



УДК 517.9

К ВОПРОСУ О ПОЛНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМАХ

Р.А. Филатов, О.И. Москаленко

Саратовский государственный университет
E-mail: slattern@nonlin.sgu.ru, moskalenko@nonlin.sgu.ru

Обнаружено явление полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Показано, что в этом случае порог возникновения синхронного режима превосходит аналогичное значение параметра связи в случае взаимной связи между системами примерно в два раза.

Ключевые слова: полная хаотическая синхронизация, пучково-плазменные системы, диод Пирса, однонаправленная связь.

On the Problem of Complete Synchronization in Beam-Plasma Systems

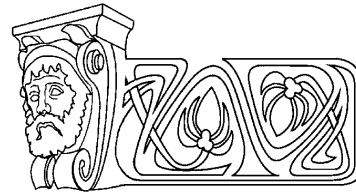
R.A. Filatov, O.I. Moskalenko

Complete chaotic synchronization phenomenon in the unidirectionally coupled beam-plasma systems with overcritical current has been found. The boundary value of the synchronous regime onset in this case is shown to exceed the analogous value of the coupling parameter in the case of the mutual type of coupling in approximately two times.

Key words: complete chaotic synchronization, beam-plasma systems, Pierce diode, unidirectional coupling.

Исследование синхронизации хаотических колебаний в системах различной природы представляется в настоящее время одним из важнейших направлений нелинейной динамики и радиофизики [1, 2]. Режимы хаотической синхронизации наблюдаются для целого ряда связанных физических, химических, биологических, физиологических систем [3–7]. Они находят широкое применение при разработке способов скрытой передачи информации [8–10] и управления хаосом в системах СВЧ диапазона [11–14].

В настоящее время различают несколько типов синхронного поведения однонаправленно и взаимно связанных хаотических систем, каждый из которых характеризуется своими принципиальными особенностями. Это фазовая синхронизация [15], обобщенная синхронизация [16], синхронизация с запаздыванием (lag-синхронизация) [17], полная синхронизация [18], синхронизация временных масштабов [19] и др. Большинство из них наблюдается как в сосредоточенных, так



и распределенных системах. В то же время исследований хаотической синхронизации в системах с малым числом степеней свободы оказывается значительно больше. Известные работы по хаотической синхронизации в распределенных системах посвящены, в первую очередь, изучению этого явления в эталонных моделях (цепочках и решетках связанных нелинейных хаотических осцилляторов [20, 21], связанных уравнений Гинзбурга–Ландау [22, 23], Курамото–Сивашинского [24] и др.). Значительно меньше работ направлено на анализ различных типов синхронного поведения в пучково-плазменных системах [11, 25–28]. Подобные исследования касаются режимов фазовой, полной, обобщенной синхронизации, а также синхронизации временных масштабов, но даже для полной синхронизации пучково-плазменных систем ряд вопросов остается до сих пор не выясненным. В частности, в работах [25, 26] показана возможность установления режима полной синхронизации в двух взаимно связанных диодах Пирса. Однако однонаправленный тип связи используется на практике значительно чаще. Модели однонаправленно связанных пучково-плазменных систем могут найти применение при реализации способов передачи информации на основе полной хаотической синхронизации [10].

Настоящая работа посвящена исследованию возможности установления полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током и его сравнению с аналогичным режимом, имеющим место при взаимной связи. В качестве моделей пучково-плазменных систем по аналогии с [25, 26], выберем гидродинамические модели диода Пирса.

Рассмотрим два однонаправленно связанных диода Пирса, которые в рамках гид-



родинамического приближения описываются самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона [29]:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{d,r}}{\partial x^2} = \alpha_{d,r}^2 (\rho_{d,r} - 1), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_{d,r}}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_{d,r} v_{d,r})}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t} = -v_{d,r} \frac{\partial v_{d,r}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{d,r}}{\partial x}, \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$v_{d,r}(0, t) = 1, \quad \rho_{d,r}(0, t) = 1, \quad \varphi_{d,r}(0, t) = 0, \quad (4)$$

где φ – безразмерный потенциал поля пространственного заряда, ρ – безразмерная плотность заряда, v – безразмерная плотность потока, x – безразмерная координата и t – безразмерное время. Индексы d и r отвечают ведущей и ведомой пучково-плазменным системам соответственно. Единственным управляющим параметром, характеризующим динамику системы, является параметр Пирса α – невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте. Для ведущей системы выберем его равным $\alpha_d = 2.859\pi$, а аналогичный параметр ведомой системы будем менять в диапазоне $\alpha_r \in [2.855; 2.863]$, чтобы задать расстройку между взаимодействующими системами.

Однонаправленная связь между системами осуществляется с помощью изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \varphi_d(1, t) = 0, \\ \varphi_r(1, t) = \varepsilon(\rho_r(x=1, t) - \rho_d(x=1, t)). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ε – коэффициент связи между системами, $\rho_{d,r}(x=1, t)$ – колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой из систем. Таким образом, ведущая система находится в режиме автономных колебаний, воздействуя на ведомую систему.

Под полной синхронизацией понимается режим, при котором взаимодействующие системы демонстрируют идентичную (или близкую к идентичной) динамику [18]. Для

характеристики близости колебаний в однонаправленно связанных гидродинамических моделях диода Пирса по аналогии с работой [25] воспользуемся расчетом меры идентичности пространственно-временных колебаний:

$$\Delta = \langle |\rho_d(x, t) - \rho_r(x, t)| + |v_d(x, t) - v_r(x, t)| + |\varphi_d(x, t) - \varphi_r(x, t)| \rangle, \quad (6)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по времени и пространству, и проанализируем ее зависимость от параметра связи ε при различных значениях параметра α_r . На рис. 1 приведены вышеупомянутые зависимости. Видно, что, как и в случае взаимной связи между системами мера идентичности быстро падает с ростом связи, однако остается не равной нулю, как в случае малых ($\alpha_r = 2.860$, кривая 1), так и в случае больших ($\alpha_r = 2.855$, кривая 2) расстроек. В то же самое время в случае малых расстроек спад происходит значительно быстрее. Значения параметра связи ε , при которых в системе связанных пучково-плазменных систем наблюдаются практически идентичные колебания, а $\Delta < 0.04$, будем считать соответствующими режиму полной хаотической синхронизации в системе однонаправленно связанных диодов Пирса.

Проанализируем зависимость порогового значения параметра связи ε от величины расстройки между системами. На рис. 2 приведена граница области полной хаотической синхронизации в системе однонаправленно

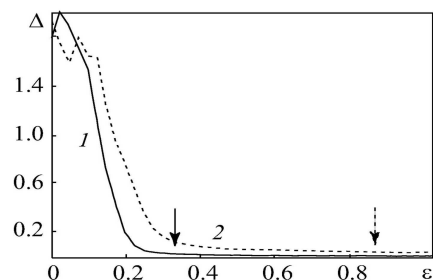


Рис. 1. Зависимость меры идентичности хаотических пространственно-временных колебаний от величины параметра связи ε для малой $\alpha_r = 2.860$ (кривая 1) и большой $\alpha_r = 2.855$ (кривая 2) расстройки управляющих параметров. Значения параметра связи, соответствующие установлению синхронных режимов, показаны стрелками



связанных диодов Пирса на плоскости управляющих параметров (α_r, ϵ) . Значение управляющего параметра ведущей системы α_r показано стрелкой. Из рисунка видно, что с ростом параметра связи при различных значениях расстройки управляющих параметров взаимодействующих систем наблюдается режим полной хаотической синхронизации. Минимальные значения параметров связи ϵ , при которых наблюдается установление полной синхронизации в распределенных пучково-плазменных системах, так же, как и в случае взаимной связи, имеют место при малой расстройке ведущей и ведомой систем.

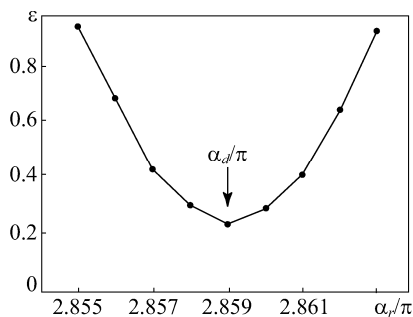


Рис. 2. Плоскость управляющих параметров (α_r, ϵ) при значении $\alpha_r = 2.859$ (показано стрелкой). Линией показана граница возникновения режима полной хаотической синхронизации однонаправленно связанных распределенных пучково-плазменных систем

Интересным представляется вопрос о соотношении пороговых значений возникновения режима полной хаотической синхронизации в пучково-плазменных системах в случае однонаправленной и взаимной связи между ними. В частности, известно, что в системах с сосредоточенными параметрами указанные величины соотносятся как 2 : 1, то есть в случае однонаправленной связи между системами синхронный режим возникает примерно в два раза позже, чем в случае взаимной связи [30]. Проведенные исследования в совокупности с результатами работы [25] позволяют утверждать, что аналогичная ситуация имеет место и в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током (ср. рис. 1 с рис. 2 в [25], где приведена аналогичная граница в двух взаимно связанных дио-

дах Пирса с близкими значениями управляющих параметров), то есть в однонаправленно связанных диодах Пирса режим полной хаотической синхронизации возникает примерно в два раза позже, чем в аналогичных системах со взаимным типом связи.

Таким образом, в настоящей работе показана возможность установления полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Установлено, что синхронный режим в данном случае возникает примерно в два раза позже, чем в аналогичных системах, связанных взаимно.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Список литературы

1. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G.V., Valladarcs D.L., Zhou C.S. The synchronization of chaotic systems // Phys. Rep. 2002. Vol.366. P.1–101.
2. Пиковский А.С., Розенблюм М.Г., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
3. Glass L. Synchronization and rhythmic processes in physiology // Nature (London). 2001. Vol.410. P.277–284.
4. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Synchronization approach to analysis of biological systems // Fluctuation and Noise Letters. 2004. Vol.4, №1. P.L53–L62.
5. Mosekilde E., Maistrenko Y., Postnov D.E. Chaotic synchronization, applications to living systems. Singapore: World Scientific, 2002.
6. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Gridnev V.I., Bodrov M.B., Bespyatov A.B. Synchronization between main rhythmic processes in the human cardiovascular system // Phys. Rev. E. 2003. Vol.68. P.041913.
7. Parmananda P. Generalized synchronization of spatiotemporal chemical chaos // Phys. Rev. E. 1997. Vol.56. P.1595–1598.
8. Roy R. Chaos down the line // Nature. 2005. Vol.438. P.298–299.
9. Jaeger H., Haas H. Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication // Science. 2008. Vol.304. P.78–80.
10. Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // Успехи физических наук. 2009. Т.179, №12. С.1281–1310.
11. Rosa E., Pardo W.B., Ticos C.M., Walkenstein J.A., Monti M. Phase synchronization of chaos in a plasma discharge tube // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10, №11. P.2551–2563.



12. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. О синхронизации хаотических автоколебаний в распределенной системе «винтовой электронный поток – встречная электромагнитная волна» // Радиотехника и электроника. 2003. Т.48, №1. С.116–124.
13. Трубецков Д.И., Короновский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация распределенных электронно-волновых автоколебательных систем с обратной волной // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. XLVII, №5–6. С.343–372.
14. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V., Rempen I.S. Chaotic synchronization of coupled electron-wave systems with backward waves // Chaos. 2005. Vol.15, №1. P.013705.
15. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol.76, №11. P.1804–1807.
16. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol.51, №2. P.980–994.
17. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol.78, №22. P.4193–4196.
18. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.64, №8. P.821–824.
19. Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization // Chaos. 2004. Vol.14, №3. P.603–610.
20. Афраймович В.С., Некоркин В.И., Оситов Г.В., Шалфеев В.Д. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / ИПФ АН СССР. Горький, 1989.
21. Kocarev L., Tasev Z., Stojanovski T., Parlitz U. Synchronizing spatiotemporal chaos // Chaos. 1997. Vol.7, №4. P.635–643.
22. Bragard J., Arecchi F.T., Boccaletti S. Characterization of synchronized spatiotemporal states in coupled non-identical complex Ginzburg–Landau equations // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10. P.2381.
23. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Обобщенная хаотическая синхронизация в связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау // ЖЭТФ. 2006. Т.130, №4(10). С.748–764.
24. Tasev Z., Kocarev L., Junge L., Parlitz U. Synchronization of Kuramoto–Sivashinsky equations using spatial local coupling // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10, №4. P.869–873.
25. Попов П.В., Филатов Р.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация пространственно-временного хаоса в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током // Письма в ЖТФ. 2005. Т.31, №6. С.9–16.
26. Filatov R.A., Hramov A.E., Koronovskii A.A. Chaotic synchronization in coupled spatially extended beam-plasma systems // Phys. Lett. A. 2006. Vol.358. P.301–308.
27. Fukuyama T., Kozakov R., Tcstrich H., Wilke C. Spatiotemporal synchronization of coupled oscillators in a laboratory plasma // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol.96. P.024101.
28. Короновский А.А., Филатов Р.А., Храмов А.Е. Хаотическая синхронизация в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током // Радиотехника и электроника. 2007. Т.52, №3. С.362–372.
29. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003.
30. Hramov A.E., Khratova A.E., Koronovskii A.A., Boccaletti S. Synchronization in networks of slightly nonidentical elements // JBC. 2008. Vol.18, №3. P.258–264.