



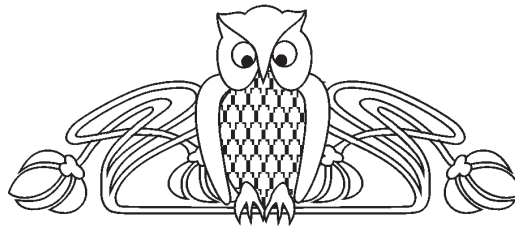
УДК 534.2; 519.6

## РАСЧЁТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ПОЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Н. В. Косицын<sup>1</sup>, В. В. Петров<sup>1</sup>, А. В. Петров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный национальный исследовательский университет имени Н. Г. Чернышевского

<sup>2</sup>ООО «Корпорация «СпектрАкустика», Саратов  
E-mail: nikkosizin@yandex.ru



Представлены результаты моделирования распространения амплитуды акустического (ультразвукового) волнового пучка в свободном пространстве и при наличии движущейся среды. Распространение ультразвуковой волны рассматривалось в координатной плоскости  $x$ - $y$ , для бесконечного плоского излучателя, ограниченного по оси  $x$ . Рассмотрен снос ультразвукового поля пучка для различных распределений проекции скорости движущейся среды в плоскости распространения волны. Расчёт проводился численно. Распределения поля пучка для различных функций проекции скорости среды приводятся в трёхмерном представлении, где по координате  $z$  отложена рассчитанная амплитуда поля.

**Ключевые слова:** акустическая волна, преобразование Фурье, угловой спектр, акустическое поле, ультразвуковые расходомеры, моделирование, численный эксперимент, волновой пучок.

### Calculation of Field Amplitude Distribution of Ultrasonic Wave Beam in Moving Media

N. V. Kositsyn, V. V. Petrov, A. V. Petrov

The results of acoustical (ultrasonical) wave beam amplitude distribution modeling in free space and in application of moving media are presented. The propagation of ultrasonical wave has been considered in  $x$ - $y$  coordinate plane for infinitive plate radiator restricted on  $x$  – axis. The shift of ultrasonical beam field for different distributions of moving media velocity projections in the plane of wave propagation is considered. The calculation has been made numerically. The beam field distribution for different projection functions of media velocity is given in three – dimensional representation, where in  $z$  coordinate the amplitude of calculated field is given.

**Key words:** acoustic wave, Fourier transform, angular spectrum, acoustic field, modeling, numerical experiment, ultrasonic flowmeters, wave beam.

DOI: 10.18500/1817-3020-2016-16-1-27-33

### Введение

Как известно, при разработке ультразвуковых систем одной из главных задач является проектирование устройства ввода–вывода излучения (акустической волны). Ранее авторами рассматривались проблемы, связанные с разработкой систем высокого разрешения, подобных акустическому микроскопу или томографу [1–3]. В настоящей

работе затронуты вопросы, связанные с особенностями распространения излучения в измерительных камерах ультразвуковых расходомеров.

При разработке ультразвуковых расходомеров важно иметь информацию о характере распространения акустического пучка в измерительной камере разрабатываемого прибора. Как известно, распределение амплитуды акустического поля будет зависеть от геометрии камеры, характеристик системы ввода и приёма ультразвукового излучения, а также от распределения скорости рассматриваемой движущейся среды, в частности газовой [4–6].

Целью настоящей работы явилась разработка математической модели и её реализация для расчёта влияния движущейся среды на распределение поля акустического пучка в измерительной камере ультразвуковых расходомеров газа.

### Постановка задачи

Имеется измерительная камера длиной  $L$  и шириной  $H$  с входным и выходным отверстием шириной  $D$  (рис. 1). Также имеется передающий пьезопреобразователь шириной  $d$ . Будем рассматривать систему, в которой направление распространения акустического пучка перпендикулярно направлению вектора скорости газовой среды. Примем, что акустическая волна возбуждается в направлении координатной оси  $y$ . Передающий пьезопреобразователь ограничен по оси  $x$  и бесконечно протяжён вдоль оси  $z$ . Движущаяся среда характеризуется функцией проекции скорости  $V(y)$  на ось  $x$  и шириной потока  $D$ , равной входному и выходному отверстию. Направление вектора скорости среды совпадает с направлением координатной оси  $x$ . Расстояние от передающего преобразователя до начала потока обозначим как  $h_0$ . Таким образом, области  $[0, h_0]$  и  $[h_0 + D, H]$  в направлении координатной оси  $y$  будут соответствовать пространству, свободному



от движущейся среды. Описанная модель системы для расчёта представлена на рис. 1. Так как мы полагаем, что среда характеризуется лишь профилем скоростей, без учёта её каких-либо структурных параметров и подверженности воз-

действию на неё распространяющихся акустических колебаний, то в данном приближении модель будет описывать явление, заключающееся в сносе ультразвуковой волны в области движущейся среды [7].

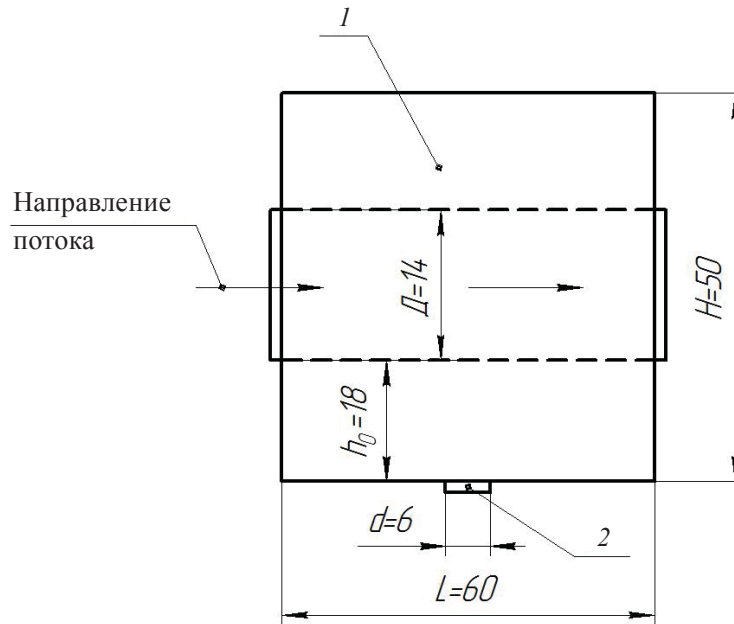


Рис. 1. Модель системы для расчёта; структурные элементы измерительной камеры расходомера: 1 – измерительная камера; 2 – излучатель ультразвука

С учётом введённых допущений исследуем распределение поля акустического волнового пучка в плоскости  $x$ – $y$  при прохождении им описанной системы. Для определённости будем считать, что в отсутствие потока волна распространяется со скоростью  $V_0$ . Для удобства дальнейших построений положим, что функция проекции скорости потока  $V(y)$  линейно зависит от значения  $V_0$ . При вычислениях вводится коэффициент  $\beta$  (0.2, 0.5, 0.8) для значений  $V(y)$  для большей выразительности иллюстрации получаемых результатов. При моделировании среду будем считать изотропной. При расчётах центральную частоту пьезопреобразователя, возбуждающего акустическую волну на входе рассчитываемой системы, обозначим как  $f_0$ . Будем рассматривать распределение поля для различных функций проекции скорости по сечению потока.

### Математическая модель

Для построения модели будем использовать Фурье-анализ комплексного поля [8, 9]. Положим  $k = |k| = \frac{2\pi}{\lambda}$  – модуль волнового вектора,

где  $\lambda = \frac{V_0}{f_0}$  – длина волны излучения. Пространственное распределение амплитуды звукового поля  $U(x,y)$  на входе в измерительную камеру обозначим как  $U_0$ :

$$U_0 = U(x,y=0) = \begin{cases} 1, & \text{при } |x| \leq \frac{d}{2}, \\ 0, & \text{в остальных точках.} \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим распределение пространственного спектра при  $y = 0$  как  $F_0(k_x)$ , где  $k_x$  – проекция волнового вектора на ось  $x$ .

Тогда, используя прямое преобразование Фурье, можно записать:

$$F_0(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(x) e^{-jk_x x} dx. \quad (2)$$

Распространение волны от плоскости преобразователя до плоскости, граничащей с областью движущейся среды, характеризуется набегом фазы, определяемого множителем  $e^{jk_y y}$  (где  $k_y = \sqrt{k^2 - k_x^2}$  – проекция волнового вектора на ось  $y$ ), поэтому распределение комплексной амплитуды поля в области до гра-



ницы со средой при фиксированной координате  $y_0$  принимает вид

$$U_1(x, y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(k_x) e^{jk_x x} e^{j\sqrt{k^2 - k_x^2} y_0} dk_x. \quad (3)$$

Для вычисления поля в области потока получим выражение для функции, описывающей изменение фазы комплексной амплитуды волны при её распространении. Зафиксируем расстояние от плоскости преобразователя до плоскости, граничащей с потоком ( $h_0$ ). В этом случае с учётом (3) распределение пространственного спектра при  $h_0$  примет вид

$$F_1(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_1(x, h_0) e^{-jk_x x} dx. \quad (4)$$

Таким образом, для области движущейся среды распределение поля примет вид

$$U_2(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(k_x) e^{jk_x x} e^{j\varphi(x, y, V(y), k_x)} dk_x. \quad (5)$$

Перед построением вида  $\varphi(x, y, V(y), k_x)$  сделаем следующие замечания. Так как в разложении (3) для каждой из плоских волн применимо понятие фазовой скорости и в (4) возможен переход к распределению по направляющим косинусам, то при распространении в движущейся среде для каждой из плоских волн можно записать набег фазы в виде

$$\varphi(x, y, V(y), k_x) = \frac{2\pi f_0}{V_0 + V(y)\alpha} \sqrt{1 - \alpha^2} (y - h_0), \quad (6)$$

где  $\alpha = \frac{k_x}{k}$  – направляющий косинус;  $V(y)$  – значение проекции скорости потока в направлении оси  $x$ .

С учётом введённых обозначений (5) запишется в виде

$$U_2(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(k_x) e^{jk_x x} e^{j \frac{2\pi f_0}{V_0 + V(y)\alpha} \sqrt{1 - \alpha^2} (y - h_0)} dk_x. \quad (7)$$

Для вычисления комплексного поля  $U_3(x, y)$  в области  $h_0 + D \leq y \leq H$  необходимо воспользоваться обратным Фурье-преобразованием с учётом набегов фаз в области за средой:

$$U_3(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_2(x, h_0 + D) e^{-jk_x x} dx \left[ e^{j\sqrt{k^2 - k_x^2} (y - h_0 - D)} e^{jk_x x} dk_x, \quad (8)$$

где  $k_y = \sqrt{k^2 - k_x^2}$  – проекция волнового вектора на ось  $y$ .

Для сравнительного анализа влияния профиля скоростей газовой среды на поле волнового пучка введём различные типы распределения  $V(y)$ .

Учитывая, что  $D$  – ширина газового потока, а  $V_0$  – скорость акустического пучка в стационарной среде, запишем:

$$V(y) = \begin{cases} \beta V_0, & \text{при } h_0 \leq y \leq h_0 + D, \\ 0, & \text{в остальных точках;} \end{cases} \quad (9)$$

$$V(y) = \begin{cases} \beta V_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2}{D}(y - h_0) - 1\right)^2} & \text{при } h_0 \leq y \leq h_0 + D, \\ 0, & \text{в остальных точках.} \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, будем различать два типа распределения проекции скорости: (9) – постоянное; (10) – изменяющееся по сечению. На рис. 2 приводятся графики зависимости плотности распределения скорости, построенные по формулам (9), (10) при  $V_0 = 1$  и  $\beta = 1$ , где по  $z$  координате отложено значение проекции скорости.

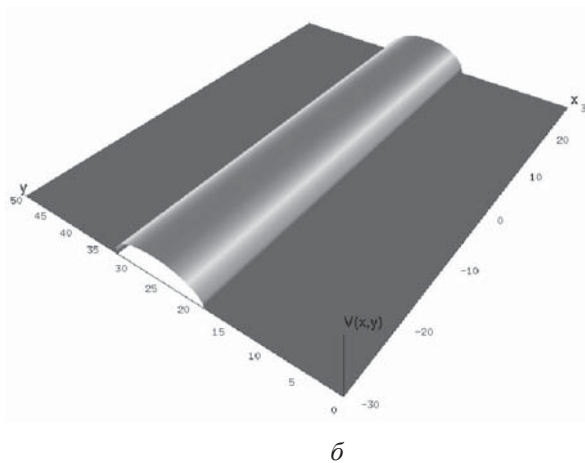
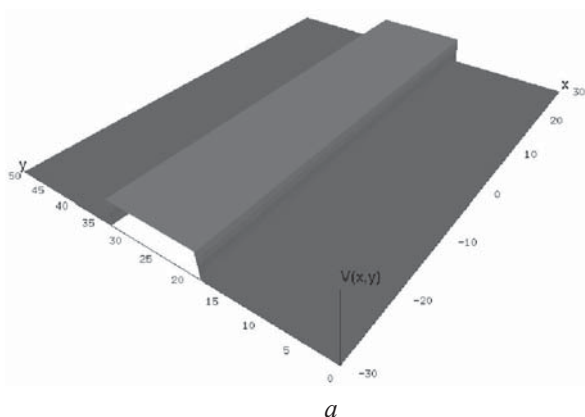


Рис. 2. Функции плотности распределения проекции скорости газового потока в измерительной камере:  $a$  – постоянная;  $b$  – изменяющаяся по сечению



Для реализации описанной модели была разработана программа «Расчёт волнового пучка в измерительной камере расходомера газа». Программа позволяет рассчитывать распределение амплитуды пучка по заданным параметрам модели. В качестве языка программирования использовался C#, для рендеринга – библиотека *OpenGL*.

**Результаты численных экспериментов**

Расчёт поля проводился последовательно для трёх вариантов распределения скорости потока в измерительной камере (см. рис. 1), а именно:

- 1)  $V(y) = 0$ ,
- 2)  $V(y)$  по формуле (9),
- 3)  $V(y)$  по формуле (10).

Для расчёта распределения поля акустического пучка были использованы формулы (3), (7), (8). В качестве значений входных параметров использовались значения, приведённые в таблице.

**Входные параметры расчёта**

Параметр	$f_0$ , КГц	$d$ , мм	$V_0$ , м/с	$L$ , мм	$H$ , мм	$D$ , мм	$h_0$ , мм
Значение	300	6	330	60	50	14	18

На рис. 3 представлен результат расчёта распределения поля акустического пучка в области измерительной камеры для  $V(y) = 0$ .

Максимальное значение амплитуды поля относительно амплитуды на входе  $U_0$  составило  $1.4U_0$ . Из рис. 3 видно, что при заданных значениях входных параметров ближняя зона дифракции соответствует области от 0 до  $y \cong 7$  мм координатной оси  $y$ . Координата  $y \cong 8-9$  мм соответствует началу области самофокусировки [10], и уже при  $y \cong 30-35$  мм берёт начало распределение, характерное для дальней зоны дифракции. Результаты, полученные в данном численном эксперименте для разных значений скоростей звука и ширины передающего преобразователя, совпадают с результатами, полученными в работе [10], где приводится детальный анализ дифракционной расходимости пучка и её влияние на эффективность акустооптического взаимодействия.

На рис. 4, *а, б, в* представлен результат расчёта распределения поля акустического пучка в области измерительной камеры для  $V(y)$ , заданной по формуле (9) для различных значений максимальной проекции  $V(y)$ , м/с:  $\beta = 0.2$ ,  $\beta = 0.5$  и  $\beta = 0.8$ .

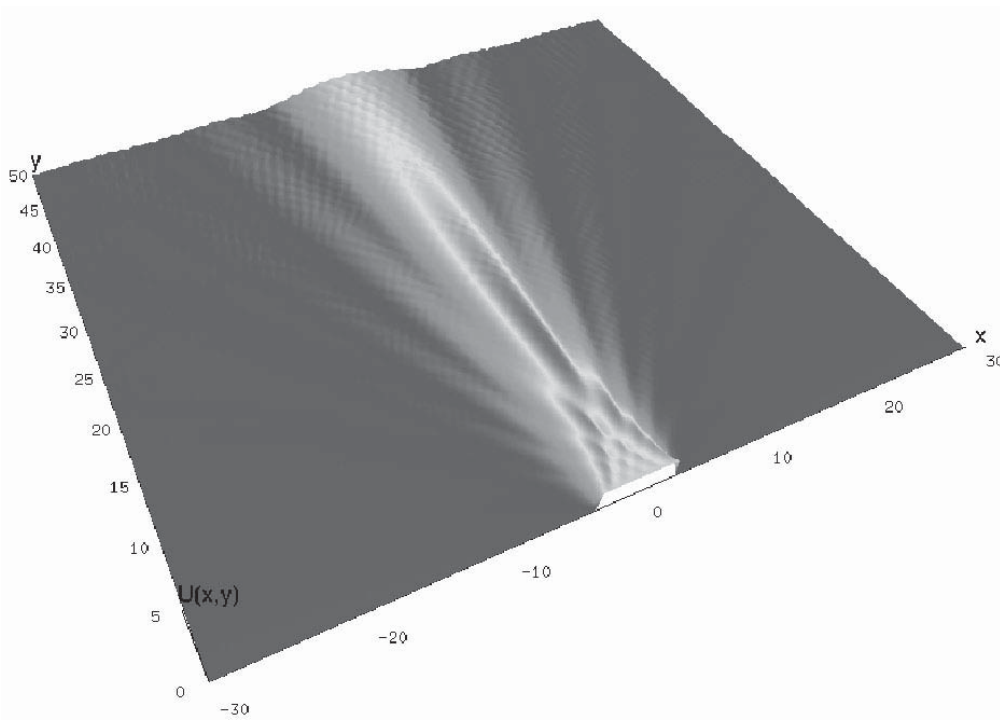


Рис. 3. Распределение поля акустического пучка при прохождении области измерительной камеры расходомера при нулевой скорости среды

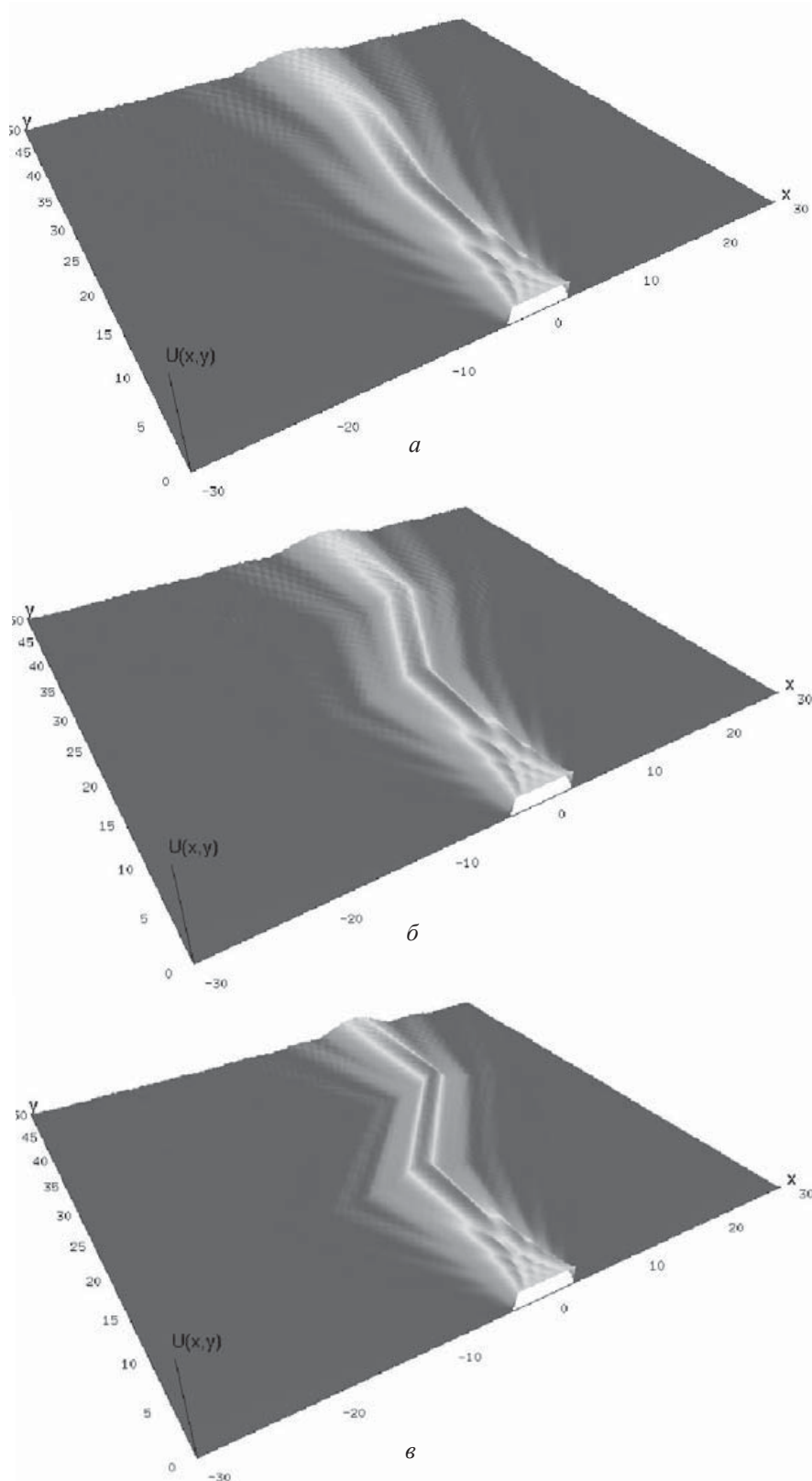


Рис. 4. Распределение поля акустического пучка при прохождении области измерительной камеры расходомера при различных значениях максимальной проекции скорости движущейся среды  $V = \beta V_0$  ( $V_0$  – значение скорости звука в неподвижной среде):  $\beta = 0.2$  (а),  $\beta = 0.5$  (б) и  $\beta = 0.8$  (в). Изменение проекции скорости пропорционально плотности распределения (а)





Как видно из графиков, при отличной от нуля скорости среды во всех случаях наблюдается снос акустического пучка при его распространении. Так как проекция скорости по сечению постоянна, то при достаточно большом её значении наблюдается резкая граница в распределении поля пучка при распространении в среде. Как видно из рис. 4, б, в, дифракционная расхо-

димосьть пучка в области потока почти не наблюдается, наряду с тем, что область максимального значения амплитуды поля пронесется по всему пространству движущейся среды. Лишь после прохождения области потока пучок начинает расходиться.

На рис. 5, а, б, в приводится результат расчёта распределения поля акустического пучка

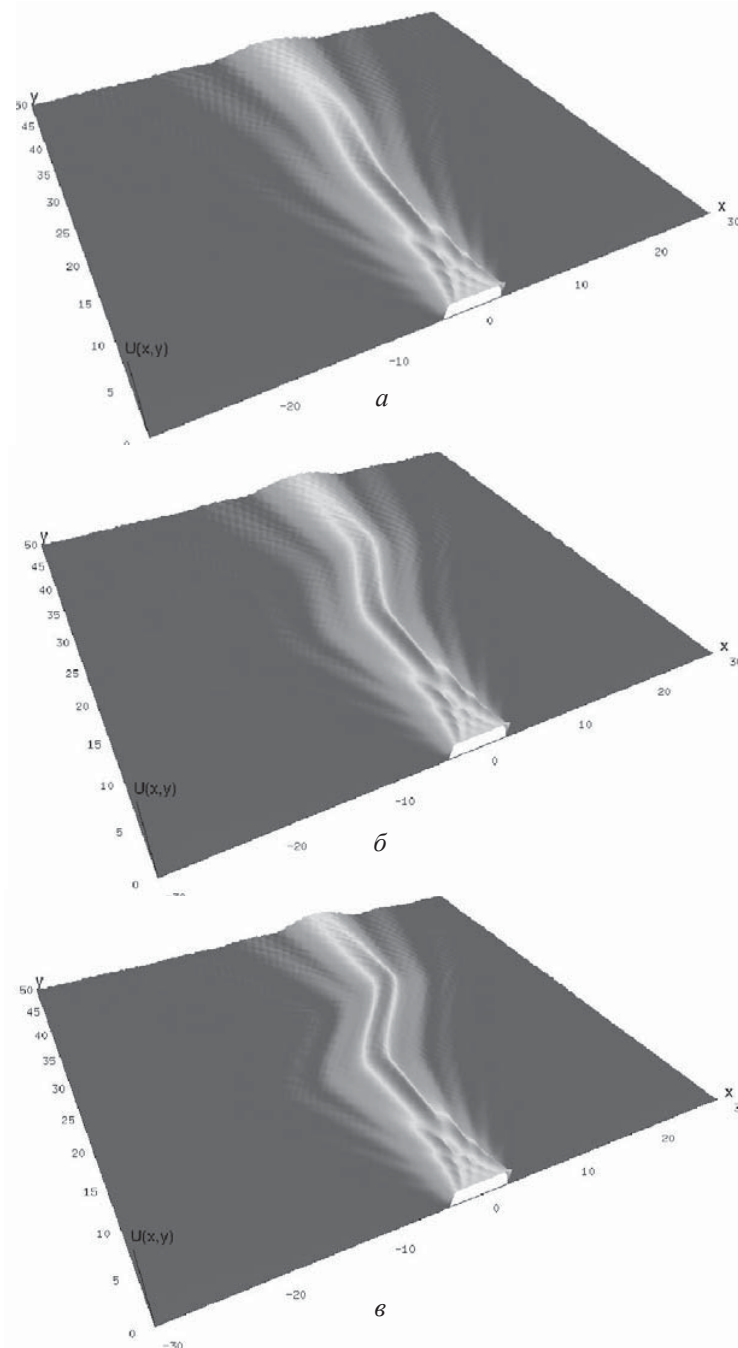


Рис. 5. Распределение поля акустического пучка при прохождении области измерительной камеры расходомера при различных значениях максимальной проекции скорости движущейся среды  $V = \beta V_0$  ( $V_0$  – значение скорости звука в неподвижной среде):  $\beta = 0.2$  (а),  $\beta = 0.5$  (б) и  $\beta = 0.8$  (в). Изменение проекции скорости пропорционально плотности распределения (б)



в области измерительной камеры для  $V(y)$ , заданной по формуле (10) для различных значений максимальной проекции  $V(y)$ , м/с:  $\beta = 0.2$ ,  $\beta = 0.5$  и  $\beta = 0.8$ .

Из графиков видно, что, как и в предыдущем случае, при отличной от нуля скорости среды во всех случаях наблюдается снос акустического пучка. Так как проекция скорости по сечению изменяется нелинейно (в соответствии с (10) при прохождении потока значение проекции скорости по  $y$  плавно возрастает, принимает максимальное значение в центре сечения, затем плавно спадает), то и характер изменения границ акустического пучка не имеет ярко выраженных, острых изгибов при его распространении. Как видно из рис. 5, б, в, область максимального значения амплитуды поля пронесется по всему пространству движущейся среды, как и в предыдущем численном эксперименте (см. рис. 4, б, в). После прохождения области потока при возрастании координаты  $y$  наблюдается расходимость пучка.

### Заключение

Представленная математическая модель расчёта амплитуды поля волнового пучка при наличии движущейся среды позволяет по заданным характеристикам рассматриваемой системы оценивать характер распределения в ней волнового поля. Она также может быть адаптирована и использована для более сложного характера взаимодействия акустической волны с движущейся средой. Полученные зависимости позволяют оценить характер распределения поля в системах, подобных ультразвуковому газовому расходомеру.

УДК 621.3.011.3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ В СТАТИЧЕСКОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМАХ

М. В. Давидович<sup>1</sup>, А. И. Тимофеев<sup>1</sup>, И. А. Корнев<sup>1</sup>, В. Я. Явчуновский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

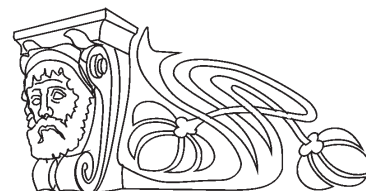
<sup>2</sup>ООО НПФ «Этна», Саратов

E-mail: vuy@etna.su

Получены интегральные соотношения и интегродифференциальные уравнения, учитывающие влияние магнитных экранов (магнетиков) на индуктивность. Рассмотрены нелинейные магнитные материалы с гистерезисом и без, а также аппроксимации нелинейных материалов и индуктивностей. Показано, что при гистерезисе лучше использовать нелинейное уравнение для намагниченности.

### Список литературы

1. Kositsyn N. V., Lapin S. A., Petrov V. V. High Resolution Ultrasonic System for 3D Image Capturing and Reconstruction // 2013 Collaborative Conference on 3D & Materials Research (CC3DMR). Jeju, South Korea, 2013. P. 633–634.
2. Petrov V. V., Kositsyn N. V., Lapin S. A. High Resolution Ultrasonic Tomography System // Acoustics 2013 New Delhi «Technologies for a Quieter India». New Delhi, India, 2013. P. 633–634.
3. Косицын Н. В., Петров В. В. Разработка программного комплекса для сбора и визуализации научных данных // Вестн. ТГТУ. 2014. Т. 20, № 2. С. 277–283.
4. Кремлевский П. П. Расходомеры и счетчики количества веществ. Кн. 1. СПб. : Политехника, 2002. 409 с.
5. Кремлевский П. П. Расходомеры и счетчики количества веществ. Кн. 2. СПб. : Политехника, 2004. 412 с.
6. Кивилис С. С., Решетников В. А. Влияние профиля установившегося потока на погрешность ультразвуковых расходомеров // Измерительная техника. 1965. № 3. С. 52–54.
7. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. М. : Наука, 1981. 208 с.
8. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику / пер. с англ. ; под ред. Г. И. Косоурова. М. : Мир, 1970. 364 с.
9. Стюарт И. Г. Введение в Фурье-оптику / пер. с англ. ; под ред. Г. Д. Копелянского. М. : Мир, 1985. 182 с.
10. Григорьев М. А., Навроцкая В. В., Прохоров В. В., Петров В. В., Толстиков А. В. Влияние поперечной расходимости «звукового» пучка на эффективность акустооптического взаимодействия // Оптика и спектроскопия. 1998. Т. 84, № 2. С. 307.



Рассмотрено установление колебаний в цепи с простейшей аппроксимацией нелинейной индуктивности. Оценено влияние нелинейных магнитных экранов на индуктивности радиореакторов электротранспорта как в зависимости от тока, так и от частоты.

**Ключевые слова:** нелинейная индуктивность, интегральные уравнения, магнитостатика, радиореактор.