Библиографический список

1. *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1960. 550 с.

2. *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В. и др.* Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 720 с.

3. *Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г.* Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М.: Наука, 1975. 400 с.

4. *Пожела Ю.К.* Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М.: Наука, 1977. 368 с.

5. *Trofimov V.A., Tereshin E.B.* Stop of light in nonlinear photonic crystal // Proc. of SPIE. 2004. V.5773. P.12–19.

6. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. М.. Мир, 1978. Т.1. 548 с.

7. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь. 1983. 296 с.

8. *Давидович М.В.* Фотонные кристаллы: функции Грина, интегродифференциальные уравнения, результаты моделирования // Известия вузов. Радиофизика. Т.49, вып.2. С.150–163.

9. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1973. 832 с.

10. *Давидович М.В.* Математическое моделирование конфигурационно сложных структур электродинамики: многомерные интегральные уравнения и операторы: Дис. … д-ра физ.-мат. наук. Саратов, 2000. 480 с.

11. *Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971. 654 с.

12. *Самохин А.Б.* Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998. 160 с.

13. *Давидович М.В.* Объемные интегральные уравнения для диэлектрических включений в коаксиальной линии // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ, 1998. Вып.1. С.20–28.

14. *Давидович М.В.* Метод конечных элементов в пространственно-временной области для нестационарной электродинамики // ЖТФ. 2006. Т.76, вып.1. С.13–23.

15. *Давидович М.В.* К нестационарной теории возбуждения волноводов // РЭ. 2001. Т.46, №11. С.1285–1292.

УДК 538.245

ПРАВИЛО ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В ПОЛЕВОЙ И СИЛОВОЙ МАГНИТОСТАТИКЕ

С.А. Герасимов

Южный федеральный университет,
кафедра общей физики
E-mail: gsim1953@mail.ru

Изучается связь силы Ампера с силой Био-Савара. Показано, что обе формулировки магнитного взаимодействия токов равноправны, если учитывается воздействие незамкнутого участка тока самого на себя.

The Equivalence Rule in Field and Force Magneto-Statics

S.A. Gerasimov

Relationship between Ampere and Biot-Savart force laws is studied. It is shown that both formulations of magnetic interactions of currents are identical if the action of an unclosed part of the current loop on itself is taken into account.

Одна из нерешенных задач классической электродинамики – проблема эквивалентности сил Био-Савара и Ампера [1]. Различия между этими описаниями пондеромоторного взаимодействия токов принципиальны. Основное различие между ними заключается в том, что сила Ампера,

$$d\mathbf{A}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{3}{R_{12}^5}(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1))(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2)) - \frac{2(\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}\right\}\mathbf{R}_{12}dV_1dV_2, \qquad (1)$$

с которой взаимодействуют два элемента тока $d\mathbf{s}_1 = \mathbf{j}(\mathbf{r}_1)dV_1$ и $d\mathbf{s}_2 = \mathbf{j}(\mathbf{r}_2)dV_2$, удовлетворяет принципу равенства и коллинеарности действия и противодействия, тогда как сила Био-Савара,

$$d\mathbf{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi R_{12}^3}[\mathbf{j}(\mathbf{r}_2)\times[\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\times\mathbf{R}_{12}]]dV_1dV_2, \qquad (2)$$

с которой элемент тока $d\mathbf{s}_1$ действует на $d\mathbf{s}_2$, этому принципу не удовлетворяет: $d\mathbf{F}_{12} \neq d\mathbf{F}_{21}$. Незамкнутых элементов тока в природе, разумеется, нет, поэтому соответствие между этими силами должно быть изучено в интегральной форме. Известно, что силы Ампера и

Био-Савара, с которыми взаимодействуют два замкнутых контура с током, абсолютно эквивалентны [2]. Установлено также правило эквивалентности для взаимодействия части контура с его другой частью и замкнутым контуром [3]. Такое взаимодействие имеет место при так называемом *униполярном вращении* [4]. Оказалось, что в этом случае сила Ампера равна силе действия Био-Савара плюс так называемая *сила самодействия*. Для взаимодействия двух частей замкнутой системы эквивалентность сил Ампера и Био-Савара вызывает много споров, но оказалась до сих пор не изученной [5, 6]. Утверждается, например, что классическая формулировка электродинамики является некорректной, а единственно правильным является подход Ампера, в основу которого положен принцип равенства и коллинеарности действия и противодействия [7]. Сначала всеми правдами и неправдами «доказывается», что единственно правильной является сила Ампера [8], а затем, опираясь на проверку закона Био-Савара, наоборот, под сомнение ставится силовая электродинамика Ампера [9].

Имеет смысл рассматривать объемный ток плотности $\mathbf{j}$, текущий в замкнутой цепи (рисунок). Если положения объемных элементов тока $d\mathbf{s}_1$ и $d\mathbf{s}_2$ заданы векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, а $\mathbf{R}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, то разность сил Ампера и Био-Савара, действующих на часть цепи SC со стороны CS, есть

$$\mathbf{A}_a - \mathbf{F}_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_{SC}} dV_2 \times \times \int\limits_{V_{CS}} (\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2))dV_1, \quad (3)$$

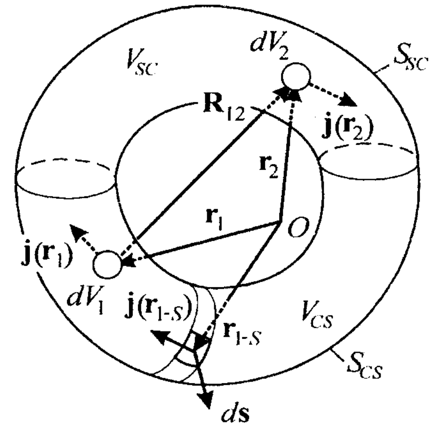
где

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \{\frac{3}{R_{12}^5}(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1))(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2)) - \frac{2(\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}\}\mathbf{R}_{12} \quad (4)$$

и

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \frac{1}{R_{12}^3}[\mathbf{j}(\mathbf{r}_2)\times[\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\times\mathbf{R}_{12}]]. \quad (5)$$

Добавляя и вычитая интегрирование по объему V_{SC}, можно записать:



Геометрия взаимодействия токов

$$\mathbf{A}_a - \mathbf{F}_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_{SC}} dV_2 \int\limits_{V_{SC}+V_{CS}} (\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2))dV_1 - \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_{SC}} dV_2 \int\limits_{V_{SC}} \mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)dV_1 + \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_{SC}} dV_2 \int\limits_{V_{SC}} \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)dV_1. \quad (6)$$

Так как выражение Ампера антисимметрично по отношению к перестановке элементов тока, а интегрирование во втором интеграле производится по одной и той же области, то это слагаемое равно нулю. Третье слагаемое представляет собой силу Био-Савара, с которой участок SC действует сам на себя. Это не что иное, как сила самодействия $\mathbf{F}_S$ для участка SC. Подынтегральное выражение в первом слагаемом может быть переписано следующим образом:

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \frac{3(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1))(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^5}\mathbf{R}_{12} - \frac{(\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}\mathbf{R}_{12} - \mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\frac{(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}. \quad (7)$$

Поскольку

$$(\nabla_1\{\frac{\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\}) = = \frac{3(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1))(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^5} - \frac{(\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3},$$

то

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = = \mathbf{R}_{12}(\nabla_1\mathbf{Q}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)) - \mathbf{Q}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2), \quad (8)$$

где

$$\mathbf{Q}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \frac{(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(\mathbf{r}_2))}{R_{12}^3}\mathbf{j}(\mathbf{r}_1). \quad (9)$$

Теперь внутренний интеграл первого слагаемого выражения (6) может быть вычислен. Для этого достаточно воспользоваться тождеством

$$(\mathbf{k}\oint_S \mathbf{R}(\mathbf{Q}d\mathbf{s})) = -\int_V \nabla_1((\mathbf{kR})\mathbf{Q}dV_1 =$$

$$= -(\mathbf{k}\int_V \{\mathbf{R}(\nabla_1\mathbf{Q}) - \mathbf{Q}\}dV_1),$$

справедливым для любого постоянного вектора $\mathbf{k}$. Это дает

$$\int_{V_{SC}+V_{CS}} (\mathbf{a}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2))dV_1 =$$

$$= -\oint_{S_{SC}+S_{CS}} \frac{(\mathbf{R}_{12}\mathbf{j}(r_2))}{R_{12}^3}\mathbf{R}_{12}(\mathbf{j}(\mathbf{r}_{1-S})d\mathbf{s}).$$

Этот интеграл равен нулю, поскольку ток через поверхность проводника $S_{CS} + S_{SC}$ не течет, кроме того, для поверхностного тока $(\mathbf{j}(\mathbf{r}_{1\text{-}S})d\mathbf{s}) = 0$.

Итак, оказалось, что

$$\mathbf{A}_a = \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_S\,. \qquad (10)$$

Это и есть правило эквивалентности. Сила Ампера, действующая на участок тока, оказалась равной не классической силе действия Био-Савара $\mathbf{F}_a$, с которой одна часть замкнутой системы действует на другую, а полной силе, действующей на этот участок тока. Под полной силой понимается сумма силы действия $\mathbf{F}_a$ и силы самодействия $\mathbf{F}_S$.

Приведенное выше решение и основной результат (10) справедливы и в том случае, когда одна часть проводника имеет размеры, много меньшие по сравнению с другой, но при непременном условии: этот малый элемент тока должен оставаться объемным или поверхностным. Рассмотрение пондеромоторного взаимодействия линейных элементов тока не всегда корректно и может привести к расходимости той или другой силы [7,10].

Решение задачи завершено. Его удалось получить только a priory, зная, что самодействие реально. Если без всяких на то оснований обнулить силу самодействия $\mathbf{F}_S$, это бы означало равенство силы Ампера силе действия Био-Савара, то есть привело бы к ошибочному результату [5]. Если бы мы не выделили в выражении (6) силу самодействия, правая часть, отождествляемая с силой действия, оказалась бы отличной от нуля. В свою очередь, это привело бы к принципиальным различиям между полевой и силовой электродинамикой. Утверждения о невозможности самодействия едва ли можно считать обоснованными. Об этом говорят не только результаты расчетов, но и экспериментальные данные [4, 9]. Без краткого обсуждения экспериментальных результатов изложение было бы неполным. Работы, в которых сообщается о наблюдаемых различиях между силой Ампера и полной силой Био-Савара [6, 11], судя по всему, ошибочны. Некорректными являются и утверждения о возможности измерения только силы самодействия [9]. Способа экспериментально различить эти силы не существует. Другое дело, что иногда то или иное слагаемое в выражении (10) пренебрежимо мало. Именно это обстоятельство и позволило согласиться с тем, что самодействие в полевой магнитостатике экспериментально обнаружено [4, 9]. В конечном итоге совершенно безразлично, каким законом – Ампера или Био-Савара – следует пользоваться при расчете сил, действующих на те или иные участки электрической цепи. Но не надо забывать, что это описание Ампера является силовым, а значит, исключает понятие индукции или напряженности магнитного поля.

Библиографический список

1. *Weber T.A., Macomb D.J.* On the Equivalence of the Laws of Biot-Savart and Ampere // Amer. J. of Physics. 1989. V.57, №1. P.57–59.

2. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: ГИТТЛ, 1954. 620 с.

3. *Gerasimov S.A.* Self-Interaction and Vector Potential in Magnetostatics // Physica Scripta. 1997. V.56. P.462–464.

4. *Gerasimov S.A., Gorokhovikov S.L., Grigorian M.A.* A Specific Feature of Unipolar Rotation // Technical Physics Letters. 2005. V.31, №1. P.79–80.

5. *Christodoulides C.* Equivalence of the Ampere and Biot-Savart Force Laws in Magnetostatics // J. Physics A. 1987. V.20. P.2037–2042.

6. *Phipps T.E., Phipps T.E.* (Jr). Observation of Ampere Forces in Mercury // Physics Letters A. 1990. V.146, №1–2. P.6–14.

7. *Graneau N.* The Finite Size of the Metallic Current Element // Physics Letters A. 1990. V.147, №2–3. P.92–96.

8. *Cavalleri G., Spavieri G., Spinelli G.* The Ampere and Biot-Savart Force Laws // European J. of Physics. 1996. V.17, №4. P.205–207.

9. *Cavalleri G., Bettoni G., Tonni E., Spavieri G.* Experimental Proof of Standard Elecrodynamics by Measuring the Self-Force on a Part of a Current Loop // Physical Review E. 1998. V.58, №2. P.2505–2517.

10. *Christodoulides C.* Comparison of the Ampere and Biot-Savart Magnetostatic Force Laws in Their Line-Current-Element Forms // Amer. J. of Physics. 1988. V.56, №4. P.357–362.

11. *Graneau P.* Longitudial Force in Ampere's Wire-Arc Experiment // Physics Letters A. 1989. V.137, №3. P.87–92.

УДК 541.8

К ПОИСКУ КАЛОРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТИ

В.Н. Карцев, И.А. Овчинникова, К.Е. Панкин

Саратовский государственный университет,
кафедра физики катастроф и ЧС
E-mail: emerdept@sgu.ru
pankinke@info.sgu.ru
irakira@list.ru

Предложено двухпараметрическое калорическое уравнение состояния жидкости. Выполнен анализ параметрических функций уравнения состояния. Рассмотрен аппроксимационный способ расчета внутреннего давления по плотности энергии когезии.

In Search of Caloric Equation of Liquid State

V.N. Kartsev, I.A. Ovchinnikova, K.E. Pankin

The two-parameter caloric equation of liquid state was proposed. The analysis of parametric functions for equation of state was carried out. Approximate method for internal pressure evaluation via cohesion energy density was discussed.

ВВЕДЕНИЕ

При наличии термического и калорического уравнений состояния можно, используя термодинамические соотношения, вычислить любой термодинамический параметр системы. По этой причине одной из фундаментальных задач термодинамики и статистической физики является поиск уравнения состояния вещества. К концу XX в. были предложены более сотни уравнений состояния [1, 2]. Однако они не обладают достаточной общностью, поэтому поиск новых более совершенных уравнений состояния не прекращается [3–5]. В данной статье обсуждается двухпараметрическое калорическое уравнение состояния жидкости, полученное из решения соответствующего дифференциального уравнения состояния, и рассматривается способ расчета такого важного для теории жидкостей термодинамического параметра, как внутреннее давление.

ИСХОДНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим простую термодинамическую систему с независимыми переменными V и T. Внутреннюю энергию $U(V,T)$ такой системы выразим через вклад, обусловленный межмолекулярными взаимодействиями $U^{ММВ}$ [6]:

$$U(V,T) = U^{ММВ}(V,T) + U^{ид}(T), \qquad (1)$$

где $U^{ид}(T)$ – внутренняя энергия гипотетического идеального газа с теми же температурой и объемом (плотностью), как и реальная система. Калорическое уравнение состояния $U^{ид}(T)$ известно. Займемся поиском уравнения состояния $U^{ММВ}(V,T)$.

Энергия межмолекулярного взаимодействия (ММВ) связана с $\varepsilon^{ког}$ – плотностью энергии когезии соотношением [7]

$$\varepsilon^{ког} = \frac{-U^{ММВ}}{V} \cong \frac{E^{исп}}{V}, \qquad (2)$$

где $E^{исп}$ – энергия испарения, которая численно равна $U^{ММВ}$, если пренебречь энергией взаимодействия молекул в реальном газе. Продифференцировав уравнение (2) по объему, получим: