



# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 533.951

## Численное моделирование физического механизма аномального прогрева солнечной атмосферы

А. О. Майоров, В. А. Романов, К. В. Романов, Д. В. Романов

Майоров Александр Олегович, аспирант кафедры математической кибернетики и компьютерных наук, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, maiorovaleks94@gmail.com

Романов Валерий Александрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической кибернетики и компьютерных наук, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, valeriy.a.romanov@yandex.ru

Романов Константин Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет имени В. П. Астафьева, k-v-romanov@ya.ru

Романов Дмитрий Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и информационных технологий в образовании, Красноярский государственный педагогический университет имени В. П. Астафьева, d-v-romanov@ya.ru

В работе изучается феномен аномального прогрева солнечной атмосферы за счёт диссипации энергии слабых ударных волн, генерируемых в верхних слоях конвективной зоны. На базе полностью консервативных разностных схем гравитационной газовой динамики методом установления рассчитаны распределения термодинамических параметров по высоте в пределах солнечной хромосферы, удовлетворительно согласующиеся с наблюдательными данными. Из-за влияния диссипативных процессов (вязкости, лучистой теплопроводности) рассчитанные распределения слабо зависят от частоты и глубины генерации волнового потока в верхних слоях конвективной зоны Солнца.

**Ключевые слова:** атмосфера Солнца, аномальный прогрев, ударная волна, начальные и граничные условия задачи.

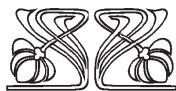
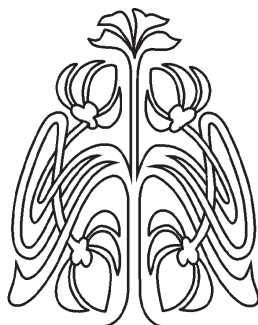
Поступила в редакцию: 13.10.2019 / Принята: 14.01.2020 / Опубликовано: 02.03.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

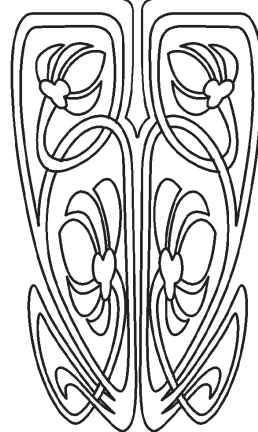
DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-4-15>

### Введение

Видимая солнечная атмосфера имеет ярко выраженный стратифицированный характер и легко разделяется на несколько слоёв с различными физическими свойствами (рис. 1 [1]). Видимый край диска Солнца называется фотосферой (радиус Солнца равен 700000 км). Основная часть видимого излучения Солнца формируется в этом тонком слое оптически непрозрачной плазмы. Выше фотосферы до высот порядка 2000 км расположена хромосфера, в пределах которой формируются спектральные линии видимой части спектра свечения



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





Солнца. Выше хромосферы располагаются узкий переходный слой и корона Солнца, простирающаяся до орбиты Земли и далее, охватывая все

планеты Солнечной системы. Ниже фотосферы расположена конвективная зона Солнца до глубин порядка 200000 км от фотосферного уровня [2, 3].

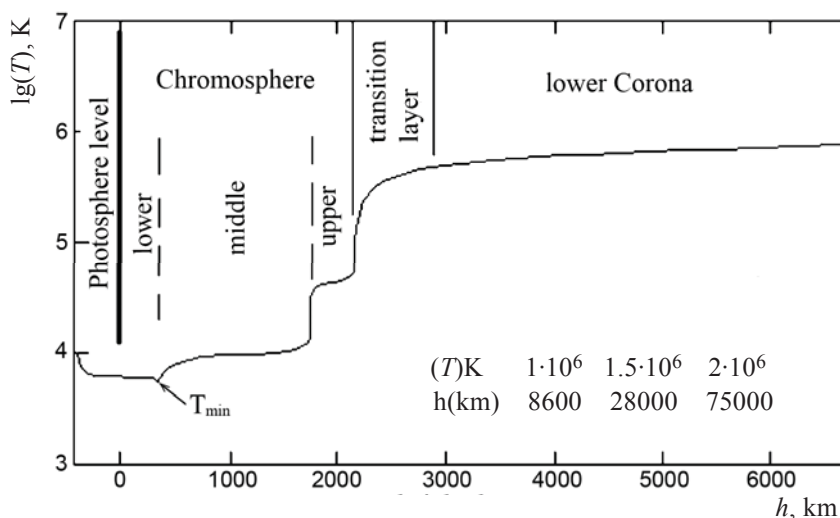


Рис.1. Распределение температуры по высоте в солнечной атмосфере [1]  
 Fig. 1. Temperature distribution as a function of altitude in the solar atmosphere [1]

Обработка и анализ наблюдательных данных по изучению физических процессов, протекающих в атмосфере Солнца на различных стадиях цикла активности, требуют систематического выделения стабильных составляющих по всем физическим параметрам, относящимся к стационарной солнечной атмосфере. По этой причине проблема восстановления структуры атмосферы спокойного Солнца (стационарной атмосферы [2]) возникла сразу же с началом систематических исследований активных физических процессов на Солнце наземными наблюдательными службами [4, 5] и с борта космических аппаратов [6–8].

Первые попытки численного расчёта структуры стационарной атмосферы [9–11] дали резкое рассогласование с прямыми измерениями распределения физических параметров солнечной атмосферы по высоте [12, 13]. В модельных расчётах температура с ростом высоты монотонно понижается от 5700 К на фотосферном уровне, и поток энергии формируется за счёт лучистой и кинетической теплопроводности [11, 14]. При падении по барометрическому закону плотности газа с ростом высоты перенос лучистой энергии приобретает объёмный характер и определяет результирующий энергетический поток, проходящий через солнечную атмосферу [11].

В наблюдательных данных распределение температуры принципиально другое. От фотосферного уровня до высот порядка 500 км температура понижается в согласии с теорети-

ческими расчётами, проходит через температурный минимум и начинает расти: медленно в пределах солнечной хромосферы, в переходном слое следует резкий скачок, на высоте 28000 км температура достигает значений  $1.5 \cdot 10^6$  К и устойчиво держится на этом уровне на высотах порядка нескольких радиусов Солнца (см. рис. 1). Так возникла проблема «аномального прогрева» солнечной атмосферы [15, 16]. Выбор термина «аномальный прогрев» обусловлен тем, что при зафиксированном распределении температуры по высоте тепловой поток направлен к поверхности Солнца. Тепловая энергия возвращается к фотосферному уровню. Теплопроводный механизм не может объяснить зарегистрированное распределение температуры газа по высоте.

В работах [9, 10] независимо Бирманом и Шварцшильдом была сформулирована гипотеза об аномальном прогреве солнечной атмосферы за счёт диссипации энергии слабых ударных волн, генерируемых в верхних слоях конвективной зоны. Для обоснования данной гипотезы процесс распространения и диссипации энергии ударных волн в солнечной хромосфере изучался различными авторами [17–19]. Детально изучен механизм перехода акустических волн в слабые ударные волны (явление «опрокидывания» акустической волны при распространении в стратифицированной атмосфере [20–22]). Удалось определить пространственный масштаб опрокидывания волн по высоте в пределах солнечной хромосферы, со-



гласующийся с наблюдательными данными [20].

Попытки прямого численного моделирования прогрева нижних слоёв атмосферы потоком ударных волн предпринимались неоднократно. С учётом сложности поставленной задачи расчёты проводились с упрощёнными предположениями:

- в некоторых работах неоднородная атмосфера заменяется серией однородных слоёв [19];

- при распространении ударной волны её энергия считается постоянной; по соотношениям Гюгонио находится зависимость амплитуды волны на разных высотах (приближение геометрической акустики [23]);

- в приближении теории прогрева атмосферы слабыми ударными волнами Бринкли, Кирквуда и Шацмана [24] ищется сразу стационарное решение задачи исходя из баланса потери энергии ударными волнами и излучением [22, 25];

- в работах [22, 26] задача решается с помощью прямого численного моделирования, но без учёта процессов теплопроводности, в них впервые определены высоты опрокидывания акустических волн и границы области температурного минимума; в расчетах источник звуковых волн располагается в верхних слоях конвективной зоны, которая генерирует волны с периодами в интервале 10–200 секунд [27].

Детальное обоснование гипотезы Шварцшильда – Бирмана требует решения нелинейной системы уравнений газовой динамики, описывая процесс прогрева как динамический, нестационарный. При постановке граничных условий задачи необходимо учесть реальные физические условия на фотосферном уровне: характерные периоды пульсаций в наблюдательных данных (3–5 минут [28]), характерные масштабы скоростей, регистрируемые по эффекту Доплера – 100–200 м/с [29]. Необходим корректный учет потерь энергии за счет лучистого переноса, влияния вязкости газа и других диссипативных процессов.

Анализ физики аномального прогрева солнечной атмосферы требует детального расчёта тепловых потоков за счет лучистой и кинетической теплопроводности. Необходимо корректно рассчитывать переход потенциальной энергии элементов газа в поле тяжести Солнца в кинети-

ческую. Необходим точный учёт объёмных лучистых потерь газа в широком диапазоне изменения температуры и давления. При этом поле излучения существенно неравновесно, и приближение локального термодинамического равновесия (ЛТР [3, 14]) не работает.

В настоящей работе на базе использования полностью консервативных схем гравитационной газовой динамики [30] методом установления рассчитан квазистационарный профиль температуры и других газодинамических параметров аномально прогретой солнечной хромосферы в эпоху минимума солнечной активности с учетом вязкости и лучистой теплопроводности, удовлетворительно согласующийся с наблюдательными данными.

### 1. Математическая постановка задачи

С высокой точностью солнечная атмосфера является водородно-гелиевой плазмой (примесь гелия составляет примерно 6% [2]). Фотосфера и хромосфера являются наиболее холодными частями солнечной атмосферы, состоящей практически из неионизованной солнечной плазмы. В приближении гидростатического равновесия распределение газа по высоте подчиняется барометрическому закону:

$$p = p_0 \cdot \exp \left\{ \int_{r_0}^r \frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} dz \right\}, \quad (1)$$

где  $p_0$  – давление газа на фотосферном уровне,  $\mu$  – молекулярный вес газа,  $g$  – ускорение свободного падения,  $r_0$  – уровень фотосферы,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

В работе [31] по данным эмпирической модели солнечной атмосферы и конвективной зоны Солнца [3,32] рассчитаны распределения плазменных характеристик и показано, что в конвективной зоне и хромосфере Солнца для описания движения газа применима модель одножидкостной газовой динамики [30]. Задачу прогрева солнечной атмосферы ударными волнами можно исследовать в сферической системе координат в одномерном приближении. Система уравнений одножидкостной газовой динамики с учётом теплопроводности имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot \rho \cdot v) = 0, \\ \rho \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial r} + F_r, \\ \frac{d}{dt} \left( \varepsilon + \frac{v^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot p \cdot v) + \frac{F_r \cdot v}{\rho} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot W_r) + L_r. \end{cases} \quad (2)$$



Запишем группу материальных уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{R}{\mu \cdot (\gamma - 1)} \cdot T, \\ p = \frac{R}{\mu} \cdot \rho \cdot T, \end{cases} \quad (3)$$

где  $p, \rho$  – давление и плотность газа,

$$F_r = p \cdot g_{\odot}$$

– сила тяжести Солнца,  $\varepsilon$  – внутренняя энергия

единицы массы газа,  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  – показатель адиабаты,

$L_r = -Q/\rho$  – мощность объёмных лучистых потерь на единицу массы,  $W_r$  – плотность теплового потока:

$$W_r = -(k_{\text{тепл}} + k_{\text{изл}}) \cdot \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (4)$$

Здесь

$$k_{\text{тепл}} = \frac{128}{3\pi} \cdot \frac{n_e \cdot k \cdot T}{m_e} \cdot \tau_{ei}$$

– коэффициент электронной теплопроводности,  $k_{\text{изл}}$  – коэффициент лучистой теплопроводности [14];  $\tau_{ei}$  – время свободного пробега электронов [33]:

$$k_{\text{изл}} = \frac{16 \cdot \sigma \cdot T^3}{3 \cdot \kappa \cdot \rho},$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана,  $\kappa$  – усреднённый коэффициент непрозрачности Росселанда, рассчитанный на единицу массы газа [14].

Система (2) содержит уравнения неразрывности, движения и уравнение энергии газа. Все рассчитанные функции зависят только от координаты  $r$ ;  $F_r, W_r, v$  – направлены вдоль радиуса. При записи уравнений сделан переход к полной (субстациональной) производной по времени:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}).$$

Из формулы (1) получаем характерный масштаб изменения давления газа с высотой:

$$\Lambda = \frac{R \cdot T}{\mu \cdot g} \quad (5)$$

– местная шкала высот солнечной атмосферы: на этом масштабе давление газа уменьшается в  $e$  раз.

Система уравнений (2) значительно упрощается при переходе к лагранжевой массовой переменной [30]:

$$s = \int_0^r \rho(y, t) \cdot y^2 dy$$

– массе газа в телесном угле 1 стерадиан, отсчитанной от центра сферы. Формула замены переменной:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial r} = \rho \cdot r^2 \cdot \frac{\partial}{\partial s}.$$

Итоговая система уравнений газовой динамики для разностной аппроксимации имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial s}(r^3) = \frac{3}{\rho}, \\ \frac{dv}{dt} = -r^2 \frac{\partial p}{\partial s} - G \frac{M}{r^2}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = -p \cdot \frac{\partial}{\partial s}(r^2 \cdot v) - \frac{\partial}{\partial s}(r^2 \cdot W_r) + L_r, \\ W_r = -(k_{\text{изл}} + k_{\text{мелл}}) \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \frac{\partial T}{\partial s}, \\ \frac{dr}{dt} = v. \end{cases} \quad (5)$$

В системе уравнений (5) изменена форма уравнения неразрывности и добавлено уравнение пересчёта положения лагранжевых координат с течением времени. Уравнение энергии приведено к энтропийному виду [30].

## 2. Обезразмеривание системы уравнений газовой динамики

Для проведения численных расчётов системе уравнений (5) требуется привести к безразмерному виду [30]. Характерным выделенным уровнем по высоте (радиусу Солнца) является уровень фотосферы. Масштабы обезразмеривания по различным физическим параметрам естественно выбрать соответствующими данному уровню [32]:

- $r_0 = 6.96 \cdot 10^{10}$  см – радиус Солнца (фотосферный уровень);
- $\rho_0 = 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup> – плотность газа (по порядку) на фотосферном уровне;
- $p_0 = 10^5$  дин/см<sup>2</sup> – характерное значение давления газа на фотосферном уровне;
- $T_0 = 10^4$  К – температура газа (по порядку) на фотосферном уровне.

Остальные обезразмеривающие параметры рассчитываются через указанные выше:

- $v_0 = \sqrt{p_0 / \rho_0} = 10^{11/2}$  см/с – скорость звука на фотосферном уровне;
- $\varepsilon_0 = p_0 / \rho_0 = 10^{11}$  эрг/г – удельная энергия газа;
- $t_0 = r_0 / v_0 = 6.96 \cdot 10^{9/2}$  с – характерный временной масштаб задачи;
- $s_0 = \rho_0 \cdot r_0^3 = 3.3715 \cdot 10^{26}$  г – параметр обезразмеривания массовой лагранжевой переменной;



–  $W_0 = p_0 \cdot v_0 = 10^{21/2}$  эрг/см<sup>2</sup>/с – параметр обезразмеривания плотности теплового потока;  
 –  $k_0 = \frac{W_0 \cdot r_0}{T_0} = 6.96 \cdot 10^{33/2} \left( \frac{\text{эрг}}{\text{см} \cdot \text{град} \cdot \text{с}} \right)$  – параметр обезразмеривания коэффициента теплопроводности.

Для расчёта мощности объёмных лучистых потерь в условиях солнечной атмосферы используется полуэмпирическая зависимость [34]:

$$\rho \cdot L_r = -n_e \cdot n_i \cdot \chi \cdot T^\alpha \cdot 10^{13} \text{ (эрг/см}^2\text{/с)}, \quad (6)$$

удобная для описания механизма тормозного излучения свободных электронов на ионах [14], но за счёт двух свободных параметров  $\chi(T)$ ,  $\alpha(T)$  методом подбора обобщается и на другие механизмы излучения.

Запишем итоговую обезразмеренную систему уравнений (5):

$$\begin{cases} \left(\frac{r^3}{3}\right)_s = \frac{1}{\rho}, \\ v_t = -r^2 \cdot p_s - \frac{1.90704 \cdot 10^4}{r^2}, \\ \varepsilon_t = -p \cdot (v \cdot r^2)_s - (r^2 \cdot W_r)_s + L_r, \\ W_r = -k \cdot T_r = -k \cdot \rho \cdot r^2 \cdot T_s, \\ k = 0.25862 \cdot 10^{-23/2} \cdot \frac{T^{\frac{5}{2}}}{L}, \\ r_t = v, \\ p = 8.31434 \cdot \rho \cdot T, \\ \varepsilon = \frac{8.31434}{\gamma - 1} \cdot T. \end{cases} \quad (7)$$

При записи системы (7) использованы стандартные обозначения для частных производных [30].

### 3. Разностная сетка.

#### Полностью консервативная разностная схема с искусственной вязкостью

В настоящей работе исследуется переход слабых акустических волн в ударные в солнечной атмосфере. Проведение расчётов сквозным методом без выделения ударного разрыва реализуется методом «искусственной вязкости» [30]. Оценим реальную вязкость солнечной плазмы, поскольку значение искусственной вязкости должно по порядку совпадать с реальной вязкостью. Коэффициент кинематической вязкости для полностью ионизованной плазмы [33]

$$\mu = \frac{2 \cdot 10^{-15} \cdot T^{\frac{5}{2}}}{L},$$

где

$$L = \ln \left( \frac{3}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot n_e}} \cdot \frac{(k \cdot T)^{3/2}}{e^3} \right)$$

– кулоновский логарифм [33].

Результирующая вязкая сила рассчитывается по формуле

$$\omega = -\mu \cdot v_r = -\mu \cdot \rho \cdot r^2 \cdot v_s.$$

Система уравнений (7) приводится к виду [31]:

$$\begin{cases} \left(\frac{r^3}{3}\right)_s = \frac{1}{\rho}, \\ v_t = -r^2 \cdot g_s - \frac{1.90704 \cdot 10^4}{r^2}, \\ \varepsilon_t = -p \cdot (v \cdot r^2)_s - (r^2 \cdot W_r)_s + L_r, \\ W_r = -k \cdot \rho \cdot r^2 \cdot T_s, \\ k = 0.25862 \cdot 10^{-23/2} \cdot \frac{T^{\frac{5}{2}}}{L}, \\ r_t = v, \\ p = 8.31434 \cdot \rho \cdot T, \\ \varepsilon = \frac{8.31434}{\gamma - 1} \cdot T, \\ g = p + \omega, \\ \omega = -0.2196 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{T^{\frac{5}{2}}}{L} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot v_s. \end{cases} \quad (8)$$

Расчёты производятся по стандартной разностной сетке:

$$\omega_{h_i} = \{s_i = s_{i-1} + h_i; i = 0, 1, \dots, N\},$$

где  $h_i$  – переменный разностный шаг. Временной шаг  $\tau$  меняется при переходе от одного временного слоя к следующему. Используются также полуцелые точки при построении разностной аппроксимации системы уравнений (8) (рис. 2).

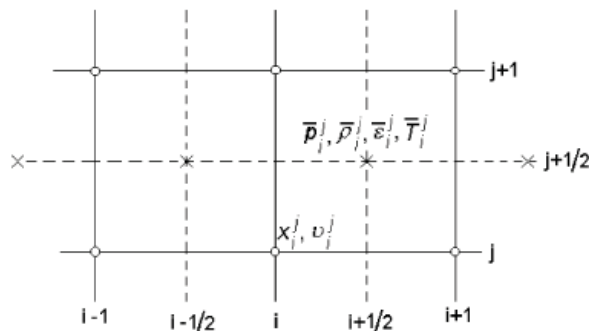


Рис. 2. Выбранная разностная сетка  
 Fig. 2. Selected difference grid

Применяются также стандартные обозначения разностных величин [30]:



$$\left\{ \begin{array}{l} y(s_i, t_j) = y_i^j = y, \\ y(s_{i\pm 1}, t_j) = y_{i\pm 1}^j = y(\pm 1), \\ y(s_i, t_i^{j+1}) = y_i^{j+1} = \hat{y}, \\ y_s = \frac{y_{i+1}^j - y_i^j}{h_i} = \frac{y(+1) - y}{h_i}, \\ y_{\bar{s}} = \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h_{i-1}} = \frac{y - y(-1)}{h_{i-1}}, \\ y_t = \frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{\hat{y} - y}{\tau}, \\ y_{\bar{t}} = \frac{y(+1) - y(-1)}{h_i + h_{i-1}}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Для аппроксимации системы (10) используется следующая система разностных уравнений [30, 31]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot (\hat{r}^3)_s = \frac{1}{\hat{\rho}}, \\ v_t = -R \cdot g_s - \frac{\tilde{G}}{r \cdot \hat{r}}, \\ \varepsilon_t = -g^{(\alpha)} \cdot (r^2 \cdot v)_s^{(0.5)} - (r^2 \cdot W_r)_s + L_r, \\ \hat{W}_r = \hat{a} \cdot \frac{\hat{T} - T(-1)}{\Delta r_i}, \\ \Delta r_i = \frac{r(+1) - r(-1)}{2}, \\ \hat{a} = \frac{\hat{k} + \hat{k}(-1)}{2}, \\ r_i = v, \\ R = \frac{1}{3} \cdot (r^2 + r \cdot \hat{r} + \hat{r}^2), \\ \hat{p} = \tilde{R} \cdot \hat{\rho} \cdot \hat{T}, \\ \hat{\varepsilon} = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}}, \\ \hat{g} = \hat{p} + \hat{\Omega}. \end{array} \right. \quad (11)$$

Данное однопараметрическое семейство полностью консервативных схем гравитационной газовой динамики [30] имеет порядок аппроксимации  $O(h^2 + \tau)$  и дополнительно обеспечивает точный переход потенциальной энергии газа в кинетическую при движении в гравитационном поле Солнца.

#### 4. Граничные и начальные условия задачи

Система нелинейных разностных уравнений (11) решается по методу отдельных прогонок [30]. Система разделяется на две группы – динамическую и тепловую. Численное решение полученных нелинейных систем алгебраических уравнений реализуется по итерационному методу Ньютона. Каждая из систем линеаризуется и

методом исключения переменных приводится к трёхточечному уравнению, которое решается методом прогонки [30].

В динамической группе используются два типа граничных условий. На нижней границе ставится условие на давление по данным внутреннего строения Солнца [32]. На верхней (правой) границе ставится условие «выпуска ударных волн» [35]:

$$\hat{v}_N = \hat{v}_{N-1}. \quad (12)$$

В верхних слоях конвективной зоны в качестве источника ударных волн в уравнение движения вводится возмущающая сила – «поршень» [30]:

$$F(r, t) = A \cdot \delta(r - r_0) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right), \quad (13)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\delta(r - r_0)$  – дельта-функция [35],  $r_0$  – глубина залегания поршня,  $T$  – период колебаний.

В тепловой группе также используются два типа граничных условий. На нижней границе температура полагается равной температуре окружающей среды [32]. На верхней (правой) границе ставится условие по тепловому потоку:

$$\hat{T}_N = \hat{T}_{N-1} \quad (14)$$

– тепловой поток равен нулю: характер переноса излучения объёмный.

#### Начальные условия задачи

Начальными условиями задачи служат распределения газодинамических параметров невозмущенной солнечной атмосферы – «настоящей» солнечной стационарной атмосферы, данные по которой пытались рассчитать в первых работах по этой проблеме [11].

Расчёт параметров невозмущенной атмосферы проводился по методу установления. В динамической группе граничные условия по скорости на обеих границах ставились по «выпуску ударных волн» (12). В тепловой группе по нижней границе ставилось условие по температуре, а на верхней границе – по тепловому потоку (14).

На рис. 3 представлен результат расчёта равновесного профиля температуры. Для данного распределения точно выполнено условие гидростатики (1), а падение температуры с ростом высоты обусловлено в основном объёмными лучистыми потерями (6).

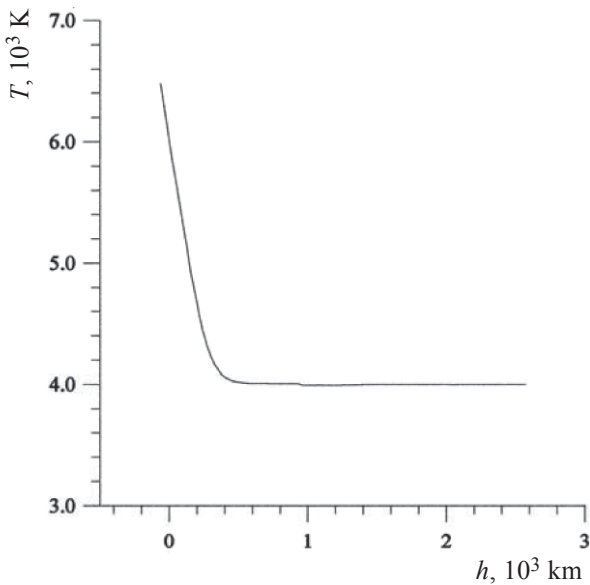


Рис. 3. Установившийся профиль температуры в начальных данных задачи

Fig. 3. The steady-state temperature profile in the initial data of the task

### 5. Численное моделирование аномального прогрева нижних слоёв солнечной атмосферы слабыми ударными волнами

Проблема разогрева солнечной хромосферы слабыми ударными волнами имеет со стороны наблюдательных данных два принципиальных ограничения.

1. Пульсации скорости конвективных элементов фотосферы и нижней хромосферы, регистрируемые по эффекту Доплера, имеют малую амплитуду (100–200 м/с или 0.01–0.02 числа Маха), т.е. являются глубоко дозвуковыми [36].

2. Характерные периоды колебаний лежат в диапазоне 3–5 минут. Нижняя временная граница регистрируемых колебаний ( $T \sim 3$  минуты) близка к частоте «отсечки» образования слабых ударных волн за счет наложения (суперпозиции) слабых акустических возмущений в условиях солнечной атмосферы [28, 29, 35].

В этой ситуации возникает вопрос о принципиальной возможности разогрева солнечной атмосферы при таком режиме работы источника генерации акустических колебаний.

Второй проблемой, требующей детального анализа, является выбор глубины генерации колебаний. В первоначальных исследованиях по анализу гипотезы Шварцшильда – Бирмана о нагреве атмосферы слабыми акустическими волнами предполагалось, что источником

генерации этих возмущений служат стохастические пульсации конвективных газовых потоков, достигающих фотосферного уровня [9, 10]. Наблюдательные данные свидетельствуют об ограниченности такого подхода. Структура конвективных течений на фотосферном уровне практически неизменна на всех стадиях цикла солнечной активности. В это же время в период максимума цикла активности Солнца структура возмущенной атмосферы существенно отличается от структуры спокойной атмосферы в период минимума активности цикла. В период максимума активности цикла атмосфера может полностью измениться в течение нескольких дней [2]. Атмосфера малоинерционна к механизму аномального прогрева. По этой причине в настоящей работе дополнительно исследуется вопрос о возможности генерации слабых ударных волн ниже фотосферного уровня в верхних слоях конвективной зоны.

Поставленная задача решается методом установления [30, 35]. В уравнении движения системы (8) задается периодическое возмущение внешней силой, действующей по синусоидальному закону (13). Параметр  $Z_0 = 0$  для генерации возмущений из верхних слоёв конвективной зоны. Генерируемые акустические колебания распространяются вверх и вниз по газу с экспоненциально нарастающей в глубину по барометрическому закону плотностью (1). Волны, распространяющиеся вниз, быстро затухают и вносят слабые возмущения в формирующийся температурный профиль.

Принципиально другая ситуация реализуется для волн, уходящих в верхние слои атмосферы. Акустические волны в этой ситуации нелинейно наращивают скорость и «опрокидываются», переходя в слабые ударные волны [35], которые, ускоряясь, уходят в верхние слои атмосферы, где происходит диссипация их энергии. Механизм ускорения ударных волн простой: по соотношениям Гюгонио на фронте ударной волны сохраняется плотность потока массы  $\rho \cdot \dot{y}$ . При падении по барометрическому закону плотности набегающего потока газа экспоненциально нарастает скорость движения фронта волны. В качестве примера на рис. 4 представлены результаты расчёта распространения акустических волн, генерируемых в следующем режиме: волна генерируется на высоте 800 км (средняя хромосфера Солнца [3]).

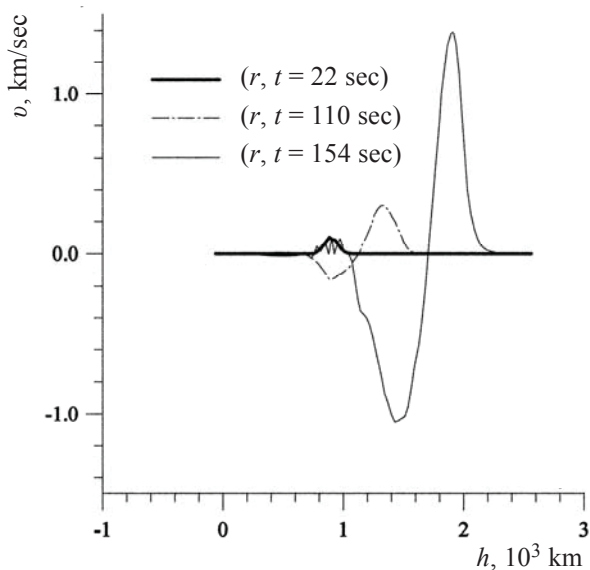


Рис. 4. Скорость сгенерированной акустической волны в различные моменты времени

Fig. 4. The speed of the acoustic wave generated at different times

В начальный момент времени возмущение скорости мало ( $M \sim 0.0135$ ). При дальнейшем подъёме акустическая волна наращивает амплитуду и переходит в слабую ударную волну. Опрокидывание волны реализуется на высотах порядка 2000 км (верхние слои хромосферы). Характерно также наличие волны разрежения, следующей за ударной волной. Это обстоятельство приводит к пульсациям газодинамических параметров атмосферы – за фронтом ударной волны газ сжимается и его температура растёт, при прохождении волны разрежения температура падает, но не до прежнего уровня – реализуется эффект прогрева.

В расчётах генерация акустических волн реализуется в стационарном режиме (13). В модельной задаче учтён эффект теплопроводности и вязкости (11), играющий важную роль в формировании результирующего распределения термодинамических параметров солнечной атмосферы. Время установления квазистационарного профиля распределения физических параметров по высоте позволяет оценить тепловую инерцию солнечной атмосферы на аномальный прогрев и сравнить с наблюдательными данными [2].

Для расчёта аномального прогрева солнечной атмосферы необходим точный учёт потоков лучистой энергии в пределах солнечной хромосферы. В расчётах используется

эддингтоновское приближение [37], корректно описывающее предельный случай оптически тонкой и плотной плазмы. Расчёт концентрации электронов и ионов проводился в приближении «коронального» равновесия с учётом высокой разреженности плазмы в верхних слоях хромосферы [38].

При прохождении 5–8 ударных волн (рис. 5) в пределах хромосферы Солнца устанавливается квазистационарное распределение параметров газа по высоте, в котором прогрев ударными волнами компенсирует лучистые потери (рис. 6).

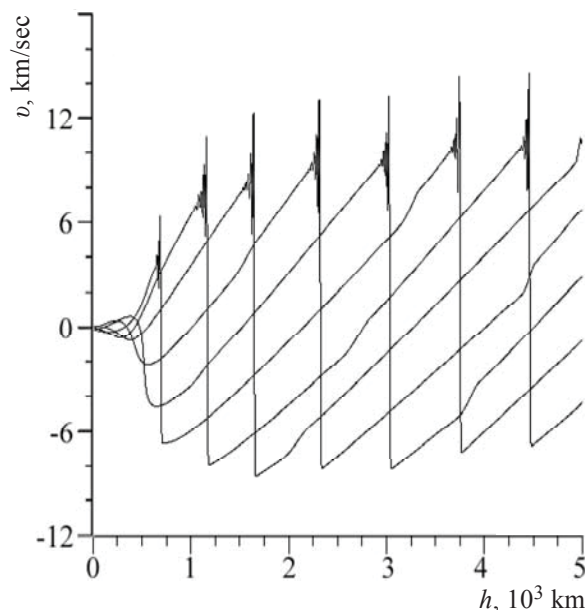


Рис. 5. Профиль скорости для квазистационарной атмосферы, прогреваемой цугом ударных волн

Fig. 5. Velocity profile for a quasistationary atmosphere heated by a tandem of shock waves

В квазистационарном режиме существенно уменьшается амплитуда колебаний термодинамических параметров газа при прохождении волн сжатия и разрежения (см. рис. 6). Тем не менее, данные колебания могут быть зарегистрированы в наблюдательных данных [28, 29]. Из рис. 6 следует, что уже на высоте порядка 2000 км удастся реализовать нагрев газа до 80000 К. В этой ситуации резко возрастает роль кинетической теплопроводности газа на соответствующих высотах. Процесс теплопроводности вносит существенный вклад в формирование результирующего распределения термодинамических параметров в хромосфере и нижней короне Солнца с ростом высоты.



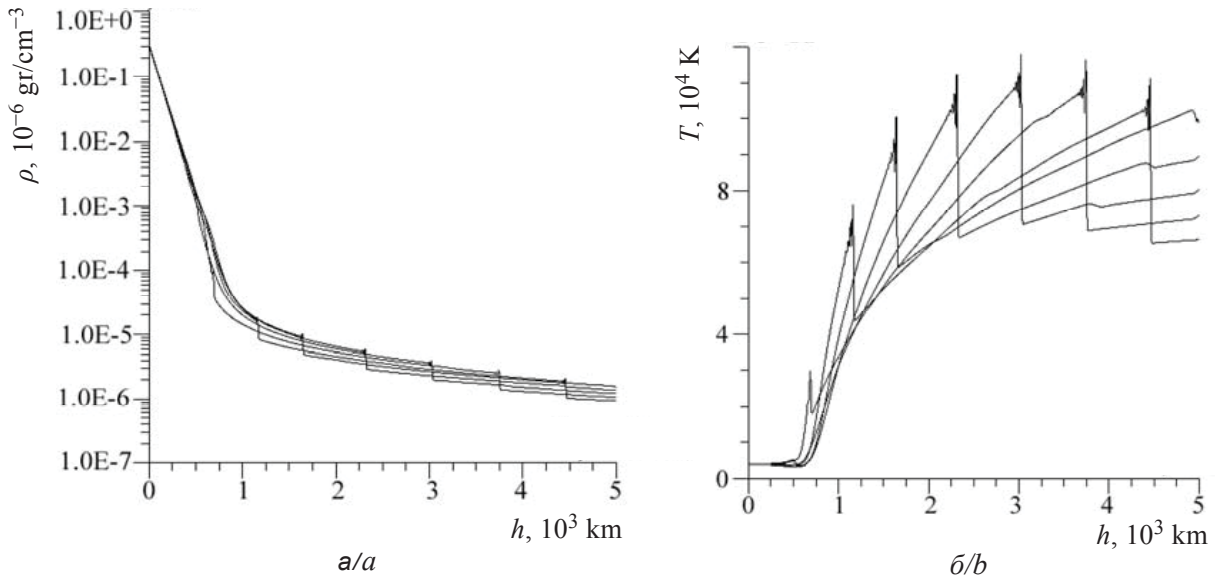


Рис. 6. Профиль плотности (а) и температуры (б) для квазистационарной атмосферы, прогреваемой цугом ударных волн  
Fig. 6. Density (a) and temperature (b) profiles for a quasistationary atmosphere heated by a tandem of shock waves

### Заключение

Отдельно методом установления был произведён расчёт аномального прогрева при генерации акустических волн с фотосферного уровня ( $r_0 = 0$  (13)), а также в верхних слоях конвективной зоны ( $r_0 = -2000$  км). Эти расчёты реализуют прямую проверку гипотезы Шварцшильда – Бирмана в первоначальной формулировке о механизме возбуждения акустических волн стохастическими пульсациями конвективных течений вблизи фотосферного уровня [9, 10]. Результаты расчётов выявили важную закономерность: акустические волны при распространении из верхних слоев конвективной зоны до высот порядка 600–700 км солнечной хромосферы из-за эффектов теплопроводности и вязкости при подъёме практически не меняют амплитуду и только в зоне объёмных лучистых потерь преобразуются в слабые ударные волны (см. рис. 4). Установившийся температурный профиль не зависит от глубины генерации акустических волн и практически не отличается от профиля, полученного из наблюдательных данных (см. рис. 1).

Этот результат является принципиальным. Поскольку коэффициенты лучистой теплопроводности и вязкости с ростом глубины, отсчитанной от фотосферного уровня, нарастают [32], уровень генерации потока акустических волн может располагаться и в более глубоких слоях конвективной зоны.

Сформулируем основные результаты.

1. В работе методом установления рассчитано распределение термодинамических параметров

аномально прогретой солнечной атмосферы в диапазоне высот от фотосферного уровня до нижних слоёв короны Солнца.

2. Рассчитанные распределения термодинамических параметров аномально прогретой солнечной хромосферы не зависят от уровня генерации, амплитуды и частоты акустических волн, генерируемых в верхних слоях конвективной зоны Солнца. Единственное ограничение: частота генерации акустических волн должна быть выше частоты «отсечки» для соответствующей глубины конвективной зоны [32, 35, 39].

3. Рассчитанные профили термодинамических параметров по высоте удовлетворительно согласуются с результатами прямых измерений структуры солнечной хромосферы в наблюдаемом диапазоне [3]. Верхние слои хромосферы прогреваются до температуры порядка  $10^5$  К. Результаты расчётов моделируют структуру солнечной хромосферы в эпоху минимума цикла солнечной активности.

### Благодарности

Авторы благодарят академика РАН С. В. Алексеенко за обсуждение материалов работы.

### Список литературы

1. Прист Э. Р. Солнечная магнитогиродинамика. М.: Мир, 1985. 592 с. DOI: <https://doi.org/10.1017/SBO9781139020732>



2. *Зурин Г.* Солнечная атмосфера. М. : Мир, 1969. 504 с.
3. *Vernazza J. E., Avertt E. H., Loeser R.* Structure of the Solar chromosphere. I. Basic computation and summary of the results // *Astrophys. J.* 1973. Vol. 184. P. 605–631. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-4820-7\\_24](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4820-7_24)
4. *Nakada M. P.* A Study of the Composition of the Solar Corona and Solar Wind // *Solar Phys.* 1970. Vol. 14. P. 457–479. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00221331>
5. *Alissandrakis C. E., Valentino A.* Structure of the Transition Region and the Low Corona from TRACE and SDO Observations Near the Limb. // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 96. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1486-7>
6. *Hamada A., Asikainen T., Mursula K.* New Homogeneous Dataset of Solar EUV Synoptic Maps from SOHO/EIT and SDO/AIA // *Solar Phys.* 2020. Vol. 295. P. 2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1563-y>
7. *Kontogiannis I., Gontikakis C., Tsiropoula G., Tziotziou K.* Probing the Quiet Solar Atmosphere from the Photosphere to the Corona // *Solar Phys.* 2018. Vol. 293. P. 56. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-018-1275-8>
8. *Reeves E. M., Noyes R. W., Withbroe G. L.* Observing Programs in Solar Physics during the 1973 ATM Skylab Program // *Solar Phys.* 1972. Vol. 27. P. 251–270. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00153096>
9. *Bierman L. Z.* Inhomogeneous stellar atmosphere models // *Naturwissenschaften.* 1946. Bd. 33. S. 118.
10. *Schwarzschild M.* Stability of the Sun against spherical thermal perturbations // *Astrophys. J.* 1948. Vol. 107. P. 1.
11. *Piddington J. H.* A Model of the Quiet Solar Atmosphere // *Solar Phys.* 1972. Vol. 27. P. 402–418.
12. *Vásquez A. M., Frazin R. A., Vourlidas A., Ward B., Bart van der Holst, Russell A., Philippe L.* Tomography of the Solar Corona with the Wide-Field Imager for the *Parker Solar Probe* // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 81. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1471-1>
13. *McCauley P. I., Cairns I. H., White S. M., Mondal S., Lenc E., Morgan J., Oberoi D.* The Low-Frequency Solar Corona in Circular Polarization // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 106. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1502-y>
14. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М. : Наука, 1966. 670 с.
15. *Piddington J. H.* Solar Atmospheric Heating // *Solar Phys.* 1973. Vol. 33. P. 363–374. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00152424>
16. *Mariska J. T., Kjeldseth-Moe O.* Book-Review – the Solar Transition Region // *Solar Phys.* 1994. Vol. 149. P. 421. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005138131541>
17. *Stix M.* Modulation of Acoustic Waves by Solar Convection // *Solar Phys.* 2000. Vol. 196. P. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005275115455>
18. *Wentzel D. G.* Wave reflection and wave disorder in the solar transition zone and corona // *Solar Phys.* 1978. Vol. 58. P. 307–318. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00157276>
19. *Whitham G. B.* Linear and Nonlinear Waves. N.Y. : Wiley Interscience, 1974. 394 p.
20. *Ulmschneider P., Schmitz F., Kalkofen W., Bohn H. U.* Acoustic Waves in the Solar Atmosphere. V. On the chromosphere temperature rise // *Astron. Astrophys.* 1978. Vol. 70. P. 487–500.
21. *Ulmschneider P.* On Frequency and Strength of Shock Waves in the Solar Atmosphere // *Solar Phys.* 1970. Vol. 12. P. 403–415. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00148023>
22. *Ulmschneider P.* Radiation loss and mechanical heating in the solar chromosphere // *Solar Phys.* 1974. Vol. 39. P. 327–336. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00162426>
23. *Jeffrey A., Taniuti T.* Nonlinear wave propagation. N.Y. : Academic Press, 1964. 472 p.
24. *Schatzman E.* Solar neutrinos and turbulent diffusion // *Ann. Astrophys.* 1949. Vol. 12. P. 203.
25. *Osterbrock D. E.* Solar irradiance variation. I. Analysis of modeling techniques and inter comparison of ground-based data // *Astrophys. J.* 1961. Vol. 134. P. 347–388.
26. *Kuperus M.* The coronal and transition region temperature structure of a Solar active region // *Rech. Astron. Observ. Utrecht.* 1965. Vol. 17. P. 1–24.
27. *Klein R. I., Stein R. F., Kalkofen W.* Solar pulsations and angular coherence of atmospheric temperature fluctuations // *Astrophys. J.* 1975. Vol. 205. P. 499.
28. *Deubner F.-L.* Astronomical observation of low wave-number nonradial eigenmodes of the Sun // *Astrophys. J.* 1976. Vol. 51. P. 189.
29. *Deubner Franz-Ludwig.* On the Powerspectrum of the Photospheric Resonance Oscillations // *Solar Phys.* 1972. Vol. 23. P. 304–308. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00148095>
30. *Самарский А. А., Понов Ю. П.* Разностные схемы газовой динамики. М. : Наука, 1973. 351 с.
31. *Романов Д. В.* Математическое моделирование влияния многомерности на эволюцию магнитных полей и структуру аномального прогрева солнечной атмосферы : дис. ... канд. физ.-мат. наук / Красноярский гос. техн. ун-т. Красноярск, 2003. 128 с.
32. *Christensen-Dalsgaard J., Dappen W., Ajukov S. V., Anderson E. R., Oberoi D.* The current state of Solar modeling // *Science.* 1996. Vol. 272. P. 1286.
33. *Брагинский С. И.* Вопросы теории плазмы. М. : Атомиздат, 1963. Вып. 1. 183 с.
34. *McWhirter R. W. P., Thonemann P. C., Wilson R.* The heating of the Solar Corona : a model based on energy balance // *Astron. Astrophys.* 1975. Vol. 40. P. 63–73.
35. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М. : Наука, 1986. 736 с.
36. *Stix M.* Modulation of Acoustic Waves by Solar Convection // *Solar Phys.* 2000. Vol. 196. P. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005275115455>
37. *Unno W., Spiegel E. A.* The Eddington approximation in the radiative heat equation // *Publication of the astronomical society of Japan.* 1966. Vol. 18, № 2. P. 85–95.
38. *Котельников И. А., Ступаков Г. В.* Лекции по физике плазмы. Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т, 1996. 128 с.
39. *Романов К. В.* Математическое моделирование физических процессов аномального прогрева солнечной атмосферы : дис. ... канд. физ.-мат. наук / Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 2003. 145 с.



### Образец для цитирования:

Майоров А. О., Романов В. А., Романов К. В., Романов Д. В. Численное моделирование физического механизма аномального прогрева солнечной атмосферы // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 1. С. 4–15. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-4-15>

### Numerical Modeling of the Physical Mechanism of Anomalous Heating of the Solar Atmosphere

A. O. Mayorov, V. A. Romanov,  
K. V. Romanov, D. V. Romanov

Alexander O. Mayorov, <https://orcid.org/0000-0002-8241-1916>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, maiorovaleks94@gmail.com

Valeriy A. Romanov, <https://orcid.org/0000-0001-9876-0822>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, valeriy.a.romanov@yandex.ru

Konstantin V. Romanov, <https://orcid.org/0000-0001-7320-2517>, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V. P. Astafyev, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk 660049, Russia, k-v-romanov@ya.ru

Dmitriy V. Romanov, <https://orcid.org/0000-0002-4982-5973>, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V. P. Astafyev, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk 660049, Russia, d-v-romanov@ya.ru

**Background and Objectives:** Processing and analysis of observational data on the study of physical processes occurring in the Sun's atmosphere at various stages of the activity cycle requires a systematic identification of stable components for all physical parameters related to the stationary solar atmosphere. The first attempts at numerical calculation of the structure of the stationary atmosphere gave a sharp discrepancy with direct measurements of the distribution of the physical parameters of the solar atmosphere in height. In model calculations, the temperature decreases monotonically from 5700 K at the photosphere level as the altitude increases, and the energy flow is formed due to the radiant and kinetic thermal conductivity. In the observational data from the photospheric level to heights of about 500 km the temperature decreases (in agreement with theoretical calculations), passes through the temperature minimum, but then begins to grow. At the altitude of 28 000 km, the temperature reaches  $1.5 \cdot 10^6$  K, and remains stable at this level at altitudes of the order of several radii of the Sun. So there was a problem of "abnormal warming" of the solar atmosphere. In this work the phenomenon of anomalous heating of the solar atmosphere due to the dissipation of the energy of weak shock waves generated in the upper layers of the convective zone is studied. **Materials and Methods:** The distributions of plasma characteristics are calculated based on the empirical model of the solar atmosphere and the convective zone of the Sun. It is shown that in the convective zone and the chromosphere of the Sun the model of single-liquid gas dynamics is used to describe the movement of gas. A system of equations for single-liquid gas dynamics is used. The model problem takes into account the effect of thermal conductivity and viscosity, which plays an important role in the formation of the resulting distribution of thermodynamic parameters of the solar atmosphere. On the basis of completely conservative difference schemes of

gravitational gas dynamics the method of establishing calculated the distribution of thermodynamic parameters in height within the solar chromosphere. **Results:** The method of determination was used to calculate the anomalous heating during the generation of acoustic waves from the photospheric level, as well as in the upper layers of the convective zone. These calculations implement a direct test of the Schwarzschild-Birman hypothesis in the original formulation about the mechanism of excitation of acoustic waves by stochastic pulsations of convective flows near the photospheric level. Due to the influence of dissipative processes (viscosity, radiant heat conduction) the calculated distributions weakly depend on the frequency and depth of wave flow generation in the upper layers of the solar convective zone. **Conclusion:** The calculation results are in satisfactory agreement with the observational data. **Keywords:** atmosphere of the Sun, abnormal heating, shock wave, initial and boundary conditions of the problem.

Received: 13.10.2019 / Accepted: 14.01.2019 / Published: 02.03.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

**Acknowledgements:** *The authors thank academician of the Russian Academy of Sciences Sergey V. Alekseenko for discussing the materials of work.*

### References

1. Prist E. R. *Solnechnaya magnitogidrodinamika* [Solar magnetohydrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1985. 592 p. (in Russian). DOI: [10.1017/CBO9781139020732](https://doi.org/10.1017/CBO9781139020732)
2. Zirin G. *Solnechnaya atmosfera* [Solar atmosphere]. Moscow, Mir Publ., 1969. 504 p. (in Russian).
3. Vernazza J. E., Avertt E. H., Loeser R. Structure of the Solar chromosphere. I. Basic computation and summary of the results. *Astrophys. J.*, 1973, vol. 184, pp. 605–631. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-4820-7\\_24](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4820-7_24)
4. Nakada M. P. A Study of the Composition of the Solar Corona and Solar Wind. *Solar Phys.*, 1970, vol. 14, pp. 457–479. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00221331>
5. Alissandrakis C. E., Valentino A. Structure of the Transition Region and the Low Corona from TRACE and SDO Observations Near the Limb. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 96. DOI: [10.1007/s11207-019-1486-7](https://doi.org/10.1007/s11207-019-1486-7)
6. Hamada A., Asikainen T., Mursula K. New Homogeneous Dataset of Solar EUV Synoptic Maps from SOHO/EIT and SDO/AIA. *Solar Phys.*, 2020, vol. 295, pp. 2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1563-y>
7. Kontogiannis I., Gontikakis C., Tsiropoula G., Tziotziou K. Probing the Quiet Solar Atmosphere from the Photosphere to the Corona. *Solar Phys.*, 2018, vol. 293, pp. 56. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-018-1275-8>
8. Reeves E. M., Noyes R. W., Withbroe G. L. Observing



- Programs in Solar Physics during the 1973 ATM Skylab Program. *Solar Phys.*, 1972, vol. 27, pp. 251–270. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00153096>
9. Bierman L. Z. Inhomogeneous stellar atmosphere models. *Naturwissenschaften*, 1946, Bd. 33, S. 118.
  10. Schwarzschild M. Stability of the Sun against spherical thermal perturbations. *Astrophys. J.*, 1948, vol. 107, pp. 1.
  11. Piddington J. H. A Model of the Quiet Solar Atmosphere. *Solar Phys.*, 1972, vol. 27, pp. 402–418.
  12. Vásquez A. M., Frazin R. A., Vourlidis A., Ward B., Bart van der Holst, Russell A., Philippe L. Tomography of the Solar Corona with the Wide-Field Imager for the Parker Solar Probe. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 81. DOI: [10.1007/s11207-019-1471-1](https://doi.org/10.1007/s11207-019-1471-1)
  13. McCauley P. I., Cairns I. H., White S. M., Mondal S., Lenc E., Morgan J., Oberoi D. The Low-Frequency Solar Corona in Circular Polarization. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 106. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1502-y>
  14. Zeldovich Ya. B., Raizer Yu. P. *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy* [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 670 p. (in Russian).
  15. Piddington J. H. Solar Atmospheric Heating. *Solar Phys.*, 1973, vol. 33, pp. 363–374. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00152424>
  16. Mariska J. T., Kjeldseth-Moe O. Book-Review - the Solar Transition Region. *Solar Phys.*, 1994, vol. 149, pp. 421. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005138131541>
  17. Stix M. Modulation of Acoustic Waves by Solar Convection. *Solar Phys.*, 2000, vol. 196, pp. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005275115455>
  18. Wentzel D. G. Wave reflection and wave disorder in the solar transition zone and corona. *Solar Phys.*, 1978, vol. 58, pp. 307–318. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00157276>
  19. Whitham G. B. *Linear and Nonlinear Waves*. New York, Wiley Interscience, 1974. 394 p.
  20. Ulmschneider P., Schmitz F., Kalkofen W., Bohn H. U. Acoustic Waves in the Solar Atmosphere. V. On the chromosphere temperature rise. *Astron. Astrophys.*, 1978, vol. 70, pp. 487–500.
  21. Ulmschneider P. On Frequency and Strength of Shock Waves in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.*, 1970, vol. 12, pp. 403–415. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00148023>
  22. Ulmschneider P. Radiation loss and mechanical heating in the solar chromosphere. *Solar Phys.*, 1974, vol. 39, pp. 327–336. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00162426>
  23. Jeffrey A., Taniuti T. *Nonlinear wave propagation*. New York, Academic Press, 1964. 472 p.
  24. Schatzman E. Solar neutrinos and turbulent diffusion. *Ann. Astrophys.*, 1949, vol. 12, pp. 203.
  25. Osterbrock D. E. Solar irradiance variation. I. Analysis of modeling techniques and inter comparison of ground-bases data. *Astrophys. J.*, 1961, vol. 134, pp. 347–388.
  26. Kuperus M. The coronal and transition region temperature structure of a Solar active region. *Rech. Astron. Observ. Utrecht.*, 1965, vol. 17, pp. 1–24.
  27. Klein R. I., Stein R. F., Kalkofen W. Solar pulsations and angular coherence of atmospheric temperature fluctuations. *Astrophys. J.*, 1975, vol. 205, pp. 499.
  28. Deubner F.-L. Astronomical observation of low wave-number nonradial eigenmodes of the Sun. *Astrophys. J.*, 1976, vol. 51, pp. 189.
  29. Deubner Franz-Ludwig. On the Powerspectrum of the Photospheric Resonance Oscillations. *Solar Phys.*, 1972, vol. 23, pp. 304–308. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00148095>
  30. Samarsky A. A., Popov Yu. P. *Raznostnyye skhemy gazovoy dinamiki* [Difference schemes of gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 351 p. (in Russian).
  31. Romanov D. V. *Matematicheskoye modelirovaniye vliyaniya mnogomernosti na evolyutsiyu magnitnykh poley i strukturu anomal'nogo progressa solnechnoy atmosfery* [Mathematical modeling of the influence of multidimensionality on the evolution of magnetic fields and the structure of anomalous heating of the solar atmosphere]. Thesis Diss. Cand. Sci. (Phys.). Krasnoyarsk, 2003. 128 p. (in Russian).
  32. Christensen-Dalsgaard J., Dappen W., Ajukov S. V., Anderson E. R., Oberoi D. The current state of Solar modeling. *Science*, 1996, vol. 272, pp. 1286.
  33. Braginsky S. I. *Voprosy teorii plazmy* [Issues of the theory of plasma]. Moscow, Atomizdat Publ., 1963, iss. 1. 183 p. (in Russian).
  34. McWhirter R. W. P., Thonemann P. C., Wilson R. The heating of the Solar Corona: a model based on energy balance. *Astron. Astrophys.*, 1975, vol. 40, pp. 63–73.
  35. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Gidrodinamika* [Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 736 p. (in Russian).
  36. Stix M. Modulation of Acoustic Waves by Solar Convection. *Solar Phys.*, 2000, vol. 196, pp. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1005275115455>
  37. Unno W., Spiegel E. A. The Eddington approximation in the radiative heat equation. *Publication of the astronomical society of Japan*, 1966, vol. 18, no. 2, pp. 85–95.
  38. Kotelnikov I. A., Stupakov G. V. *Lektsii po fizike plazmy* [Lectures on plasma physics]. Novosibirsk, Novosibirskiy gosudarstvennyi universitet, 1996. 128 p. (in Russian).
  39. Romanov K. V. *Matematicheskoye modelirovaniye fizicheskikh protsessov anomal'nogo progressa solnechnoy atmosfery* [Mathematical modeling of the physical processes of anomalous heating of the solar atmosphere]. Thesis Diss. Cand. Sci. (Phys.). Novosibirsk, 2003. 145 p. (in Russian).

**Cite this article as:**

Mayorov A. O., Romanov V. A., Romanov K. V., Romanov D. V. Numerical Modeling of the Physical Mechanism of Anomalous Heating of the Solar Atmosphere. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 1, pp. 4–15 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-4-15>