaging // *Optica*. 2015. Vol. 2. P. 424–429. DOI: 10.1364/OPTICA.2.000424
12. Летохов В. С. Генерация света рассеивающей средой с отрицательным резонансным поглощением // *ЖЭТФ*. 1967. Т. 53. С. 1442–1444.
13. Zimnyakov D. A., Volchkov S. S., Kochkurov L. A., Kochubey V. I., Melnikov A. G., Melnikov G. V. Speckle patterning of a pumping laser light as a limiting factor for stimulated fluorescence emission in dense random media // *Opt. Express*. 2021. Vol. 29. P. 2309–2331. DOI: 10.1364/OE.415566
14. Van Soest G., Poelwijk F. J., Sprik R., Lagendijk A. Dynamics of a random laser above threshold // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86. P. 1522–1525. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.1522
15. García-Revilla S., Fernández J., Illarramendi M. A., García-Ramiro B., Balda R., Cui H., Zayat M., Levy D. Ultrafast random laser emission in a dye-doped silica gel powder // *Opt. Express*. 2008. Vol. 16. P. 12251–12263. DOI: 10.1364/OE.16.012251
16. Исмару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М. : Мир, 1981. 560 с.
17. Иванов А. П., Кацев И. Л. О спекл-структуре светового поля в дисперсной среде, освещенной лазерным пучком // *Квантовая электроника*. 2005. Т. 35. С. 670–674.
18. Zimnyakov D. A., Sinichkin Yu. P., Zakharov P. V., Agafonov D. N. Residual polarization of non-coherently backscattered linearly polarized light : The influence of the anisotropy parameter of the scattering medium // *Waves in Random Media*. 2001. Vol. 11. P. 395–412. DOI: 10.1088/0959-7174/11/4/303

## References

1. Lawandy N. M., Balachandran R. M., Gomes A. S. L., Sauvain E. Laser action in strongly scattering media. *Nature*, 1994, vol. 368, pp. 436–438. DOI: 10.1038/368436a0
2. Wiersma D. S., Lagendijk A. Light diffusion with gain and random lasers. *Phys. Rev. E*, 1996, vol. 54, pp. 4256–4265. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.4256
3. Totsuka K., van Soest G., Ito T., Lagendijk A., Tomita M. Amplification and diffusion of spontaneous emission in strongly scattering medium. *J. Appl. Phys.*, 2000, vol. 87, pp. 7623–7628. DOI: 10.1063/1.373432
4. Cao H., Xu J. Y., Zhang D. Z., Chang S. H., Ho S. T., Seelig E. W., Liu X., Chang R. P. H. Spatial confinement of laser light in active random media. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, pp. 5584–5587. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.5584
5. Noginov M. A., Folwkes I. N., Zhu G., Novak J. Random laser thresholds in cw and pulsed regimes. *Phys. Rev. A*, 2004, vol. 70, pp. 043811. DOI: 10.1103/PhysRevA.70.043811
6. Wu X. H., Yamilov A., Noh H., Cao H., Seelig E. W., Chang R. P. Random lasing in closely packed resonant scatterers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2004, vol. 21, pp. 159–167. DOI: 10.1364/JOSAB.21.000159
7. Noginov M. A., Novak J., Grigsby D., Zhu G., Bahoura M. Optimization of the transport mean free path and the absorption length in random lasers with non-resonant feedback. *Opt. Express*, 2005, vol. 13, pp. 8829–8836. DOI: 10.1364/OPEX.13.008829
8. Van der Molen K. L., Mosk A. P., Lagendijk A. Quantitative analysis of several random lasers. *Opt. Commun.*, 2007, vol. 278, pp. 110–113. DOI: 10.1016/j.optcom.2007.05.047
9. Wiersma D. S. The physics and applications of random lasers. *Nature Physics*, 2008, vol. 4, pp. 359–367. DOI: 10.1038/nphys971
10. Luan F., Gua B., Gomes A. S. L., Yong K. T., Wen S., Prasad P. N. Lasing in nanocomposite random media. *Nano Today*, 2015, vol. 10, pp. 168–192. DOI: 10.1016/j.nantod.2015.02.006
11. Yilmaz H., van Putten E. G., Bertolotti J., Lagendijk A., Vos W. L., Mosk A. P. Speckle correlation resolution enhancement of wide-field fluorescence imaging. *Optica*, 2015, vol. 2, pp. 424–429. DOI: 10.1364/OPTICA.2.000424
12. Letokhov V. S. Generation of light by a scattering medium with negative resonance absorption. *Sov. Phys. JETP*, 1968, vol. 26, pp. 835–840.
13. Zimnyakov D. A., Volchkov S. S., Kochkurov L. A., Kochubey V. I., Melnikov A. G., Melnikov G. V. Speckle patterning of a pumping laser light as a limiting factor for stimulated fluorescence emission in dense random media. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 2309–2331. DOI: 10.1364/OE.415566



14. Van Soest G., Poelwijk F. J., Sprik R., Lagendijk A. Dynamics of a random laser above threshold. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, pp. 1522–1525. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 86.1522
15. García-Revilla S., Fernández J., Illarramendi M. A., García-Ramiro B., Balda R., Cui H., Zayat M., Levy D. Ultrafast random laser emission in a dye-doped silica gel powder. *Opt. Express*, 2008, vol. 16, pp. 12251–12263. DOI: 10.1364/OE.16.012251
16. Ishimaru A. *Wave propagation and scattering in random media*. New York, Academic Press, 1978. Vol. 1. 272 p.
17. Ivanov A. P., Katsev I. L. On the speckle pattern of a light field in a dispersion medium illuminated by a laser beam. *Quantum Electronics*, 2005, vol. 35, pp. 670–674. DOI: 10.1070/QE2005v035n07ABEH002835
18. Zimnyakov D. A., Sinichkin Yu. P., Zakharov P. V., Agafonov D. N. Residual polarization of non-coherently backscattered linearly polarized light: The influence of the anisotropy parameter of the scattering medium. *Waves in Random Media*, 2001, vol. 11, pp. 395–412. DOI: 10.1088/0959-7174/11/4/303

Поступила в редакцию 16.02.2021, после рецензирования 22.03.2021, принята к публикации 26.03.2021

Received 16.02.2021, revised 22.03.2021, accepted 26.03.2021