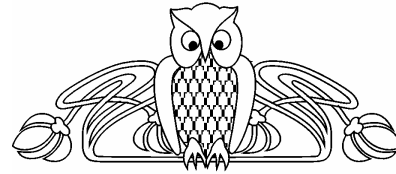




## ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОТРОПИЗАЦИИ ПАРТОННОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

А.Г. Лавкин, А.В. Прозоркевич, С.А. Смолянский, А.В. Филатов

Саратовский государственный университет,  
кафедра теоретической и математической физики  
E-mail: smol@sgu.ru



Исследуется вакуумное рождение бозонов и фермионов в сильном электрическом поле в присутствии однородной электронейтральной плазмы. В начальном состоянии плазма может быть как равновесной, так и неравновесной с параметрами, характерными для кварк-глюонной плазмы. Показано, что присутствие достаточно плотной плазмы в начальном состоянии оказывает существенное влияние на процесс образования частиц из вакуума. В зависимости от статистики может наблюдаться как усиление, так и ослабление эффекта рождения пар. В целом процесс вакуумного рождения носит необратимый характер: конечное значение энтропии после выключения поля всегда больше ее начального значения, несмотря на то, что кинетическое уравнение обратимо во времени. Полученные результаты могут быть использованы для описания процесса изотропизации кварк-глюонной плазмы при столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

### Investigation of the Parton Plasma Isotropization at the Heavy Ion Collisions

A.G. Lavkin, A.V. Prozorkevich, S.A. Smolyansky, A.V. Filatov

Vacuum bosons and fermions creation in a strong electric field in the presence of homogeneous neutral plasma is considered. Both initial conditions postulate that the primordial plasma is either in the thermal equilibrium or in the non-equilibrium state, characteristics for the initial state of the quark-gluon plasma are employed. Essential influence of the dense plasma medium on the process of vacuum particle generation is observed. Depending on statistics it can be observed both enhancement, and easing of effect of a pairs creation. As a whole, process of a vacuum creation has irreversible character: final entropy value after switch-off of the field always more than its initial value, in spite of the fact that the kinetic equation is time reversible. The obtained results can be used for the description of the parton plasma isotropization at the relativistic heavy ion collisions.

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что проблема начальных значений играет важную роль в рамках динамического подхода к кинетической теории материи (принцип ослабления начальных корреляций [1]). Проблема важна для динамического описания неравновесных квантово-полевых систем [2–4] и особенно для сильно неравновесных систем, например, в присутствии сильных квазиклассических внешних полей, сравнимых с критическими полями. В последнее время наметился значительный прогресс в кинетическом описании таких систем [5–10]. Особенностью развиваемых в этих работах подходов является использо-

вание непертурбативной динамики для квантовых полей и динамических вакуумных состояний при описании квазичастичных возбуждений [11, 12]. Эти подходы применяются для исследования рождения частиц из вакуума и аннигиляционных процессов под действием сильных полей различной природы: в физике столкновений ультрарелятивистских тяжелых ионов [7], физике вакуумных эффектов при фокусировке сверхмощного лазерного излучения, при образовании материи в ранней Вселенной [10, 13]. Кинетика образования частиц при этом рассматривалась с начальными условиями, при которых отсутствуют массивные частицы – начальное состояние является вакуумным. Однако ситуация с наличием определенных начальных распределений частиц и античастиц вполне реальна. Например, образование кварк-глюонной плазмы (КГП) при расширении фиброболла происходит из некоторого начального распределения валентных кварков и глюонов [14–16], электрон-позитронной плазмы (ЭПП) в присутствии начальной равновесной плазмы.

В данной работе исследуется влияние начальных распределений частиц и античастиц (при условии электронейтральности системы в целом) на вакуумное рождение пар под действием однородного и зависящего от времени электрического поля с линейной поляризацией. Некоторые результаты, обсуждаемые здесь, были получены ранее. Так, влияние начального чистого квантового состояния из  $n$ -частиц и  $m$ -античастиц на процесс вакуумного рождения изучалось в работе [13] (см. также [9]). Были предсказаны эффекты, связанные со статистикой частиц, а также возможность преобразования энергии плазмы в энергию внешнего поля. В работе [18] показано, что вакуумное образование частиц нарушает термализованный характер



начального распределения. Некоторые аспекты этой проблемы обсуждались в [19].

Данная работа продолжает исследования, начатые в работах [17, 18]. При этом используется непertурбативный подход [5, 6], который применялся ранее в различных физических задачах с нулевыми начальными условиями. Кинетические уравнения (КУ) для скаляров и спиноров записаны в параграфе 1. В параграфе 2 представлены результаты численного решения этих уравнений для различных вариантов начальных распределений как равновесных, так и неравновесных (начальных распределений валентных кварков и глюонов в момент слияния ультрарелятивистских тяжелых ионов). В данной работе уточнены результаты работ [17, 18] и обсуждается ряд новых эффектов: наличие неподвижной точки при  $f_0 = 1/2$  для фермионов и связанной с этим немонотонной деформации начальной функции распределения термализованной плотной плазмы; немонотонное изменение энтропии со временем, несмотря на наличие t-обратимости КУ; эффективная необратимость системы на больших временах после выключения поля.

В работе используется естественная система единиц  $\hbar=c=k_B=1$ .

### 1. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим проблему кинетического описания вакуумного рождения пар заряженных скалярных и спинорных частиц под действием однородного зависящего от времени электрического поля, направленного вдоль оси  $x^3$ :

$$A^\mu(t) = (0, 0, 0, A^3(t) = A(t)). \quad (1)$$

Предполагается, что электрическое поле включается асимптотически медленно при  $t \rightarrow -\infty$ , при этом система эволюционирует из определенного начального состояния с заданными распределениями частиц  $f_p^0(\mathbf{p})$  и античастиц  $f_a^0(\mathbf{p})$ . Условие электронейтральности означает, что  $f_p^0(\mathbf{p}) = f_a^0(\mathbf{p}) = f^0(\mathbf{p})$ , и только такая ситуация рассматривается ниже как наиболее вероятная. В общем случае начальное распределение соответствует квантовому состоянию с матрицей плотности  $\rho_m$ .

Основными объектами кинетической теории вакуумного рождения частиц являются функции распределения частиц и античас-

тиц, они представляют собой средние значения операторов чисел частиц и античастиц по матрице плотности  $\rho_m$ ,

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}, t) &= Sp \rho_{in} a_{\mathbf{p}}^+(t) a_{\mathbf{p}}(t) = \\ &= Sp \rho_{in} b_{-p}^+(t) b_{-p}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

и вспомогательные корреляторы

$$\begin{aligned} f^+(\mathbf{p}, t) &= Sp \rho_{in} a_{\mathbf{p}}^+(t) b_{-p}^+(t), \\ f^-(\mathbf{p}, t) &= Sp \rho_{in} b_{-p}(t) a_{\mathbf{p}}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Для фермионов спиновые индексы опущены, так как спиновые эффекты не играют заметной роли при выбранной геометрии поля [11, 12]. Если в начальном состоянии частиц нет, то процедура усреднения выполняется по начальному вакуумному состоянию,  $\rho_m = |0_{in}\rangle\langle 0_{in}|$ .

Замкнутая система КУ получается в два этапа: на первом этапе уравнения движения для функции распределения (2) получаются прямо из динамики [5, 6]:

$$\begin{aligned} \dot{f}(\mathbf{p}, t) &= \frac{1}{2} \Delta(\mathbf{p}, t) \{ f^+(\mathbf{p}, t) + f^-(\mathbf{p}, t) \} = \\ &= \frac{1}{2} \Delta(\mathbf{p}, t) u(\mathbf{p}, t). \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогично получаются уравнения движения для корреляторов (3), решения которых можно записать в интегральной форме

$$\begin{aligned} f^\pm(\mathbf{p}, t) &= f_0^\pm(\mathbf{p}) + \frac{1}{2} \int_0^t dt' \Delta(\mathbf{p}, t') \times \\ &\times [1 + (-1)^{(g-1)} 2 f(\mathbf{p}, t')] \exp^{\pm i\theta(\mathbf{p}; t, t')}. \end{aligned} \quad (5)$$

В рассматриваемой геометрии амплитуда рождения частиц имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}, t) = \frac{eE(t)P^3}{\omega^2(\mathbf{p}, t)} \left[ \frac{\varepsilon_\perp}{P^3} \right]^{(g-1)}, \quad (6)$$

где  $e$  – заряд частицы,  $E(t) = -\dot{A}(t)$  – напряженность электрического поля,  $P^3 = p^3 - eA(t)$ ,  $\varepsilon_\perp = (m^2 + p_\perp^2)^{1/2}$ ,  $\omega(\mathbf{p}, t) = \sqrt{\varepsilon_\perp^2 + (P^3)^2}$  – энергия частицы в поле (1), статистический фактор  $g = 1$  для бозонов и  $g = 2$  для фермионов. Выражение для динамической фазы  $\theta(\mathbf{p}; t, t')$  в уравнении (5) имеет вид

$$\theta(\mathbf{p}; t, t') = 2 \int_{t'}^t d\tau \omega(\mathbf{p}, \tau). \quad (7)$$



Начальные значения  $f_0^\pm(\mathbf{p})$  корреляторов (3) строго равны нулю при нулевых начальных условиях. Будем предполагать, что это условие сохраняется для произвольных начальных состояний

$$f_0^\pm(\mathbf{p}) = 0. \quad (8)$$

В этом случае из уравнений (4) и (5) получаются известные кинетические уравнения [5, 6]:

$$\dot{f}(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} \Delta(\mathbf{p}, t) \int_0^t dt' \Delta(\mathbf{p}, t') \times \\ \times [1 \pm 2f(\mathbf{p}, t')] \cos \theta(\mathbf{p}; t, t'). \quad (9)$$

Соответствующая система обыкновенных дифференциальных уравнений имеет вид

$$\dot{f} = \frac{1}{2} \Delta u, \\ \dot{u} = \Delta [1 + (-1)^{(g-1)} 2f] - 2\omega v, \quad (10) \\ \dot{v} = 2\omega u,$$

где

$$u = f^+ + f^-, \quad v = i(-f^+ + f^-), \quad (11)$$

с начальными условиями

$$f(p) = f_0, \quad u_0(\mathbf{p}) = v_0(\mathbf{p}) = 0. \quad (12)$$

Для системы уравнений (10) известен интеграл движения (плюс – для бозонов, минус – для фермионов)

$$(1 \pm 2f)^2 \mp (u^2 + v^2) = \text{const}, \quad (13)$$

что с учетом начальных условий дает

$$(1 \pm 2f)^2 \mp (u^2 + v^2) = (1 \pm 2f_0^\pm)^2. \quad (14)$$

Как видно из уравнения (14), влияние импульса электрического поля на частицы с целым спином приводит к увеличению их начальной плотности, т.е.

$$f(\mathbf{p}, t) \geq f_0(\mathbf{p}), \quad \forall \mathbf{p} \cup \forall t \quad (\text{бозоны}). \quad (15)$$

Для фермионов ситуация более сложная, здесь конечное значение функции распределения может быть меньше начального и существует неподвижная точка при значении  $f_0 = 1/2$ :

$$f(\mathbf{p}, t) \geq f_0(\mathbf{p}) \quad \text{при} \quad f_0(\mathbf{p}) \leq 1/2, \\ f(\mathbf{p}, t) = f_0(\mathbf{p}) \quad \text{при} \quad f_0(\mathbf{p}) = 1/2 \quad (\text{фермионы}), \quad (16) \\ f(\mathbf{p}, t) \leq f_0(\mathbf{p}) \quad \text{при} \quad f_0(\mathbf{p}) \geq 1/2.$$

Основными термодинамическими характеристиками плазмы являются плотности числа частиц, энергии и энтропии:

$$n(t) = 2(2\pi)^{-3} g \int d^3 p f(\mathbf{p}, t), \\ \epsilon(t) = 2(2\pi)^{-3} g \int d^3 p \omega(\mathbf{p}, t) f(\mathbf{p}, t), \\ S(t) = -2(2\pi)^{-3} g \int d^3 p (f(\mathbf{p}, t) \ln f(\mathbf{p}, t) + \\ + (-1)^g (1 + (-1)^{g+1} f(\mathbf{p}, t)) \times \\ \times \ln(1 + (-1)^{g+1} f(\mathbf{p}, t)), \quad (17)$$

которые полностью определяются функцией распределения. Другие характеристики, например, давление и плотность электрического тока, зависят также от вспомогательных корреляторов (см. уравнение (3)), и в данной работе не рассматриваются.

## 2. ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НА ДИНАМИКУ ВАКУУМНОГО РОЖДЕНИЯ

В качестве теста используется импульс электрического поля [11]

$$A(t) = -E_0 b \text{th}(t/b), \quad (18)$$

$$E(t) = E_0 \cosh^{-2}(t/b),$$

с амплитудой  $E = 2E_{cr}$  и длительностью  $b = 3/b$ .

Рассмотрим некоторые варианты начальных условий.

1. Вакуумное начальное состояние  $f_0 = 0$ . На рис.1 демонстрируются функции распределения фермионов и бозонов после действия импульса электрического поля в отсутствие начальной плазмы: распределение бозонов имеет минимум при  $P^3 = 0$ , тогда как распределение фермионов достигает максимума.

2. Равновесные квантовые распределения для бесструктурных бозонов и фермионов [20] можно записать в виде

$$f_0^\pm(\mathbf{p}) = \{\exp \beta[\omega_0(\mathbf{p}) - \mu] + (-1)^g\}^{-1}, \quad (19)$$

где  $\mu$  – химический потенциал,  $\omega_0(\mathbf{p}) = \sqrt{\epsilon_p \text{er} p^2 + (P^3)^2}$ ,  $\beta = 1/T$ ,  $T$  – температура; предполагается, что газ в целом неподвижен.

На рис. 2, 3 представлены примеры эволюции этих распределений в условиях вакуумного рождения частиц. Для фермионов значения функции распределения, большие, чем  $1/2$ , должны уменьшаться в процессе неравновесной эволюции, чтобы обеспечить возрастание энтропии.-

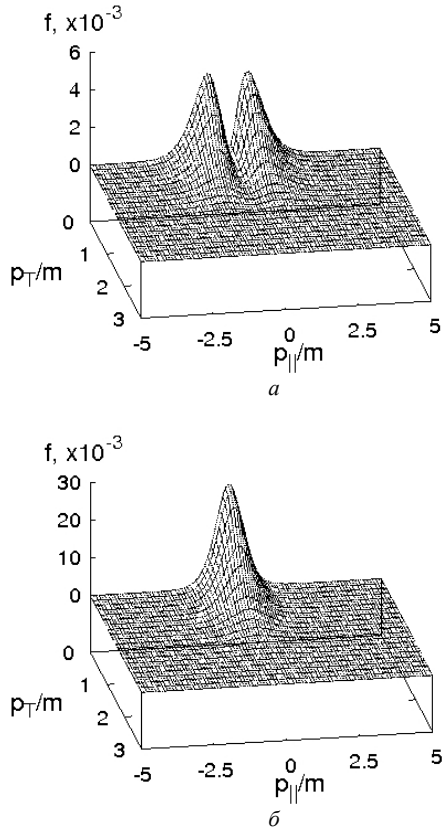


Рис.1. Конечное состояние для бозе (а) и ферми (б) функций распределения по импульсам в результате действия импульса поля на начальное вакуумное состояние

Это означает частичную аннигиляцию [11, 17] начальной плазмы из фермионов и преобразование ее энергии во внешнее поле (в ограниченном участке спек-тра), что возможно при достаточно высоких концентрациях начальной плазмы. Для бозонной системы такой эффект отсутствует. Как видно из рис. 4, энтропия in (out) - состояния (после действия импульса внешнего поля) возрастает по отношению ее значения в in(out) - состоянии. При этом поведение энтропии немонотонное, несмотря на обратимость кинетического уравнения (9).

Если записать выражение для приращения плотности энтропии  $S(\mathbf{p})$  через начальное  $f_0$  и конечное  $f_t$  значения функции распределения, то легко видеть, что решениями уравнения  $\Delta S(\mathbf{p}) = 0$  являются следующие два соотношения:

$$f_t = f_0, \quad f_t = 1 - f_0. \quad (20)$$

Две линии на плоскости  $(f_0, f_t)$  разделяют области положительного и отрицательного приращения энтропии. Оказывается, что эти

же линии являются решениями уравнения (14) при нулевых значениях функций  $u, v$ . Это означает, что области допустимых значений  $f_t$  совпадают с областями положительного приращения энтропии, что и обеспечивает эффективную необратимость рассматриваемой динамической системы.

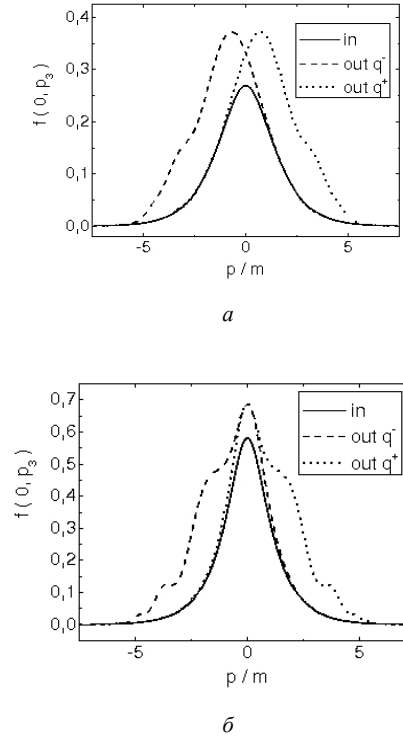
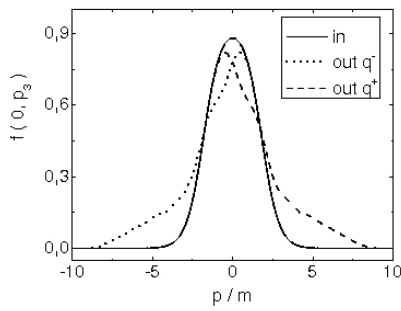


Рис.2. Конечное состояние для для ферми (а) и бозе (б) функций распределения по импульсам в результате действия импульса поля на начальное состояние термализованной плазмы с температурой  $T = m$  и химпотенциалом  $\mu = 0$

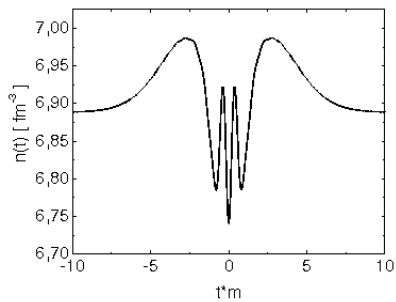
2. В качестве второго примера рассмотрим эволюцию начального распределения сильно неравновесного партонного газа в модели цветковых трубок для столкновения ультрарелятивистских тяжелых ионов.

При этом используются параметры, соответствующие строящемуся ускорителю LHC:  $E_0 \approx 10$  ГэВ/фм или  $E_0 : 2.64 E_{cr}$  для  $q\bar{q}$  плазмы с  $m_g = 230$  МэВ. Величина параметра  $b$  в уравнении (18) качественно соответствует времени формирования кварк-глюонной плазмы:  $\tau_0 = 3$  фм/с. Для глюонов используется начальное условие Мюллера [14–17, 21–30]:

$$f_0^g(\mathbf{p}) = \frac{c}{\alpha_s N_c t_0} \theta(Q_s^2 - p_{tr}^2) \delta(p^3). \quad (21)$$



a



b

Рис.3. Изменение функции распределения фермионов по импульсам (a) и плотности (б) в результате действия импульса поля на начальную плазму высокой плотности при  $T = 2m$  и  $\mu = 2$

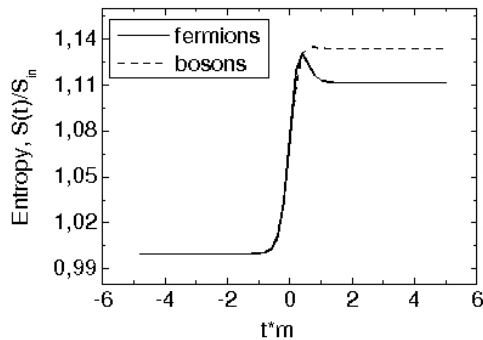
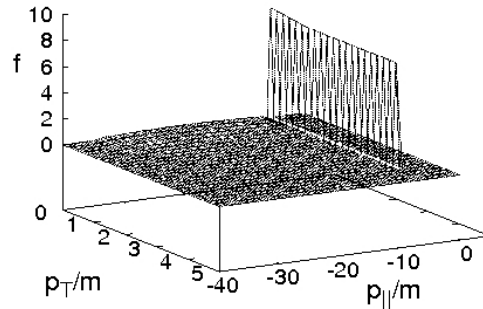


Рис.4. Эволюция энтропии плазмы в результате действия импульса поля на начальное состояние термализованной плазмы

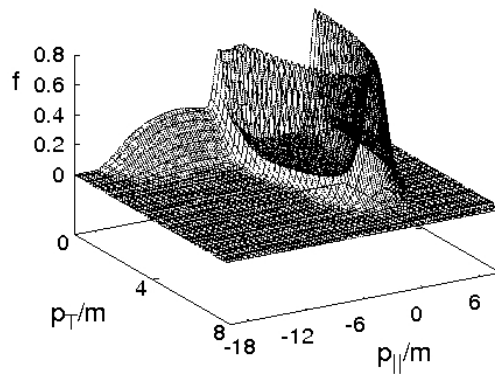
Здесь параметры зависят от энергии, в частности, для LHC  $Q_S = 2$  ГэВ,  $t_0 = 0.65$  ГэВ<sup>-1</sup>, другие параметры равны:  $\alpha_S = 0.25$ ,  $c = 1.3$ ,  $N_c = 2$ .

Рис. 5, a демонстрирует эволюцию начального распределения (21) под действием поля (1). Для кварков были исследованы два типа начальных распределений («quench» и «tsu-

pani»), используемые при рассмотрении динамики столкновений тяжелых ионов [31, 32].



a



b

Рис.5. Эволюция функции распределения глюонов (a) и кварков (б)

Первое из них соответствует равновесному ферми-распределению, а второе распределение (рис. 5, б) имеет вид

$$f_0^q(p) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(|p| - p_{ts})^2\right) \quad (22)$$

с максимумами при  $|p| = p_{ts} = 5m$  и шириной, определяемой  $\sigma = 0.5m$  [19]. Такое начальное условие ассоциируется со столкновением волновых пакетов с одинаковым импульсом. Аналогичное распределение используется в модели «color glass condensate» [23–30].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе непертурбативного кинетического подхода исследовано вакуумное рождение частиц в плазме под действием сильных электрического поля. Рассмотрены различные варианты начальных условий, характерные для моделей, описы-



вающих столкновения релятивистских тяжелых ионов. Показано, что присутствие достаточно плотной плазмы в начальном состоянии оказывает существенное влияние на процесс образования частиц из вакуума. В зависимости от статистики может наблюдаться как усиление, так и ослабление эффекта рождения пар. Установлен эффективно необратимый характер эволюции бесстолкновительной плазмы в сильном внешнем поле. Полученные результаты могут быть использованы для описания процесса изотропизации кварк-глюонной плазмы при столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Uhlenbeck G.E., Ford G.W.* Lectures in Statistical Mechanics // Amer. Math. Soc. Providence, Rhode Island, 1963.
2. *Berges J.* Controlled Nonperturbative Dynamics of Quantum Fields out of Equilibrium // Nucl. Phys. A. 2002. V.699. P.847–886.
3. *Berges J., Borsany S., Serreau J.* Thermalization of Fermionic quantum fields // Nucl. Phys. B. 2003. V.660. P.51–80.
4. *Smolyansky S.A., Prozorkevich A.V., Maino G., Mashnik S.G.* A Covariant Generalization of the Real-Time Green's Functions Method in the Theory of Kinetic Equations // Ann. Phys. 1999. V.277. P.193–218.
5. *Schmidt S.M., Blaschke D.B., Röpke G., Smolyansky S.A., Prozorkevich A.V., Toneev V.D.* A Quantum Kinetic Equation for Particle Production in the Schwinger Mechanism // Intern. J. Mod. Phys. E. 1998. V.7. P.709–722.
6. *Pervushin V.N., Skokov V.V., Reichel A.V., Smolyansky S.A., Prozorkevich A.V.* The Kinetic Description of Vacuum Particle Creation in the Oscillator Representation // Intern. J. Mod. Phys. A. 2005. V.20. P.5689–5704.
7. *Kluger Y., Motola E., Eisenberg J.M.* Quantum Vlasov Equation and Its Markov Limit // Phys. Rev. D. 1998. V.58. P.125015.
8. *Морозов В.Г., Пенке Г., Хелль А.* Кинетическая теория квантово-электродинимической плазмы в сильном электромагнитном поле. I. Ковариантный формализм // Теорет. и мат. физика. 2002. Т.131. С.432–455.
9. *Морозов В.Г., Пенке Г., Хелль А.* Кинетическая теория квантово-электродинимической плазмы в сильном электромагнитном поле. II. Ковариантное приближение среднего поля // Теорет. и мат. физика. 2002. Т.132. P.161–176.
10. *Garbrecht B., Prokopec T., Schmidt M.G.* Particle Number in Kinetic Theory // Eur. Phys. J. C. 2004. V.38. P.135–143.
11. *Grib A.A., Mamaev S.G., Mostepanenko V.M.* Vacuum Quantum Effects in Strong External Fields. St.-Peterburg: Friedman Lab. Publ., 1994.
12. *Fradkin E.S., Gitman D.M., Schwartsman S.M.* Quantum Electrodynamics with Unstable Vacuum. Berlin: Springer Verlag, 1991.
13. *Blaschke D.B., Vinitzky S.I., Gusev A.A., Pervushin V.N., Proskurin D.V.* Cosmological Production of Vector Bosons and Cosmic Microwave Background Radiation // Phys. Atom. Nucl. 2004. V.67. P.1074–1086.
14. *Krasnitz A., Venugopalan R.* Initial Energy Density of Gluons Produced in Very-High-Energy Nuclear Collision // Phys. Rev. Lett. 2000. V.84. P.4309;
15. *Krasnitz A., Venugopalan R.* Initial Gluon Multiplicity in Heavy-Ion Collision // Phys. Rev. Lett. 2001. V.86. P.1717;
16. *Bjorker J., Venugopalan R.* From a Colored Glass Condensate to the Gluon Plasma: Equilibration in High Energy Heavy Ion Collisions // Phys. Rev. C. 2001. V.63. P.024609.
17. *Гриб А.А., Мостепаненко В.М., Фролов В.М.* Рождение и рассеяние частиц нестационарным электромагнитным полем в каноническом формализме // Теорет. и мат. физика. 1976. Т.26. С.221–233.
18. *Бухбиндер И.Л., Гитман Д.М., Фролов В.М.* // Изв. вузов. Физика. 1980. Т.23. С.77.
19. *Gavrilov S.P., Gitman D.M., Tomazelli J.L.* Density Matrix of a Quantum Field in Particle-Creating Background // ArXiv:hep-th/0612064.
20. *De Groot S.R., Leeuwenn V.A. van, Wert Ch.G. van.* Relativistic Kinetic Theory, North-Holland Publ. Company, Amsterdam; N.Y.; Oxford, 1980.
21. *Mueller A.H.* The Boltzmann Equation for Gluons at Early Times after Heavy Ion Collision // Phys. Lett. 2000. V.B475. P.220.
22. *Mueller A.H.* Toward Equilibration in the Early Stages after a High Energy Heavy Ion Collision // Nucl. Phys. B. 2000. V.572. P.227–240.
23. *McLerran L., Venugopalan R.* Computing Quark and Gluon Distribution Function for Very Large Nuclei // Phys. Rev. D. 1994. V.49. P.2233.
24. *McLerran L., Venugopalan R.* Gluon Distribution Functions for Very Large Nuclei at Small Transverse Momentum // Phys. Rev. D. 1994. V.49. P.3352.
25. *McLerran L., Venugopalan R.* Green's Function in the Color Field of a Large Nucleus // Phys. Rev. D. V.50. P.2225.
26. *Mueller A.H.* Small-x Behavior and Parton Saturation: A QCD model // Nucl. Phys. B. 1990. V.335. P.115–137.
27. *Jalilian-Marian J., Kovner A., McLerran L., Weigert H.* Intrinsic Glue at Very Small x // Phys. Rev. D. 1997. V.55. P.5414.
28. *Kovchegov Yu.V.* Non-Abelian Weizsacker-Williams field and a two dimensional effective color charge density for a very large nucleus // Phys. Rev. D. 1996. V.54. P.5463.
29. *Kovchegov Yu.V.* Quantum Structure of the Non-Abelian Weizsacker-Williams Field for a Very Large Nucleus // Phys. Rev. D. 1997. V.55. P.5445.
30. *Kovchegov Yu.V., Mueller A.H.* Gluon Production in Current-Nucleus and Nucleon-Nucleus Collisions in a Quasi-Classical Approximation // Nucl. Phys. B. 1998. V.529. P.451.
31. *Pisarski R.D.* Nonabelian Debye Screening, Tsunami Waves and Worldline Fermions // ArXiv:hep-ph/9710370.
32. *Boyanovsky D., Vega H.J. de, Holman R., Kumar S.P., Pisarski R.D.* Nonequilibrium Evolution of a "Tsunami", a High Multiplicity Initial Quantum State: Dynamical Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. 1998. V.57. P.3653.