



Исследование проведено при финансовой поддержке программы У.М.Н.И.К., Министерства образования и науки РФ (проекты № 1.4.09 и № 2.1.1/4989) и НТП ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (гос. контракт № 02.740.11.0879).

#### Список литературы

1. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco : W. H. Freeman and Co., 1982.
2. Тучин В. В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1998.
3. Dainty J. C. Topics in Applied Physics. Berlin : Springer – Verlag, 1975.
4. Ishii K., Asakura T. Correlation Properties of Light Backscattered Multiply from Fractal Aggregates of Particles Under Brownian Motion // J. Biomed. Opt. 1999. Vol. 4(2). P. 230.
5. Dogariu A., Uozumi J., Asakura T. Ballistic propagation of light through fractal gels // Waves in Random Media. 1994. Vol. 4. P. 1.
6. Wada N., Uozumi J., Asakura T. Effects of random noise on bispectra of fractal objects // Pure Appl. Opt. 1995. Vol. 4. P. 857.
7. Funamizu H., Uozumi J. Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator // Optics Express. 2007. Vol. 15(12). P. 7415.
8. Hanson S. G., Jakobsen M. L., Hansen R. S., Yura T. H. Compound speckles and their statistical and dynamical properties // Proc. SPIE. 2008. Vol. 7008. P. 70080M.
9. Okamoto T., Fujita S. Statistical properties of three-dimensional speckle distributions produced by crossed scattered waves // JOSAA. 2008. Vol. 25(12). P. 3030.
10. Khlebtsov N. G. An approximate method for calculating scattering and absorption of light by fractal aggregates // Optics and Spectroscopy. 2000. Vol. 88(4). P. 594.
11. Schmitt J. M., Kumar G. Optical scattering properties of soft tissue : a discrete particle model // Applied Optics. 1998. Vol. 37(13). P. 2788.
12. Wang R. K. Modelling optical properties of soft tissue by fractal distribution of scatters // J. Mod. Opt. 2000. Vol. 47. P. 103.
13. Иванов А. В., Короновский А. А., Минюхин И. М., Яшков И. А. Определение фрактальной размерности овражно-балочной сети города Саратова // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14, № 2. С. 64.
14. Ulyanov A. S. Analysis of Fractal Dimensions in the express diagnostics of bacterial colonies // Optics and Spectroscopy. 2009. Vol. 107(6). P. 866.
15. Ulyanov A. S. Identification of tissues with pathological changes using laser speckles // Quantum Electronics. 2008. Vol. 38(6). P. 557.
16. Uozumi J., Ibrahim M., Asakura T. Fractal Speckles // Opt. Commun. 1998. Vol. 156. P. 350.

УДК 535.4:681.7.064.45

## МЕТОД ЦИФРОВОЙ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МИКРОПЕРЕМЕЩЕНИЙ РАССЕИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

Л. А. Максимова, Н. Ю. Мысина\*, А. А. Гребенюк\*,  
Б. Б. Горбатенко\*\*, В. П. Рябухо\*

Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов

\*Саратовский государственный университет

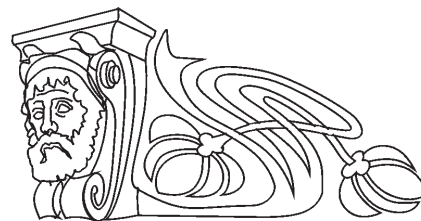
\*\*Саратовский государственный технический университет

E-mail: MaksimovaLA@yandex.ru; E-mail: Nataliamysina@yandex.ru;

E-mail: GrebenyukAA@yandex.ru; E-mail: rvp@sgu.ru; E-mail: gorbor@pochta.ru

Рассматривается метод двухэкспозиционной спекл-фотографии с цифровой записью спекл-структуры дифракционного поля и численной обработкой спеклограмм для определения микро-смещений рассеивающих объектов. Обсуждаются особенности реализации метода спекл-фотографии с записью цифровых спеклограмм в дальней области дифракции и в области сфокусированного изображения. Выполнены натурные и численные эксперименты с целью получения измерительной информации о микро-смещении объекта.

**Ключевые слова:** спекл-структура, цифровая спекл-фотография, фурье-спеклограмма, дифракционное гало, пространственный спектр, интерферограмма.



### Technique of Digital Laser Speckle-Photography for Measurement of Scattered Object Microdisplacement

L. A. Maksimova, N. Yu. Mysina, A. A. Grebenyuk,  
B. B. Gorbatenko, V. P. Ryabukho

Speckle-photography with two-exposition digital recording of speckle-structure of diffraction field and numerical specklegram processing for measurements of scattering object micro displacement is considered. Methods for realization of speckle-photography technique with recording of digital specklegrams in far field diffraction area and in field of focused image are discussed. Natural and numerical experiments



to obtain measuring information on object micro displacement are performed.

**Key words:** speckle-pattern, digital speckle-photography, Fourier specklegram, diffraction halo, spatial spectrum, interferogram.

### Введение

Спекл-структура рассеянного лазерного излучения несет информацию о поверхности объекта, о ее форме и пространственном положении. Микросмещение или деформация поверхности приводит к пространственному перемещению спекл-структуры, измерение величины которого позволяет определять смещение самой поверхности. Для этих целей используется двухэкспозиционная запись спекл-структуры и наблюдение картины интерференционных полос в поле дифракции лазерного пучка на записанных спекл-структурах – двухэкспозиционной спеклограмме [1–5]. Первая экспозиция соответствует начальному, недеформированному состоянию поверхности, вторая экспозиция – измененному состоянию объекта.

Высокоразрешающие цифровые средства записи изображений позволяют реализовать в численном виде методы лазерных интерференционных измерений [6–8]. Спекл-структуры, соответствующие исходному и смещенному состояниям объекта, записываются цифровым способом. Затем с помощью численных методов два изображения складываются или вычитаются и подвергаются фурье-преобразованию. Получаемый пространственный спектр суммы спеклограмм оказывается промодулированным интерференционными полосами, параметры которых характеризуют величину и направление смещения объекта [9, 10].

Увеличение разрешающей способности цифровых средств записи изображений обеспечило возможность записи цифровых спеклограмм и, следовательно, перейти от трудоемкого аналогового метода спекл-фотографии, связанного с химической обработкой фотопластинок, к использованию цифрового метода спекл-фотографии, с помощью которого возможна реализация многоэкспозиционной (многокадровой) цифровой записи с интервалом в доли секунды.

### Способы и схемы реализации аналогового метода спекл-фотографии

Метод двухэкспозиционной спекл-фотографии [1, 9, 10] основан на определении величины смещения спеклов рассеянного лазерного излучения или в плоскости изображения поверхности объекта, или в плоскости дифракционного

поля. Микросмещение рассеивающей поверхности вызывает соответствующее смещение спекл-структуры [2], наклон поверхности приводит к повороту всей спекл-структуры вокруг оси наклона. Если рассеянное объектом поле переотображается линзой, то поворот спекл-структуры проявится как поперечное смещение спекл-структуры в задней фокальной плоскости линзы. Поперечное смещение спекл-структуры в предметной плоскости при сдвиге или деформации объекта можно зарегистрировать в виде поперечного смещения спекл-структуры в плоскости действительного изображения.

Смещение спеклов определяется по параметрам картины интерференционных полос, наблюдаемых в дифракционном гало, образующемся при освещении фрагмента спеклограммы лазерным пучком (рис. 1, а). В другом варианте метода интерференционные полосы наблюдаются в плоскости изображения двухэкспозиционной спеклограммы, формируемого путем пространственно-частотной фильтрации оптического поля, дифрагированного на спеклограмме в когерентно оптическом процессоре (рис. 1, б) [1, 11].

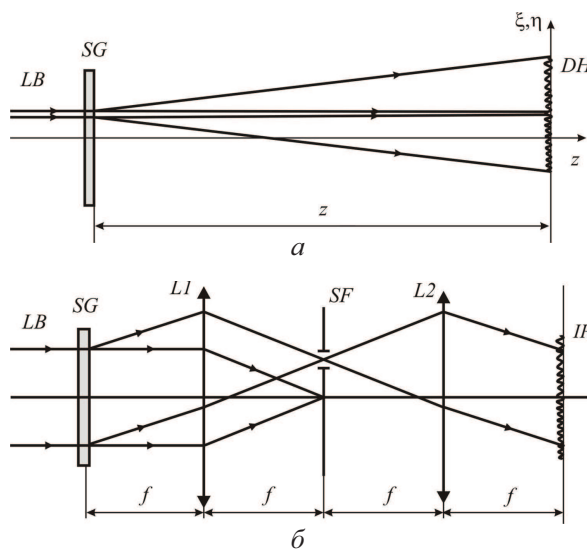


Рис. 1. Схемы формирования интерференционной картины в дальнем поле дифракции лазерного пучка на двухэкспозиционной спеклограмме (а) и путем пространственно-частотной фильтрацией поля, рассеянного спеклограммой (б): *LB* – лазерный пучок; *SG* – спеклограмма; *DH* – дифракционное гало с интерференционными полосами; *L1* и *L2* – собирающие линзы; *SF* – пространственный фильтр; *IP* – интерференционная картина в плоскости изображения спеклограммы

При регистрации спекл-картин в плоскости сфокусированного изображения объекта этими методами определяются поперечные (тангенциальные) смещения поверхности объекта. Нор-



мальные смещения поверхности не вызывают достаточных сдвигов спекл-структуры изображения по отношению к продольным размерам спеклов. Для измерения таких смещений необходима регистрация спекл-структуры в дифракционном поле – в области расфокусированного изображения – в ближней, или в дальней областях дифракции. В этих случаях смещение спеклов на спеклограмме определяется величиной или локального угла наклона поверхности объекта при регистрации спекл-картин в ближней области дифракции – в плоскости расфокусировки, или наклона объекта как целого при регистрации в фурье-плоскости. Вращение объекта в собственной плоскости вызывает вращательное движение спекл-структуры и в ближней и в дальней областях дифракции и поэтому также может быть измерено методом спекл-фотографии в фурье-плоскости.

### Компьютерное моделирование метода спекл-фотографии

В случае цифровой записи спекл-структур записываются два и более цифровых кадров: на первом – спекл-структуру, формирующуюся при исходном состоянии объекта, на втором и последующих – спекл-структуры, формирующиеся при смещенных состояниях объекта. Затем с помощью численных методов два изображения складываются (или вычитаются) и подвергаются численному фурье-преобразованию [9, 10]. Данные процедуры применимы для цифровой записи спеклограмм как в плоскости сфокусированного изображения объекта, так в области дифракции дальнего поля [9, 12–14]. Современное развитие технических средств позволяет проводить регистрацию спекл-структур без трудоемкой химической обработки фотопластинок. В настоящее время широко используется цифровая регистрация на матрицу фотоприемного устройства. Поскольку матрица имеет пиксельную структуру, то в этом случае, когда речь идет о фурье-преобразовании в цифровой спекл-фотографии, имеется в виду дискретное фурье-преобразование.

$$I(\xi, \eta) = |F(\xi, \eta) \pm F_{\Delta}(\xi, \eta)|^2 = |F(\xi, \eta)|^2 \left| 1 \pm \exp\left(i2\pi \frac{\Delta n_p}{M} \xi\right) \right|^2 = 2|F(\xi, \eta)|^2 \left( 1 \pm \cos\left(2\pi \frac{\Delta n_p}{M} \xi\right) \right). \quad (3)$$

Отсюда получаем выражение для периода полос  $\Lambda_p$  в пикселях и формулу расчета смещения спеклов в пикселях  $\Delta n_p$ :

$$\Delta n_p = \frac{M}{\Lambda_p}. \quad (4)$$

Выражение (4) показывает, что спекл-структура смещается на число пикселей, равное

В работе для представления о процессах дискретного фурье-преобразования выполнено компьютерное моделирование метода цифровой спекл-фотографии. Матрицы со смоделированными спекл-структурами исходного и смещенного состояний объекта складываются или вычитаются, затем подвергаются численному фурье-преобразованию. В результате такой процедуры формируется матрица дифракционного гало с интерференционными полосами. Полученные с помощью моделирования интерферограммы (рис. 2) показывают, что число пикселей, на которое задавалось смещение спекл-структуры, равно количеству формирующихся интерференционных полос. Справедливость такого положения подтверждает формальный анализ дискретного фурье-преобразования.

Числовые матрицы-изображения спекл-структур исходного и смещенного состояний объекта размером  $N \times M$  представляют собой дискретные распределения интенсивностей оптических полей  $I(x, y)$  и  $I(x - \Delta n_p, y)$ . Эти числовые матрицы подвергаются дискретному фурье-преобразованию (рис. 3). Фурье-образ числовой матрицы, отражающей исходное состояние спекл-структуры, можно записать в следующем виде:

$$F(\xi, \eta) = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I(x, y) \exp\left[i2\pi \left(\frac{x}{M} \xi + \frac{y}{N} \eta\right)\right], \quad (1)$$

где  $x, y$  и  $\xi, \eta$  – дискретные значения координат в числах пикселей матрицы. Фурье-образ матрицы, содержащей смещенное состояние спекл-структуры на  $\Delta n_p$  пикселей, можно записать в следующем виде:

$$F_{\Delta}(\xi, \eta) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x - \Delta n_p, y) \exp\left[i2\pi \left(\frac{x}{M} \xi + \frac{y}{N} \eta\right)\right] = F(\xi, \eta) \exp\left[i2\pi \frac{\Delta n_p}{M} \xi\right]. \quad (2)$$

Для распределения интенсивности фурье-образа суммарной матрицы, содержащей спекл-структуру исходного и смещенного состояния объекта, с учетом (1) и (2) можно записать

количество интерференционных полос, формирующихся на матрице в результате дискретного фурье-преобразования. Для определения смещения в линейных величинах необходимо  $\Delta n_p$  умножить на известное межпиксельное расстояние матрицы  $\Delta l_p$  в микрометрах.



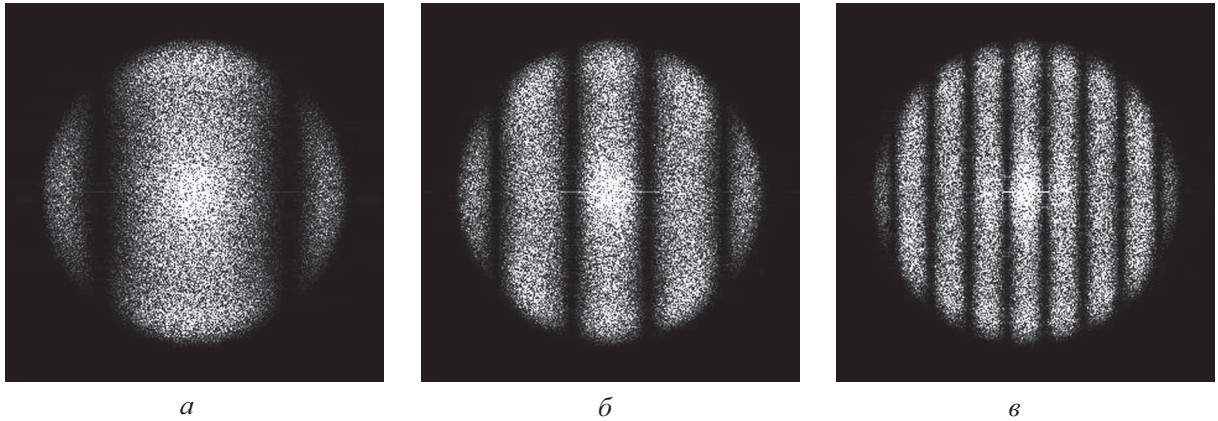


Рис. 2. Смоделированные картины пространственного спектра суммы спеклограмм с различными взаимными сдвигами  $\Delta n_p$  в пикселях: а –  $\Delta n_p = 2$ ; б –  $\Delta n_p = 5$ ; в –  $\Delta n_p = 10$

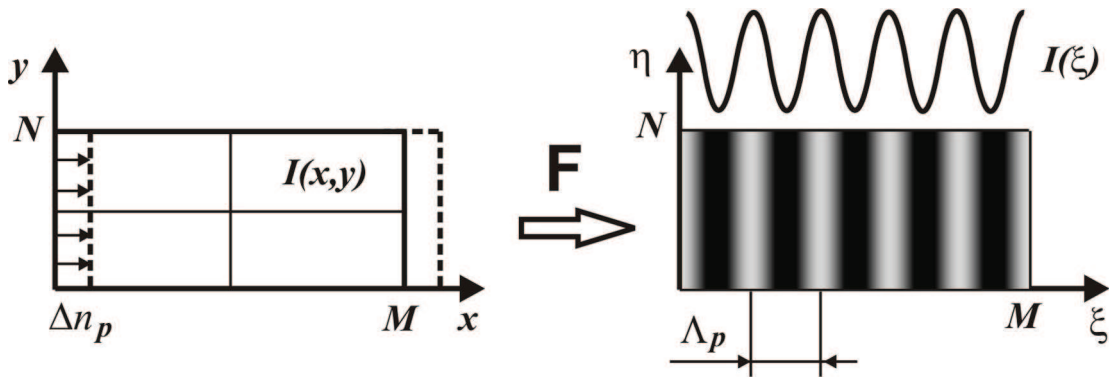


Рис. 3. Формирование интерференционной картины в результате дискретного фурье-преобразования числовой матрицы, содержащей исходное и смещенное состояния спекл-структуры

**Определение величины микросмещения объекта с помощью метода цифровой спекл-фотографии**

На рис. 4 представлена схема процесса формирования дифракционного гало с интерференционными полосами при однородном смещении спекл-структуры в дальней области дифракции. При наклоне поверхности объекта на угол  $\alpha$  вокруг оси, лежащей в плоскости поверхности

объекта, спекл-структура дифракционного поля испытывает однородное поперечное смещение

$$\Delta x_s \approx \alpha(1 + \cos \gamma) z_0, \quad (5)$$

где  $z_0$  – расстояние от плоскости предмета до плоскости записи;  $\gamma$  – угол падения лазерного пучка на объект. На рис. 5 приведено изображение пространственного спектра экспериментальной двухэкспозиционной цифровой Фурье-спеклограммы наклона объекта на малый угол  $\alpha$ .

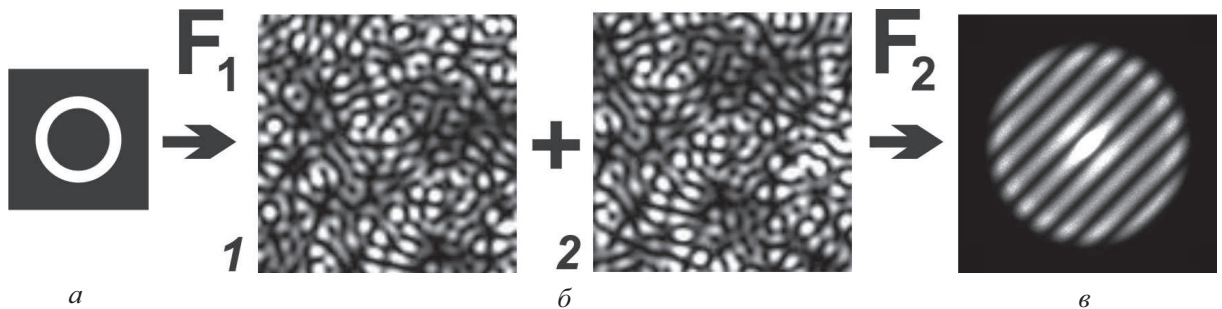


Рис. 4. Фурье-преобразования на этапе формирования и записи двухэкспозиционной фурье-спеклограммы (а–б) и на этапе численной обработки цифровой спеклограммы (б–в): а – пространство предмета; б – область пространственных частот объектного поля; в – область пространственного спектра спеклограммы с дифракционным гало

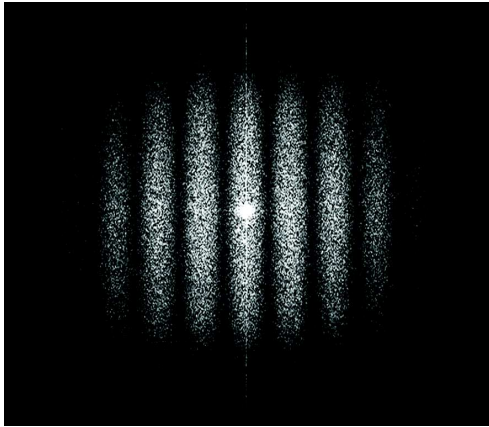


Рис. 5. Пространственный спектр экспериментальной двухэкспозиционной цифровой фурье-спеклограммы наклона объекта на малый угол  $\alpha \approx 1.13 \cdot 10^{-4}$  рад  $\approx 23''$  (спеклограммы получены для  $\lambda \approx 0.63$  мкм,  $\gamma = 30^\circ$ ,  $z_0 = 1$  м)

Взаимное смещение спеклов на спеклограммах  $\Delta n_p$  определяется с помощью формулы (4). В линейном выражении величина смещения спеклов  $\Delta x_s$  в плоскости ПЗС-матрицы определяется произведением

$$\Delta x_s = \Delta n_p \Delta l_p, \quad (6)$$

где  $\Delta l_p$  – межпиксельное расстояние на ПЗС-матрице. Таким образом, из (4)–(6) для определения угла наклона  $\alpha$  получаем

$$\alpha = \frac{M \Delta l_p}{\Lambda_p (1 + \cos \gamma) z_0}. \quad (7)$$

Для предельного разрешения спекл-структуры ПЗС-матрицей достаточно, чтобы на каждый спекл в направлении смещения приходилось не менее 3 пикселей ПЗС-матрицы. Это условие следует из теоремы Котельникова (соотношения Найквиста) [15]:

$$f_d \geq 2 f_{S \max}, \quad (8)$$

где  $f_d$  – пространственная частота дискретизации,  $f_{S \max}$  – максимальная пространственная частота сигнала, которым в данном рассмотрении служит спекл-структура, определяющая максимальную частоту сигнала.

Нижняя граница диапазона измеряемых величин с помощью метода цифровой спекл-фотографии определяется минимальным разрешимым матрицей смещением в один пиксель, в линейном выражении от 3.5 мкм, а верхняя – количеством разрешимых полос в пределах числовой матрицы. Если на один период приходится 3 пикселя согласно (8), то максимальное количество разрешимых полос, а следовательно, согласно (4), максимально допустимое смещение спекл-структуры в плоскости матрицы, выраженное в пикселях, равно третьей части размера матрицы

в пикселях в направлении смещения. При этом присутствует процесс декорреляции фурье-образа спекл-структур, обусловленный смещением записываемой спекл-структуры за пределы ПЗС-матрицы, что снижает видимость интерференционных полос в формируемом дифракционном гало.

Цифровые технологии позволяют использовать многоэтапный (многоэкспозиционный) процесс записи спекл-структур при смещении объекта, что позволяет наблюдать процесс изменения состояния контролируемого объекта, обойти эффект декорреляции спекл-структур начального и конечного состояний объекта и расширить верхнюю границу допустимого диапазона измерений путем сравнения промежуточных состояний спекл-структур. Возможность численной процедуры сглаживания спекл-эффекта в результирующем интерференционном сигнале повышает точность определения периода интерференционных полос в пределе с точностью до одного пикселя изображения. При допустимом диапазоне смещения спекл-структуры в плоскости ПЗС-матрицы в условиях нашего эксперимента диапазон измерения углов поворота объекта в собственной плоскости находился в пределе от нескольких секунд до половины градуса.

### Заключение

Цифровая запись и численная обработка спекл-модулированных дифракционных полей позволяют реализовать методы оптических измерений, подобные аналоговым методам спекл-фотографии, расширяет функциональные и метрологические возможности аналоговых методов. Использование цифровой записи спеклограмм в общем случае в ближней области дифракции, включая область расфокусированного изображения объекта, позволяет существенно расширить функциональные возможности метода цифровой спекл-фотографии по отношению к разным типам смещений поверхности рассеивающего объекта. Цифровые технологии существенно расширяют функциональные и прикладные возможности метода, повышают его производительность и информативность.

Метод двухэкспозиционной спекл-фотографии может эффективно использоваться для анализа деформаций и параметров вибраций, определения малых смещений (поворотов, сдвигов и т.п.) объектов с оптически грубыми, рассеивающими поверхностями, для измерения параметров потоков жидкостей и в биомедицинских приложениях. В ряде практических случаев метод спекл-фотографии оказывается удобнее и



проще методов интерферометрии, поскольку не требуется формирования опорного пучка, что существенно упрощает оптическую установку.

### Благодарности

Авторы благодарят кандидата физико-математических наук В. В. Лычагова, кандидата физико-математических наук О. А. Перепелицыну, кандидата физико-математических наук Д. В. Лякина за помощь в экспериментальных исследованиях.

*Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)» (проекты № 2.1.1/4973, 2.2.1.1/2950).*

### Список литературы

1. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия / пер. с англ. М.: Мир, 1986. 328 с.
2. Франсон М. Оптика спеклов / пер. с англ. М.: Мир, 1980. 171 с.
3. Разумовский И. А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 2007. 240 с.
4. Резчиков А. Ф., Рябухо В. П. Высокоразрешающие интерференционные методы контроля рельефа поверхности и слоистой структуры изделий точного машиностроения и приборостроения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. Вып. 1. С. 68–79.
5. Гужов В. И., Ильиных С. П. Компьютерная интерферометрия: учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. техн. ун-та, 2004. 252 с.
6. Schnars U., Jueptner W. Digital holography. Springer-Verlag, 2004. 164 p.
7. Baltiysky S., Gurov I., De Nicola S., Ferraro P., Finizio A., Coppola G. Characterization of microelectromechanical systems by the digital holography method // The Imaging Science J. 2006. Vol. 54. № 2. P.103–110.
8. Дифракционная компьютерная оптика / под ред. В. А. Сойфера М.: Физматлит, 2007. 736 с.
9. Горбатенко Б. Б., Гребенюк А. А., Максимова Л. А., Перепелицына О. А., Рябухо В. П. Спекл-фотография и голографическая интерферометрия с цифровой записью дифракционного поля в фурье-плоскости // Комп. оптика. 2010. Вып. 34, № 1. С. 69–81.
10. Горбатенко Б. Б., Рябухо В. П., Гребенюк А. А., Мысина Н. Ю., Максимова Л. А. Контроль микроперемещений методами цифровой голографической и спекл-интерферометрии // Вестн. СГТУ. 2010. Вып. 4(49). С. 14–24.
11. Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics / ed. J. C. Dainty. Berlin: Springer-Verlag, 1975. Vol. 9. 286 p.
12. Горбатенко Б. Б., Гребенюк А. А., Максимова Л. А., Рябухо В. П. Пространственный спектр (дифракционное гало) фурье-спеклограммы рассеивающего объекта // Комп. оптика. 2009. Т. 33, № 1. С. 43–51.
13. Рябухо В. П., Горбатенко Б. Б., Максимова Л. А. Цифровая голография с виртуальной опорной волной // Изв. Саратов. ун-та. Нов.сер. 2008. Т. 8. Сер. Физика, вып. 2. С.11–23.
14. Горбатенко Б. Б., Максимова Л. А., Рябухо В. П. Восстановление голограммной структуры по цифровой записи фурье-спеклограммы // Опт. и спектр. 2009. Т. 106, № 2. С. 321–328.
15. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Digital signal processing. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.; Englewood Cliffs, 1975. 416 p.

УДК 621.372

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР С ПОЛОСКОВЫМИ И ЩЕЛЕВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ НА ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА СРЕД



С. В. Алексутова

Саратовский государственный университет  
E-mail: aleksutova@list.ru

В работе изложен эффективный алгоритм моделирования сложных многослойных электродинамических систем с полосковыми и щелевыми элементами на границах раздела сред. Разработан подход к построению алгоритма автоматизированного проектирования подобных систем по заданной топологии поперечного сечения и параметрам системы.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, распространение электромагнитных волн, дисперсионное уравнение, многослойные волноводящие структуры, полосковые линии, щелевые линии, метод Галеркина.

### Mathematical Modelling Multilayered Waveguides Magnitodielectrical Structures with Strip and Slot Elements on Borders of Section of Environments

S. V. Aleksutova

The effective algorithm of modeling of difficult multilayered electrodynamic systems with strip and slot elements on borders of layers is presented. The approach to construction of algorithm of the automated designing of such systems by a given topology and parameters was developed.