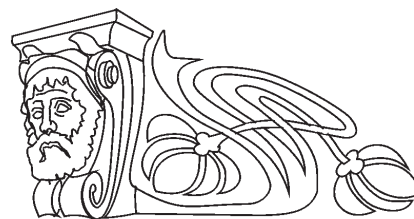




УДК 537.86:530.182

К теории синхронизации двухмодового электронного лазера с жестким возбуждением

А. Б. Адилова, Н. В. Преображенская, Н. М. Рыскин



Адилова Асель Булатовна, ассистент кафедры нелинейной физики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, AdilovaAB@gmail.com

Преображенская Наталия Вадимовна, студент факультета нелинейных процессов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, PreobNV@gmail.com

Рыскин Никита Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией микро- и наноэлектроники, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН (ИРЭ РАН); профессор кафедры динамических систем на базе Саратовского филиала ИРЭ РАН, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, RyskinNM@info.sgu.ru

Для различных приложений, в которых используются электронные лазеры, в частности, гиротроны, требуется высокая стабильность частоты с возможностью ее плавной перестройки. Одним из возможных способов решения этой проблемы является синхронизация внешним сигналом от высокостабильного источника. В работе рассматривается влияние конкуренции мод на процесс синхронизации в ситуации, когда для рабочей моды имеет место жесткий механизм возбуждения, что обычно необходимо для достижения максимального КПД, а для паразитной – мягкий. На примере простой квазилинейной модели двухмодового электронного лазера изучен сценарий перехода к синхронному режиму. Результаты подтверждаются численным моделированием на основе теории гиротрона с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного поля.

Ключевые слова: гиротрон, конкуренция мод, внешнее воздействие, синхронизация, численное моделирование.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-19-27>

Введение

Гиротроны, или электронные лазеры на циклотронном резонансе, являются наиболее мощными источниками излучения в коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметрового (терагерцевом) диапазоне [1, 2]. В настоящее время гиротроны широко используются в различных областях науки и техники, в том числе для электронно-циклотронного нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза (УТС), для микроволновой обработки материалов, для спектроскопических измерений, для диагностики плазмы, в биомедицинских исследованиях и др. [1–6].

В современных гиротронах, как правило, используются сверхразмерные колебательные системы (поперечные размеры резонатора значительно превышают длину волны) [1, 2]. Поэтому особое значение приобретает задача обеспечения одномодовой генерации. Одним из способов ее решения, который в последние годы привлек большое внимание, является синхронизация гиротрона внешним сигналом [7–9]. Поскольку в гиротроне режим максимального КПД, как правило, лежит в области жесткого возбуждения [1, 2], исследование фундаментальных закономерностей синхронизации систем с жестким возбуждением представляет большой интерес. В работе [10] была развита теория синхронизации простейшей модели генератора с жестким возбуждением и проведено сопоставление с численным моделированием для одномодовой теории гиротрона с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного (ВЧ) поля. Однако воздействие внешним сигналом на многомодовые автогенераторы изучено недостаточно.

В настоящей работе приведены результаты исследования синхронизации генератора с учетом конкуренции двух взаимодействующих мод. Теоретически анализируется упрощенная квазилинейная модель генератора, затем полученные результаты подтверждаются при помощи численного моделирования для гиротрона с фиксированной гауссовой структурой ВЧ поля.

1. Двухмодовая квазилинейная модель электронного лазера с жестким возбуждением

Для моделирования процессов синхронизации и конкуренции мод будем использовать аппарат квазилинейной теории [1, 11], которая достаточно хорошо описывает динамику многомодовых электронных генераторов в слабонелинейном приближении. Уравнение возбуждения резонатора электронным пучком можно записать в виде

$$\dot{A}_s + A_s = I_s \Phi_s(A_s, A_{s'}, A_{s''}, \dots) A_s, \quad (1)$$

где A_s – медленно меняющиеся комплексные амплитуды моды с номером s , Φ_s – так называ-



емые функции электронной восприимчивости, которые характеризуют мощность взаимодействия пучка с полем соответствующей моды, I_s – безразмерные параметры, пропорциональные току электронного пучка. Здесь и далее точка сверху означает производную по времени. В квазилинейной теории функции восприимчивости Φ_s представляют в виде рядов по степеням амплитуд:

$$\Phi_s \approx \alpha_s - \sum_{s'} \beta_{ss'} |A_{s'}|^2 - \sum_{s''} \gamma_{ss's''} |A_{s'}|^2 |A_{s''}|^2 - \dots \quad (2)$$

Здесь комплексные коэффициенты α_s характеризуют эффекты линейного усиления, коэффициенты $\beta_{ss'}$ характеризуют нелинейное насыщение, а $\gamma_{ss's''}$ – нелинейное взаимодействие мод [1, 11]. Их получают, решая приближенно уравнения движения электронов с помощью асимптотических методов теории колебаний. Для описания эффектов жёсткого возбуждения необходимо в (2) учитывать члены четвертого порядка по степеням амплитуд. Если, следуя работам [12–14], пренебречь реактивной (фазовой) нелинейностью, уравнение, описывающее одномодовую модель, можно привести к виду

$$\dot{A} = (\sigma + |A|^2 - |A|^4)A, \quad (3)$$

где σ – параметр возбуждения (инкремент нарастания колебаний). Жесткое возбуждение имеет место, когда коэффициент $-1/4 < \sigma < 0$, при этом малые возмущения затухают, а возмущения с достаточно большой амплитудой нарастают [15].

Рассмотрим далее наиболее характерный случай конкуренции двух мод с близкими частотами. В такой ситуации при ряде упрощающих предположений (подробнее см. [12]) можно записать уравнения двух конкурирующих мод в виде

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= (\sigma_1 + |A_1|^2 + 2|A_2|^2 - |A_1|^4 - 6|A_1|^2|A_2|^2 - 3|A_2|^4)A_1, \\ \dot{A}_2 &= (\sigma_2 + |A_2|^2 + 2|A_1|^2 - |A_2|^4 - 6|A_1|^2|A_2|^2 - 3|A_1|^4)A_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, моды отличаются только значениями параметров возбуждения $\sigma_{1,2}$. Если $\sigma_{1,2} < 0$, тривиальное решение $A_1 = A_2 = 0$ устойчиво и малые возмущения затухают. При $-1/4 < \sigma_s < 0$ возможно жесткое возбуждение соответствующей моды.

Уравнения (4) имеют также неподвижные точки, отвечающие одномодовым колебаниям:

$$a_s^\pm = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\sigma_s}}{2}}, \quad a_{s'} = 0, \quad (5)$$

где $a_s = |A_s|$, $s = 1, 2$, $s' = 2, 1$. Очевидно, что решения a_s^+ существуют при $\sigma_s > -1/4$, а решения a_s^- – при $-1/4 < \sigma_s < 0$.

Анализ устойчивости этих решений был выполнен в [12]. Прежде всего отметим, что решения a_s^+ устойчивы, а a_s^- неустойчивы относительно малых возмущений s -й моды. Этот факт хорошо известен из теории автоколебаний в системах с жестким возбуждением (см., например, [15]). Помимо этого, необходимо исследовать устойчивость колебаний s -й моды относительно малых возмущений s' -й моды. Условие устойчивости имеет вид [12]

$$\sigma_{s'} > 3\sigma_s + \frac{1 \mp \sqrt{1 + 4\sigma_s}}{2}. \quad (6)$$

В уравнении (6) верхний знак соответствует решению a_s^+ , нижний – a_s^- .

Кроме того, существуют решения, для которых обе переменные не равны нулю. Они отвечают двухмодовым колебаниям. Аналитически их найти не удастся, за исключением частного случая, когда $\sigma_1 = \sigma_2$. Анализ показывает, что имеется до 6 точек, отвечающих двухмодовым режимам, которые могут быть как устойчивыми, так и неустойчивыми.

Таким образом, можно построить разбиение плоскости параметров (σ_1, σ_2) на области с различным характером устойчивости (рис. 1). Область 1 соответствует отсутствию автоколебаний. В области 2 сосуществуют устойчивые

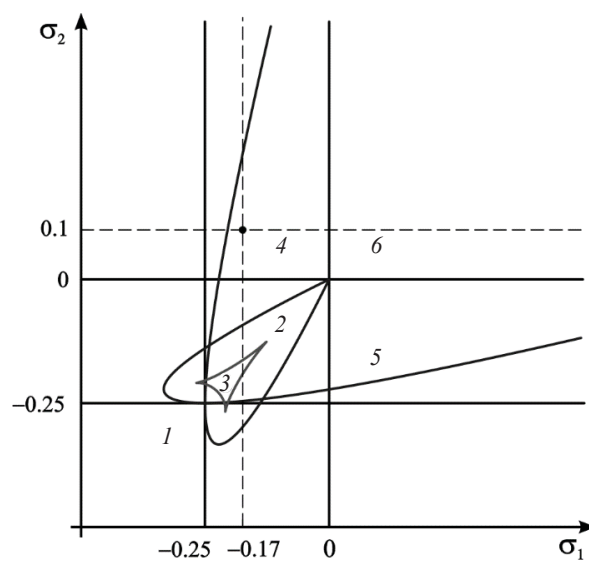


Рис. 1. Структура плоскости параметров $\sigma_{1,2}$
Fig. 1. Structure of the $\sigma_{1,2}$ parameter plane



одномодовые режимы автоколебаний для первой и второй моды, а также устойчивая неподвижная точка в начале координат, соответствующая отсутствию колебаний. Таким образом, в этой области возможно жесткое возбуждение как одной, так и другой моды. В области 3 устойчивы двухмодовые автоколебания. Граница этой области была построена численно с помощью пакета ХРРАУТО [16], предназначенного для бифуркационного анализа систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В области 4 первая мода претерпевает жесткое возбуждение, а вторая – мягкое возбуждение. Противоположная ситуация имеет место в области 5. В области 6 возможно только мягкое самовозбуждение автоколебаний. В целом эта картина совпадает с приведенной в [12], за исключением несколько иной формы области устойчивости двухмодовых колебаний, которая в [12] была нарисована, по-видимому, качественно.

Для наших целей основной интерес представляет ситуация, когда одна мода возбуждается жестким образом, а вторая – мягким (см. область 4 на рис. 1). Действительно, рассмотрим рис. 2,

на котором приведены зоны генерации гиротрона, рассчитанные на основе нестационарной теории с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного поля. Сплошными линиями показаны границы мягкого возбуждения, штриховыми – жесткого. Максимальный КПД, как известно, достигается в режиме жесткого возбуждения (соответствующая точка отмечена светлым кружком на рис. 2). Если считать, что добротности и продольные распределения поля в резонаторе для различных мод примерно одинаковы, зоны генерации будут иметь идентичный вид, но ввиду расстройки собственных частот будут сдвинуты вдоль оси расстройке циклотронного резонанса Δ_H . Рис. 2 построен для случая, когда эта расстройка $\Delta_s = 0.2$, что примерно соответствует параметрам гиротрона диапазона 170 ГГц с рабочей модой $TE_{28,12}$ [8, 17], который разрабатывается для электронно-циклотронного нагрева плазмы. Таким образом, в точке, в которой КПД первой (рабочей) моды максимален, возбуждение второй (паразитной) моды происходит мягким образом.

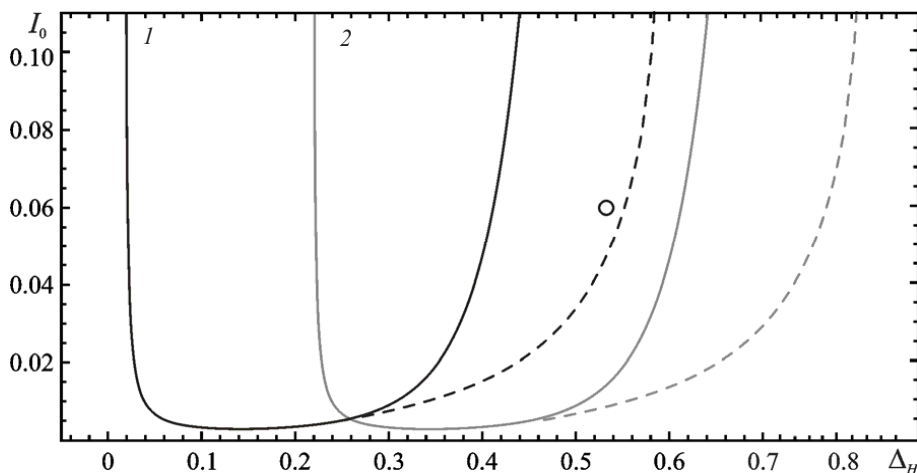


Рис. 2. Зоны генерации основной (1) и паразитной (2) мод для двухмодовой модели гиротрона на плоскости параметров циклотронная расстройка Δ_H – безразмерный параметр тока I_0

Fig. 2. Generation zones of fundamental (1) and parasitic (2) modes for the two-mode model of the gyrotron on the cyclotron mismatch Δ_H – dimensionless beam current parameter I_0 plane of parameters

Рассмотрим более подробно фазовый портрет в этом случае (рис. 3, а). Имеется 5 неподвижных точек: седло в начале координат, отвечающее затуханию колебаний первой и мягкому возбуждению второй; неустойчивый и устойчивый узлы UN_1 и SN_1 , отвечающие колебаниям основной моды; устойчивый узел SN_2 , соответствующий мягкому возбуж-

дению паразитной моды; точка S типа седло. Таким образом, в зависимости от начальных условий возможно возбуждение либо основной моды, либо паразитной. Устойчивое многообразие неподвижной точки S разделяет бассейны притяжения неподвижных точек SN_1 и SN_2 типа (5), отвечающих режимам одномодовой генерации.



2. Динамика двухмодовой модели при воздействии внешнего сигнала на собственной частоте рабочей моды

Перейдем к рассмотрению синхронизации внешним сигналом. Будем считать, что моды

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 + i\Delta A_1 &= (\sigma_1 + |A_1|^2 + 2|A_2|^2 - |A_1|^4 - 6|A_1|^2|A_2|^2 - 3|A_2|^4)A_1 + f, \\ \dot{A}_2 &= (\sigma_2 + |A_2|^2 + 2|A_1|^2 - |A_2|^4 - 6|A_1|^2|A_2|^2 - 3|A_1|^4)A_2. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь f – амплитуда внешнего сигнала, Δ – безразмерная расстройка его частоты от собственной частоты рабочей моды. Рассмотрим простейший случай, когда эти частоты равны, т.е. $\Delta = 0$. Представим в (7) переменные в виде $A_s = a_s \exp(i\phi_s)$, где a_s и ϕ_s – вещественные амплитуды и фазы. Получим два уравнения для амплитуд:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= (\sigma_1 + a_1^2 + 2a_2^2 - a_1^4 - 6a_1^2a_2^2 - 3a_2^4)a_1 + f, \\ \dot{a}_2 &= (\sigma_2 + a_2^2 + 2a_1^2 - a_2^4 - 6a_1^2a_2^2 - 3a_1^4)a_2, \end{aligned} \tag{8}$$

а также два тривиальных уравнения для фаз $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = 0$, откуда очевидно, что $\phi_{1,2} = \text{const}$. Та-

ким образом, система редуцируется к двумерной (8) и может быть проанализирована на фазовой плоскости.

Выберем для определенности значения параметров $\sigma_1 = -0.17$, $\sigma_2 = 0.1$ (соответствующая точка отмечена на рис. 1) и рассмотрим, какие бифуркации происходят при изменении амплитуды внешнего воздействия. При малых f фазовый портрет не отличается качественно от автономного случая, за исключением того, что точки O и SN_2 уже не лежат на вертикальной оси (рис. 3, б).

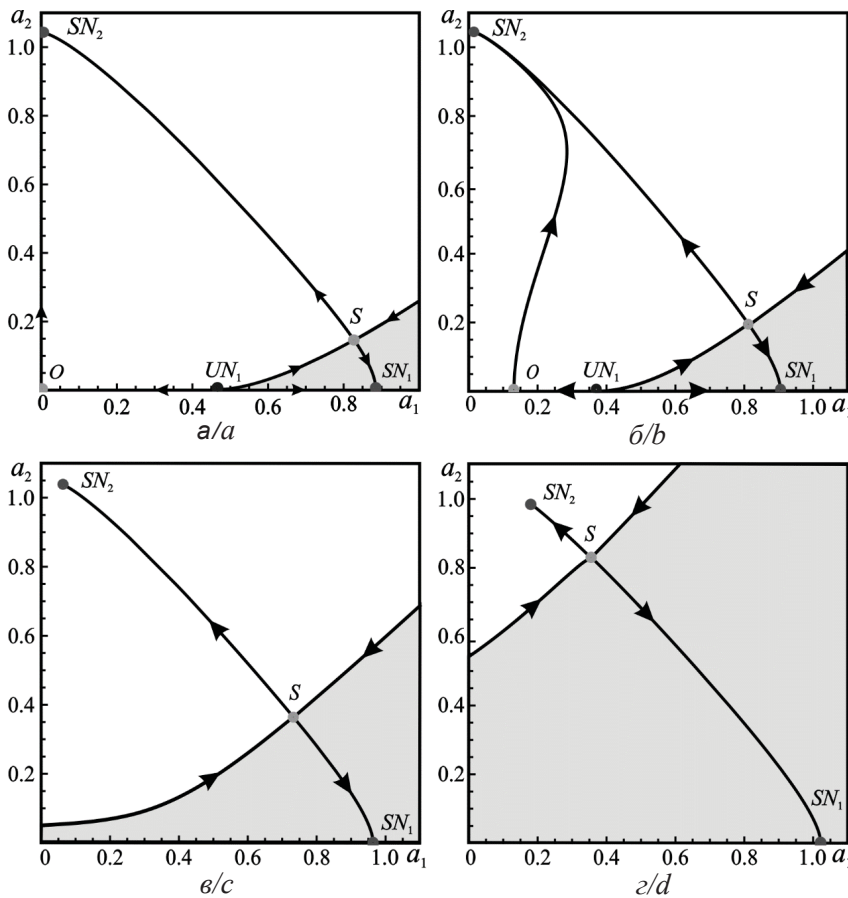


Рис. 3. Фазовые портреты системы (8) при $\sigma_1 = -0.17$, $\sigma_2 = 0.1$ и $f = 0$ (а), 0.02 (б), 0.1 (в), 0.22 (г). Бассейн притяжения основной моды закрашен серым
Fig. 3. Phase portraits for the system (8) for $\sigma_1 = -0.17$, $\sigma_2 = 0.1$ and $f = 0$ (a), 0.02 (b), 0.1 (c), 0.22 (d). The basin of attraction of the fundamental mode is shaded



По мере увеличения f наблюдается слияние седла O и неустойчивого узла UN_1 . Нетрудно найти, при каком значении f это происходит. Одномодовые неподвижные точки, для которых $a_2 = 0$, определяются из уравнения

$$-(\sigma_1 + a_1^2 - a_1^4)a_1 = f. \quad (9)$$

Слияние двух корней уравнения (9) происходит при $df/da_1 = 0$, т.е. при $5a_1^4 - 3a_1^2 - \sigma_1 = 0$. Корни этого уравнения есть

$$a_1^2 = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20\sigma_1}}{20}. \quad (10)$$

Для нас интерес представляет корень со знаком «-», который существует при $-0.45 < \sigma_1 < 0$. Обозначим его как $a_c(\sigma_1)$. Подставив в (9), найдем значение f , при котором происходит слияние двух точек:

$$f_c(\sigma_1) = -\sigma_1 a_c(\sigma_1) - a_c^3(\sigma_1) + a_c^5(\sigma_1). \quad (11)$$

В частности, при $\sigma_1 = -0.17$ имеем $f_c \approx 0.028$.

Как только параметр f превышает критическое значение $f_c \approx 0.028$, происходит седлоузловая бифуркация. Бассейн притяжения основной моды увеличивается (рис. 3, в) и начинает захватывать начало координат. Теперь режим синхронизации устанавливается даже при малых начальных значениях амплитуды рабочей моды, тогда как для ситуации, изображенной на рис. 3, б, попасть в устойчивую точку SN_1 можно, только стартуя из точек, лежащих правее неустойчивого узла UN_1 .

Последующее увеличение амплитуды внешнего воздействия приводит к сближению неподвижной точки типа седло S и устойчивого узла SN_2 (рис. 3, г). После их слияния и исчезновения имеем единственную неподвижную точку SN_1 , т.е. происходит асинхронное подавление второй моды внешним сигналом на частоте первой моды. Подобное поведение системы было описано в [13] для случая, когда обе моды возбуждаются мягко.

3. Основные уравнения теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля

Запишем уравнения нестационарной многомодовой теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ-поля [1, 17]. Уравнение движения электронов и граничные условия имеют вид (для простоты ограничиваемся случаем взаимодействия на основной циклотронной гармонике)

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = i \sum_s A_s f_s(\zeta) \exp(i\psi_s), \quad (12)$$

$$p(\zeta = 0) = e^{i\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0, 2\pi].$$

Здесь p – безразмерный поперечный импульс, $\Delta_H = \frac{2}{\beta_\perp^2} \left(1 - \frac{\omega_H}{\omega_0}\right)$ – расстройка циклотронного резонанса, $\zeta = \frac{\beta_\perp^2 \omega_0 z}{\beta_\parallel c}$ – безразмерная

продольная координата, $\Delta_s = \frac{2}{\beta_\perp^2} \frac{\omega_s - \omega_0}{\omega_0}$ – безразмерная отстройка частоты s -й моды ω_s от частоты рабочей моды ω_0 , $\beta_\perp = v_{\perp 0}/c$, $\beta_\parallel = v_{\parallel 0}/c$. Функции $f_s(\zeta)$, описывающие распределения полей мод в резонаторе, выберем в виде $f_s(\zeta) = f_{s0}(\zeta) \exp(i\Delta_s \zeta)$, где

$$f_{s0}(\zeta) = \exp \left[-3 \left(\frac{2\zeta}{\zeta_k} - 1 \right)^2 \right]$$

– широко используемая для теоретического анализа гауссова аппроксимация структуры поля.

Амплитуды мод ВЧ поля A_s подчиняются уравнениям возбуждения

$$\frac{dA_s}{d\tau} + \frac{Q_0 A_s}{Q_s} = i I_s \int_0^\mu J_s^*(\zeta) \langle \langle p \rangle \rangle_{\varphi_0} \exp(-i\psi_s) d\zeta, \quad (13)$$

где $\tau = (\omega_0 t)/(2Q_0)$ – безразмерное время, Q_0 – добротность основной ($s=0$) моды резонатора, $\mu = \zeta_k/\sqrt{3}$ – безразмерная длина резонатора, $\psi_s = (m_0 - m_s)\psi$, символ $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение. В уравнение (13) введены безразмерные параметры тока

$$I_s = \left(\frac{e\mu_0}{\pi m_0 c} \right) \frac{1}{\beta_\perp^2 \beta_\parallel \gamma_0} \frac{Q G_{ml} I_b}{N_s}, \quad (14)$$

где I_b – постоянный ток электронного пучка, где c – скорость света,

$$N_s = \int_0^\mu |f_s(\zeta)|^2 d\zeta \quad (15)$$

– норма волны,

$$\gamma_0 = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{-1/2} \approx \left(1 + \frac{\beta_\perp^2}{2} \right) \left(1 + \frac{\beta_\parallel^2}{2} \right) \quad (16)$$

– релятивистский масс-фактор в начале пространства взаимодействия,

$$G_{ml} = \frac{J_{m\mp 1}^2 \left(\frac{v_{ml} R_b}{R_g} \right)}{J_m^2(v_{ml}) (v_{ml}^2 - m^2)} \quad (17)$$

– факторы связи пучка с соответствующей модой TE_{ml} , m и l – азимутальный и радиальный индексы соответствующей моды, J_m – функция Бесселя m -го порядка, v_{ml} – l -й положительный корень уравнения $J'_m(v) = 0$, R_b и R_g – радиусы



электронного пучка и волновода соответственно. Знак « \leftrightarrow » в комбинации $m \pm 1$ соответствует случаю, когда направление вращения электромагнитной волны в резонаторе совпадает с направлением циклотронного вращения электронов, « \leftarrow » – когда эти направления противоположны.

4. Результаты численного моделирования

Рассмотрим двухмодовую модель гиротрона ($s = 0, 1$), где индекс $s = 0$ соответствует рабочей моде. Для простоты будем считать, что добротности и параметры тока для обеих мод примерно одинаковы. Как известно, в такой модели возможна мультистабильность, т.е. в

зависимости от значения начальных амплитуд мод могут устанавливаться колебания как на рабочей, так и на паразитной модах. Зоны генерации для этого случая приведены на рис. 2; при этом выбрано значение $\Delta_s = 0.2$, что, как уже отмечалось, примерно соответствует параметрам гиротрона для УТС [17]. Выберем значения параметров $I_s = 0.06$, $\Delta_H = 0.53$, $\mu = 15$, что соответствует максимальному значению поперечного КПД $\eta \approx 0.7$ для рабочей моды [1, 10, 17]. Соответствующая точка отмечена на рис. 2 светлым кружком.

В случае воздействия внешнего гармонического сигнала уравнения переписуются в виде

$$\frac{dA_s}{d\tau} + A_s = iI_0 \int_0^\mu f_s^*(\zeta) \langle \langle p \rangle_{\varphi_0} \exp(-i\psi_s) \rangle d\zeta + 2\delta_{s,0} f \exp(i\Omega\tau). \quad (18)$$

Здесь f и Ω – амплитуда и частота внешнего сигнала, $s = 0, 1$ – номер соответствующей моды, $\delta_{s,0}$ – символ Кронекера. Частоту внешнего сигнала выберем равной $\Omega = -0.2\pi$, что примерно соответствует «горячей» собственной частоте рабочей моды (см. [10]).

На рис. 4 приведены временные реализации для различных начальных амплитуд и различных значений амплитуды внешнего воздействия. При этом начальные значения амплитуд мод полагались нулевыми, $a_1(0) = a_2(0) = 0$. Рассмотрим рис. 4, а. Хотя начальные значения

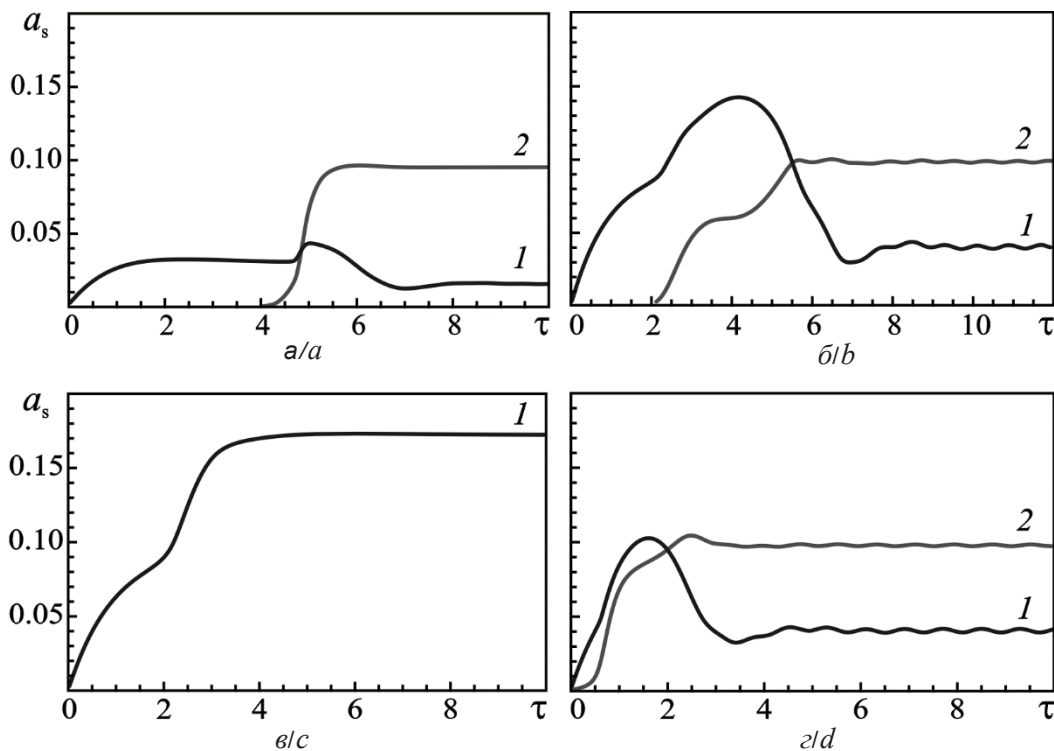


Рис. 4. Зависимости от времени амплитуд основной (1) и паразитной (2) моды при $I_s = 0.06$, $\Delta_H = 0.53$, $\mu = 15$, $\Delta_s = 0.2$, $\Omega = -0.2\pi$ и различных значениях амплитуды внешнего воздействия: $f = 0.02$ (а), 0.049 (б), 0.05 (в), 0.05 и ненулевые начальные условия (г)

Fig. 4. Time histories of the amplitudes of fundamental (1) and parasitic (2) modes for $I_s = 0.06$, $\Delta_H = 0.53$, $\mu = 15$, $\Delta_s = 0.2$, $\Omega = -0.2\pi$ and different amplitudes of the external signal: $f = 0.02$ (a), 0.049 (b), 0.05 (c), 0.05 and nonzero initial conditions (d)



амплитуд равны нулю, внешний сигнал приводит к возбуждению колебаний рабочей моды. Однако устанавливающееся значение $a_1 \approx 0.03$ невелико, оно соответствует точке O на фазовой плоскости рис. 3, б. Поэтому малые флуктуации паразитной моды начинают нарастать, и при $\tau \approx 4$ становится заметным ее возбуждение. В результате устанавливается двухмодовый режим, в котором амплитуда рабочей моды значительно меньше, чем у паразитной.

При увеличении амплитуды внешнего сигнала возникает режим, похожий на предыдущий (рис. 4, б), однако амплитуды мод не являются постоянными, а наблюдаются незначительные осцилляции. На плоскости a_1, a_2 такому режиму будет соответствовать предельный цикл, однако, строго говоря, мы имеем трехчастотный квазипериодический режим. Отметим, что значение амплитуды рабочей моды увеличилось по сравнению с рис. 4, а.

При увеличении амплитуды внешнего сигнала до значения $f = 0.05$ происходит установление синхронизованных колебаний рабочей моды. Это говорит о том, что произошла бифуркация слияния седла O и неустойчивого узла UN_1 , расположенных на горизонтальной оси (см. рис. 3, в). Однако граница бассейна притяжения основной моды проходит близко

к горизонтальной оси. Действительно, при выборе малых, но ненулевых, начальных амплитуд $a_1(0) = a_2(0) = 0.001$ вновь устанавливается двухмодовый режим (см. рис. 4, з), а для установления режима синхронизации требуется несколько большее значение f .

При достаточно больших значениях f наблюдается бифуркация слияния седла S и устойчивого узла SN_2 , т.е. происходит асинхронное подавление колебаний паразитной моды (см. рис. 3, з). Чтобы наглядно продемонстрировать этот эффект, рассмотрим случай, когда внешний сигнал начинает поступать в резонатор в момент времени $\tau = 3$, когда переходный процесс в автономной системе уже закончился (рис. 5). Как видно из рис. 5, а, до включения внешнего воздействия паразитная мода практически полностью подавляет основную. При включении внешнего сигнала с амплитудой $f = 0.1$ возникают модулированные колебания обеих мод, т.е. трехчастотный режим, аналогичный представленному на рис. 4, б, з. Однако при $f = 0.11$ наблюдается полное подавление колебаний паразитной моды внешним сигналом и установление синхронизованных колебаний основной моды (рис. 5, б). Таким образом, единственным устойчивым состоянием является режим синхронизации рабочей моды.

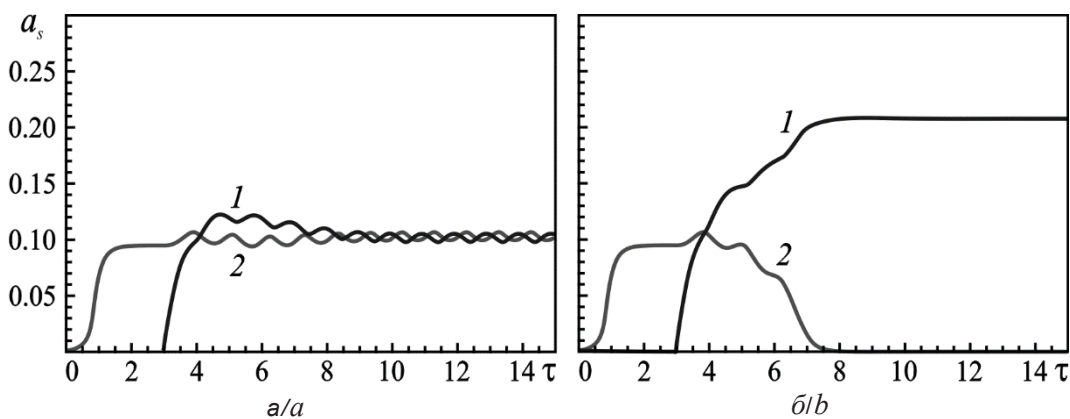


Рис. 5. Зависимости от времени амплитуд основной (1) и паразитной (2) моды при $a_1(0) = a_2(0) = 0.001$ и различных значениях амплитуд внешнего воздействия: $f = 0.1$ (а) и 0.11 (б). Остальные параметры те же, что и на рис. 4. Включение внешнего сигнала происходит в момент времени $\tau = 3$

Fig. 5. Time histories of the amplitudes of fundamental (1) and parasitic (2) modes for $a_1(0) = a_2(0) = 0.001$ and different amplitudes of the external signal: $f = 0.1$ (a) and 0.11 (b). The rest of parameters are the same as in Fig. 4. The switching of the external signal occurs at $\tau = 3$

Заключение

В данной работе рассмотрена синхронизация двухмодового электронного лазера внешним сигналом в случае, когда для рабочей моды имеет

место жесткий механизм возбуждения (что характерно для режима максимального КПД), а для паразитной – мягкий. На примере простой квазилинейной модели показано, что при малой амплитуде



внешнего воздействия у системы существуют два аттрактора – точки типа устойчивый узел. Одна из них соответствует режиму синхронизации основной моды, другая – режиму, в котором наряду с основной присутствуют колебания паразитной моды. При увеличении амплитуды внешнего воздействия вначале происходит слияние седла O и неустойчивого узла UN_1 , после чего бассейн притяжения основной моды увеличивается и начинает захватывать окрестность начала координат, т.е. переход в режим синхронизации возможен даже при отсутствии начальных колебаний рабочей моды. При дальнейшем увеличении f происходит полное подавление колебаний паразитной моды и остается единственное устойчивое состояние, соответствующее синхронизованным колебаниям рабочей моды. Теоретические результаты хорошо согласуются с численным моделированием для двухмодового гиротрона с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного поля.

Список литературы

1. *Nusinovich G. S.* Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore : Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
2. *Nusinovich G. S., Thumm M. K. A., Petelin M. I.* The gyrotron at 50 : historical overview // *J. Infr. Millim. Terahertz Waves.* 2014. Vol. 35, № 4. P. 325–381.
3. *Thumm M.* Recent advances in the worldwide fusion gyrotron development // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2014. Vol. 42, № 3. P. 590–599.
4. *Вуков Ю., Еремеев А., Глявин М., Холлопцев В., Лучинин А., Плотников И., Денисов Г., Богдасhev А., Калынова Г., Семенов В., Зхарова Н.* 24–84-GHz gyrotron systems for technological microwave applications // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2004. Vol. 32, № 1. P. 67–72.
5. *Idehara T., Saito T., Ogawa I., Mitsudo S., Tatematsu Y., Sabchevski S.* The potential of the gyrotrons for development of the sub-terahertz and the terahertz frequency range. A review of novel and prospective applications // *Thin Solid Films.* 2008. № 517. P. 1503–1506.
6. *Kumar N., Singh U., Bera A., Sinha A.K.* A review on the sub-THz/THz gyrotrons // *Infrared Phys. Technol.* 2016. Vol. 76. P. 38–51.
7. *Ginzburg N. S., Sergeev A. S., Zotova I. V.* Time-domain self-consistent theory of frequency-locking regimes in gyrotrons with low-Q resonators // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22, № 3. P. 033101-1-5.
8. *Бакунин В. Л., Денисов Г. Г., Новожилова Ю. В.* Зоны захвата частоты многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности внешним сигналом // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2015. Т. 58, № 12. С. 999–1011.
9. *Новожилова Ю. В., Денисов Г. Г., Глявин М. Ю., Рыскин Н. М., Бакунин В. Л., Богдашов А. А., Мельникова М. М., Фокин А. П.* Стабилизация частоты гиротрона под влиянием внешнего монохроматического сигнала или отраженной от нагрузки волны : обзор // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2017. Т. 25, № 1. С. 4–11.
10. *Yakunina K. A., Kuznetsov A. P., Ryskin N. M.* Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22, № 11. P.113107-1-9.
11. *Nusinovich G. S.* Review of the theory of mode interaction in gyrodevices // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1999. Vol. 27, № 2. P. 313–326.
12. *Мусеев М. А., Нусинович Г. С.* К теории многомодовой генерации в гиромонотроне // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1974. Т. 17, № 11. С. 1709–1717.
13. *Мельникова Г. Н., Тарантович Т. М.* Конкуренция мод и режимы захвата автогенератора // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1976. Т.19, № 8. С. 1156–1161.
14. *Нусинович Г. С., Родыгина Л. С., Тарантович Т. М.* К теории синхронизации многомодовых генераторов с «жестким» самовозбуждением // *Радиотехника и электроника.* 1978. Т. 23, № 1. С. 91–96.
15. *Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М.* Нелинейные колебания. М. : Физматлит, 2002. 292 с.
16. Программный пакет XPPAUTO : [сайт]. URL: <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html> (дата обращения: 25.12.2018).
17. *Бакунин В. Л., Денисов Г. Г., Завольский Н. А., Мусеев М. А.* Зоны устойчивой одномодовой генерации в гиротроне со сверхразмерным резонатором // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2012. Т. 20, № 6. С. 67–81.

Образец для цитирования:

Адилова А. Б., Преображенская Н. В., Рыскин Н. М. К теории синхронизации двухмодового электронного мазера с жестким возбуждением // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* 2019. Т. 19, вып. 1. С. 19–27. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-19-27>

On the Theory of Synchronization of a Two-Mode Electron Maser with a Hard Excitation

A. B. Adilova, N. V. Preobrazhenskaya, N. M. Ryskin

Asel B. Adilova, <https://orcid.org/0000-0002-4079-4488>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia, AdilovaAB@gmail.com

Nataliya V. Preobrazhenskaya, <https://orcid.org/0000-0002-0448-6699>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia, PreobNV@gmail.com

Nikita M. Ryskin, <https://orcid.org/0000-0001-8501-6658>, Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, 38 Zelenaya Str., Saratov 410019, Russia, RyskinNM@info.sgu.ru



Background and Objectives: Medium-power (10–100 W) THz continuous-wave electron cyclotron masers (gyrotrons) are of great interest for many applications, such as spectroscopy with dynamic nuclear polarization, plasma diagnostics, non-destructive testing, remote detection of radioactive materials, biomedical applications, etc. For these applications, a high frequency stability is required, with the possibility of frequency tuning within 1–2 GHz. In addition to the existing methods of frequency stabilization, the use of forced synchronization by an external stabilized driving source has recently attracted interest. In a typical situation, the maximal efficiency of a gyrotron is attained in the hard excitation mode. The aim of the work is to study the effect of mode competition on the operation of a gyrotron driven by an external signal in the case of hard excitation. **Materials and Methods:** The paper presents the results of theoretical analysis and numerical simulation of forced synchronization by locking with an external signal. Bifurcation analysis is performed on the basis of a simplified quasilinear model. Numerical simulation is carried out for a well-known model of the non-stationary theory of a gyrotron with a fixed high-frequency field profile. **Results:** The fixed points of the system are found and the partition of the parameter plane into regions with different types of stability is constructed. Phase portraits are presented that illustrate bifurcations occurring as the driving power increases. Based on the numerical simulation, the scenario of transition to the synchronous mode is studied. With an increase in the amplitude of the external signal, a saddle-node bifurcation occurs, as a result of which the basin of attraction captures the origin of coordinates. This leads to the fact that the synchronization mode becomes possible even with small initial perturbations. With a further increase in the driving amplitude, the spurious mode is completely suppressed, and the synchronization of the fundamental mode becomes the only stable state. **Conclusion:** Using the example of a simple quasilinear model of a two-mode electron maser, the scenario of transition to a synchronous mode is studied. The results are confirmed by numerical simulation based on the theory of a gyrotron with a fixed high-frequency field profile.

Keywords: gyrotron, mode competition, external signal, synchronization, numerical simulation.

References

1. Nusinovich G. S. *Introduction to the Physics of Gyrotrons*. Baltimore, Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
2. Nusinovich G. S., Thumm M. K. A., Petelin M. I. The gyrotron at 50: historical overview. *J. Infr. Millim. Terahertz Waves*, 2014, vol. 35, no. 4, pp. 325–381.
3. Thumm M. Recent advances in the worldwide fusion gyrotron development. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2014, vol. 42, no. 3, pp. 590–599.
4. Bykov Yu., Ereemeev A., Glyavin M., Kholoptsev V., Luchinin A., Plotnikov I., Denisov G., Bogdashev A., Kalynova G., Semenov V., Zharova N. 24–84-GHz gyrotron systems for technological microwave applications. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2004, vol. 32, no. 1, pp. 67–72.
5. Idehara T., Saito T., Ogawa I., Mitsudo S., Tatematsu Y., Sabchevski S. The potential of the gyrotrons for development of the sub-terahertz and the terahertz frequency range. A review of novel and prospective applications. *Thin Solid Films*, 2008, no. 517, pp. 1503–1506.
6. Kumar N., Singh U., Bera A., Sinha A. K. A review on the sub-THz/THz gyrotrons. *Infrared Phys. Technol.*, 2016, vol. 76, pp. 38–51.
7. Ginzburg N. S., Sergeev A. S., Zotova I. V. Time-domain-self-consistent theory of frequency-locking regimes in gyrotron with low-Q resonators. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 033101-1-5.
8. Bakunin V. L., Denisov G. G., Novozhilova Yu. V. Zones of frequency locking by an external signal in a multimode gyrotron of a megawatt power level. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2016, vol. 58, no. 12, pp. 893–904.
9. Novozhilova Yu. V., Denisov G. G., Glyavin M. Yu., Ryskin N. M., Bakunin V. L., Bogdashov A. A., Melnikova M. M., Fokin A. P. Gyrotron frequency stabilization under the influence of external monochromatic signal or wave reflected from the load: review. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 25, no. 1, pp. 4–34 (in Russian).
10. Yakunina K. A., Kuznetsov A. P., Ryskin N. M. Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 11, pp. 113107-1-9.
11. Nusinovich G. S. Review of the theory of mode interaction in gyrodevices. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1999, vol. 27, no. 2, pp. 313–326.
12. Moiseev M. A., Nusinovich G. S. Concerning the Theory of Multimode Oscillation in a Gyromonotron. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1974, vol. 17, no. 11, pp. 1305–1311.
13. Melnikova G. N., Tarantovich T. M. Mode competition and locking states of a self-excited oscillator. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1976, vol. 19, no. 8, pp. 817–821.
14. Nusinovich G. S., Rodygina L. S., Tarantovich T. M. On the theory of synchronization of multimodal oscillators with hard self-excitation. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1978, vol. 23, pp. 66–70.
15. Kuznetsov A. P., Kuznetsov S. P., Ryskin N. M. *Nonlinear Oscillations*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 292 p. (in Russian).
16. Software package XPPAUTO. Site. Available at: <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html> (accessed 25 December 2018).
17. Bakunin V. L., Denisov G. G., Zaval'skij N. A., Moiseev M. A. Zones of stable single-mode generation in overmoded gyrotrons. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 20, no. 6, pp. 67–81 (in Russian).

Cite this article as:

Adilova A. B., Preobrazhenskaya N. V., Ryskin N. M. On the Theory of Synchronization of a Two-Mode Electron Maser with a Hard Excitation. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2019, vol. 19, iss. 1, pp. 19–27 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-19-27>