

ISSN 1817-3020 (Print)  
ISSN 2542-193X (Online)

# ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Новая серия

Серия: Физика

2025

Том 25

Выпуск 3



IZVESTIYA OF SARATOV UNIVERSITY  
PHYSICS





Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

# ИЗВЕСТИЯ

## САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Новая серия

Серия Физика, выпуск 3

Продолжение «Известий Императорского Николаевского Университета» 1910–1918, «Ученых записок СГУ» 1923–1962,  
«Известий Саратовского университета. Новая серия» 2001–2004



Научный журнал  
2025 Том 25

ISSN 1817-3020 (Print)

ISSN 2542-193X (Online)

Издается с 2005 года

## СОДЕРЖАНИЕ

### Научный отдел

#### Теоретическая и математическая физика

**Davidovich M. V.** Maximal field emission current densities in nanostructures

[Давидович М. В. Предельно большие плотности тока полевой эмиссии в наноструктурах]

266

**Шабунин А. В.** Определение структуры связей в хаотических и стохастических системах при помощи нейронной сети

277

#### Радиофизика, электроника, акустика

**Илларионова Е. Д., Москаленко О. И.** Метод рекуррентного анализа для диагностики режима обобщенной синхронизации в различных классах динамических систем

288

**Романенко Д. В., Гришин С. В.** Когерентный резонанс в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича

295

#### Оптика и спектроскопия. Лазерная физика

**Шевцова С. А., Савельева М. С., Майорова О. А., Приходженко Е. С.** Влияние малых концентраций гиалуроновой кислоты на структуру изолята сывороточного протеина при конъюгировании: разработка и оптимизация моделей машинного обучения на основе адаптивного бустинга для анализа спектроскопических данных

305

#### Биофизика и медицинская физика

**Сагайдачный А. А., Волков И. Ю., Залетов И. С., Майсков Д. И., Фомин А. В., Антонов А. В., Цой М. О., Скрипаль Ан. В.** Восстановление микрогемодинамики на поверхности тела человека с помощью дробной производной колебаний температуры

316

**Прохорова В. Д., Кутикова О. Ю., Палагута А. М., Скрипаль Ан. В., Ермишин Д. В., Рытик А. П.** Исследование воздействия электрических импульсов на микроциркуляцию крови артериальных сосудов методом лазерной доплеровской флоуметрии

333

**Лазарева Е. Н., Мыльников А. М., Наволокин Н. А., Доронкина А. А., Анисимов Р. А., Ломова М. В., Кочубей В. И., Янина И. Ю.** Влияние апконверсионных наночастиц на рефрактометрические свойства опухолевой ткани в условиях фотодинамической терапии

343

#### Нанотехнологии, наноматериалы и метаматериалы

**Слепченко М. М., Мурашко Д. Т., Куксин А. В., Рязанов Р. М., Лебедев Е. А., Шаман Ю. П., Кицук Е. П., Герасименко А. Ю., Глухова О. Е.** Электропроводные свойства интерфейсов графен–нанотрубный гибрида/оксид алюминия

356

### Методический отдел

**Бурова Т. Г.** Трансформация предметной подготовки физика-педагога при изменении формата образования

369

**Цой В. И.** Динамика квантового перехода частицы в потенциальной яме

377

### Университетская летопись

#### Из истории физики

**Аникин В. М.** Историко-биографический роман-эпопея о жизни Павла Николаевича Яблочкова

386

### Приложения

#### Personalia

Памяти Николая Борисовича Скачкова (1945–2025)

390

Журнал «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия «Физика»» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Запись о регистрации СМИ ПИ № ФС77-76653 от 26 августа 2019 г.

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (категория К1, специальности: 1.3.3, 1.3.4, 1.3.5, 1.3.6, 1.3.11, 1.3.19, 1.5.2, 2.2.2).

Журнал индексируется Scopus, RSCI, DOAJ

Подписной индекс издания 36015.

Подписку на печатные издания можно оформить в Интернет-каталоге ГК «Урал-Пресс» (ural-press.ru).

Журнал выходит 4 раза в год.

Цена свободная.

Электронная версия находится в открытом доступе (fizika.sgu.ru)

#### Директор издательства

Бучко Ирина Юрьевна

#### Редактор

Трубникова Татьяна Александровна,

#### Редактор-стилист

Агафонов Андрей Петрович

#### Верстка

Пермяков Алексей Сергеевич

#### Технический редактор

Каргин Игорь Анатольевич

#### Корректор

Агафонов Андрей Петрович

В оформлении издания использованы работы художника Соколова Дмитрия Валерьевича (13.11.1940–20.11.2023)

#### Адрес учредителя, издателя

#### и издательства (редакции):

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83

Тел.: +7(845-2) 51-29-94, 51-45-49,

52-26-89

E-mail: publ@sgu.ru, izdat@sgu.ru

Подписано в печать 21.08.2025.

Подписано в свет 29.08.2025.

Выход в свет 29.08.2025.

Формат 60 × 84 1/8.

Усл. печ. л. 15.16 (16.25).

Тираж 100 экз. Заказ 83-Т.

Отпечатано в типографии Саратовского университета.

#### Адрес типографии:

410012, Саратов, Б. Казачья, 112А

© Саратовский университет, 2025



## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Журнал публикует на русском и английском языках научные статьи по физике, содержащие новые результаты исследований, статьи учебно-методического характера, содержащие инновационную компоненту, статьи по методологии разделов физической науки, статьи, отражающие хронику научных мероприятий и важных событий в жизни физического сообщества.

Материалы, ранее опубликованные или представленные для публикации в другие журналы, к рассмотрению не принимаются. Рекомендуемый объем статьи – до 25 страниц текста, включая рисунки, таблицы и список литературы. На русском языке статья содержит: УДК, заглавие, инициалы и фамилии авторов, название их места работы, электронный адрес авторов, аннотацию (200–250 слов), ключевые слова, текст, благодарности и ссылки на гранты, список литературы.

На английском языке необходимо продублировать: заглавие, инициалы (имя – полностью) и фамилии авторов, структурированную аннотацию (250–600 слов), ключевые слова, список литературы (references). Для каждого автора указать ORCID.

Текст должен быть набран и напечатан через 1,5 интервала на бумаге формата А4 с полями 2,5 см, шрифт Times New Roman, размер шрифта текста – 14.

Текст статьи должен быть подписан всеми авторами.

Для публикации статьи необходимо загрузить на сайт журнала: текст статьи, оформленный согласно правилам журнала; направление от организации (отсканированное в формате pdf); лицензионный договор (отсканированный в формате pdf); экспертное заключение; согласие на обработку персональных данных.

Список литературы следует оформлять в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка». В списке литературы нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются. В библиографическом списке должны быть указаны только процитированные в статье работы.

Все рукописи, поступившие в редколлегию и соответствующие профилю журнала, проходят рецензирование, а затем редколлегия принимает решение о возможности их опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Более подробно с правилами для авторов и порядком рецензирования можно ознакомиться на сайте журнала: <http://fizika.sgu.ru>

Адрес редколлегии серии: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ имени Н. Г. Чернышевского, Институт физики

Тел./факс: +7 (8452) 52-27-05

E-mail: [fizik@sgu.ru](mailto:fizik@sgu.ru)

Website: <https://fizika.sgu.ru>

## CONTENTS

### Scientific Part

#### Theoretical and Mathematical Physics

**Davidovich M. V.** Maximal field emission current densities in nanostructures 266

**Shabunin A. V.** Determining the structure of couplings in chaotic and stochastic systems using a neural network 277

#### Radiophysics, Electronics, Acoustics

**Illarionova E. D., Moskalenko O. I.** Method of recurrent analysis for the generalized synchronization regime detection in different classes of dynamical systems 288

**Romanenko D. V., Grishin S. V.** Coherent resonance in the modified Vyshkind – Rabinovich model 295

#### Optics and Spectroscopy. Laser Physics

**Shevtsova S. A., Saveleva M. S., Mayorova O. A., Prikhodzhenko E. S.** Effect of low concentrations of hyaluronic acid on the structure of whey protein isolate during conjugation: Development and optimization of machine learning models based on adaptive boosting for spectroscopic data analysis 305

#### Biophysics and Medical Physics

**Sagaidachnyi A. A., Volkov I. Yu., Zaletov I. S., Mayskov D. I., Fomin A. V., Antonov A. V., Tsoy M. O., Skripal An. V.** Restoration of microhemodynamics on the human body surface using the fractional derivative of temperature oscillations 316

**Prokhorova V. D., Kutikova O. Yu., Palaguta A. M., Skripal An. V., Ermishin D. V., Rytik A. P.** Study of the influence of electrical impulses on arterial blood microcirculation using laser Doppler flowmetry 333

**Lazareva E. N., Mylnikov A. M., Navolokin N. A., Doronkina A. A., Anisimov R. A., Lomova M. V., Kochubey V. I., Yanina I. Yu.** Influence of upconversion nanoparticles on the refractive properties of tumor tissue under photodynamic therapy 343

#### Nanotechnologies, Nanomaterials and Metamaterials

**Slepchenkov M. M., Murashko D. T., Kuksin A. V., Ryazanov R. M., Lebedev E. A., Shaman Y. P., Kitsyuk E. P., Gerasimenko A. Yu., Glukhova O. E.** Electrically conductive properties of graphene–nanotube hybrid/aluminium oxide interfaces 356

### Methodological Part

**Burova T. G.** Transformation of subject training of physics teacher during a change in the educational format 369

**Tsoy V. I.** Dynamics of quantum transition of a particle in a potential well 377

### University Chronicle

#### From the History of Physics

**Anikin V. M.** Historical and biographical epic novel about the life of Pavel N. Yablochkov 386

### Appendices

#### Personalia

In memory of Nikolai Borisovich Skachkov (1945–2025) 390



**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА  
«ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. НОВАЯ СЕРИЯ.  
СЕРИЯ: ФИЗИКА»**

**Главный редактор**

Короновский Алексей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**Заместители главного редактора**

Тучин Валерий Викторович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Саратов, Россия)

Никитов Сергей Аполлонович, доктор физ.-мат. наук, академик РАН (Москва, Россия)

**Ответственный секретарь**

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**Члены редакционной коллегии:**

Аникин Валерий Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Бабков Лев Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Вадивасова Татьяна Евгеньевна, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Вениг Сергей Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Виницкий Сергей Ильич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Дубна, Россия)

Горохов Александр Викторович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Самара, Россия)

Давидович Михаил Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Дербов Владимир Леонардович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Дюбуа Арно, Ph.D., профессор Университета Париж-Сакле (Сент-Обен, Франция)

Жу Дан, Ph.D., профессор Хуачжунского университета науки и технологий (Ухань, Китай)

Захарова Анна Сергеевна, Dr. Habil, профессор Берлинского технического университета (Берлин, Германия)

Ларин Кирилл Владимирович, Ph.D., профессор Хьюстонского университета (Хьюстон, США)

Мельников Леонид Аркадьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Модельский Иосиф, Ph.D., профессор Варшавского Технологического университета (Варшава, Польша)

Пирогов Юрий Андреевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Москва, Россия)

Сербино Роберто, Ph.D., профессор Миланского университета (Милан, Италия)

Скрипаль Александр Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Сухоруков Глеб Борисович, Ph.D., профессор Университета Королевы Марии (Лондон, Великобритания)

Филимонов Юрий Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Хлебцов Николай Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Чигринов Владимир Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор Гонг Конгского университета науки и технологии (Гонг Конг, Китай)

Шараевский Юрий Павлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL  
“IZVESTIYA OF SARATOV UNIVERSITY. PHYSICS”**

**Editor-in-Chief** – Aleksey A. Koronovskii (Saratov, Russia)

**Deputy Editors-in-Chief** – Valery V. Tuchin (Saratov, Russia))

Sergey A. Nikitov (Moscow, Russia)

**Executive Secretary** – Anatoly V. Skripal (Saratov, Russia)

**Members of the Editorial Board:**

Valery M. Anikin (Saratov, Russia)

Lev M. Babkov (Saratov, Russia)

Roberto Cerbino (Milan, Italy)

Vladimir G. Chigrinov (Hong Kong, China)

Michael V. Davidovich (Saratov, Russia)

Vladimir L. Derbov (Saratov, Russia)

Arnaud Dubois (Saint-Aubin, France)

Yuri A. Filimonov (Saratov, Russia)

Alexander V. Gorokhov (Samara, Russia)

Nikolai G. Khlebtsov (Saratov, Russia)

Kirill V. Larin (Houston, USA)

Leonid A. Melnikov (Saratov, Russia)

Joseph Modelski (Warsaw, Poland)

Yuri A. Pirogov (Moscow, Russia)

Yuri P. Sharaevsky (Saratov, Russia)

Alexander V. Skripal (Saratov, Russia)

Gleb B. Sukhorukov (London, UK)

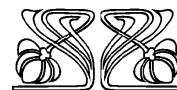
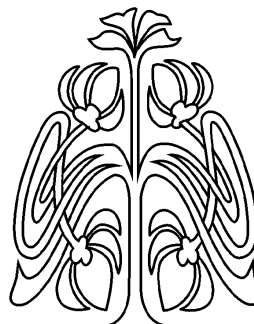
Tatyana E. Vadivasova (Saratov, Russia)

Sergey I. Vinitzky (Dubna, Russia)

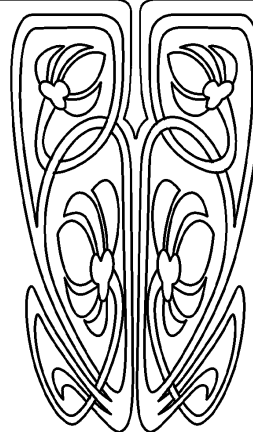
Sergey B. Venig (Saratov, Russia)

Anna S. Zakharova (Berlin, Germany)

Dan Zhu (Wuhan, China)



**РЕДАКЦИОННАЯ  
КОЛЛЕГИЯ**







## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 266–276  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 266–276  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-266-276>, EDN: AYKMG

Review

### Maximal field emission current densities in nanostructures

M. V. Davidovich

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Michael V. Davidovich, davidovichmv@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8706-8523>

**Abstract. Background and Objectives:** The problems of issues of achieving high field emission current densities 2–4 orders of magnitude lower than the limit values  $10^{15}$ – $10^{16}$  A/m<sup>2</sup> are considered. **Materials and Methods:** Methods of obtaining them, field emission models, as well as possible emission structures providing large integrated currents in ribbon electron beams are analyzed. **Results:** It has been shown that the high current densities of the order  $10^{10}$ – $10^{12}$  A/m<sup>2</sup> can be achieved in vacuum quantum structures with two or more potential wells during resonant tunneling. **Conclusions:** Obtaining high-precision sources requires nanotechnology to create heterostructures of the metal-isolator-metal type and the use of low temperatures. Amorphous glass-like diamond (GLD) is a good material for dielectric films, and conductive glass-like carbon (GLC) is a suitable material for conductive films. In fact, the technology of creating thin-film structures such as GLD-GLC-CLD is used.

**Keywords:** field emission, autocathode, Schrödinger equation, resonant tunneling, Poisson equation

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 21-19-00226) and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the State Assignment (no. FSR-2023-0008).

**For citation:** Davidovich M. V. Maximal field emission current densities in nanostructures. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 266–276. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-266-276>, EDN: AYKMG

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Обзор  
УДК 535.538.935

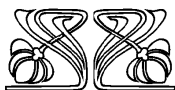
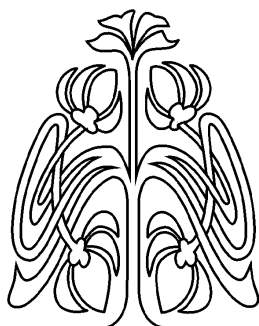
Предельно большие плотности тока полевой эмиссии в наноструктурах

М. В. Давидович

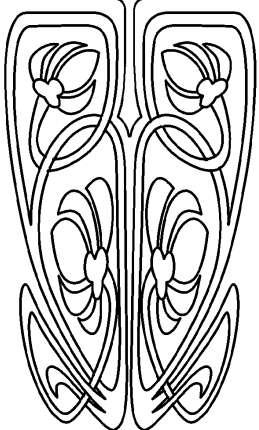
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Давидович Михаил Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиотехники и электродинамики, <https://orcid.org/0000-0001-8706-8523>

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы достижимости высоких плотностей тока полевой эмиссии лишь на 2–4 порядка меньших предельных значений  $10^{15}$ – $10^{16}$  A/m<sup>2</sup>. Анализируются способы достижения таких токов, модели полевой эмиссии, а также эмиссионные структуры, обеспечивающие большие интегральные токи в ленточных электронных пучках. Показана достижимость больших значений плотностей тока порядка  $10^{10}$ – $10^{12}$  A/m<sup>2</sup> в вакуумных квантовых структурах с двумя и более потенциальными ямами при резонансном туннелировании. Получение высокоточных источников сопряжено с созданием гетероструктур типа диэлектрик-проводник-диэлектрик-проводник и использованием низких температур.



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





Хорошим материалом для диэлектрических пленок является аморфный алмаз (GLD), а для проводящих пленок – проводящий стеклоуглерод (GLC). Наиболее подходящей является CVD технология создания тонкопленочных структур типа GLD-GLC-CLD.

**Ключевые слова:** полевая эмиссия, автокатод, уравнение Шредингера, резонансное тунелирование, уравнение Пуассона

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-19-00226) и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (№ FSR-2023-0008).

**Для цитирования:** Davidovich M. V. Maximal field emission current densities in nanostructures [Давидович М. В. Предельно большие плотности тока полевой эмиссии в наноструктурах] // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 266–276. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-266-276>, EDN: AYKMGN

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

## Introduction.

### Simple models of one-dimensional tunneling

Field emission (FE) has been known for more than a hundred years and for single cathode in strong electric field was explained by Fowler and Nordheim [1]. It is associated with the emergence of a potential barrier that narrows and decreases in strong fields, as well as with the quantum nature of tunneling electrons. The current density of cold FE is defined as integration of  $dJ^+ = e j_0 D^+(E)(E_F - E)dE$  [2,3] over the energy. Here  $j_0 = m_e / (2\pi^2 \hbar^3)$ ,  $D^+(E)$  is the tunneling coefficient from cathode to anode (transparency) for the kinetic energy  $E_k = E$ ,  $m_e$  is the mass of the electron. It is assumed that the emission occurs at zero temperature from a flat metal cathode. With decreases in kinetic energies significantly below the Fermi energy  $E_{Fc}$  at the cathode, this coefficient becomes exponentially small. The result is obtained taking into account the electron velocity distribution at  $T = 0$ , while  $dn_{v_x} = j_0 v_x (v_F^2 - v_x^2) dv_x$  with  $E_k = = m_e v_x^2 / 2$ . Assuming that  $D^+(E) = 1$  for all energies (all running electrons pass the barrier), from (1) we get  $J_{\max}^+ = e j_0 E_F^2 / 2$  [2, 3]. Taking  $E_F = 7$  eV for copper, we find  $J_{\max}^+ = 4 \cdot 10^{15}$  A/m<sup>2</sup>. For beryllium Be we have  $J_{\max}^+ = 1.7 \cdot 10^{16}$  A/m<sup>2</sup>. This gigantic current density, of course, is not achievable, because the barrier cannot be transparent for all energies. However, for a complex barrier profile with two or more peaks during resonant tunneling (RT), it can be completely transparent for some energies. Further, by the barrier we mean any distribution of the quantum potential  $V(x)$  in the region of tunneling. It is tempting to get densities at least 2–4 orders of magnitude lower than the specified limit, i.e. about  $10^{11}$ – $10^{13}$  A/m<sup>2</sup>. Are they achievable? In this review, we give an answer to this question, and also consider high-current structures with FE.

The disadvantage of FE cathodes among device developers is considered to be a low current density compared to thermal cathodes, for which the characteristic values are  $J \sim 10^6$ – $10^7$  A/m<sup>2</sup>. Although operating current densities of FE are actually claimed in pulse modes up to  $10^{11}$  A/m<sup>2</sup> [2, 3]. The FE

cathodes and electron guns used in devices with acceptable service lives give densities 4–5 orders of magnitude lower than indicated, i.e. 8–10 orders of magnitude lower than the limit. This is due not to the impossibility of achieving high currents, but mainly to the instability and short duration of high-current cathodes (very high densities of FE and explosive emission were achieved in laboratory conditions in pulsed modes [2, 3]). The main reason for this is the high voltages required for significant FE, the associated reverse ion bombardment of cathodes and explosive FE. To obtain strong fields, pointed cathodes with a relatively small percentage of the emitting surface are used. This is what leads to instability. As a result, the practical majority of vacuum electronic devices use incandescent cathodes and electron guns with thermionic emission. Therefore, the main task of vacuum electronics is to obtain stable high-current sources of FE at relatively low voltages. This is achieved in resonant tunneling nanostructures.

The current state of this problem is considered in the review [4]. For the needs of modern micro- and nano-electronics, in particular, for the TWT millimeter and subterahertz ranges, miniature high-current field sources with thin ribbon relativistic electron beams are needed, providing the beam current from mA and above [4].

The purpose of the review is to clarify of the question of the maximum achievable densities in field vacuum emitting structures. Most of the initial works on FE were based on the Fowler-Nordheim (FN) formula [2–6]. It relates the emission current density to the output work function  $W$  for the cathode metal sample and the intensity of the normal component of the electric field at the cathode in the form  $J(E_x, W) = = AW^{-1} E_x^2 \exp(-BW^{3/2}/E_x)$ . This formula gives an unlimited current density if the field strength increases indefinitely. The formula works for emission from metal cathodes with a flat surface, when the anode is far away with not too strong fields and not too large  $J$ . The description of the differences between experiments and FN formula can be found in many works, for example, in [3, 6]. The FN formula does not work for semiconductor cathodes [2], cathodes





with an oxide or dielectric film [2], with FE from almost all carbon structures [6]. The barrier profile is constructed by the method of mirror images using a single image and the field  $E_x = -U_a x/d$  overlay [2, 3]. The FN formula stops working exactly at small  $d$ , as well as at very large fields. Small  $d$  leads to a decrease in the height of the barrier, just as a strong field narrows and sharpens barrier. At the critical field  $E_{xc} = 4\pi\epsilon_0 W^2/e^3$  it disappears [2, 7]. The barrier in this case is described by the function  $V(x) = -eE_x x - e^2/(16\pi\epsilon_0(x+\delta))$  (Fig., curves 2, 5). Here  $\delta = 0.1$  nm corresponds to  $W = 3.6$  eV. For the diode structure the maximum is located in the center  $V(d/2) \approx 0$  (Fig., curve 1). In the presence of field it is reached at a point  $x_0 = \sqrt{e/(16\pi\epsilon_0 E_x)}$ . At large fields, it is located almost at the cathode and is equal to  $V(x_0) = -2e\sqrt{eE_x/(16\pi\epsilon_0)}$  (Fig.). The function  $W$  depends on the applied field and can vanish at the critical field  $E_{xc} = 4\pi\epsilon_0 W^2/e^3$ . Taking  $W = 4$  eV, we find a characteristic critical field  $E_{xc} = 1.8 \cdot 10^{10}$  V/m. It can be obtained by determining the pivot points  $x_{1,2}$  from the quadratic equation  $eE_x x^2 + xW + e^2/(16\pi\epsilon_0) = 0$ . The disappearance of the barrier at  $V_F$  corresponds to the coincidence of the turning points, and the quasi-classical approximation gives the transparency  $D^+(E) = D_0(E)\exp(-4\sqrt{\mu}W_0^{3/2}/(3\hbar eE_{xc}))$  [8]. Here,  $\mu = 2m_e$  is the doubled mass of the electron, and  $W$  in the sense of this formula is the height of the barrier above the level of kinetic energy, i.e.  $W = W_0 = E_F - E$ . The pre-exponential multiplier is defined in Ref. [8]. Note that the result [8] is obtained for “wide barriers”, which does not take place for a triangular barrier, at least in its upper part. The crosslinking of the quasi-classical wave function (WF) with the probability wave at the anode  $\psi_a = A_a \exp(ik(x-d))$  should be carried out at the point  $d$  on the anode. The tunneling problem is solved strictly and very simply by the exact solution of the Schrödinger equation (SE), for example, by the method of transmission or transfer matrices [9], or by the transformation of wave impedances [10]. The WF and its derivative must be continuous. For a stepwise approximation of the potential  $V(x)$ , the normalized wave impedance can be defined as  $\rho = ik\psi(x)/\psi'(x)$ . The numerical solution, even in the absence of a barrier, gives the result 2–3 orders of magnitude smaller than  $J_{\max}^+$  [9, 10]. It corresponds to super-strong fields. Let us put  $D^+ = 1$  and estimate the current density for  $D^+(E) = \exp(-4\sqrt{\mu}W_0^{3/2}/(3\hbar eE_{xc}))$ :  $J^+ \approx -e\mu E_F^2 y_0^{1/6}/((9\pi^2 \hbar^3))$ ,  $y_0 = 4\sqrt{\mu}E_F^{3/2}/(3\hbar eE_{xc})$ , which shows the inadequacy of the quasi-classical

model in this case. Everywhere above, the + sign indicates tunneling from the cathode to the anode (electron charge  $q_e = -e$ ). The reverse current is possible, due to the reverse tunneling coefficient  $D^-$ . Usually  $D^- \ll D^+$ , its accounting is also significant at low voltages at the anode. For the symmetrical potential  $D^+ = D^-$  and the total current is zero:  $J = J^+ - J^- = 0$ . If we will neglect the reverse current, then  $D = D^+$ . The general case of thermal field emission current densities has been determined in Ref. [11] as  $dJ^\pm(U_a, T) = eD^\pm(E, U_a)dn_{v_x}^\pm$ ,  $dn_{v_x}^\pm = j_0 k_B T \ln(1 + \exp((E_F - E + \mu^\pm)/(k_B T)))dE$ . Here  $k_B$  is the Boltzmann constant,  $\mu^+ = \mu_c = 0$ ,  $\mu^- = \mu_a = -eU_a$  are the chemical potentials. The quantum potential  $V$  is determined by the method of multiple images, taking into account small distances  $\delta_{c,a} = e^2/(16\pi\epsilon_0 W_{c,a})$  at the electrodes associated with the function  $W$ , which makes it finite [9–13]. There are infinitely many such images (relative to the anode and cathode surfaces), which makes it possible to obtain an accurate profile  $V(x)$ , including cases of multiple electrodes [9–14], that requires solution of the SE.

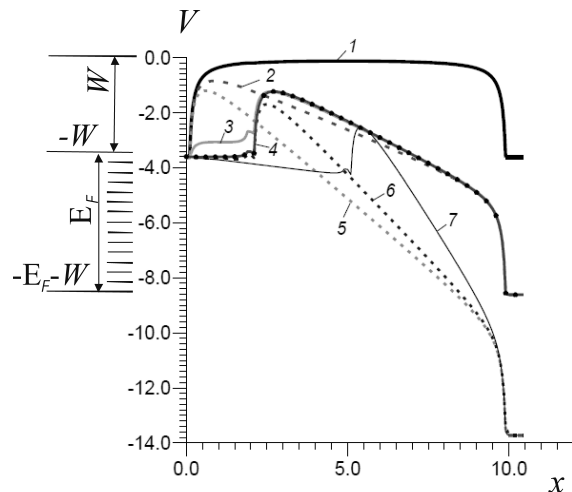


Fig. Distribution of  $V$  (eV) in a vacuum diode [16] with a size  $d = 10$  nm without a dielectric film (curves 1, 2, 5) and with the film on the cathode of thickness  $t = 2$  nm (curves 3, 4, 6) and  $t = 5$  nm (curve 7) depending on distances  $x$  (nm) at different anode voltages (V4):  $U_a = 0$  (curve 1);  $U_a = 5$  (curves 2, 3, 4);  $U_a = 10$  (curve 5, 6, 7). DP is taken as  $\epsilon = 4$  (curve 3);  $\epsilon = 10$  (curve 7);  $\epsilon = 12$  (curves 4, 6),  $\delta = \delta_d = 0.1$  nm

The next step in refining the model can be based on taking into account the inhomogeneous relief surface [12]. Usually this approach is based on the introduction of a field gain and the use of FN formula. In this case, the local area of the surface is considered as flat. This approximation is usually the basis for the analysis of pointed matrix emission structures such as Spindt cathodes. The creation and research of Spindt cathodes took a long period of time, about 30 years.



Although it is possible to achieve high current densities on very small surfaces of the needles, it was not possible to obtain satisfactory emission sources on such cathodes. They correspond to strong increase in resistance in the area of the tips leading to their heating and explosive emission, poor reproducibility, complex manufacturing technology, a small ratio of the emitting area to the total surface and, accordingly, a small integral current, a strong spread of electrons in velocities, a large operating voltage, poor resistance to reverse ion bombardment and poor durability. Currently, spatially developed nanostructured emitting surfaces mainly made of carbon materials are more promising [6, 15–22]. In such emitters, tunneling is not strictly one-dimensional and follows different trajectories, there are field penetration into the structure [6, 13, 19, 20], porosity and heterogeneity of structures. The emitting surface often significantly exceeds the geometric surface of the cathode [13, 23]. The corresponding models require taking into account the three-dimensional nature of the emitter, solving the Poisson equation (PE), including for determining  $V(x)$  taking into account the spatial charge, taking into account field penetration, taking into account nonstationarity, and a number of other approaches. The carbon nanotubes (CNT) emitters [23–25], including in devices [26] and in glass carbon emitters [27–29], are promising. The emitters made of films with carbon nanoclusters [30–35], CNTs nanoclusters [36] and graphene nanoclusters [22, 37] are also used. In a number of works (for example, [34, 35]), the blade and tip structures of FE are analyzed, including structures made of graphene, CNT, glass carbon, graphene, nanoclusters. A comparison of some types of emitters is given in Ref. [37]. The FN formula obtained for emission from metals with flat surfaces stimulated the search for similar formulas for field emission from other structures, including non-planar boundaries, structures with points, semiconductor emitters, cathodes with dielectric films, porous cathodes, carbon structures. The emission mechanisms in them differ significantly. The effect of field penetration, porosity, and the presence of Tamm levels have a significant impact [13]. The penetration of the field significantly depends on the dielectric permittivity (DP), conductivity determined by the concentration of free charges. Therefore, tunneling from structures with semiconductors has special features [38–41]. In the case of solid-state electron plasma, an external electric field leads to the formation of a near-surface charged layer that compensates for the penetration of the field. The thickness of this layer can be estimated

taking into account the length of the Debye shielding  $L_D = \sqrt{\epsilon\epsilon_0 k_B T / N / e}$ .

For copper  $N = 8.45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  $\epsilon = 13.1$ , we have  $L_D = 1.5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ , i.e. shielding occurs already on one atomic layer. In the case of semiconductors  $N \sim 10^{20} - 10^{24} \text{ m}^{-3}$ , shielding occurs at lengths from 1 to 100 nm, i.e. from 10 to 1000 atomic layers. A low concentration of free charges with the formation of a thin dipole layer of the order of 1 nm leads to a decrease of  $W$ . A lower concentration leads to the penetration of the field. The concentration  $N > 10^{25} \text{ m}^{-3}$  leads to the metallic emission.

In a number of works, attempts have been made to obtain generalizations of the FN formula [42–46], including for non-planar metal emitters. The electrophysical and emission properties of carbon structures, including diamonds, are considered in a number of works, [47–50], as well as tunneling models are analyzed in Refs. [6, 13, 20]. The reasons for low-threshold FE from carbon structures were analyzed. Rigorous quantum theory is based on the density functional theory. The problems of quantum transport and non-stationary tunneling in solid-state structures were considered by solving the SE [51–57] and by self-consistent models with the solution of PE [51, 52] and non-stationary models [55–57]. Equilibrium and nonequilibrium processes in quantum dots, wells and wires, including tunneling, are also considered, including quantum cascade lasers. The literature on RT is mainly devoted to RT diodes. Although these devices achieve a very high current density due to low effective masses, low barrier heights of less than 0.5 eV and their small thicknesses, they cannot be used by vacuum emission electronics. From the point of view of obtaining the maximum current densities, cathode materials with large  $E_F$  and a small  $W$  are most appropriate. Among them are beryllium with  $W = 3.92 \text{ eV}$ , barium with  $W = 2.52 \text{ eV}$  and  $E_F 3.64$ , as well as with high  $E_F$  metals such as Be, Ni, Al, Ag, Cu. It is not advisable to use strong fields in terms of obtaining long-lasting cathodes. For high-current sources, the emission surface should be large, and the  $V$  shape should be multi-welled. Many publications are devoted to point sources and their arrays [58–62]. The use of Spindt-type matrices did not lead to breakthrough successes due to explosive emission [59].

### 1. Tunneling and field emission in multi-barrier 1D structures

Let the barrier be described by a potential function  $V$  with the Fermi level (FL)  $V(0) = V_F = -W$  at the cathode. The value  $V(d) = -W - eU_a$  is





the FL at the anode. The profile  $V$  has all negative values if a free electron in vacuum corresponds to zero potential energy. This value  $V(d/2) \approx 0$  is achieved at very large  $d$ . Using the method of multiple images, the function  $W(x, \delta_c, \delta_a, d)$  has been obtained in Refs. [9–13]. This function takes into account an infinite series of images relative to the cathode and anode and determines the potential energy of an electron at point  $x$  as the work of moving it from the cathode. At the cathode the work function is  $W(0, \delta, \delta_a, d) = -e^2 (16\pi\epsilon_0)^{-1} \{\delta^{-1} - 2d^{-1}\}$ . Here  $W(0, \delta_{\bar{a}}, \delta_a, d) = -e^2 (16\pi\epsilon_0\delta)^{-1} = -W_a$ ,  $d \gg \delta_{c,a}$ . In the case  $W_c = W_a$  we put  $\delta_{c,a} = \delta$ . The characteristic size  $\delta = 0.1$  nm corresponds to  $W = 3.6$  eV. The electron density  $d\rho(x) = |\psi(x, E)|^2$  can be found if the WF  $\psi(x, E)$  is defined from the SE taking into account the electron energy distribution. Here the incident WF is  $\psi^+(x, E) = a^+(E) [\exp(ikx) + R(E) \exp(-ikx)]$ ,  $a^+(E) = m_e (E_{Fc} - E(k)) / (2\pi^2 \hbar^3)$  is the density of electrons with the energy  $E$  running to the barrier [2], where  $R$  is reflection. If the density  $J^+$  is small, it is possible to solve the problem iteratively by choosing a barrier profile without taking into account  $\rho(x)$  and the solution of the PE. For 3D tunneling of a single electron along the trajectory  $y = y_0(x)$ ,  $z = z_0(x)$ , it is necessary to sum up the density of transparency along all trajectories [12]. These trajectories need to be determined and barrier profiles calculated along them. Approximately, we can assume that electrons move along lines of force, but in general it is necessary to solve the equations of motion. In the case of an uneven cathode surface  $x = X(y, z)$ , it is possible to approximate the images at symmetrical points  $-x'$  relative to this surface and reduce the 3D SE to one-dimensional ones. This approach allows one to replace the 3D tunneling by a series of 1D ones and the current can be calculated as the sum of tunnel currents along various trajectories [12]. The FN formula is often used for this purpose for surface areas, which is a more rough approximation.

The uneven surface allows one to increase the local emission, though not so much as to talk about approaching the limit current. At the voltage at the anode  $U_a$ , the quantum potential is defined as  $V(x) = W(x, \delta_c, \delta_a, d) - eU_a x/d$ . The maximum of the function (4) is located in the center  $W(d/2) = -e^2 \ln 2 / (4\pi\epsilon_0 d)$  for  $U_a = 0$ . The anode voltage strongly shifts it to the cathode. The smaller the  $d$  and greater  $U_a$  and  $E$ , the more the FN formula is violated. If there are grids located at the same potentials, the image method in the form (4) can be used for all vacuum gaps. At the same time, the WF

should be introduced for grids. The calculation of barrier profiles with three and four electrodes is given in Ref. [10]. For all such structures, there are RT when  $R = 0$ , and there is complete transparency  $D^+ = 1$ . The simplest result is obtained for rectangular potential models. The energy levels in RT structures  $E_n = E'_n - iE''_n$  are metastable, and when  $E = E'_n$ , the RT occurs.  $E''_n$  defines the width of the level. Such levels are possible if  $V/2 < E_n < V$ . For wide barriers, electronic waves do not leak through them, i.e. the metastable levels turn into eigenlevels. For the lower level  $E_1 \approx V/2$  we have  $E_1 = \pi^2 \hbar^2 / (4\mu_g^2)$ . For the upper level  $E_n \approx V$ , since the tangent argument is small,  $E_n \approx 2\hbar^2 \left( \sqrt{1 + t_g^2 V \mu / \hbar^2} - 1 \right) / (\mu_g^2)$ . The barrier profiles shown in Ref. [63] demonstrate the peaks of the transmission coefficient. In an asymmetric structure with a voltage at the anode, two or more grids are needed for RT [9]. The total current density  $J = J^+ - J^-$  is determined mainly by the forward current, since the reverse current at the anode voltages taken is negligible. Heterostructures with multiple grids lead to the appearance of transmission zones. Let the specified zone  $\Delta E$  be in the range  $0 < E_1 < E < E_2 < E_F$ . In this case we have  $J^+ = em_e \pi^{-2} \hbar^{-3} E_F \Delta E (1 - (E_1 + E_2) / (2E_F)) / 2$ . If  $\Delta E$  is located in the center of the conduction band and  $\Delta E = 0.01 E_F$ , then we get  $J^+ = 0.5 \cdot 10^{-2} J_{\max}^+$ , i.e. we can approach the limiting density. Tunneling without loss of momentum is possible at a length significantly shorter than the free path length. For metals at  $T = 300$  K, this length is of the order of 30–50 nm, i.e. the thickness of the structure should not exceed 10 nm. Excluding vacuum gaps and counting the grid size of the order of 1 nm, we obtain the number of possible grids of no more than 5. The creation of grids is possible using carbon CVD technologies [47–50], using graphene and CNT. Graphene grid structures and CNT grids are promising, for example, in the form of a woodpile. It is enough to use fields of no more than  $10^{10}$  V/m. For vacuum electronics, it is advisable to perform low-voltage sources with an anode in the form of a grid, and the electrons flying through it are accelerated to the desired energies by a second anode. For numerical solution of the SE, it is convenient to use a step representation of  $V$ . The potential is constant in the wells, and each grid electrode is described by a single step function. Each function corresponds to a transmission matrix with well-known matrix elements [9]. The SE solution program consists in constructing a complete matrix  $\hat{T} = \hat{T}_1 \hat{T}_2 \dots \hat{T}_N$  by multiplying the matrices of the regions and calculating the transmission coefficient from the system



of equations  $1 + R = (T_{11} - iT_{12}/k)T$ ,  $1 - R = ik_0(T_{21} - iT_{22}/k)T$  [9–12]. We have the following result  $T = 2/[T_{11} + T_{22}(k_0/k) + i(k_0T_{21} - T_{12}/k)]$ ,  $R = 1 - k_0(T_{21} - iT_{22}/k)T$ . Since also  $Z = (1 + R)/(1 - R) = (kT_{11} - iT_{12})/(ik_0kT_{21} + k_0T_{22})$ , then  $R = (Z - 1)/(Z + 1)$ . The calculated transparency (tunneling) coefficient of the barrier  $D^+(E) = 1 - |R|^2$  depends on the kinetic energy of the electron at the cathode. The notations used here are  $k_0 = \sqrt{\mu E}/\hbar$ ,  $k = \sqrt{\mu(E + eU_a)}/\hbar$ . To solve the SE 152 steps in the approximation were used in the calculations [9]. For the synthesis of RT structures, it is necessary to determine metastable levels  $E_n$ . The task is posed as a crosslinking of the WF structure with the WF  $\psi_1(x) = a_1 \exp(-ik_{0n}x)$  at the cathode and the WF  $\psi_2(x) = a_2 \exp(ik_n(x - d))$  at the anode, where  $k_{0n} = \sqrt{\mu_e(E_n - V_g)}/\hbar$ ,  $k_n = \sqrt{\mu_e(E_n - V_g + V_a)}/\hbar$ . In the case of a well, proper levels  $E_n < V_g - V_a$  are possible, and then both wave numbers are imaginary, and evanescent outside the structure of the WF. Solving the problem by the method of transmission matrices taking into account the ratio  $k_n^2 = k_{0n}^2 + \mu_e V_a/\hbar^2$ , we find  $k_{0n} = i(T_{21} + ik_n T_{22})/(T_{11} + ik_n T_{12})$ . This nonlinear transcendental equation defines the roots  $E_n$ . The synthesis task is to obtain a potential profile  $V$  that ensures the location of metastable levels in the widest possible band as close as possible to the cathode conduction band. The convenient method for solving the SE consists in the transformation of the wave impedance [63–68].

## 2. Effects of thermal field emission, field penetration, spatial charge

Thermal field emission has been studied in a number of papers, for example [10, 11, 64–68]. Thermal emission prevails in diode structures at low voltages, and field emission dominates at high voltages [64]. In resonant tunnel structures, a strong increase in current leads to heating of the cathode and anode, which requires solving the thermal problem and thermal field emission [10]. The size of the potential barrier in strong fields that allow significant tunneling is of the order of 1–3 nm. The penetration of the field to depths of this order can significantly change the barrier. The effect was first noted in Refs. [18–20]. The penetration is possible if there is a homogeneous dielectric film with DP  $\epsilon$  of a nanoscale thickness  $t_d$  on the cathode, or a semiconductor film, or an inhomogeneous structure described by an effective DP. The penetration of the field reduces the barrier for the cathodes with BaO film [2]. If the penetrating field is considered constant, all charges are

displaced, forming a double electric dipole layer with a surface charge density on the outer surface. The field of such a flat capacitor weakens the penetrating field and almost eliminates the barrier at the metal-film boundary. Electrons exit the metal into the film, and a barrier appears at the film-vacuum boundary. In general, it is necessary to solve the PE together with the SE, especially for high emission current density [63]. In the area in front of the single barrier  $R \approx -1$ , the density is usually small and strongly decreases inside the barrier to its rear. At RT  $R \approx 0$ , and the density is determined by the incident flow. The joint solution of the SE and PE is a nonlinear iterative problem [51–54]. The spatial charge in the barrier area leads to its increase, which limits the current. It is possible to correct this effect in multielectrode structures by changing the electrostatic potentials of the electrodes or by changing their  $W$ . The problem for the dielectric film was solved in Refs. [12, 13]. The essence of the solution is that infinite series of images are constructed relative to the surface of the film, cathode and anode. The electrostatic Green function of a point charge in a flat capacitor with a film is found. Examples of constructing barriers for a dielectric film with thickness  $t_d$  at the cathode are shown in Fig. The inhomogeneous film improves tunneling, therefore, one of the tasks may be the synthesis of the DP profile, contributing to the maximum of  $J$ . A double electric layer appears in a thin, well-conducting film. It works as a dipole that reduces the external field. With a large DP, the barrier on the cathode-film section is practically absent and appears only in the region of its boundary with vacuum (Fig.). The penetration of the field into the film region can lead to acceleration and to a negative slope  $V(x)$  up to the boundary with vacuum (curve 7, Fig.). Porous films from diamond-graphite nanoclusters increase the emissions [15–20]. Porosity and the presence of a dielectric phase lead to the penetration of the field, as well as to the presence of surface levels at the boundaries of clusters. A part of the emission goes to these levels, and from them into a vacuum [13]. For carbon structures, the ionization potential and the function  $W$  calculated by quantum methods and measured have the order of eV. A diamond-graphite film on a metal cathode works in such a way that the FN formula recalculation for the corresponding homogeneous cathode gives an effective  $W$  is 1–2 orders of magnitude less [6, 21, 22]. The work of moving the charge in the film is about one time less than a similar work without the film. Reducing the DP of the film at this boundary decreases the barrier, that can be done by profiling. Diamond-





graphite films demonstrating high low-voltage emission have just such a surface structure consisting of clusters with sizes of several nm. The presence of conducting phases in the film is equivalent to an increase in the effective DP. The film effect is that the field penetrates into the dielectric and accelerates the electron. This is manifested in the slope of the function  $V(x)$  to the barrier in vacuum (curve 7, Fig.). The energy of the electron impinging on the barrier in a wide film can increase significantly to a value of several eV. In such structures, double-humped functions  $V$  and even RT are possible [13]. The penetration of the field is observed in all carbon structures at the cathode [18]. The FE of such structures is considered in many publications (see [6, 13, 15–18]). Carbon exhibits the largest number of allotropic modifications with significantly different properties and a variety of electronic structures, due to a different ratio of  $sp^1$ -,  $sp^2$ - and  $sp^3$ -hybridized atoms. It implements a range of electrical conductivity from a dielectric (diamond) to graphite. There are such modifications as soot, black coal, carbide, fullerenes, single-layer and multilayer CNTs, carbon filaments, graphene nanofibers, various structures of amorphous carbon (glass carbon) and pyrocarbon. All of them are more or less porous and heterogeneous. In porous structures there are surfaces in contact with vacuum channels and Tamm's levels. The emission comes from the entire surface through different channels and trajectories. There are chaotic structures such as glass carbon and quasi-periodic structures such as column graphene [13] or woodpile. In the first case, the effective DP can be used for modeling. In the second case, models with quasi-periodic structures should be considered [12]. Structures with diamond-graphite clusters on the cathode obtained by magnetron sputtering in low-pressure plasma are promising [13]. Comparison with the FN formula shows that in carbon films, the effective work function  $W$  decreases to 0.1 eV [6]. The field penetration and surface levels during nonstationary tunneling lead to hysteresis [6, 13]. The field penetration also occurs in semiconductor cathodes [2]. An example is oxide cathodes from BaO, which have a low  $W$  of the order of 1 eV or less [2]. Ba ions in such a film form donor levels, and the film itself, when doped, can acquire the properties of an  $n$ -type semiconductor.

### 3. Non-stationary tunneling

Non-stationary tunneling and especially RT has been considered in a number of papers [52–57] in connection with the tasks of modeling resonant tunneling diodes and transistors. Transients in such devices are considered in Refs. [53–55]. High currents at RT can

lead to strong heat generation. Since it occurs due to the interaction of electrons with phonons, this also justifies the use of ultra-low temperatures. With vacuum RT, the Nottingham effect may increase, which requires cooling of the cathode. Each electron hitting the anode transfers  $eU_a$  energy to it. Due to the complexity, such problems are usually solved in a one-dimensional approximation with a joint solution of non-stationary SE and PE [56,57]. Accordingly, the boundary conditions consist in the crosslinking of the WF and their derivatives in the cathode region, the tunneling region and the anode. One can solve the problem with zero boundary conditions  $\Phi(0, t) = \Phi(d, t)$  and then add a linear potential  $xU_a/d$ . The SE should be solved by setting the incident particle flow from the cathode and from the anode. The first one does not depend on time, while the second one may be time-dependent when the anode voltage changes. If the anode voltage is high, it can be lowered. In this case, the luminaries  $R$  and  $T$  depend on time. The solution can be obtained by the time series method, by the method of integral equations using the propagator Green function for the SE [56], by numerical methods [54].

### 4. High-current emission structures

The current densities of the order  $10^{12}$ – $10^{13}$  A/m<sup>2</sup> were theoretically obtained in structures with RT in Refs. [9, 10, 63]. Vacuum nanoscale structures with single and double grids are considered. Refs. [9, 64] indicate the operating temperature at high current densities [10] and the spatial charge effect [64]. The latter can be compensated by changing the potentials on the electrodes. The heat sink requires a massive thermostat. Heat release at RT occurs due to the Nottingham effect and the contribution from Joule heat. The solution to the heat dissipation problem can be obtained by using cryogenic temperatures. The best materials are CVD carbon films [47–50]. At the same time, layers with  $sp^3$  and  $sp^2$  hybridizations should be alternated to perform multi-layer and multi-barrier structures. The best material for barriers is a crystalline diamond with DP 5.6, which has a unique thermal conductivity. For thin barriers, it is an amorphous CVD diamond with  $sp^3$  hybridization of 80–88% [47] at  $\epsilon = 4.94$ –5.6 and the band gap of 4.5 eV. Performing a heterostructure with a double grid with a positive potential  $U_g$  of several Volts on it, it is possible to obtain high-precision electron sources. For emission electronics, a large integral beam current is important [4], which it is desirable to perform as a ribbon electron beam. A large integral current can be obtained by having a



large emission surface with a high current density. Beams that are wide in one transverse dimension and thin in the other are important. Such beams are convenient to use in decelerating systems such as “comb”, “double shifted comb”, “looping waveguide” in TWT millimeter and THz bands. An increase in the beam current can be achieved by increasing the width. As high-current emitters with FE, blade-type structures with multi-row parallel graphene sheets, and a point-type structure in the form of a forest of CNTs are possible. There are sufficiently developed technologies for creating such arrays from CNTs and nanowires. Their advantage is a good penetration of the field with a large gain on atomically sharp edges and a large surface involved in the emission. The field penetrates into such a structure, so the emission also comes from the surface of graphene sheets or from the surface of CNTs. The beam can be made very wide in one direction, and in the other, with a large number of periods, its compression allows one to get a wide and thin ribbon beam. Another approach can be based on emission from spatially developed surfaces formed by carbon structures [6, 16–20]. To increase the current, their emitting surfaces can be positioned tangentially to the plane of the forming ribbon beam and use a 90-degree rotation of the trajectories of normally departing electrons [69].

## Conclusions

1. The current densities 2–3 orders of magnitude lower than the limit values  $10^{16}$  A/m<sup>2</sup> are theoretically achievable [9, 10]. The optimal RT structure is a two-well and three-barrier. Structures with RT with a wide energy band and located below FL are optimal. Such a structure can be created as an alternation of CVD diamond and conductive carbon or Be films. The use of grids prevents the reverse ion bombardment of the cathode. The free path length of the electrons should significantly exceed the size of the structures, for which ultra-low temperatures are perspective. At room temperatures, the size of 10 nm is the limit. Multilayer graphene, CNT of metallic type, CVD conductive carbon with predominant sp<sup>2</sup> hybridization, and amorphous CVD sp<sup>3</sup> diamond can serve as convenient materials for grids and dielectric films (barriers). Wide grids are promising for increasing the number of resonant levels.

2. Since the tunneling effect is associated with nanoscale barriers, all objects can be divided into structures of nanoelectronics and microelectronics with operating voltages of the order of Volts and kilovolts, respectively. For their production, well-developed technologies for creating thin-film structures

are used: vacuum spraying, magnetron sputtering from low-pressure plasma, CVD technologies, photolithography, MOM, MOS, MIM, MIS and similar technologies. This is followed by the possibility of using a structures type of MOS and MIM with a single-stage level and even more [70], as well as an additional structure with graphene. In the latter case, the anode is made thin (usually made of gold) and transparent for the flight of electrons into a vacuum and further use of the beam [70]. There are two possibilities here, namely, to use multilayer graphene for quantum wells or to create multi-barrier structures with several narrow wells. A difficult technological task that has not been fully solved is the cultivation of epitaxial graphene on substrates, the creation of hanging graphene grids and the creation of structures with several electrodes. Structures with a wide pit or with several pits seem to be more effective.

Various mechanisms of the FE formation have been examined in the review. For some structures without RT, a significant increase in the current density is possible. Carbon structures and carbon coatings are promising for this. Emission structures allowing to obtain high current ribbon electron beams have been considered. An increase in the current density and the integral beam current can be achieved due to the spatial addition of several emitters and due to the rotation of the trajectories of electrons flying from large surfaces, as well as due to compression.

3. Non-stationary tunneling, nonlinear response of structures, joint solution of the SE, PE and Fourier equations (thermal conductivity), creation of structures with standing high current densities can be noted as unsolved research problems.

## References

1. Fowler R. H., Nordheim L. Electron Emission in Intense Electric Fields. *Proc. Royal Soc. A*, 1928, vol. 119, iss. 781, pp. 173–181. <https://doi.org/10.1098/RSPA.1928.0091>
2. Proskurovskij D. I. *Emissionnaya elektronika* [Emission electronics]. Tomsk, TSU Publ., 2010. 280 p. (in Russian).
3. Fursey G. N. *Field emission in vacuum micro-electronics*. New York, Kluwer Academic Plenum Publishers, Springer, 2005. 205 p.
4. Burtsev A. A., Grigor'ev Yu. A., Danilushkin A. V., Shumikhin K. V. Features of the Development of Electron-Optical Systems for Pulsed Terahertz Traveling-Wave Tubes (Review). *Tech. Phys.*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 452–459. <https://doi.org/10.1134/S1063784218030040>
5. Egorov N., Sheshin E. *Field Emission Electronics*. Springer Series in Advanced Microelectronics. New York, Springer, 2017. Vol. 60. 568 p.





6. Eidelman E. D., Arkhipov A. V. Field emission from carbon nanostructures: Models and experiment. *Phys. Usp.*, 2020, vol. 63, no. 7, pp. 648–667. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.06.038576>
7. Bushuev N. A. Tunnel current and I–V characteristics of vacuum extremely-high-frequency microelectronic structures. *J. Commun. Technol. Electron.*, 2015, vol. 60, iss. 2, pp. 193–200. <https://doi.org/10.1134/S1064226915020023>
8. Davydov A. S. *Quantum Mechanics*. New York, Pergamon Press, 1965. 637 p.
9. Davidovich M. V., Nefedov I. S., Glukhova O. E., Slepchenkov M. M. Toward the theory of resonant-tunneling triode and tetrode with CNT-graphene grids. *J. Appl. Phys.*, 2021, vol. 130, iss. 20, art. 204301. <https://doi.org/10.1063/5.0067763>
10. Davidovich M. V., Nefedov I. S., Glukhova O. E., Rubi J. M. Field emission in vacuum resonant tunneling heterostructures with high current densities. *Sci. Rep.*, 2023, vol. 13, iss. 1, art. 19365. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-44900-2>
11. Davidovich M. V. Thermal-field emission in nanostructures with resonant tunneling. *Tech. Phys.*, 2024, vol. 69, no. 1, pp. 29–43. <https://doi.org/10.61011/JTF.2024.01.56899.170-23>
12. Davidovich M. V., Yafarov R. K. Field-Emission Staggered Structure Based on Diamond–Graphite Clusters. *Tech. Phys.*, 2018, vol. 63, no. 2, pp. 274–284. <https://doi.org/10.1134/S106378421802010X>
13. Davidovich M. V., Yafarov R. K. Pulsed and Static Field Emission VAC of Carbon Nanocluster Structures: Experiment and Its Interpretation. *Tech. Phys.*, 2019, vol. 64, no. 8, pp. 1210–1220. <https://doi.org/10.1134/S106378421908005X>
14. Simmons J. G. Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film. *J. Appl. Phys.*, 1963, vol. 34, iss. 6, pp. 1793–1803. <https://doi.org/10.1063/1.1702682>
15. Obratsov A. N., Pavlovsky I. Yu., Volkov A. P. Field electron emission in graphite-like films. *Tech. Phys.*, 2001, vol. 46, no. 11, pp. 1437–1443. <https://doi.org/10.1134/1.1418509>
16. Bobkov A. F., Davydov E. V., Zaitsev S. V., Karpov A. V., Kozodaev M. A., Nikolaeva I. N., Popov M. O., Skorokhodov E. N., Suvorov A. L., Cheblukov Yu. N. Some aspects of the use of carbon materials in field electronic emission cathodes. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 2001, vol. 19, iss. 1, pp. 32–38. <https://doi.org/10.1116/1.1340017>
17. Fursey G. N., Petrik V. I., Novikov D. V. Low-threshold field emission from carbon nanoclusters obtained by the method of cold destruction of graphite. *Tech. Phys.*, 2009, vol. 54, no. 7, pp. 1048–1052. <https://doi.org/10.1134/S1063784209070202>
18. Forbes R. G. Low-macroscopic-field electron emission from carbon films and other electrically nanostructured heterogeneous materials: Hypotheses about emission mechanism. *Solid-State Electronics*, 2001, vol. 45, no. 6, pp. 779–808. [https://doi.org/10.1016/S0038-1101\(00\)00208-2](https://doi.org/10.1016/S0038-1101(00)00208-2)
19. Forbes R. G. Exact analysis of surface field reduction due to field-emitted vacuum space charge, in parallel-plane geometry, using simple dimensionless equations. *J. Appl. Phys.*, 2008, vol. 104, iss. 8, art. 084303. <https://doi.org/10.1063/1.2996005et>
20. Forbes R. G., Xanthakis J. P. Field penetration into amorphous-carbon films: Consequences for field-induced electron emission. *Surf. Interface Anal.*, 2007, vol. 39, iss. 2–3, pp. 139–145. <https://doi.org/10.1002/sia.2477>
21. Voznyakovskiy A. P., Fursey G. N., Voznyakovskiy A. A., Polyakov M. A., Neverovskaya A. Yu., Zakirov I. I. Low-threshold field electron emission from two-dimensional carbon structures. *Tech. Phys. Lett.*, 2019, vol. 45, no. 5, pp. 467–470. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.09.47715.17705>
22. Fursey G. N., Polyakov M. A., Cantonistov A. A., Yafyasov A. M., Pavlov B. S., Bozhevolnov V. B. Field and explosive emissions from graphene-like structures. *Tech. Phys.*, 2013, vol. 83, no. 6, pp. 845–851. <https://doi.org/10.1134/S1063784213060121>
23. Eletsii A. V. Carbon nanotube-based electron field emitters. *Phys. Usp.*, 2010, vol. 53, no. 3, pp. 863–892. <https://doi.org/10.3367/UFNe.0180.201009a.0897>
24. De Jonge N., Bonard J.-M. Carbon nanotube electron sources and applications. *Philosophical Trans. Royal Soc. A*, 2004, vol. 362, iss. 1823, pp. 2239–2266. <https://doi.org/10.1098/rsta.2004.1438>
25. Hojati-Talemi P., Hawkins S., Huynh C., Simon G. P. Understanding parameters affecting field emission properties of directly spinnable carbon nanotube webs. *Carbon*, 2013, vol. 57, pp. 388–394. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2013.01.088>
26. Zeng B., Ren Z. Field Emission of Carbon Nanotubes. In: Shi D., ed. *Nano Science in Biomedicine*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009, pp. 586–617. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-49661-8\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-540-49661-8_23)
27. Léonard F. *The Physics of Carbon Nanotube Devices*. New York, William Andrew Inc., 2009. 310 p.
28. Arkhipov A., Davydov S., Gabdullin P., Gnuchev N., Kravchik A., Krel S. Field-Induced electron emission from nanoporous carbons. *J. Nanomaterials*, 2014, vol. 20014, art. 190232. <https://doi.org/10.1155/2014/190232>
29. Arkhipov A. V., Gabdullin P. G., Mishin M. V. On possible structure of field-induced electron emission centers of nanoporous carbon. *Fuller. Nanotub. Carbon Nanostruct.*, 2010, no. 1–2, pp. 86–91. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2010.490149>
30. Glukhova O. E., Slepchenkov M. M. Electronic properties of the functionalized porous glass-like carbon. *J. Phys. Chem. C*, 2016, vol. 120, iss. 31, pp. 17753–17758. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.6b05058>
31. Arkhipov A. V., Mishin M. V. Interpretation of dynamic and dc field-emission characteristics of nanocarbons in terms of two-stage emission model. *Fuller. Nanotub. Carbon Nanostruct.*, 2010, no. 1–2, pp. 75–80. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2010.490146>
32. Arkhipov A. V., Eidelman E. D., Zhurkin A. M., Osipov V. S., Gabdullin P. G. Low-field electron emission from carbon cluster films: Combined thermoelectric/hot-



- electron model of the phenomenon. *Fuller. Nanotub. Carbon Nanostruct.*, 2020, vol. 28, no. 4, pp. 286–294. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2019.1708727>
33. Arkhipov A. V., Gabdullin P. G., Gnuchev N. M., Emel'yanov A. Yu., Krel' S. I. Low-voltage field emission from carbon films produced by magnetron sputtering. *Tech. Phys. Lett.*, 2014, vol. 40, no. 12, pp. 1065–1068. <https://doi.org/10.1134/S1063785014120037>
  34. Dzbanovsky N. N., Minakov P. V., Pilyavsky A. A., Rakhimov A. T., Seleznev B. V., Suetin N. V., Yuryev A. Yu. High-current electron gun with a field-emission cathode and diamond grid. *Tech. Phys.*, 2005, vol. 50, no. 10, pp. 1360–1362. <https://doi.org/10.1134/1.2103286>
  35. Aban'shin N. P., Avetisyan Yu. A., Akchurin G. G., Loginov A. P., Morev S. P., Mosiyash D. S., Yakunin A. N. A planar diamond-like carbon nanostructure for a low-voltage field emission cathode with a developed surface. *Tech. Phys. Lett.*, 2016, vol. 42, no. 5, pp. 509–512. <https://doi.org/10.1134/S1063785016050175>
  36. Aban'shin N. P., Gorfinkel' B. I., Morev S. P., Mosiyash D. S., Yakunin A. N. Field emission structures of nanosized carbon with ionic protection structures. *Tech. Phys. Lett.*, 2014, vol. 40, no. 5, pp. 404–407. <https://doi.org/10.1134/S1063785014050022>
  37. Konakova R. V., Okhrimenko O. B., Svetlichnyi A. M., Ageev O. A., Volkov E. Yu., Kolomiitsev A. S., Jityaev I. L., Spiridonov O. B. Characterization of Field Emission Cathodes Based on Graphene Films on SiC. *Semiconductors*, 2015, vol. 49, no. 9, pp. 1242–1245. <https://doi.org/10.1134/S1063782615090146>
  38. Shesterkin V. I. Emission and operational characteristics of various type of field emission cathodes. *J. Comm. Tech. Electron.*, 2020, vol. 65, no. 1, pp. 1–26. <https://doi.org/10.31857/S0033849420010040>
  39. Stratton R. Theory of Field Emission from Semiconductors. *Phys. Rev.*, 1962, vol. 125, iss. 1, pp. 67–82. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.125.67>
  40. Murzin V. N., Mityagin Yu. A. Resonance tunneling, electric and optical phenomena in long-period semiconductor superlattices. *Phys. Usp.*, 1999, vol. 42, no. 4, pp. 396–399. <https://doi.org/10.1070/PU1999v042n04ABEH000459>
  41. Arseev P. I., Mantsevich V. N., Maslova N. S., Panov V. I. Tunneling features in semiconductor nanostructures. *Phys. Usp.*, 2017, vol. 60, no. 11, pp. 1067–1086. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.01.038055>
  42. He J., Cutler P. H. Generalization of Fowler–Nordheim field emission theory for nonplanar metal emitters. *Appl. Phys. Lett.*, 1991, vol. 59, iss. 13, pp. 1644–1648. <https://doi.org/10.1063/1.106257>
  43. Fursey G. N., Glazanov D. V. Deviations from the Fowler–Nordheim theory and peculiarities of field electron emission from small-scale objects. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 1998, vol. 16, iss. 2, pp. 910–915. <https://doi.org/10.1116/1.589929>
  44. Forbes R. G., Deane J. H. B. Reformulation of the standard theory of Fowler–Nordheim tunnelling and cold field electron emission. *Proc. Royal Soc. A*, 2007, vol. 463, iss. 2087, pp. 2907–2927. <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.0030>
  45. Forbes R. G. Physics of generalized Fowler–Nordheim-type equations. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 2008, vol. 26, iss. 2, pp. 788–793. <https://doi.org/10.1116/1.2827505>. S2CID 20219379
  46. Kyritsakis A., Xanthakis J. P. Derivation of a generalized Fowler–Nordheim equation for nanoscopic field-emitters. *Proc. Royal Soc. A*, 2015, vol. 471, iss. 2174, art. 20140811. <https://doi.org/10.1098/rspa.2014.0811>
  47. Robertson J. Diamond-like amorphous carbon. *Materials Science and Engineering R: Reports*, 2002, vol. 37, iss. 4–6, pp. 129–281. [https://doi.org/10.1016/S0927-796X\(02\)00005-0](https://doi.org/10.1016/S0927-796X(02)00005-0)
  48. Sunil D., Vankar V. D., Chopra K. L. Infrared and ellipsometric studies of amorphous hydrogenated carbon films. *J. Appl. Phys.*, 1991, vol. 69, iss. 6, pp. 3719–3722. <https://doi.org/10.1063/1.348464>
  49. Dmitriev V. K., Il'ichev E. A., Kirpilenko G. G., Petrukhin G. N., Rychkov G. S., Frolov V. D. Characteristics of amorphous silicon-carbon and metal-silicon-carbon films, areas of possible applications. Review. *Proc. Universities. Electronics*, 2023, vol. 28, no.1, pp. 24–48 (in Russian). <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2023-28-1-24-48>
  50. Giubileo F., Di Bartolomeo A., Lemmo L., Luongo G., Urban F. Field Emission from Carbon Nanostructures. *Appl. Sci.*, 2018, vol. 8, iss. 4, art. 526. <https://doi.org/10.3390/app8040526>
  51. Sun J. P., Haddad G. I., Mazumder P., Schulman J. N. Resonant tunneling diodes: Models and properties. *Proc. IEEE*, 1998, vol. 86, no. 4, pp. 641–660. <https://doi.org/10.1109/5.663541>
  52. Elesin V. F. Theory of coherent generation in resonant-tunneling diodes. *JETP*, 1999, vol. 89, no. 8, pp. 377–383. <https://doi.org/10.1134/1.558994>
  53. Klusdahl N. C., Krizan A. M., Ferry D. K. Self-consistent study of the resonant-tunneling diode. *Phys. Rev. B*, 1989, vol. 39, iss. 11, art. 7720. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.39.7720>
  54. Pinaud O. Transient simulations of a resonant tunneling diode. *J. Appl. Phys.*, 2002, vol. 92, iss. 4, pp. 1987–1994. <https://doi.org/10.1063/1.1494127>
  55. Mennemann J. F., Jungel A., Kosina H. Transient Schrodinger-Poisson Simulations of a High-Frequency Resonant Tunneling Diode Oscillator. *J. Comput. Phys.*, 2013, vol. 239, pp. 187–205. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2012.12.009>
  56. Grishakov K. S., Elesin V. F. Transition times between the extremum points of the current–voltage characteristic of a resonant tunneling diode with hysteresis. *Semiconductors*, 2016, vol. 50, no. 8, pp. 1092–1096. <https://doi.org/10.1134/S1063782616080121>
  57. Davidovich M. V. Time-dependent resonant tunneling in a double-barrier diode structure. *JETP Lett.*, 2019, vol. 110, no. 7, pp. 472–480. <https://doi.org/10.1134/S0370274X19190068>
  58. Spindt C. A. Physical properties of thin-film field emission cathodes with molybdenum cones. *J. Appl. Phys.*,



- 1976, vol. 47, iss. 12, pp. 5248–5263. <https://doi.org/10.1063/1.322600>
59. Dyke W. P., Trolan J. K. Field emission: Large current densities, space charge, and the vacuum arc. *Phys. Rev.*, 1953, vol. 89, iss. 4, pp. 799–808. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.89.799>
60. Everhart T. E. Simplified analysis of point-cathode electron sources. *J. Appl. Phys.*, 1967, vol. 38, iss. 13, pp. 4944–4957. <https://doi.org/10.1063/1.1709260>
61. Smith R. C., Forrest R. D., Carey J. D., Hsu W. K., Silva S. R. P. Interpretation of enhancement factor in non-planar field emitters. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, vol. 87, iss. 1, art. 013111. <https://doi.org/10.1063/1.1989443>
62. Forbes R. G. Description of field emission current/voltage characteristics in terms of scaled barrier field values (f-values). *J. Vacuum Sci. Technol. B*, 2008, vol. 26, iss. 1, pp. 209–213. <https://doi.org/10.1116/1.2834563>
63. Cabrera H., Zanin D. A., De Pietro L. G., Michaels Th., Thalmann P., Ramsperger U., Vindigni A., Pescia D. Scale invariance of a diodelike tunnel junction. *Phys. Rev. B*, 2013, vol. 87, iss. 11, art. 115436. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.87.115436>
64. Davidovich M. V. Peculiarities of Vacuum Resonant Tunneling at One- and Two-Well Barrier Potentials. *Tech. Phys.*, 2022, vol. 67, no. 9, pp. 361–375. <https://doi.org/10.1134/S1063784222060019>
65. Jensen K. L. General thermal-field emission equation. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, vol. 88, art. 154105. <https://doi.org/10.1063/1.2193776>
66. Liang S.-D. Theory of field emission. *Europ. Phys. J. B*, 2018, vol. 91, art. 182. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2018-90181-x>
67. Herring C., Nichols M. Thermionic Emission. *Rev. Mod. Phys.*, 1949, vol. 21, no. 2, pp. 185–270. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.21.185>
68. Murphy E. L., Good R. H. Thermionic Emission, Field Emission, and the Transition Region. *Phys. Rev.*, 1956, vol. 102, iss. 6, pp. 1464–1473. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.102.1464>
69. Davidovich M. V. High-current field emission nanostructure with a ribbon beam. *Tech. Phys. Lett.*, 2024, vol. 50, no. 8, pp. 22–25. <https://doi.org/10.61011/PJTF.2024.16.58533.19626>
70. Fitting H.-J., Hingst Th., Schreiber E. Breakdown and high-energy electron vacuum emission of MIS-structures. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1999, vol. 32, pp. 1963–1970. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/32/16/303>

Поступила в редакцию 05.05.2024; одобрена после рецензирования 06.05.2025;  
принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 05.05.2024; approved after reviewing 06.05.2025;  
accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 277–287

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 277–287

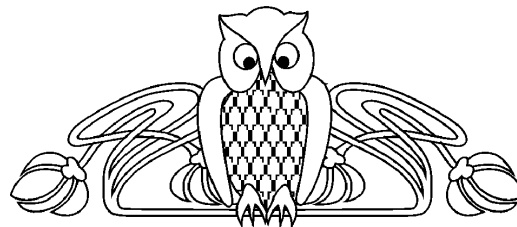
<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-277-287>, EDN: EXCZHP

Научная статья

УДК 517.9:621.372

## Определение структуры связей в хаотических и стохастических системах при помощи нейронной сети



А. В. Шабунин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов,  
ул. Астраханская, д. 83

Шабунин Алексей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики, [shabuninav@sgu.ru](mailto:shabuninav@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3495-9418>, AuthorID: 34839

**Аннотация.** Работа посвящена исследованию алгоритма определения связанности ансамбля хаотических систем с шумом при помощи искусственных нейронных сетей (ИНС). Метод основан на определении причинности по Грэнджеру и использовании искусственных нейронных сетей прямого распространения, обучаемых с регуляризацией. В качестве исследуемой системы выбран ансамбль из двух связанных кубических отображений с диффузионной однонаправленной и взаимной связями. Рассматривается применимость алгоритма как для строго детерминированной системы, так и для системы с аддитивным гауссовым шумом небольшой интенсивности. Результаты показали возможность использования ИНС для выявления степени влияния подсистем друг на друга, а также для оценки величины коэффициентов связи. При этом, шум небольшой интенсивности практически не влияет на результаты измерений. Более того, шум может играть конструктивную роль, позволяя определять связанность в тех случаях, когда в «чистых» системах измерения становятся невозможными, например, в режиме синхронизации хаоса или в случае регулярных режимов.

**Ключевые слова:** нелинейная динамика, ансамбли хаотических систем, определение связанности, искусственные нейронные сети

**Для цитирования:** Шабунин А. В. Определение структуры связей в хаотических и стохастических системах при помощи нейронной сети // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 277–287. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-277-287>, EDN: EXCZHP

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Determining the structure of couplings in chaotic and stochastic systems using a neural network

A. V. Shabunin

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Alexey V. Shabunin, [shabuninav@sgu.ru](mailto:shabuninav@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3495-9418>, AuthorID: 34839

**Abstract. Subject and Objectives:** The purpose of this work is development and research of an algorithm for determining the structure of couplings of an ensemble of chaotic self-oscillating systems with and without noise, which is based on artificial neural networks (ANN). Ensembles of two cubic maps with diffusive unidirectional and mutual couplings are the systems under study. **Materials and Methods:** The method is based on the determination of causality by Granger and the use of direct propagation artificial neural networks trained with regularization. **Results:** The applicability of the algorithm has been considered both for a strictly deterministic system and for a system with low-intensity additive Gaussian noise. The results have shown the possibility of using ANN to identify the degree of influence of the subsystems on each other, as well as to assess the magnitude of the coupling coefficients. At the same time, low-intensity noise demonstrates a minor effect on the measurement results. Moreover, noise can play a constructive role, allowing to determine the connectivity in the cases where measurements become impossible in “pure” systems, for example, in the chaos synchronization mode or in the case of regular modes. **Discussion and Conclusions:** Although the method has shown its effectiveness for simple mathematical models, its applicability for real systems depends on a number of factors, such as sensitivity to external noise, distortion of the waveforms, the dimension of the array etc. These questions require additional research.

**Keywords:** nonlinear dynamics, ensembles of chaotic systems, determination of connectivity, artificial neural networks

**For citation:** Shabunin A. V. Determining the structure of couplings in chaotic and stochastic systems using a neural network. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 277–287 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-277-287>, EDN: EXCZHP

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



## Введение

Одной из интересных и важных для практики научных проблем является задача выявления величины и направления связей между взаимодействующими системами по генерируемыми ими сигналам – *определение связанности*. Для ее решения используется ряд методов, наиболее известный из которых основан на расчете *причинности по Грэнджеру* (ПГ) [1, 2]. Метод ПГ позволяет определить, влияет ли система  $P$  на систему  $Q$  посредством построения прогноза поведения последней, как при учете динамики  $P$ , так и без нее. Очевидно, что, если  $P$  воздействует на  $Q$ , учет ее состояния должен сделать прогноз поведения  $Q$  более точным. Таким образом, для определения ПГ строятся два фильтра-предсказателя:

$$Q(n+1) = f(Q(n)P(n)), \quad (1)$$

$$Q(n+1) = g(Q(n)). \quad (2)$$

По состоянию в текущий  $n$ -ый ( $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ ) момент дискретного времени фильтры (1), (2) прогнозируют состояние  $Q$  в следующий, в  $(n+1)$ -й, момент. Для количественной оценки прогноза используют усредненную среднеквадратичную ошибку предсказания:  $\varepsilon = \sqrt{\langle |\bar{Q}(n) - Q(n)|^2 \rangle}$ , где  $\bar{Q}(n)$  – предсказанное значение. Соответственно, степень влияния  $P$  на  $Q$  можно оценить по уменьшению  $\varepsilon$  при переходе от (2) к (1) [3]. Расчет причинности по Грэнджеру, а также его модификации, использовался для определения связанности как для реальных [4–10], так и модельных [11–13] систем. Наличие множества разнообразных методов, а также дискуссия об их применимости [14], свидетельствуют о том, что задача построения надежного и работоспособного алгоритма определения связанности остается актуальной и в настоящее время.

В качестве инструмента для определения ПГ можно использовать искусственную нейронную сеть [15, 16]. Например, можно обучить ИНС предсказывать динамику рассматриваемой системы  $Q$ , то есть заставить ее работать в качестве фильтров  $f$  и  $g$  системы (1) – (2). Способность ИНС прямого распространения к подобным задачам хорошо известна [17–20]. Кроме того, ИНС обладает собственной сетевой структурой, которая будучи вначале полносвязной, может меняться в ходе обучения, подстраиваясь под структуру связей ансамбля и выявляя тем самым последнюю. Подобная идея была предложена ранее в работе [21]. Она основана на известной в теории

ИНС процедуре обучения с регуляризацией [15]. Метод регуляризации был разработан А. Н. Тихоновым [22] и получил широкое применение в задачах оптимизации. Суть его заключается во введении т. н. «штрафа за сложность» сети, который обеспечивает «обнуление» ненужных синаптических коэффициентов. Тем самым удаляются «лишние» связи и остаются лишь те, что необходимы для ее правильного функционирования. В работе данный способ был применен к задаче определения связанности в ансамбле логистических отображений [23]. В настоящем исследовании мы используем его для определения связанности в системе кубических отображений с шумом. Последние характеризуются более сложной динамикой, сочетающей хаотические колебания вокруг неподвижных точек со случайными перескоками между ними.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим сеть из  $N$  идентичных хаотических подсистем с дискретным временем, в которую добавлены источники аддитивного гауссового шума:

$$x_i(n+1) = f(x_i(n)) + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}(f(x_j(n)) - f(x_i(n))) + \sigma \xi_i(n). \quad (3)$$

Здесь  $x_i(n)$  – вещественная динамическая переменная, описывающая состояние  $i$ -ой подсистемы ( $i = 1, \dots, N$ ) в момент времени  $n$ ,  $f$  – функция, задающая его индивидуальную динамику, коэффициенты  $\gamma_{ij} \geq 0$  определяют интенсивности связей между отображениями,  $\xi_i(n)$  – источники нормального шума интенсивности  $\sigma$ . Введем также ограничение максимальной силы связей, действующей на каждый элемент ансамбля:  $\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \leq 1$ . Данный тип связей называется *диффузионным* (см. [24, 25]).

Систему уравнений (3) удобно переписать в матрично-векторной форме:

$$x(n+1) = Mf(x(n)) + \sigma \xi(n), \quad (4)$$

где  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  и  $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N]^T$  – вектор-столбцы (индекс  $T$  означает транспонирование),  $f(x)$  – вектор-функция, действующая по правилу:  $f_i = f(x_i)$ ,  $M$  – общая матрица связей ансамбля (квадратная  $N \times N$  матрица с диагональными коэффициентами  $M_{ii} = 1 - \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}$  и недиагональными компонентами  $M_{ij} = \gamma_{ij}$ ). Заметим, что сумма коэффициентов каждой строки  $M$  равна единице. Расчет  $M$  по наблюдаемому





сигналу  $x(n)$  и является целью определения связанности ансамбля (4).

## 2. Алгоритм определения связанности

Алгоритм определения структуры связей при помощи ИНС был подробно рассмотрен в работе [23]. Здесь мы дадим его краткое описание. В основе алгоритма лежит процедура обучения с учителем [15] двухслойной ИНС прямого распространения с функцией активации первого слоя  $\phi(x) = \text{th}(x)$  и линейным выходным слоем (рис. 1). Уравнение такой сети имеет вид:

$$y = w\phi(WX + B) + b, \quad (5)$$

где  $y$  – скалярный выходной сигнал,  $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$  –  $N$ -мерный вектор входного сигнала,  $W$  и  $w$  –  $m \times N$  и  $1 \times m$  матрицы весовых (синаптических) коэффициентов нейронов первого и второго слоев, соответственно,  $m$ -мерный вектор  $B$  и скаляр  $b$  – значения их порогов. Входная размерность  $N$  совпадает с числом отображений ансамбля (3), в то время как размерность скрытого слоя  $m$  может быть выбрана произвольной и определяется сложностью задачи. В данном исследовании используется то же значение  $m = 10$ , как и в [23].

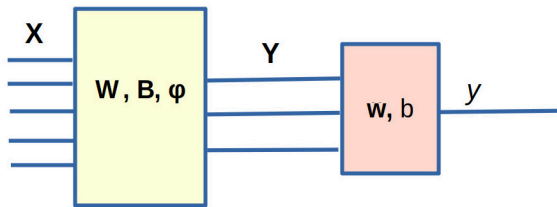


Рис. 1. Схема двухслойной нейронной сети (цвет онлайн)  
Fig. 1. Diagram of a two-layer neural network (color online)

Для определения коэффициентов матрицы  $M$  ансамбля (3) используется метод обучения ИНС с регуляризацией. Данный метод традиционно применяется для борьбы с переобучением сетей [15, 16], однако здесь он используется для другой цели – упрощения структуры сети так, чтобы последняя стала соответствовать структуре связей в ансамбле (4). Основной целью обучения является предсказание динамики  $l$ -го отображения на один шаг вперед. Поэтому обучающее множество формируется из векторов  $X(n)$  и целевых значений  $x_l(n+1)$ ; последние представляют собой состояние  $l$ -го узла в последующий момент времени. Дополнительной целью обучения является оптимизация (упрощение) структуры самой

ИНС. Суть обучения заключается в подстройке параметров сети, минимизирующей целевую функцию:

$$\Phi_l = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} (y(n) - x_l(n+1))^2 + r \left( \sum_{k=1}^m w_{1k}^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N w_{ij}^2 \right). \quad (6)$$

Первое слагаемое (6) есть средний квадрат ошибок предсказания динамики  $l$ -го узла за время  $K$ . Второе – «штраф за сложность» структуры используемой ИНС, в качестве которого берется сумма квадратов всех ее синаптических коэффициентов; весовой коэффициент  $r \geq 0$  называют коэффициентом регуляризации.

Целевая функция (6) служит одновременно выполнению двух задач: (а) предсказать динамику отображений и (б) использовать для этого максимально упрощенную структуру сети. Для решения второй задачи «лишние» синаптические связи должны быть отключены (т. е. установлены в ноль). После их «обнуления» в ходе обучения, значения синаптических коэффициентов скрытого слоя  $W_{ij}$  позволяют диагностировать величину и направление связей между узлами исследуемого ансамбля. Следуя [23], для количественного определения степени влияния  $j$ -го осциллятора на предсказание динамики  $l$ -го рассчитаем среднеквадратичное значение коэффициентов  $j$ -го столбца:

$$s_{lj} = \frac{1}{m} \sqrt{\sum_{k=1}^m w_{kj}^2}, \quad (7)$$

которое нормируем на сумму таких значений для всех столбцов:

$$S_{lj} = \frac{s_{lj}}{\sum_{i=1}^N s_{li}}. \quad (8)$$

Полученные величины  $S_{lj}$  будем называть коэффициентами влияния  $j$ -го узла на  $l$ -й, а составленную из них матрицу  $S$  – матрицей влияния, служащую для диагностики матрицы связей  $M$ .

Таким образом, метод диагностирования структуры связей ансамбля отображений предполагает следующие действия.

1. Создается ИНС, структура которой изображена на рис. 1, со входной размерностью, равной числу элементов ансамбля  $N$  и числом нейронов скрытого слоя  $m = 10$ .

2. Коэффициенты сети инициализируются случайными значениями.

3. Для обучения ИНС формируется обучающее множество из  $K = 5000$  векторов  $\{X^{(n)}\}_{n=0}^{K-1}$ ,



каждый из которых представляет собой отображение всего ансамбля в  $n$ -ый момент времени:  $X^{(n)} = x(n)$ .

4. Для выбранного  $l$  формируется множество целевых значений  $\left\{d_l^{(n)}\right\}_{n=0}^{K-1}$ , так что

$$d_l^{(n)} = x_l(n+1).$$

5. Проводится обучение сети с регуляризацией, основанной на целевой функции (6).

6. Для идентификации связей согласно (8) рассчитывается  $l$ -ая строка матрицы влияния  $S$ .

Пункты (4) – (6) выполняются для каждого  $l = 1, \dots, N$ . В итоге получаем все коэффициенты матрицы влияния  $S$ .

Заметим, что, как следует из (8), сумма коэффициентов каждой строки матрицы  $S$  равна единице (также как и у матрицы  $M$ ). Поэтому лишь  $N - 1$  из ее коэффициентов является независимыми. В качестве таковых естественно использовать недиагональные коэффициенты, поскольку именно они характеризуют связанность. Кроме того, поскольку метод расчета базируется на случайных начальных значениях коэффициентов ИНС, он будет давать случайные результаты, обработка которых требует использование статистических методов (подобные методы называют *стохастическим обучением*).

### 3. Исследуемые отображения

Выберем в качестве элемента ансамбля (3) кубическое отображение, задаваемое уравнением:

$$x(n+1) = (\alpha - 1)x(n) - \alpha x^3(n), \quad (9)$$

где  $\alpha \in [0.4]$  – параметр,  $x(n) \in (-1.1)$ . Напомним вкратце свойства этого отображения, исследованные в ряде работ (см., например, [26]). Уравнение (9) представляет собой автоколебательную систему, демонстрирующую каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся переходом к хаосу. Кроме того, в отличие от логистического отображения, рассматривавшегося в [23], уравнение (9) обладает симметрией относительно преобразования координат  $x \leftrightarrow -x$ , что обуславливает возможность появления в его фазовом пространстве пар симметричных друг другу аттракторов, то есть бистабильность. Последняя проявляется в интервале  $2 < \alpha < 3.6$ , где система демонстрирует каскады бифуркаций удвоения периода на базе симметричных друг другу неподвижных точек:

$$C_{1,2} : x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\alpha - 2}{\alpha}}.$$

В результате, при  $\alpha \simeq 3.3$  в фазовом пространстве возникает пара симметричных друг другу одноленточных хаотических аттракторов  $A_{1,2}$ . При  $\alpha \simeq 3.6$  оба хаотических аттрактора объединяются в один ( $A_0$ ), завершая тем самым этап бистабильности.

Режим объединенного хаотического аттрактора при  $\alpha = 3.65$  был выбран в качестве отправной точки исследований. Он качественно отличается от хаоса в логистических отображениях, поскольку динамика объединенного аттрактора сочетает два вида движения: хаотические колебания вокруг  $C_1$  и  $C_2$  и случайные «перескоки» между ними. Типичный вид такой траектории показан на рис. 2.

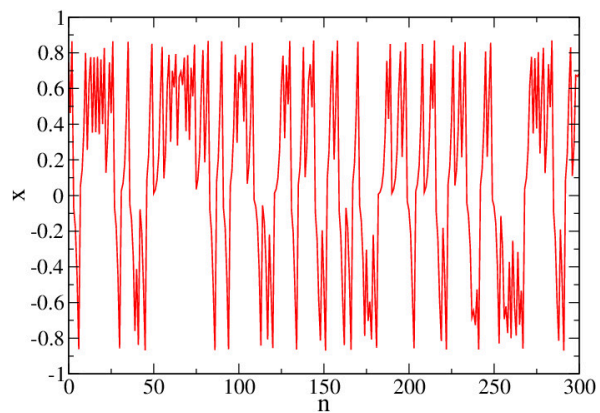


Рис. 2. Временная реализация, демонстрируемая кубическим отображением при  $\alpha = 3.65$  (цвет онлайн)

Fig. 2. Time series demonstrated by a cubic map at  $\alpha = 3.65$  (color online)

Необходимо отметить, что при объединении кубических отображений в ансамбль (3) режим колебаний помимо значения  $\alpha$  будет определяться также матрицей  $M$ . Соответственно, при определенных связях он может смениться с хаотического на регулярный. Такие случаи требуют особого рассмотрения.

### 4. Ансамбль с однонаправленной связью

Протестируем описанный разделе (3) алгоритм на наиболее простом примере – ансамбле из двух отображений с однонаправленной связью:

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= f(x_1(n)) + \sigma \xi_1(n), \\ x_2(n+1) &= f(x_2(n)) + \\ &+ \gamma(f(x_1(n)) - f(x_2(n))) + \sigma \xi_2(n), \end{aligned} \quad (10)$$

Матрица связей для системы (10) имеет вид:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \gamma & 1 - \gamma \end{bmatrix}. \quad (11)$$



Значения параметра связи  $\gamma$  ограничим диапазоном от 0 до 0.5.

При выбранном параметре  $\alpha = 3.65$  во всем рассматриваемом интервале  $0 \leq \gamma \leq 0.5$  система (10) демонстрирует режим развитого хаоса. Однако, свойства этого хаоса зависят от  $\gamma$ , поскольку связь между подсистемами приводит к синхронизации колебаний. Так, при слабой связи фазовые портреты представляют собой хаотические множества точек, более или менее однородно заполняющие квадрат со сторонами от  $-0.9$  до  $0.9$  (рис. 3, а). С ростом связи, равномерность заполнения нарушается и они начинают стягиваться к диагонали  $x_1 = x_2$ , что свидетельствует о частичной синхронизации между отображениями (рис. 3, б). Наконец, при связи  $\gamma \approx 0.495$  наблюдается режим почти полной синхронизации хаоса, нарушаемый лишь отдельными «выбросами»

в сторону от диагонали (рис. 3, в). Полная синхронизация реализуется при  $\gamma \geq 0.499$ .

**Детерминированная система** ( $\sigma = 0$ ). Применим описанную в разделе (3) методику для колебательного режима при  $\gamma = 0.1$  (см. рис. 3, б). Для этого проведем несколько повторяющихся попыток обучения ИНС и рассчитаем по формулам (7), (8) коэффициенты  $S_{12}$  и  $S_{21}$ . Графики, построенные по результатам расчетов, приведены на рис. 4, а. Видно, что  $S_{ij}$  представляют собой случайные флуктуации небольшой интенсивности относительно средних значений. Построенные для них функции плотности вероятности  $p_{ij}(S_{ij})$  (рис. 4, б) несимметричны и имеют выраженный резонансный характер с резкими максимумами в точках  $\bar{S}_{ij} = \arg(\max(p_{ij}))$ . Последние будут использованы далее в качестве оценок для  $S_{ij}$ .

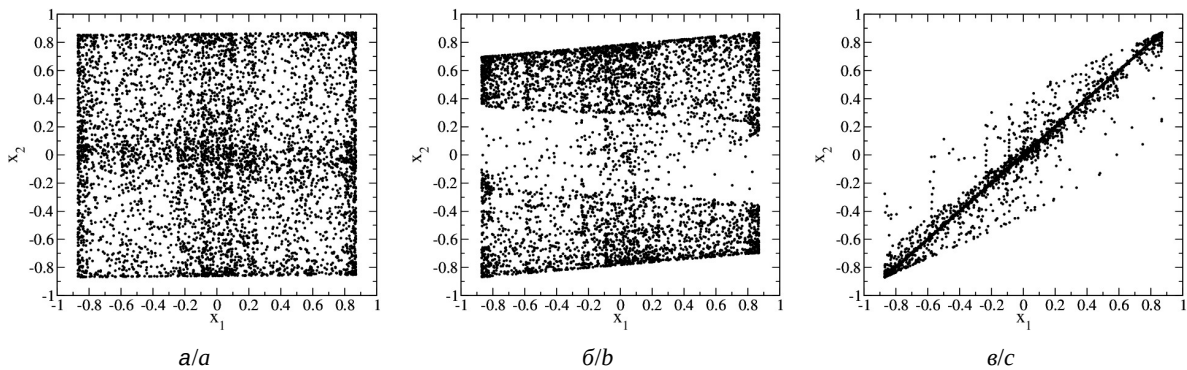


Рис. 3. Фазовые портреты системы (10) для значений  $\alpha = 3.65$  и  $D = 0$  при  $\gamma = 0$  (а),  $\gamma = 0.1$  (б),  $\gamma = 0.49$  (в)

Fig. 3. Phase portraits of the system (10) at  $\alpha = 3.65$ ,  $D = 0$  for  $\gamma = 0$  (a),  $\gamma = 0.1$  (b),  $\gamma = 0.49$  (c)

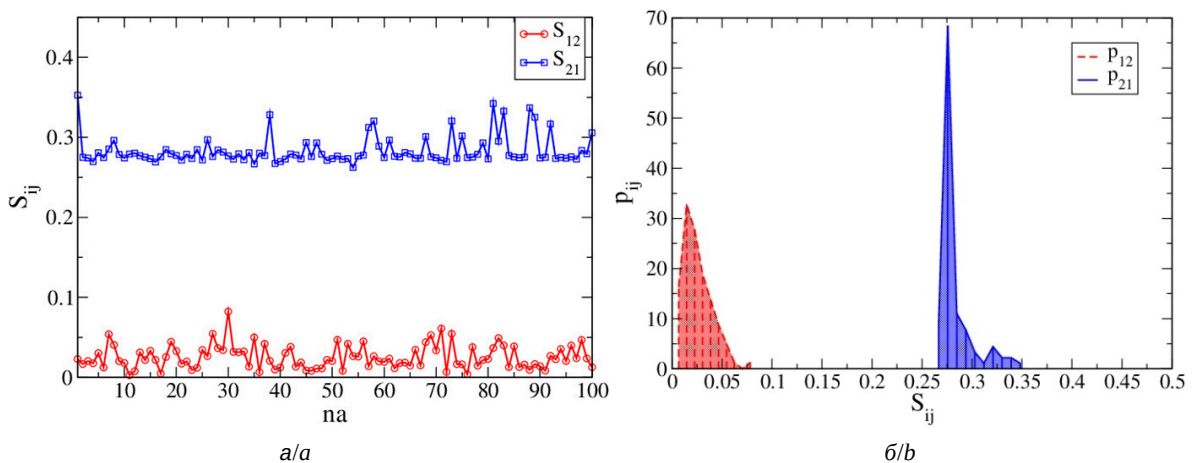


Рис. 4. Зависимость коэффициентов влияния  $S_{ij}$  от номера попытки обучения  $na$  (а); графики плотности вероятности для этих коэффициентов (б) (цвет онлайн)

Fig. 4. Dependence of the influence coefficients  $S_{ij}$  on the number of training attempts  $na$  (a); probability density graphs for the same coefficients (b) (color online)



Вычисленные по итогам обучения ИНС для  $\gamma = 0.1$  коэффициенты влияния для системы (10) образуют матрицу:

$$S = \begin{bmatrix} 0.985 & 0.015 \\ 0.275 & 0.725 \end{bmatrix}.$$

Она качественно соответствует матрице связей  $M$  ансамбля (11), так как значение  $\bar{S}_{12} \ll \bar{S}_{21}$ . Что касается количественной взаимосвязи между  $S$  и  $M$ , то она будет рассмотрена далее.

Применим ту же методику для оценки коэффициентов матрицы влияния при других значениях связи. Графики полученных зависимостей  $\bar{S}_{12}(\gamma)$  и  $\bar{S}_{21}(\gamma)$  представлены на рис. 5, а. Как видно из графиков, условие малости коэффициента  $\bar{S}_{12}$ , которое может служить критерием работоспособности алгоритма, выполняется для всех значений параметра связи, вплоть до  $\gamma \simeq 0.495$ , после чего происходит резкий скачок до  $\bar{S}_{12} \simeq 0.5$ . Скачок происходит в точке перехода к режиму полной синхронизации хаоса и, очевидно, связан с этим явлением. В остальном диапазоне  $\gamma$  значение  $\bar{S}_{12}$  колеблется на уровне одного-двух процентов. Что касается коэффициента  $\bar{S}_{21}(\gamma)$ , то он демонстрирует плавное и монотонное возрастание от нуля до 0.5, имеющее внешнее сходство со степенной зависимостью:  $\bar{S}_{21}(\gamma) = A\gamma^z$ , где  $z < 1$ .

При аппроксимации методом наименьших квадратов получаем значения неизвестных коэффициентов:  $A \simeq 0.65$ ,  $z = \frac{1}{3}$ . Полученная таким образом аппроксимирующая функция имеет вид:

$$\bar{S}_{21} \simeq 0.65\sqrt[3]{\gamma}, \quad (12)$$

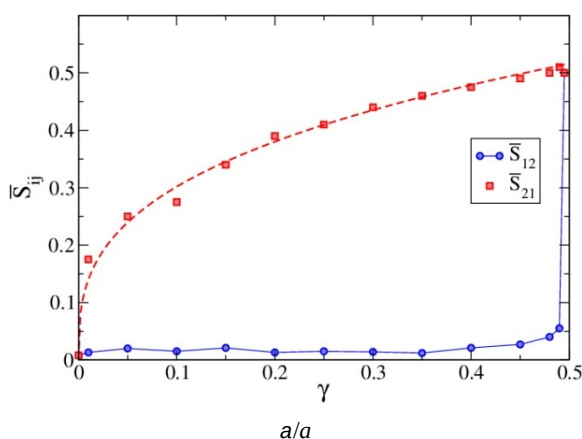


график которой отображается на рис. 5, б штриховой линией. Из нее нетрудно получить формулу для экспериментальной оценки  $\tilde{\gamma}$ :

$$\tilde{\gamma} \simeq 3.64\bar{S}_{21}^3. \quad (13)$$

Ее точность можно оценить по графику  $\tilde{\gamma}(\gamma)$ , построенному на рис. 5, б. Формула (13) определяет соотношение между  $\bar{S}_{21}$  и  $M_{21}$ . Если распространить ее для оценки других недиагональных коэффициентов матрицы  $M$ , то рассчитанное из  $\bar{S}_{12}$  значение  $M_{12}$  в интервале  $0 \leq \gamma \leq 0.48$  оказывается меньшим  $10^{-4}$ .

Сопоставление выражения (12) с результатами, полученными в работе для логистических отображений [23], позволяет заключить, что в обоих случаях экспериментальные зависимости хорошо аппроксимируются степенными функциями, однако, значение показателей для разных систем различаются. Что касается связанных кубических отображений, то соотношение (13) выполняется не только для выбранного  $\alpha = 3.65$ , но и для других значений параметра, соответствующих режиму развитого хаоса. Например, при  $\alpha = 3.9$  и  $\gamma = 0.1$  расчетные значения коэффициентов влияния равны  $\bar{S}_{12} \simeq 0.005$ ,  $\bar{S}_{21} \simeq 0.31$ , что дает оценку коэффициента связи  $\tilde{\gamma} \simeq 0.11$ , близкую к истинному значению.

**Стохастическая система.** Полученные в предыдущем разделе результаты относятся к чисто детерминированной системе с хаотической динамикой. Насколько они изменяться при наличии в системе (10) внутреннего шума? Для рассмотрения этого вопроса проведем исследования  $S_{ij}(\gamma)$  при тех же параметрах и  $\sigma = 0.02$ .

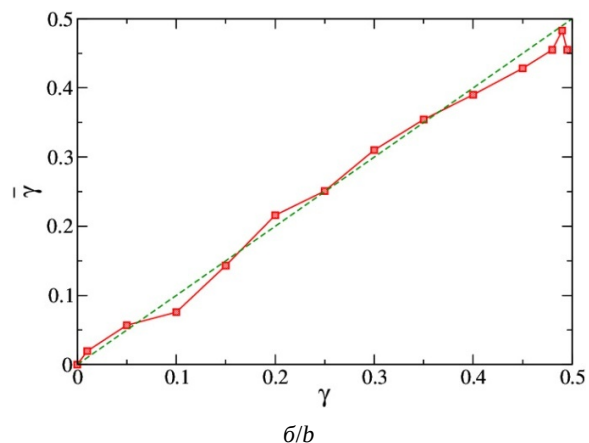


Рис. 5. Зависимости  $\bar{S}_{12}(\gamma)$  и  $\bar{S}_{21}(\gamma)$  для системы (10) (а); график зависимости оценки коэффициента связи по формуле (13) от его истинного значения (б) (цвет онлайн)

Fig. 5. Graphs  $\bar{S}_{12}(\gamma)$  and  $\bar{S}_{21}(\gamma)$  for the system (10) (a); graph of the dependence of the estimate of the coupling coefficient obtained by the formula (13) from its true value (b) (color online)





Данная амплитуда шума примерно на порядок меньше величины хаотического сигнала, поэтому его можно полагать шумом средней интенсивности. При  $\sigma \geq 0.03$  происходит быстрый уход траектории на бесконечность, что делает измерения невозможными.

Результаты расчетов для стохастической системы представлены на рис. 6, где значения коэффициентов  $\bar{S}_{12}$  и  $\bar{S}_{21}$  отмечены значками «+» и «\*», соответственно. Для сравнения на том же рисунке сплошными линиями отображены значения коэффициентов для системы без шума, взятые с рис. 3, а. Из сопоставления графиков видно, что в интервале  $0 \leq \gamma < 0.495$  шум практически не влияет на значения коэффициента  $S_{12}$ . Существенное влияние наблюдается лишь при  $\gamma \geq 0.495$ , то есть в области полной синхронизации хаоса. Здесь в «чистой» системе правильная оценка связанности невозможна, однако, наличие шума позволяет ее провести. Причина этого очевидна: шум разрушает режим полной синхронизации хаоса, при котором  $x_1 = x_2$ , позволяя тем самым успешно применить данный алгоритм. Таким образом, умеренная стохастичность системы не мешает, а даже помогает работе настоящего метода.

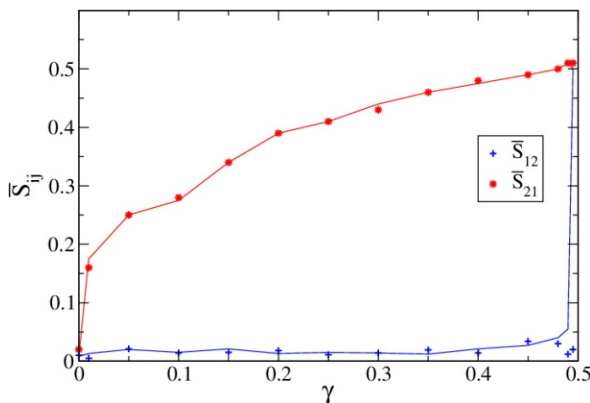


Рис. 6. Зависимость  $\bar{S}_{12}(\gamma)$  и  $\bar{S}_{21}(\gamma)$  для системы (10) при наличии шума с интенсивностью  $\sigma = 0.02$  (цвет онлайн)

Fig. 6. Dependence  $\bar{S}_{ij}(\gamma)$  for the system (10) in the presence of noise with intensity  $\sigma = 0.02$  (color online)

## 5. Ансамбль с двунаправленными связями

Будем рассматривать двунаправленное взаимодействие хаотических отображений:

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= f(x_1(n)) + \gamma_{12}(f(x_1(n)) - f(x_2(n))) + \sigma \xi_1(n) \\ x_2(n+1) &= f(x_2(n)) + \gamma_{21}(f(x_1(n)) - f(x_2(n))) + \sigma \xi_2(n), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\gamma_{12}$  – коэффициент воздействия второго отображения на первое, а  $\gamma_{21}$  – коэффициент воздействия первого на второе. Матрица связей для данной системы имеет вид:

$$M = \begin{bmatrix} 1 - \gamma_{12} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & 1 - \gamma_{21} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Система (14) имеет более богатую динамику, чем (10). При том же  $\alpha = 3.65$  в зависимости от параметров связи можно получить множество как регулярных (периодических), так и хаотических режимов. Периодические режимы не позволяют использовать данный алгоритм, поскольку задача предсказания для них решается тривиальным образом. Поэтому, при отсутствии шума можно использовать только те значения параметров связи, что соответствуют хаотическим колебаниям.

Рассмотрим диагностику связанности ансамбля (14) в условия хаоса. Выберем значения связей:  $\gamma_{12} = 0.1$  и  $\gamma_{21} = 0.3$ , соответствующие режиму объединенного хаоса, фазовый портрет которого показан на рис. 7, а. Несмотря на различия с фазовыми портретами на рис. 3, между ними имеется существенное качественное сходство. Поэтому, можно ожидать, что для данного режима алгоритм окажется работоспособным. Действительно, расчет коэффициентов  $S_{ij}$ , проведенный в соответствии с ранее описанной процедурой, дает значения, флуктуирующие вокруг  $\bar{S}_{12} \simeq 0.28$  и  $\bar{S}_{21} \simeq 0.41$ ; при этом их функции распределения (рис. 8, а), имеют резко выраженный резонансный характер. При использовании формулы (13) получаем оценку коэффициентов связей:  $\tilde{\gamma}_{12} \simeq 0.08$  и  $\tilde{\gamma}_{21} \simeq 0.25$ , достаточную близкую к истинным значениям. При этом добавление в систему небольшого шума ( $\sigma \leq 0.03$ ) почти не меняет полученные результаты.

Как уже было сказано выше, регулярная динамика взаимодействующих систем не позволяет использовать метод причинности по Грэнджеру. Однако, если в системе присутствует шум, то колебания подсистем становятся аperiodическими и можно произвести обучение ИНС. Будет ли работать метод в этом случае? Выберем значения связей, при которых система (14) демонстрирует какой-либо регулярный режим. Например, при  $\gamma_{12} = 0.1$  и  $\gamma_{21} = 0.2$  фазовый портрет представляет собой цикл периода два (см. рис. 7, б). Если при указанных значениях связей добавить в систему небольшой шум ( $\sigma = 0.02$ ), то колебания перестанут быть регулярными, и фазовый портрет (рис. 7, б) будет представлять набор точек, случайно расположенных в окрестности



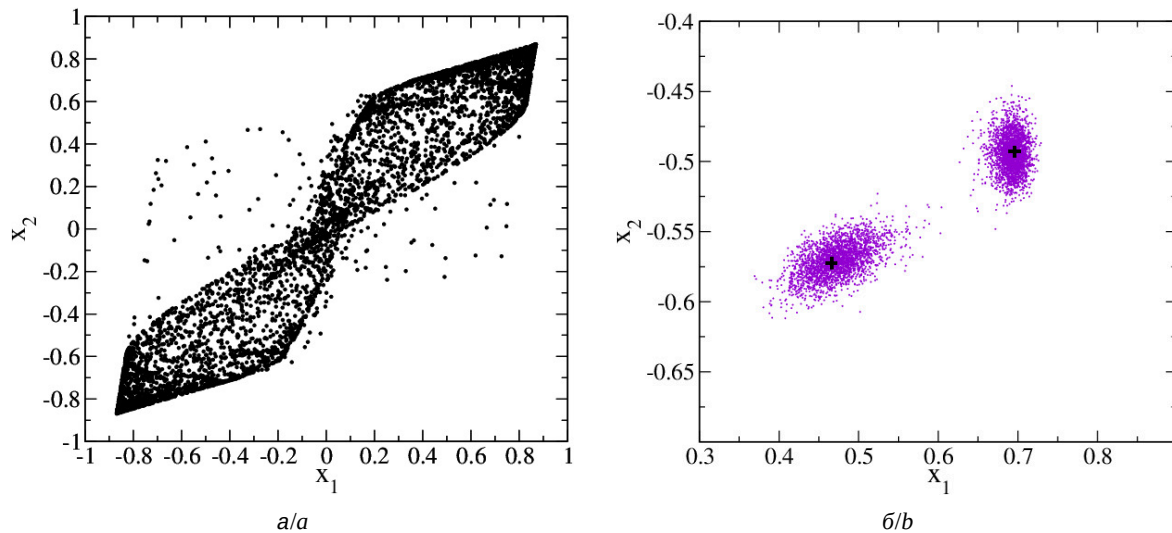


Рис. 7. Фазовые портреты системы (14) ( $\alpha = 3.65$ ) для:  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.3$ ,  $\sigma = 0$  (a);  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.2$ ,  $\sigma = 0.02$  (б) (аттрактор детерминированной системы при  $\sigma = 0$  отмечен знаками «+») (цвет онлайн)  
 Fig. 7. Phase portraits of the system (14) ( $\alpha = 3.65$ ) at:  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.3$  (a),  $\sigma = 0$ ;  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.2$ ,  $\sigma = 0.02$  (b) (an attractor of the deterministic system at  $\sigma = 0$  is marked by “+”) (color online)

изначального цикла. Теперь, стохастический характер динамики позволяет сделать прогноз для коэффициентов влияния. Полученные значения будут зависеть от величины шума. На рис. 8, б построены графики  $\bar{S}_{12}(\sigma)$  и  $\bar{S}_{21}(\sigma)$ , а также приведен разброс указанных величин. Анализ графиков показывает, что при малых интенсивностях шума, прогнозируемые значения коэффициентов влияния изменяются в широких пределах. При увеличении шума до  $\sigma \geq 0.03$  получаемые значения стабилизируются в окрестности величин  $\bar{S}_{12} \simeq 0.07$  и  $\bar{S}_{21} \simeq 0.4$ , соответственно. В то же

время формула (13) к настоящему случаю оказывается плохо применимой. Она дает оценки коэффициентов связи  $\bar{\gamma}_{12} \simeq 0.0001$  и  $\bar{\gamma}_{21} \simeq 0.23$ , значение первой из которых существенно меньше истинного значения.

Аналогичная ситуация наблюдается и для других регулярных режимов. Таким образом, для регулярных колебаний алгоритм работает лишь при наличии значительного шума и в этом случае дает качественную оценку связанности, т. е. позволяет определить, что  $\gamma_{21} > \gamma_{12}$ .

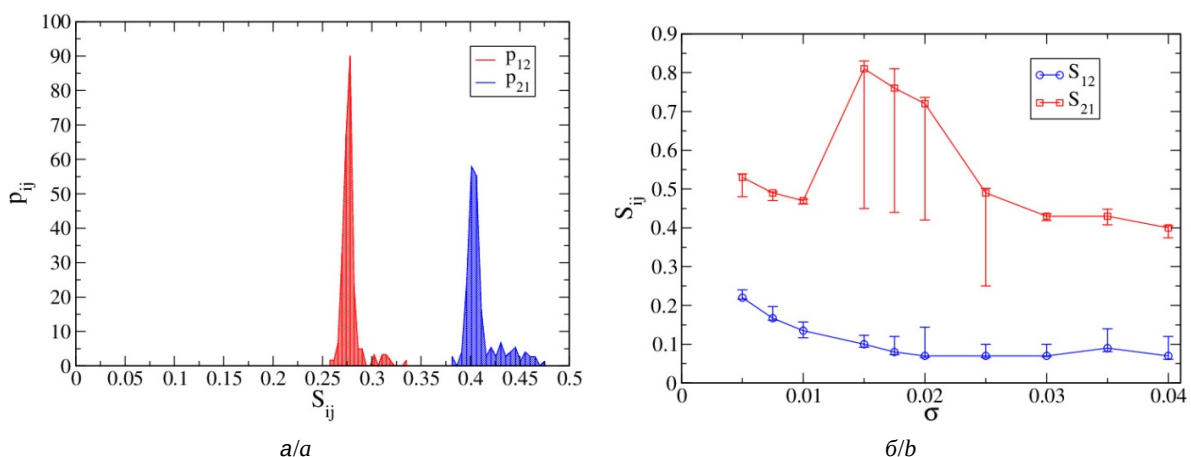


Рис. 8. Плотности вероятности значений коэффициентов  $S_{12}$  и  $S_{21}$  для системы (14) при  $\alpha = 3.65$ ,  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.2$ ,  $\sigma = 0.02$  (a); зависимость коэффициентов  $S_{12}$  и  $S_{21}$  от  $\sigma$  (б) (вертикальные линии показывают разброс значений) (цвет онлайн)  
 Fig. 8. Probability densities of coefficients  $S_{12}$  and  $S_{21}$  for the system (14) at  $\alpha = 3.65$ ,  $\gamma_{12} = 0.1$ ,  $\gamma_{21} = 0.2$ ,  $\sigma = 0.02$  (a); dependence of coefficients  $S_{12}$  and  $S_{21}$  on  $\sigma$  (b) (the vertical lines mark spread of their values) (color online)



## Заключение

В статье рассмотрен метод выявления структуры связей в сети хаотических отображений с шумом. Метод основан на обучении ИНС предсказанию будущей динамики ансамбля на основании его текущего состояния и использует процедуру регуляризации. В отличие от предыдущего исследования [23] в настоящей работе рассматривались как полностью детерминированные системы, так и системы с шумом небольшой интенсивности. Кроме того, использованные здесь кубические отображения обладают более сложной динамикой, демонстрируя сочетание хаотические колебаний в окрестности симметричных неподвижных точек со случайными перескоками между ними.

Анализ полученных результатов показал, что в режиме развитого несинхронного хаоса метод позволяет выявлять степень влияния отображений друг на друга, как при однонаправленной, так и при взаимной связи. При этом, шум небольшой интенсивности практически не влияет на результаты измерений. Более того, шум может играть конструктивную роль, позволяя определять связанность в тех случаях, когда в «чистых» системах измерения становятся невозможными, например, в режиме синхронизации хаоса или в случае регулярных режимов.

Проведенный в работе расчет зависимости коэффициентов влияния от величины связи позволил получить формулу для количественной оценки коэффициентов связи по результатам измерений связанности. Полученное соотношение имеет вид степенной функции, непрерывно и монотонно возрастающей с ростом связи. Погрешность экспериментальной оценки коэффициентов связи в режиме хаоса в большей части диапазона составляет не более 10 процентов от величины. Для зашумленных регулярных режимов формула оценки связи перестает работать и метод позволяет выявить лишь качественное соотношение между коэффициентами связи.

## Список литературы

1. Granger C. W. J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods // *Econometrica*. 1969. Vol. 37, iss. 3. P. 424–438. <https://doi.org/10.2307/1912791>
2. Granger C. W. J. Testing for causality. A personal viewpoint // *J. Economic Dynamics and Control*. 1980. Vol. 2. P. 329–352. [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(80\)90069-X](https://doi.org/10.1016/0165-1889(80)90069-X)
3. Сысоев И. В. Диагностика связанности по хаотическим сигналам нелинейных систем: решение обратных задач. Саратов : Издательство «КУБиК», 2019. 46 с.
4. Hesse R., Molle E., Arnold M., Schack B. The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies // *Journal of Neuroscience Methods*. 2003. Vol. 124, iss. 1. P. 27–44. [https://doi.org/10.1016/S0165-0270\(02\)00366-7](https://doi.org/10.1016/S0165-0270(02)00366-7)
5. Безручко Б. П., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Смирнов Д. А., Тасс П. А. Моделирование и диагностика взаимодействия нелинейных колебательных систем по хаотическим временным рядам (приложение в нейрофизиологии) // *Успехи физических наук*. 2008. Т. 178, № 3. С. 323–329. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0178.200803h.0323>
6. Мохов И. И., Смирнов Д. А. Диагностика причинно-следственной связи солнечной активности и глобальной приповерхностной температуры Земли // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2008. Т. 44, № 3. С. 283–293.
7. Мохов И. И., Смирнов Д. А. Эмпирические оценки воздействия естественных и антропогенных факторов на глобальную приповерхностную температуру // *Доклады Академии наук*. 2009. Т. 426, № 5. С. 679–684. EDN: KMLUCJ
8. Сысоев И. В., Караваев А. С., Наконечный П. И. Роль нелинейности модели в диагностике связей при патологическом треморе методом грейнджеровской причинности // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2010. Т. 18, № 4. С. 81–90. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2010-18-4-81-90>
9. Сысоева М. В., Сысоев И. В. Математическое моделирование динамики энцефалограммы во время эпилептического припадка // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38, № 3. С. 103–110.
10. Sysoev I. V., Sysoeva M. V. Detecting changes in coupling with Granger causality method from time series with fast transient processes // *Physica D*. 2015. Vol. 309. P. 9–19. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2015.07.005>
11. Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality // *Physics Letters A*. 2004. Vol. 324, № 1. P. 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.02.032>
12. Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S. Nonlinear parametric model for Granger causality of time series // *Physical Review E*. 2006. Vol. 73, iss. 6, pt. 2. Art. 066216. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.066216>
13. Корнилов М. В., Сысоев И. В. Реконструкция архитектуры связей в цепочке из трех однонаправленно связанных систем методом причинности по Грейнджеру // *Письма в ЖТФ*. 2018. Т. 44, вып. 10. С. 86–95. <https://doi.org/10.21883/PJTf.2018.10.46103.17201>
14. Grishchenko A. A., van Rijn C. M., Sysoev I. V. Methods for statistical evaluation of connectivity estimates in epileptic brain // *Journal of Biological Systems*. 2023. Vol. 31, № 02. P. 673–690. <https://doi.org/10.1142/S0218339023500237>
15. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. 1104 с.



16. Галушкин А. И. Нейронные сети: основы теории. М. : Издательство «Горячая линия – Телеком, 2012. 496 с.
17. Kulkarni D. R., Parikh J. C., Pandya A. S. Dynamic predictions from time series data – an artificial neural network approach // *International Journal of Modern Physics C*. 1997. Vol. 8, № 06. P. 1345–1360. <https://doi.org/10.1142/S0129183197001193>
18. de Oliveira K. A., Vannucci A., Da Silva E. C. Using artificial neural networks to forecast chaotic time series // *Physica A*. 2000. Vol. 284, iss. 1–4. P. 393–404. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00215](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00215)
19. Антипов О. И., Неганов В. А. Прогнозирование и фрактальный анализ хаотических процессов дискретно-нелинейных систем с помощью нейронных сетей // *Доклады Академии наук*. 2011. Т. 436, № 1. С. 34–37. EDN: NDJQML
20. Шабунин А. В. Нейронная сеть как предсказатель динамики дискретного отображения // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2014. Т. 22, № 5. С. 58–72. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-5-58-72>
21. Tank A., Covert I., Foti N., Shojaie A., Fox E. Neural granger causality for nonlinear time Series. URL: <https://arxiv.org/pdf/1802.05842v1> (дата обращения: 20.09.2024).
22. Тихонов А. Н. О некорректных задачах линейной алгебры и устойчивым методе их решения // *Доклады Академии наук СССР*. 1965. Т. 163, № 3. С. 591–594.
23. Шабунин А. В. Определение структуры связей в ансамбле хаотических отображений при помощи нейронной сети // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2024. Т. 32, № 5. С. 636–653. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003111>
24. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // *Progress of Theoretical Physics*. 1983. Vol. 69, № 1. P. 32–47 <https://doi.org/10.1143/PTP.69.32>
25. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems. The mapping approach // *Progress of Theoretical Physics*. 1983. Vol. 70, № 5. P. 1240–1248. <https://doi.org/10.1143/PTP.70.1240>
26. Astakhov V., Shabunin A., Klimshin A., Anishchenko V. In-phase and antiphase complete chaotic synchronization in symmetrically coupled discrete maps // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2002. Vol. 7, № 4. P. 215–229. <https://doi.org/10.1155/S1026022602000250>
- [Diagnostics of connectivity by chaotic signals of nonlinear systems: Solving reverse problems]. Saratov, Izdatel'stvo "Kubik", 2019. 46 p. (in Russian).
4. Hesse R., Molle E., Arnold M., Schack B. The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies. *Journal of Neuroscience Methods*, 2003, vol. 124, iss. 1, pp. 27–44. [https://doi.org/10.1016/S0165-0270\(02\)00366-7](https://doi.org/10.1016/S0165-0270(02)00366-7)
5. Bezruchko B. P., Ponomarenko V. I., Prohorov M. D., Smirnov D. A., Tass P. A. Modeling nonlinear oscillatory systems and diagnostics of coupling between them using chaotic time series analysis: Applications in neurophysiology. *Physics – Uspekhi*, 2008, vol. 51, iss. 3, pp. 304–310. <https://doi.org/10.1070/pu2008v051n03abeh006494>
6. Mokhov I. I., Smirnov D. A. Diagnostics of a cause-effect relation between solar activity and the Earth's global surface temperature. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2008, vol. 44, no. 3, pp. 263–272. <https://doi.org/10.1134/S0001433808030018>
7. Mokhov I. I., Smirnov D. A. Empirical estimates of the influence of natural and anthropogenic factors on the global surface temperature. *Doklady Earth Sciences*, 2009, vol. 427, no. 1, pp. 798–803. <https://doi.org/10.1134/S1028334X09050201>
8. Sysoev I. V., Karavaev A. S., Nakonechny P. I. Role of model nonlinearity for Granger causality based coupling estimation for pathological tremor. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2010, vol. 18, no. 4, pp. 81–90. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2010-18-4-81-90>
9. Sysoeva M. V., Sysoev I. V. Mathematical modeling of encephalogram dynamics during epileptic seizure. *Technical Physics Letters*, 2012, vol. 38, no. 2, pp. 151–154. <https://doi.org/10.1134/S1063785012020137>
10. Sysoev I. V., Sysoeva M. V. Detecting changes in coupling with Granger causality method from time series with fast transient processes. *Physica D*, 2015, vol. 309, pp. 9–19. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2015.07.005>
11. Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality. *Physics Letters A*, 2004, vol. 324, no. 1, pp. 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.02.032>
12. Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S. Nonlinear parametric model for Granger causality of time series. *Physical Review E*, 2006, vol. 73, iss. 6, pt. 2, art. 066216. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.066216>
13. Kornilov M., Sysoev I. Recovering the architecture of links in a chain of three unidirectionally coupled systems using the Granger-causality test. *Technical Physics Letters*, 2018, vol. 44, iss. 5, pp. 445–449. <https://doi.org/10.1134/S1063785018050206>
14. Grishchenko A. A., van Rijn C. M., Sysoev I. V. Methods for statistical evaluation of connectivity estimates in epileptic Brain. *Journal of Biological Systems*, 2023, vol. 31, no. 2, pp. 673–690. <https://doi.org/10.1142/S0218339023500237>
15. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*. New Jersey, Prentice Hall, 1999. 842 p.
16. Galushkin A. I. Neyronnye seti: osnovy teorii [Neural Networks: Fundamentals of Theory]. Moscow, Izda-

## References



- tel'stvo "Goryachaya Liniya – Telekom", 2012. 496 p. (in Russian).
17. Kulkarni D. R., Parikh J. C., Pandya A. S. Dynamic predictions from time series data – an artificial neural network approach. *International Journal of Modern Physics C*, 1997, vol. 8, no. 06, pp. 1345–1360. <https://doi.org/10.1142/S0129183197001193>
18. de Oliveira K. A., Vannucci A., Da Silva E. C. Using artificial neural networks to forecast chaotic time series. *Physica A*, 2000, vol. 284, iss. 1–4, pp. 393–404. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00215](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00215)
19. Antipov O. I., Neganov V. A. Neural network prediction and fractal analysis of the chaotic processes in discrete nonlinear systems. *Doklady Physics*, 2011, vol. 56, no. 1, pp. 7–9. <https://doi.org/10.1134/S1028335811010034>
20. Shabunin A. V. Neural network as a predictor of discrete map dynamics. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 22, no. 5, pp. 58–72. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-5-58-72>
21. Tank A., Covert I., Foti N., Shojaie A., Fox E. *Neural granger causality for nonlinear time series*. URL: <https://arxiv.org/pdf/1802.05842v1> (accessed September 20, 2024).
22. Tihonov A. N. On incorrect linear algebra problems and a stable solution method. *Doklady Akademii nauk SSSR*, 1965, vol. 163, no. 3, pp. 591–594 (in Russian).
23. Shabunin A. V. Searching the structure of couplings in a chaotic maps ensemble by means of neural networks. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 32, no. 5, pp. 636–653. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003111>
24. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems. *Progress of Theoretical Physics*, 1983, vol. 69, no. 1, pp. 32–47. <https://doi.org/10.1143/PTP.69.32>
25. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems. The mapping approach. *Progress of Theoretical Physics*, 1983, vol. 70, no. 5, pp. 1240–1248. <https://doi.org/10.1143/PTP.70.1240>
26. Astakhov V., Shabunin A., Klimshin A., Anishchenko V. In-phase and antiphase complete chaotic synchronization in symmetrically coupled discrete maps. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2002, vol. 7, no. 4, pp. 215–229. <https://doi.org/10.1155/S1026022602000250>

Поступила в редакцию 26.03.2025; одобрена после рецензирования 23.04.2025;  
принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

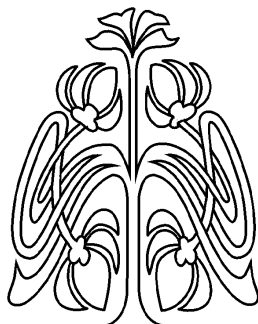
The article was submitted 26.03.2025; approved after reviewing 23.04.2025;  
accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



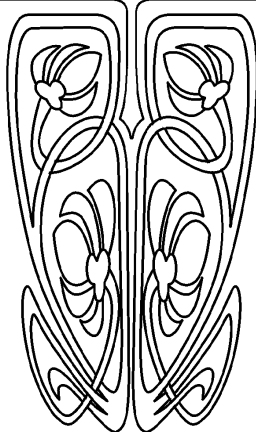
## РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 288–294  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 288–294  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-288-294>, EDN: HDUENA

Научная статья  
УДК 517.9



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ



### Метод рекуррентного анализа для диагностики режима обобщенной синхронизации в различных классах динамических систем

Е. Д. Илларионова, О. И. Москаленко✉

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Илларионова Екатерина Дмитриевна, аспирант, младший научный сотрудник кафедры физики открытых систем, K3524114@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0003-1912-863X>

Москаленко Ольга Игоревна, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики открытых систем, o.i.moskalenko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5727-5169>, AuthorID: 150252

**Аннотация.** Посредством рекуррентного анализа установлена возможность количественного определения границы режима обобщенной синхронизации как во взаимно, так и односторонне связанных системах с различной топологией аттрактора. Для оценки полученных данных были рассчитаны спектр показателей Ляпунова и ошибка синхронизации. Полученные результаты проиллюстрированы на примере систем Лоренца и Ресслера, а также радиотехнических генераторов, связанных односторонне и/или взаимно.

**Ключевые слова:** обобщенная синхронизация, взаимно связанные системы, односторонне связанные системы, спектр показателей Ляпунова, ошибка синхронизации, рекуррентный анализ

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-22-00033, <https://rscf.ru/project/24-22-00033/>).

**Для цитирования:** Илларионова Е. Д., Москаленко О. И. Метод рекуррентного анализа для диагностики режима обобщенной синхронизации в различных классах динамических систем // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 288–294. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-288-294>, EDN: HDUENA

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Method of recurrent analysis for the generalized synchronization regime detection in different classes of dynamical systems**

E. D. Illarionova, O. I. Moskalenko✉

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Ekaterina D. Illarionova, K3524114@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1912-863X>

Olga I. Moskalenko, o.i.moskalenko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5727-5169>

**Abstract. Background and Objectives:** In this paper we study the possibility of quantitative determination of the boundary of the generalized synchronization regime in unidirectionally and mutually coupled systems with different attractor topologies by means of the recurrent analysis.





**Materials and Methods:** As the systems under study we consider Lorenz and Rössler systems, as well as radiotechnical generators coupled unidirectionally and/or mutually. To evaluate the obtained data together with the recurrent analysis the spectrum of Lyapunov exponents or synchronization error were calculated for all the systems under study. **Results:** We have shown that for identical systems with detuned parameters the results of the method of recurrent analysis coincide with a high degree of accuracy with the values obtained using classical methods for the generalized synchronization regime detection, whereas for nonidentical systems the proposed method demonstrates less accurate results. **Conclusion:** The method of calculation the recurrent diagrams allows us to determine the boundary of generalized synchronization in unidirectionally and mutually coupled systems with different attractor topology. The obtained results are in a good agreement with the results of calculation of the spectrum of Lyapunov exponents and synchronization error.

**Keywords:** generalized synchronization, mutually coupled systems, unidirectionally coupled systems, spectrum of Lyapunov exponents, synchronization error, recurrent analysis

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 24-22-00033, <https://rscf.ru/project/24-22-00033/>).

**For citation:** Illarionova E. D., Moskalenko O. I. Method of recurrent analysis for the generalized synchronization regime detection in different classes of dynamical systems. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 288–294 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-288-294>, EDN: HDUENA

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Под синхронизацией традиционно понимается согласованное во времени функционирование двух или нескольких процессов или объектов [1, 2]. Это может быть, например, согласованное изменение определенных количественных характеристик двух или нескольких систем или сближение переменных состояния этих систем.

Одним из возможных механизмов синхронизации однонаправленно (взаимно) связанных систем является появление между ними некоторой функциональной зависимости, вид которой может быть достаточно сложным. Данный вид синхронного поведения называют режимом обобщенной синхронизации [3, 4]. Исследованием режима обобщенной синхронизации в научном сообществе занимаются довольно долгое время (см., например, [5–9]). Данный режим достаточно интересен, так как его можно применить в различных задачах – скрытой передачи информации с помощью хаотических сигналов [10, 11], контроля хаоса в СВЧ генераторах [12], а также в некоторых биологических и физических задачах [13, 14].

Для диагностики режима обобщенной синхронизации существуют различные методы. Классическими из них являются метод вспомогательной системы [15] и метод расчета спектра показателей Ляпунова [5]. Первый из них достаточно точно определяет границу синхронного режима, но подходит только для однонаправленно связанных систем. Второй метод применим для разных типов связи, но используется, как правило, только в том случае, если уравнения систем заданы в явном виде.

Впервые в настоящей статье мы рассмотрим вопрос о применимости для диагностики обобщенной синхронизации еще одного метода – метода рекуррентного анализа [16].

## 1. Понятия рекуррентной диаграммы и совместной рекуррентной диаграммы

Повторяемость – это фундаментальное свойство динамических систем, которое можно использовать для характеристики поведения системы в фазовом пространстве [16]. Качественным отображением этого свойства динамических систем является рекуррентная диаграмма. Технически рекуррентная диаграмма показывает все моменты времени, когда траектория фазового пространства динамической системы посещает примерно одну и ту же область в фазовом пространстве. Данный метод является менее точным по сравнению с классическими методами диагностики синхронного режима, но зато он не требует знания уравнений взаимодействующих систем и их управляющих параметров, а, следовательно, его эффективность не должна сильно зависеть от типа связи между системами, что является большим плюсом, когда в распоряжении исследователя имеются только временные ряды.

Повторяемость траектории  $\vec{x}_i$  в фазовом пространстве может быть охарактеризована матрицей:

$$R_{i,j}(\epsilon) = \theta(\epsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|), \quad (1)$$

$$i, j = 1, \dots, N,$$

где  $\theta(u)$  – функция Хевисайда (если  $u < 0$ , то  $\theta(u) = 0$ , когда же  $u > 0$ ,  $\theta(u) = 1$ ),  $\epsilon$  – пороговое расстояние,  $\|\cdot\|$  – евклидова норма,



$N$  – количество точек траектории. Тогда для рекуррентных состояний, то есть для состояний, которые находятся в  $\varepsilon$ -окрестности, справедливо следующее соотношение:

$$\vec{x}_i \approx \vec{x}_j \Leftrightarrow R_{i,j} \equiv 1.$$

Простейшим количественным показателем повторяемости динамики системы является так называемая *частота повторений*:

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{i,j}(\varepsilon). \quad (2)$$

Для анализа поведения двух взаимодействующих систем вводится понятие совместной рекуррентной диаграммы. Совместная рекуррентная диаграмма – это график, который показывает те моменты времени, когда попадание в выбранную область фазового пространства двух точек одной динамической системы происходит одновременно с попаданием двух точек второй динамической системы или с небольшим сдвигом во времени. Благодаря такому подходу фазовые пространства обеих систем можно рассматривать отдельно, и для них можно выбрать разные пороговые значения окрестности попадания  $\varepsilon$ . При этом, размеры окрестностей попадания выбираются с учетом размера фазовых пространств рассматриваемых систем.

Совместные рекуррентные диаграммы могут быть получены более чем для двух систем. Длина данных в рассматриваемых системах должна быть одинаковой. Для построения совместной рекуррентной диаграммы необходимо ввести в рассмотрение совместную рекуррентную матрицу для двух систем  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ :

$$JR_{i,j}^{\vec{x},\vec{y}} = \theta(\varepsilon_x - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|) \theta(\varepsilon_y - \|\vec{y}_i - \vec{y}_j\|), \quad (3)$$

$$i, j = 1, \dots, N,$$

где  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  – пороговые расстояния для первой и второй систем, соответственно.

Для определения границы обобщенной синхронизации с использованием рекуррентного анализа необходимо рассчитать частоту повторений (см. (2)) для каждой системы в отдельности, а также определить частоту совместного повторения для обеих систем  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ :

$$JRR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N JR_{i,j}^{\vec{x},\vec{y}}(\varepsilon_x, \varepsilon_y). \quad (4)$$

Количественной характеристикой наличия обобщенной синхронизации в данном случае является коэффициент

$$P = \frac{JRR}{RR}, \quad (5)$$

где  $RR = RR^{\vec{x}}$  или  $RR = RR^{\vec{y}}$ . В режиме обобщенной синхронизации системы будут демонстрировать примерно одинаковые повторения, а, следовательно, частота повторений для обеих систем будет примерно одинаковой:

$$RR^{\vec{x},\vec{y}} \approx RR^{\vec{x}} = RR^{\vec{y}}. \quad (6)$$

Удобной количественной характеристикой степени обобщенной синхронизации является индекс, основанный на средней совместной вероятности повторения

$$JPR = \frac{P - RR}{1 - RR}. \quad (7)$$

Индекс  $JPR$  изменяется в диапазоне от 0 до 1. Когда системы находятся в асинхронном состоянии, данный индекс близок к нулю, в режиме обобщенной синхронизации значение  $JPR$  стремится к единице.

## 2. Исследуемые системы

Метод рекуррентного анализа применен для исследования обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах, демонстрирующих хаотическую динамику с различной топологией аттрактора. В качестве примеров таких систем выбраны системы с относительно простой топологией аттрактора (однонаправленно и взаимно связанные системы Рёсслера), системы со сложной (двулистной) структурой аттрактора (однонаправленно связанные системы Лоренца), а также однонаправленно связанные системы с разной топологией аттрактора (осциллятор Лоренца, находящийся под действием системы Рёсслера, радиотехнические генераторы с 1.5 степенями свободы). Уравнения и значения управляющих параметров для всех рассмотренных систем представлены в табл. 1. Для проверки корректности используемого подхода для диагностики обобщенной синхронизации наряду с методом рекуррентного анализа использовались также методы расчета спектра показателей Ляпунова для взаимно связанных систем и расчета ошибки синхронизации для однонаправленно связанных осцилляторов.



Таблица 1 / Table 1

**Уравнения и значения управляющих параметров исследуемых систем**  
**Equations and control parameter values of the systems under study**

Системы / Systems	Тип связи / Type of coupling	Уравнения	Управляющие параметры / Control parameters
Системы Рёсслера / Rössler systems	Взаимная связь / Mutual coupling	$\dot{x}_{1,2} = -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \lambda(x_{2,1} - x_{1,2})$ $\dot{y}_{1,2} = \omega_{1,2}x_{1,2} + ay_{1,2}$ $\dot{z}_{1,2} = p + z_{1,2}(x_{1,2} - c)$	$a = 0.15, p = 0.2, c = 10,$ $\omega_1 = 0.95, \omega_2 = 0.93$
Системы Рёсслера / Rössler systems	Однонаправленная связь / Unidirectional coupling	$\dot{x}_1 = -\omega_1 y_1 - z_1$ $\dot{y}_1 = \omega_1 x_1 + a y_1$ $\dot{z}_1 = p + z_1(x_1 - c)$ $\dot{x}_2 = -\omega_2 y_2 - z_2 + \lambda(x_1 - x_2)$ $\dot{y}_2 = \omega_2 x_2 + a y_2$ $\dot{z}_2 = p + z_2(x_2 - c)$	$a = 0.15, p = 0.2, c = 10,$ $\omega_1 = 0.95, \omega_2 = 0.93$
Системы Лоренца / Lorenz systems	Однонаправленная связь / Unidirectional coupling	$\dot{x}_1 = \sigma(y_1 - x_1)$ $\dot{y}_1 = x_1(r_1 - z_1) - y_1$ $\dot{z}_1 = x_1 y_1 - b z_1$ $\dot{x}_2 = \sigma(y_2 - x_2) + \lambda(x_1 - x_2)$ $\dot{y}_2 = x_2(r_2 - z_2) - y_2$ $\dot{z}_2 = x_2 y_2 - b z_2$	$\sigma = 10, r_1 = 28.0, r_2 = 30.0,$ $b = 8/3$
Системы Лоренца и Рёсслера / Lorenz and Rössler systems	Однонаправленная связь / Unidirectional coupling	$\dot{x}_1 = -\alpha(y_1 + z_1)$ $\dot{y}_1 = \alpha(x_1 + a y_1)$ $\dot{z}_1 = \alpha(p + z_1(x_1 - c))$ $\dot{x}_2 = \sigma(y_2 - x_2)$ $\dot{y}_2 = x_2(r - z_2) - y_2 + \lambda y_2$ $\dot{z}_2 = x_2 y_2 - b z_2$	$a = 0.2, p = 0.2, c = 5.7, \alpha = 6,$ $\sigma = 10, r = 28.0, b = 8/3$
Радиотехнические генераторы / Radiotechnical generators	Однонаправленная связь / Unidirectional coupling	$\dot{x}_1 = y_1$ $\dot{y}_1 = -x_1 - b y_1 + z_1$ $\dot{z}_1 = c(\alpha_1 f(x_1) - z_1) - d y_1$ $\dot{x}_2 = y_2 + \lambda(x_1 - x_2)$ $\dot{y}_2 = -x_2 - b y_2 + z_2$ $\dot{z}_2 = c(\alpha_2 f(x_2) - z_2) - d y_2$	$b = 0.5182, c = 0.22439,$ $d = 1.465, \alpha_1 = 14, \alpha_2 = 30,$ $f(x) =$ $= \begin{cases} 0.528, x \leq -1.2, \\ x(1 - x^2), -1.2 < x < 1.2, \\ -0.528, x \geq 1.2 \end{cases}$

### 3. Результаты исследования

В качестве иллюстрации работоспособности метода диагностики обобщенной синхронизации, основанного на расчете совместной вероятности повторения, на рис. 1 приведены зависимости ошибки синхронизации  $s^1$  (а) и величины  $JPR$  (б) от параметра связи  $\lambda$  для *однонаправленно связанных систем Рёсслера*. Из рис. 1, а видно, что при  $\lambda = 0.175$  ошибка синхронизации становится равной нулю, что соответствует началу режима обобщенной синхронизации. На рис. 1, б заметно, что количественная мера  $JPR$  приближается к значению 1

и перестает в дальнейшем меняться примерно при том же значении параметра связи  $\lambda = 0.175$ .

Схожие результаты демонстрируют *однонаправленно связанные системы Лоренца* (рис. 2). Из рис 2, б видно, что порог начала синхронного режима, а именно, когда  $JPR$  стремится к 1, согласуется со значением  $\lambda = 10$ , полученным при расчете ошибки синхронизации (рис. 2, а).

В случае же взаимодействующих систем различного типа метод расчета  $JPR$  демонстрирует менее точные результаты. Значение  $JPR$  в режиме обобщенной синхронизации не достигает 1, но выходит на уровень насыщения,

$s^1 = \frac{1}{T-T_0} \int_{T_0}^T \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2} dt$ , где  $(x_3, y_3, z_3)$  – вектор состояния вспомогательной системы,  $T_0$  – время переходного процесса,  $T$  – время счета.

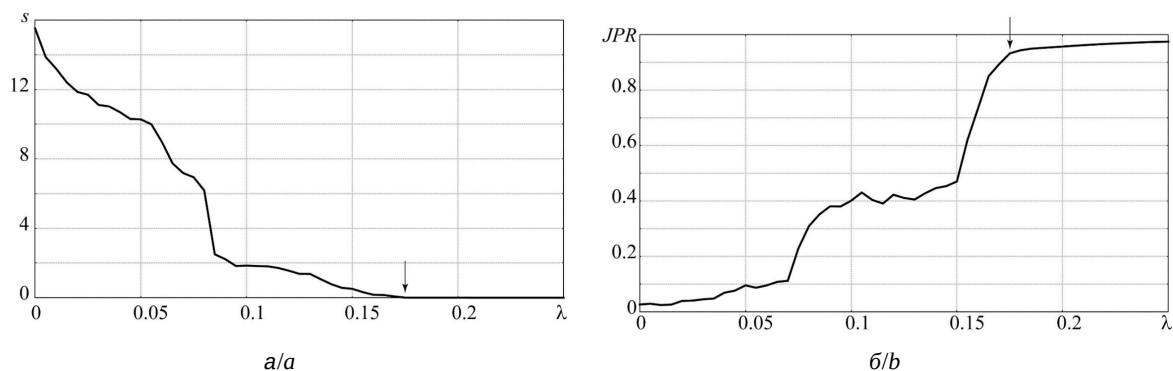


Рис. 1. Зависимости ошибки синхронизации (а) и количественной меры  $JPR$  (б) от параметра связи  $\lambda$  для двух однонаправленно связанных систем Рёсслера

Fig. 1. Dependencies of the synchronization error (a) and quantitative measure  $JPR$  (b) on the control parameter  $\lambda$  for two unidirectionally coupled Rössler systems

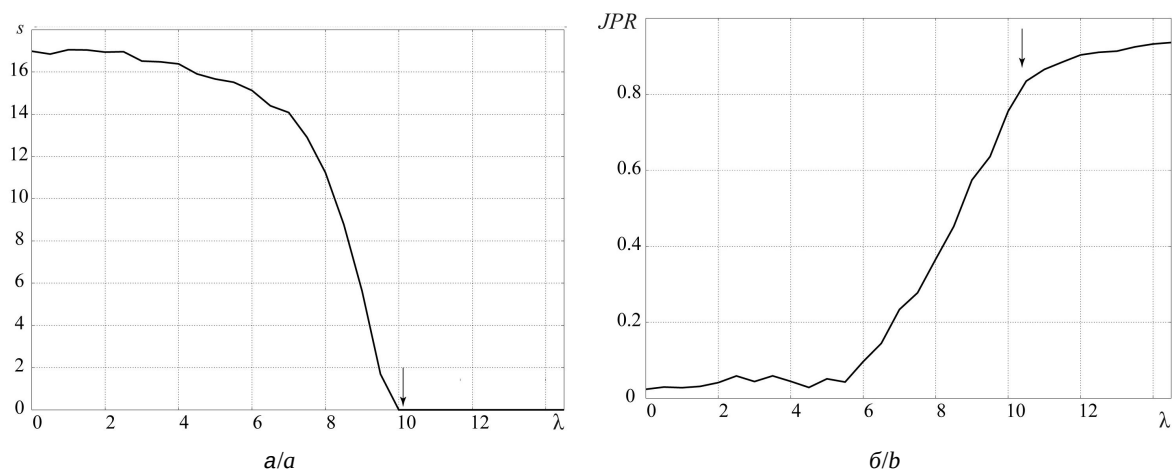


Рис. 2 Зависимости ошибки синхронизации (а) и количественной меры  $JPR$  (б) от параметра связи  $\lambda$  для двух однонаправленно связанных систем Лоренца

Fig. 2. Dependencies of the synchronization error (a) and quantitative measure  $JPR$  (b) on the control parameter  $\lambda$  for two unidirectionally coupled Lorenz systems

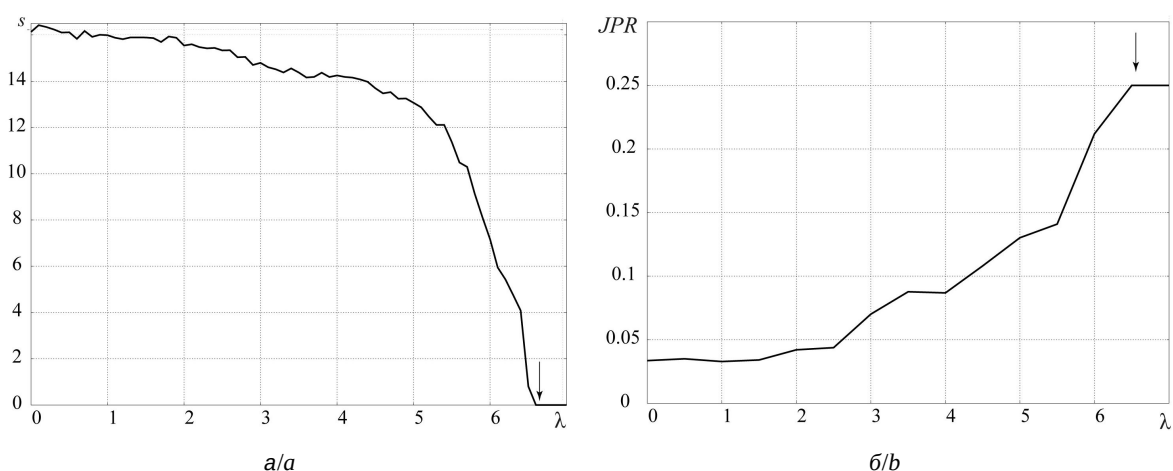


Рис. 3. Зависимости ошибки синхронизации (а) и количественной меры  $JPR$  (б) от параметра связи  $\lambda$  для однонаправленно связанных систем Рёсслера и Лоренца

Fig. 3. Dependencies of the synchronization error (a) and quantitative measure  $JPR$  (b) on the control parameter  $\lambda$  for unidirectionally coupled Rössler and Lorenz systems



что позволяет произвести примерную оценку порогового значения возникновения синхронного режима. Так, из рис. 3, а видно, что  $JPR$  для однонаправленно связанных систем Лоренца и Рёсслера достигает уровня насыщения  $JPR \approx 0.25$  при значении параметра  $\lambda \approx 6.6$ , что можно считать примерной оценкой порога обобщенной синхронизации.

Аналогичные результаты демонстрируют и другие системы, указанные в табл. 1. В табл. 2 приведены границы режима обобщенной синхронизации, полученные с помощью классических методов диагностики синхронного режима и метода расчета совместной вероятности повторения, а также оцененная *точность* последнего метода, рассчитанная по формуле:

$$\delta = \frac{|\lambda_s - \lambda_{JPR}|}{\lambda_s}. \quad (8)$$

Из таблицы видно, что для однотипных систем метод расчета средней вероятности повторения с высокой степенью точности совпадает со значениями, полученными с помощью классических методов диагностики обобщенной синхронизации, а для систем различных типов метод расчета  $JPR$  демонстрирует менее точные результаты.

## Заключение

Таким образом, метод расчета рекуррентных диаграмм позволяет определить границу обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах с различной топологией аттрактора. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами расчета спектра показателей Ляпунова и ошибки синхронизации. Но для случая взаимодействия систем различных типов метод расчета коэффициента  $JPR$  (метод рекуррентного анализа) работает плохо (не выходит на значение 1). Однако характерное наличие полки насыщения, позволяет качественно определить порог синхронизации, который не сильно различается со значением порога, полученного с помощью классических методов диагностики синхронного режима.

## Список литературы / References

1. Fradkov A. L. Kiberneticheskaya fizika: printsipy i primery [Cybernetic Physics: Principles and Examples]. Saint Petersburg, Nauka, 2003. 208 p. (in Russian).
2. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*. Cambridge, Cambridge University Press, 2001. 493 p.

Таблица 2 / Table 2

**Сравнение значений границ обобщенной синхронизации для различных методов расчета**  
**Comparison of the values of the generalized synchronization boundaries for different calculation methods**

Исследуемая система / System under study	Классические методы	Метод рекуррентного анализа / Method of recurrent analysis	
		Граница / Boundary	Точность (8) / Accuracy (8)
Взаимно связанные системы Рёсслера / Mutually coupled Rössler systems	0.075*	0.08	0.06
Однонаправленно связанные системы Рёсслера / Unidirectionally coupled Rössler systems	0.175**	0.175	0
Однонаправленно связанные системы Лоренца / Unidirectionally coupled Lorenz systems	10**	10.5	0.05
Однонаправленно связанные системы Лоренца и Рёсслера / Unidirectionally coupled Lorenz and Rössler systems	6.5**	6.6	0.015
Однонаправленно связанные радиотехнические генераторы / Unidirectionally coupled radiotechnical generators	1.501**	1.6	0.06

Примечание. \*Метод расчета спектра показателей Ляпунова. \*\*Метод расчета ошибки синхронизации.  
 Note. \*Method of calculating Lyapunov exponents spectrum. \*\*Method of calculating synchronization error.





3. Rulkov N. F., Sushchik M. M., Tsimring L. S., Abarbanel H. D. I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E*, 1995, vol. 51, no. 2, pp. 980–994. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.980>
4. Moskalenko O. I., Koronovskii A. A., Hramov A. E., Boccaletti S. Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks. *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 86, no. 3, pt. 2, art. 036216. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.86.036216>
5. Pyragas K. Conditional Lyapunov exponents from time series. *Phys. Rev. E*, 1997, vol. 56, no. 5, pp. 5183–5188. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.56.5183>
6. Hramov A. E., Koronovskii A. A. Generalized synchronization: A modified system approach. *Phys. Rev. E*, 2005, vol. 71, no. 6, art. 067201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.067201>
7. Ouannas A., Odibat Z. Generalized synchronization of different dimensional chaotic dynamical systems in discrete time. *Nonlinear Dynamics*, 2015, vol. 81, pp. 765–771. <https://doi.org/10.1007/s11071-015-2026-0>
8. Rakshit S., Ghosh D. Generalized synchronization on the onset of auxiliary system approach. *Chaos*, 2020, vol. 30, no. 11, art. 111102. <https://doi.org/10.1063/5.0030772>
9. Shen Y., Liu X. Generalized synchronization of delayed complex-valued dynamical networks via hybrid control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2023, vol. 118, no. 2, art. 107057. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2022.107057>
10. Terry G. R., VanWiggeren G. D. Chaotic communication using generalized synchronization. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2001, vol. 12, iss. 1, pp. 145–152. [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(00\)00038-2](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(00)00038-2)
11. Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Hramov A. E. On the use of chaotic synchronization for secure communication. *Phys. Usp.*, 2009, vol. 52, no. 12, pp. 1213–1238. <https://doi.org/10.3367/UFNe.0179.200912c.1281>
12. Starodubov A. V., Koronovsky A. A., Khramov A. E., Zharkov Yu. D., Dmitriev B. S. Generalized synchronization in a system of coupled klystron chaotic oscillators. *Technical Physics Letters*, 2007, vol. 33, no. 7, pp. 612–615. <https://doi.org/10.1134/S1063785007070218>
13. Glass L. Synchronization and rhythmic processes in physiology. *Nature*, 2001, vol. 410, no. 6825, pp. 277–284. <https://doi.org/10.1038/35065745>
14. Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J. Synchronization approach to analysis of biological systems. *Fluctuation and Noise Letters*, 2004, vol. 4, no. 1, pp. L53 – L62. <https://doi.org/10.1142/S0219477504001653>
15. Abarbanel H. D. I., Rulkov N. F., Sushchik M. Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach. *Phys. Rev. E*, 1996, vol. 53, no. 5, pp. 4528–4535. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.4528>
16. Marwan N., Romano C., Thiel M., Kurths J. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, 2007, vol. 438, no. 5–6, pp. 237–329. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.11.001>

Поступила в редакцию 11.12.2024; одобрена после рецензирования 10.04.2025;  
принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 11.12.2024; approved after reviewing 10.04.2025;  
accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 295–304

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 295–304

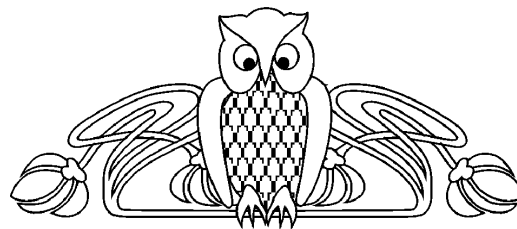
<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

Научная статья

УДК 530.182:537.86

## Когерентный резонанс в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича



Д. В. Романенко, С. В. Гришин✉

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Романенко Дмитрий Владимирович, старший преподаватель кафедры нелинейной физики, [dmitrii.romanenk@mail.ru](mailto:dmitrii.romanenk@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1872-6697>, AuthorID: 681088

Гришин Сергей Валерьевич, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн, [sergrsh@yandex.ru](mailto:sergrsh@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3654-3299>, AuthorID: 42293

**Аннотация.** В работе представлены результаты теоретического исследования явления когерентного резонанса в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича. Данная модель описывает хаотическую динамику трех параметрически взаимодействующих мод, одна из которых (высокочастотная мода) испытывает усиление, а две другие (низкочастотные моды) линейно затухают. Для наблюдения когерентного резонанса один из параметров модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича (нелинейный инкремент высокочастотной моды) модулируется шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот. Результаты расчета демонстрируют максимум времени автокорреляции огибающей хаотической высокочастотной моды, который наблюдается при оптимальном уровне внешнего шумового воздействия. Предложенный способ получения когерентного резонанса может быть распространен на подавляемые шумом хаотические системы другого типа.

**Ключевые слова:** когерентный резонанс, хаос, спиновые волны

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00274).

**Для цитирования:** Романенко Д. В., Гришин С. В. Когерентный резонанс в модифицированной модели Вышкинд – Рабиновича // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 295–304. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Coherent resonance in the modified Vyshkind – Rabinovich model

D. V. Romanenko, S. V. Grishin✉

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Dmitrii V. Romanenko, [dmitrii.romanenk@mail.ru](mailto:dmitrii.romanenk@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1872-6697>, AuthorID: 681088

Sergei V. Grishin, [sergrsh@yandex.ru](mailto:sergrsh@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3654-3299>, AuthorID: 42293

**Abstract. Background and Objectives:** The paper presents the results of theoretical study of the coherence resonance phenomenon in the modified Vyshkind – Rabinovich model. The model describes the chaotic dynamics of three parametrically interacting modes one of that (a high-frequency mode) is amplified and the other two (the low-frequency modes) are linearly damped. **Materials and Methods:** To observe the coherence resonance, one of the parameters of the modified Vyshkind-Rabinovich model (the high-frequency mode nonlinear increment) is modulated by noise possessing a uniform spectrum in a bounded frequency band. **Results:** The calculation results demonstrate an autocorrelation time maximum of the chaotic high-frequency mode envelope that is observed at an optimal level of external noise influence. **Conclusion:** The proposed method for coherence resonance implementation can be extended to noise-suppressed chaotic systems of another type.

**Keywords:** coherent resonance, chaos, spin waves

**Acknowledgments:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-22-00274).

**For citation:** Romanenko D. V., Grishin S. V. Coherent resonance in the modified Vyshkind – Rabinovich model. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 295–304 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-295-304>, EDN: HPVUSK

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



## Введение

Известно, что в возбудимых шумом системах наблюдается фундаментальное нелинейное явление, получившее название когерентный резонанс [1]. Суть этого явления заключается в том, что внешнее шумовое воздействие имеет некоторый оптимальный уровень, при котором индуцированные шумом колебания становятся близкими к регулярным. При этом зависимость степени когерентности (регулярности) колебаний от интенсивности шума является резонансной, а спектральная линия, соответствующая этим колебаниям, является наиболее узкой. К возбудимым шумом системам относятся осциллятор ФицХью – Нагумо [2, 3], модель нейрона Ходжкина – Хаксли [4], химическая реакция Белоусова – Жаботинского [5], модель Ямады для полупроводникового лазера с насыщающимся поглотителем [6] и полупроводниковая сверхрешетка [7]. Явление когерентного резонанса было подтверждено экспериментально в возбудимых шумом электронных цепях [8], в полупроводниковом лазере с оптической обратной связью [9] и в сверхвысокочастотном (СВЧ) клистронном кольцевом генераторе, работающем ниже порога автогенерации [10].

В хаотических динамических системах явление когерентного резонанса наблюдалось как в хаотической бистабильной цепи Чуа [11, 12], так и в двух идентичных (или слегка неидентичных) связанных хаотических осцилляторах Лоренца [13] при внешнем шумовом воздействии. Так, в хаотической бистабильной цепи Чуа резонансное поведение под воздействием внешнего шума было вызвано перескоками между двумя независимыми, симметричными, хаотическими аттракторами. В двух связанных хаотических осцилляторах Лоренца, находящихся в устойчивом синхронном состоянии в отсутствие шума, явление когерентного резонанса наблюдалось в режиме «on–off» перемежаемости синхронных и несинхронных состояний, который возникал под воздействием шума. Таким образом, обе хаотические системы, как и системы, возбуждаемые шумом, имеют два состояния, в каждом из которых длительность нахождения фазовой траектории зависит от интенсивности шума.

Хаотическую динамическую систему со случайным переключением между синхронным и несинхронным состояниями под воздействием внешнего шума можно реализовать на основе эффекта вынужденной синхронизации хаоса через его подавление

внешним воздействием [14, 15]. Такой случай был реализован экспериментально на многомодовом спин-волновом генераторе хаоса с запаздывающей обратной связью (ЗОС), работающем на частотах, где трех- и четырехволновые параметрические нелинейные спин-волновые взаимодействия разрешены [16]. Здесь с увеличением мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала, в роли которого выступал шум, имеющий равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона, система демонстрировала два состояния: несинхронное состояние («хаос включен») и синхронное состояние, обусловленное вынужденной синхронизацией хаоса («хаос выключен»), переключение между которыми осуществлялось случайным образом. При малых уровнях мощности характерное время несинхронного состояния было гораздо больше характерного времени синхронного состояния, а при больших уровнях мощности шума, наоборот, характерное время синхронного состояния значительно превышало характерное время несинхронного состояния. Если проводить сравнение с возбудимыми шумом системами (например, с моделью ФицХью – Нагумо, описывающей поведение нервных импульсов [2]), то в подавляемых шумом хаотических системах хаотический аттрактор соответствует аттрактору в виде неподвижной точки для возбудимой шумом системы, а характерное время подавления хаоса соответствует времени активации нервного импульса. Время возврата из подавленного состояния в состояние хаотической генерации соответствует времени возврата из возбужденного в невозбужденное состояние в модели нейрона. С увеличением интенсивности шума время активации нервного импульса становится гораздо меньше времени возврата системы из возбужденного в невозбужденное состояние и в возбудимой шумом системе наблюдался когерентный резонанс. Таким образом, в подавляемых шумом хаотических системах наблюдается ситуация, которая прямо противоположна ситуации в возбудимых шумом системах. Здесь внешний шум является не возбудителем, а подавителем собственной динамики системы. Однако поведение характерных времен, которые ведут себя аналогичным образом не при увеличении, а при уменьшении интенсивности шума, указывает на возможность существования в подавляемых шумом



хаотических системах явления когерентного резонанса.

Нелинейная динамика одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса с ЗОС, поддерживающего трехволновый параметрический распад, хорошо описывается моделью Вышкинд–Рабиновича [17–21], которая была предложена для изучения хаотической динамики трех мод, параметрически взаимодействующих на квадратичной нелинейности диссипативной среды [22]. В данной модели одна из мод (высокочастотная мода) характеризуется линейным инкрементом, а две другие (более низкочастотные моды) затухают в линейном приближении. Частоты трех мод подчинены условию параметрического резонанса:

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2,$$

где  $\omega_0$  – частота высокочастотной моды, а  $\omega_{1,2}$  – частоты двух низкочастотных мод. Позже модель Вышкинд–Рабиновича была модифицирована нами (инкремент задавался нелинейной функцией и учитывалась задержка у высокочастотной моды) для описания режимов генерации хаотического одномодового спин-волнового кольцевого генератора, находящегося под внешним гармоническим воздействием [23].

В настоящей работе с использованием новой модификации модели Вышкинд–Рабиновича демонстрируется явление когерентного резонанса в режиме подавления хаоса внешним шумовым воздействием. Данное явление наблюдается при модуляции нелинейной функции инкремента нарастания высокочастотной моды шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот.

### Модель и результаты численного моделирования

Модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича строится для описания экспериментальных результатов, полученных на макете спин-волнового СВЧ-генератора хаоса с ЗОС, поддерживающего трехволновый параметрический распад [16]. Хаотическая динамика такого автогенератора подавляется внешним шумовым сигналом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона. Необходимо отметить, что возможность подавления собственной хаотической динамики СВЧ-генератора хаоса с помощью внешнего сложно-модулированного СВЧ-сигнала была впервые продемонстрирована на клистронном (узкополосном) генераторе хаоса с ЗОС, где в качестве

внешнего воздействия использовалась периодическая последовательность прямоугольных радиоимпульсов [24]. Здесь внешний импульсно-модулированный СВЧ-сигнал управлял коэффициентом усиления кольцевого клистронного генератора  $G = K - A$  (здесь  $K$  – общий коэффициент усиления кольцевого генератора,  $A$  – общий уровень потерь сигнала в кольце). На тех временных интервалах, где внешнее воздействие отсутствовало, в автоколебательной системе генерировался хаотический СВЧ-сигнал, а на временных интервалах, где присутствовало внешнее воздействие большой амплитуды, собственная хаотическая динамика системы полностью подавлялась (коэффициент усиления  $G$  в неавтономном режиме становится меньше, чем в автономном режиме). Таким образом, периодическая модуляция коэффициента усиления кольцевого генератора внешними радиоимпульсами большой амплитуды приводило к формированию периодической последовательности хаотических СВЧ-импульсов. В техническом плане, если несущая импульсно-модулированного СВЧ-сигнала находится вне полосы частот хаотического СВЧ-сигнала, но в полосе частот активных элементов кольцевого генератора (случай широкополосных СВЧ-генераторов хаоса), то внешний СВЧ-сигнал может быть отфильтрован на выходе генератора, что приводит к отсутствию монохроматического СВЧ-сигнала в паузах между хаотическими СВЧ-импульсами [25]. Разработанный метод временной фильтрации хаотического СВЧ-сигнала впоследствии был распространен и на случай внешнего шумового сигнала, имеющего равномерный спектр в ограниченной полосе частот СВЧ-диапазона [16]. Это привело к модуляции коэффициента усиления кольцевого генератора по случайному закону и к генерации одиночных хаотических СВЧ-импульсов. Как показано в [16], данный эффект является наиболее ярко выраженным, когда полосы частот хаотического и шумового СВЧ-сигналов не перекрываются.

В связи с вышесказанным при построении модифицированной модели Вышкинд–Рабиновича учитывается модуляция инкремента нарастания высокочастотной моды (на ней в эксперименте [16] генерировался хаотический СВЧ-сигнал) по случайному закону, а сам случайный сигнал имеет ограниченную полосу частот, которая не перекрывается с полосой частотой хаотической огибающей высокочастот-



ной моды. Таким образом, модификация модели Вышкинд–Рабиновича заключается в том, что у инкремента нарастания высокочастотной моды помимо линейной части есть и нелинейная часть, которая модулируется внешним шумом, имеющим равномерный спектр в ограниченной полосе частот. При таких предположениях модель имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{da_0(t)}{dt} &= -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-j\delta t) - \eta a_0(t) + \\ &+ \gamma_{inc} [1 - \alpha(|a_0(t - \tau)|^2 + |A_{ext}(t)|^2)] a_0(t - \tau), \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= c_1 a_0(t) b_2^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_1 b_1(t), \\ \frac{db_2(t)}{dt} &= c_2 a_0(t) b_1^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_2 b_2(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где  $a_0(t)$  – комплексная амплитуда высокочастотной моды,  $a_0(t - \tau)$  – комплексная амплитуда высокочастотной моды в петле ЗОС с временем задержки  $\tau$ ,  $b_{1,2}(t)$  – комплексные амплитуды низкочастотных мод,  $A_{ext}(t)$  – комплексная амплитуда внешнего воздействия,  $\eta$  – декремент высокочастотной моды,  $\gamma_{inc}$  – линейный инкремент высокочастотной моды,  $\nu_{1,2}$  – декременты низкочастотных мод,  $\alpha$  – параметр нелинейности,  $c_{0,1,2}$  – коэффициенты взаимодействия трех мод,  $\delta$  – частотная расстройка от синхронизма.

Выражения для коэффициентов взаимодействия  $c_{0,1,2}$  были найдены в [23] при построении модели спин-волнового активного кольцевого резонатора, поддерживающего трехволновой параметрический распад дипольной поверхностной магнитостатической спиновой волны (ПМСВ), выступающей в роли высокочастотной моды, на обменные спиновые волны (ОСВ), являющиеся низкочастотными модами. Данные выражения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}c_0 &= -j \frac{V_g}{d} \left[ \frac{1}{2} (A_+ - A_-) + \frac{\omega_0 + \omega_H}{\omega_M} A_+ \right], \\ c_1 &= j \frac{\omega_M}{2} \sin \theta_1 \cos \theta_1 \frac{\omega'_H + \omega_1}{2\omega_1} \exp(-j\phi_1), \\ c_2 &= j \frac{\omega_M}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \frac{\omega'_H + \omega_2}{2\omega_2} \exp(j\phi_2),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $V_g$  – групповая скорость ПМСВ,  $\omega_0$  – частота ПМСВ,  $\omega_{1,2}$  и  $\phi_{1,2}$  – частоты и фазы двух параметрически возбуждаемых ОСВ,  $\theta_{1,2}$  – углы между ПМСВ и ОСВ,  $d$  – толщина ферромагнитной среды, поддерживающей параметрический трехволновой распад,  $\omega_H = \gamma H_0$  – частота ферромагнитного резонанса,

$H_0$  – напряженность внешнего постоянного магнитного поля,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $\omega'_H = \omega_H + \beta \omega_M (ak)^2$ ,  $\beta$  – обменная константа,  $\omega_M = 4\pi \gamma M_0$ ,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения,  $a$  – постоянная решетки,  $k$  – волновое число ОСВ,  $A_{\pm} = \frac{\omega'_H + \omega_{1,2}}{2\omega_{1,2}} \sin \theta_{1,2} \cos \theta_{1,2} \exp(\pm j\phi_{1,2})$ . Следует отметить, что время задержки в кольцевом СВЧ-генераторе спиновых волн определяется в основном временем распространения ПМСВ в ферромагнитной пленке  $\tau \approx \tau_{ПМСВ} = L/V_g$  (где  $L$  – длина ферромагнитной пленки), поскольку скорость ПМСВ намного меньше скорости электромагнитной волны в цепи обратной связи. Будем полагать, что член  $\beta \omega_M (ak)^2$  существенно меньше  $\omega_H$ , поэтому в наших дальнейших расчетах  $\omega'_H \approx \omega_H$ .

Шумовой сигнал, используемый при численном решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) (1), формировался вне расчетной схемы. В программном пакете MatLab генерировалась псевдослучайная последовательность в виде белого шума  $\xi_i(t)$  ( $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi_i(t) \xi_j(t) \rangle = \delta_{ij}$ ) единичной интегральной мощности. При этом частота дискретизации шумового сигнала  $\xi_i(t)$  выбиралась равной частоте дискретизации численной схемы исследуемой модели (1). Шумовой сигнал  $\xi_i(t)$  пропусклся через фильтр нижних частот с конечной импульсной характеристикой и частотой отсечки 7 МГц. Шаг по времени у шумового сигнала не менялся и был равен шагу интегрирования численной схемы для системы ОДУ (1). У полученного при фильтрации шумового сигнала спектральная плотность мощности на нижних частотах не менялась. После прохождения через фильтр интенсивность шума умножалась на соответствующий амплитудный коэффициент. Аналогичная процедура фильтрации шумового сигнала может быть осуществлена при добавлении уравнений для низкочастотных фильтров непосредственно в саму систему ОДУ (1). Результаты фильтрации шумового сигнала при использовании двух подходов будут аналогичными, так как шаги интегрирования совпадают, а характеристики фильтруемого сигнала не зависят от параметров исходной системы ОДУ (1).

Полученная по описанному выше алгоритму последовательность действительных значений шумового сигнала использовалась в (1) в качестве амплитуды внешнего сигнала  $A_{ext}$ . Отметим, что аналогичный алгоритм создания



шумовых сигналов используется в радиофизических генераторах.

Из (1) следует, что шумовой сигнал, имеющий равномерный спектр в ограниченной полосе частот, модулирует нелинейную часть инкремента нарастания высокочастотной моды по случайному закону. Если шумовое воздействие имеет пренебрежимо малую амплитуду  $A_{ext}(t) \ll a_0(t - \tau)$ , то инкремент нарастания высокочастотной моды практически не будет отличаться от своего значения в автономном режиме, при котором в динамической системе формируется непрерывный хаотический сигнал. При достижении амплитуды шумового воздействия  $A_{ext}(t)$  значения, при котором она не является пренебрежимо малой по сравнению с  $a_0(t - \tau)$ , инкремент нарастания высокочастотной моды начнет значительно отличаться (уменьшаться) от своего исходного значения (в автономном режиме) на тех временных интервалах, на которых мгновенные значения амплитуды шума являются максимальными. В результате на указанных временных интервалах будет отчетливо наблюдаться подавление собственной хаотической динамики, т. е. внешнее воздействие будет «навязывать» динамической системе свое поведение. При дальнейшем увеличении амплитуды шума, когда  $A_{ext}(t) \approx a_0(t - \tau)$ , количество временных интервалов, на которых мгновенные значения амплитуды шума превышают пороговое значение, будет возрастать, что приведет к практически полному подавлению хаотической динамики системы. Подтверждение данных предположений представлено далее по тексту.

На рис. 1 приведены временные ряды хаотических огибающих высокочастотной и низкочастотной мод, полученные в отсутствие внешнего воздействия ( $A_{ext} = 0$ , автономный режим генерации). Они являются результатом численного решения модифицированной модели Вышкинд–Рабиновича (1) с учетом (2). Система ОДУ первого порядка (1) решалась с использованием метода Рунге–Кутты четвертого порядка, адаптированного для стохастических дифференциальных уравнений [26]. Расчеты проводились в предположении, что декременты и коэффициенты взаимодействия двух низкочастотных мод равны ( $\nu_1 = \nu_2 = \nu$  и  $c_1 = c_2 = c$ ). Для выбранных значений параметров системы на высокочастотной моде формируется хаотическая последовательность

релаксационных импульсов, а на низкочастотной моде – хаотическая последовательность импульсов колокообразной формы.

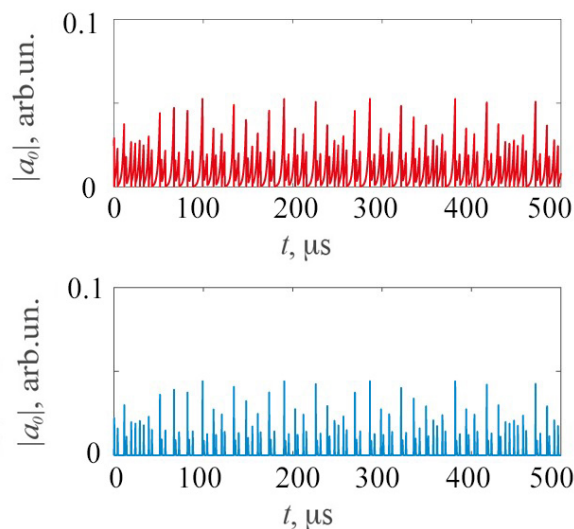


Рис. 1. Временные ряды модулей амплитуд высокочастотной моды (сверху) и низкочастотной моды (снизу), полученные при решении системы ОДУ (1) в отсутствие внешнего шумового воздействия. Расчеты выполнены для следующих значений параметров системы:  $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\eta = 7 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\nu = 7 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\alpha = 5$ ,  $c_0 = 1065 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $= 927 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\delta = 0.2 \text{ МГц}$ ,  $V_g = 2.7 \times 10^5 \text{ м/с}$ ,  $d = 20 \text{ мкм}$ ,  $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$ ,  $\theta = 4^\circ$ ,  $H_0 = 340 \text{ Э}$ ,  $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$  и  $\tau = 37 \text{ нс}$  (цвет онлайн)

Fig. 1. Time series of amplitude modules of a high frequency mode (top) and a low frequency mode (bottom) obtained on the base of the calculation of the ODE system (1) without external noise force. The calculations are performed for the following values of system parameters:  $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ μs}^{-1}$ ,  $\eta = 7 \text{ μs}^{-1}$ ,  $\nu = 7 \text{ μs}^{-1}$ ,  $\alpha = 5$ ,  $c_0 = 1065 \text{ μs}^{-1}$ ,  $= 927 \text{ μs}^{-1}$ ,  $\delta = 0.2 \text{ MHz}$ ,  $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ,  $d = 20 \text{ μm}$ ,  $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$ ,  $\theta = 4^\circ$ ,  $H_0 = 340 \text{ Oe}$ ,  $4\pi M_0 = 1750 \text{ G}$  and  $\tau = 37 \text{ ns}$  (color online)

На рис. 2 приведены временные ряды хаотических огибающих высокочастотной и низкочастотной мод, полученные при наличии в системе внешнего воздействия  $A_{ext} \neq 0$ , неавтономный режим генерации). В качестве внешнего воздействия использовался шум, имеющий равномерный спектр в полосе частот  $\Delta f = 7 \text{ МГц}$ . Шум прибавлялся в разностную схему Рунге–Кутты четвертого порядка один раз за шаг схемы. При выбранной ширине полосы шума его характерный временной масштаб является меньше длительности релаксационных импульсов, генерируемых на высокочастотной моде в автономном режиме. Результаты, представленные на рис. 2, получены для различных значений интенсивности шума  $D_n$ . Интенсивность ограниченного по частоте шумового сигнала  $D_n$



принималась равной спектральной плотности мощности нефильтрованного шумового сигнала.

Из результатов, представленных на рис. 2, а, следует, что хаотическая динамика неавтономной системы слабо отличается от хаотической динамики автономной системы (см. рис. 1) при  $a_0(t - \tau) \gg A_{ext}(t)$ . В этом случае вероятность появления временных интервалов с подавленной хаотической динамикой является относи-

тельно малой. С увеличением интенсивности шума количество временных интервалов с подавленной хаотической динамикой возрастает (см. рис. 2, б, в). В этом случае отчетливо наблюдаются два состояния: синхронное (с подавленной хаотической динамикой) и несинхронное (с развитой хаотической динамикой), которые характерны для «оп – off» перемежаемости [27, 28]. На рис. 2, б характерная длительность

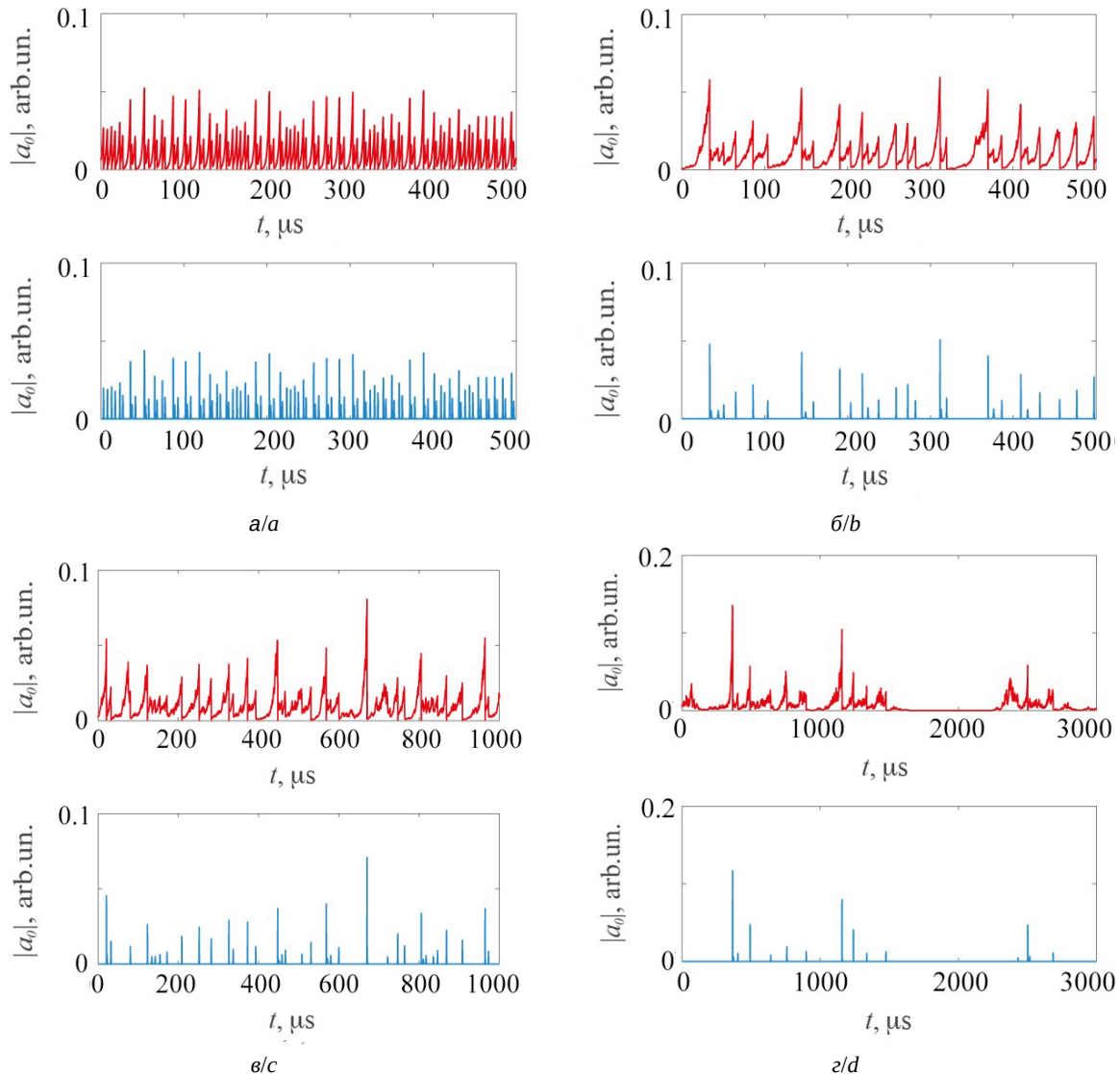


Рис. 2. Временные ряды модулей амплитуд высокочастотной моды (1-й и 3-й ряды) и низкочастотной моды (2-й и 4-й ряды), полученные при решении системы ОДУ (1) для нескольких значений интенсивности шума  $D_n$ : 0.0004 усл. ед. (а), 0.0162 усл. ед. (б), 0.0174 усл. ед. (в) и 0.0192 усл. ед. (г). Расчеты выполнены для следующих значений параметров системы:  $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\eta = 7 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\nu = 7 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\alpha = 5$ ,  $c_0 = 1065 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\omega_0 = 927 \text{ мкс}^{-1}$ ,  $\delta = 0.2 \text{ МГц}$ ,  $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ,  $d = 20 \text{ мкм}$ ,  $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$ ,  $\theta = 4^\circ$ ,  $H_0 = 340 \text{ Э}$ ,  $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$  и  $\tau = 37 \text{ нс}$  (цвет онлайн)

Fig. 2. Time series of amplitude modules of a high frequency mode (1st and 3rd rows) and a low frequency mode (2nd and 4th rows) obtained on the base of the calculation of the ODE system (1) for several values of the noise signal intensity  $D_n$ : 0.0004 arb.un. (a), 0.0162 arb.un. (b), 0.0174 arb.un. (c) and 0.0192 arb.un. (d) The calculations are performed for the following values of system parameters:  $\gamma_{inc} = 7.9 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\eta = 7 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 7 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\alpha = 5$ ,  $c_0 = 1065 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\omega_0 = 927 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\delta = 0.2 \text{ MHz}$ ,  $V_g = 2.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ,  $d = 20 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\omega_0 = 16.328 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$ ,  $\theta = 4^\circ$ ,  $H_0 = 340 \text{ Oe}$ ,  $4\pi M_0 = 1750 \text{ G}$  and  $\tau = 37 \text{ ns}$  (color online)



синхронных состояний  $t_l \approx 5.6$  мкс является меньше характерной длительности несинхронных состояний  $t_{ch} \approx 9.3$  мкс, а на рис. 2, в характерные длительности обоих состояний практически сравниваются по величине  $t_l \approx 14.3$  мкс,  $t_{ch} \approx 12.1$  мкс. При дальнейшем увеличении интенсивности внешнего шумового воздействия (см. рис. 2, з), когда  $A_{ext}(t) \approx a_0(t - \tau)$ , характерная длительность временных интервалов с синхронным состоянием  $t_l \approx 210.2$  мкс становится гораздо больше характерной длительности временных интервалов с несинхронным состоянием  $t_{ch} \approx 45$  мкс, что приводит к практически полному подавлению хаотической динамики системы.

На рис. 3, а представлена зависимость времени автокорреляции хаотической огибающей высокочастотной моды  $\tau_{corr}$  от амплитуды шумового воздействия  $D_n$ , которое рассчитывалось как

$$\tau_{corr} = \int_0^T \rho_p(\tau_d) d\tau_d,$$

где  $\rho_p(\tau_d) = \frac{\int_0^{T-\tau_d} (a_0(t) - \overline{a_0(t)}) (a_0(t - \tau_d) - \overline{a_0(t - \tau_d)}) dt}{\sigma^2}$  – линейный коэффициент Пирсона,  $\overline{a_0(t)}$  – среднее значение амплитуды,  $\sigma$  – стандартное отклонение амплитуды  $a_0(t)$  от ее среднего значения,  $T$  – длительность временной реализации,  $\tau_d$  – временной сдвиг реализации относительно своего исходного состояния. Полученная зависимость  $\tau_{corr}(D_n)$  имеет ярко выраженный резонансный характер, что свидетельствует о наличии в данной системе явления когерентного резонанса. Необходимо отметить, что в [13] явление когерентного резонанса наблюдалось при нарушении хаотической синхронизации двух связанных хаотических осцилляторов Лоренца внешним шумовым воздействием, что приводило к «on-off» перемежаемости синхронных и несинхронных состояний. В отличие от [13] модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича демонстрирует несинхронное хаотическое состояние в отсутствие внешнего шумового воздействия, а присутствие внешнего шумового воздействия, наоборот, приводит к появлению синхронных состояний через подавление хаоса.

На рис. 3, б в логарифмическом масштабе приведены результаты расчета распределения  $N$  длительностей ламинарных фаз  $t_l$ , которые соответствуют синхронному состоянию системы. Как известно, для перемежаемости типа «on-off» данное распределение должно иметь закон  $N \sim t_l^{-3/2}$  [28]. Рассчитанное по модели распределение для интенсивности шума  $D_n = 0.0174$

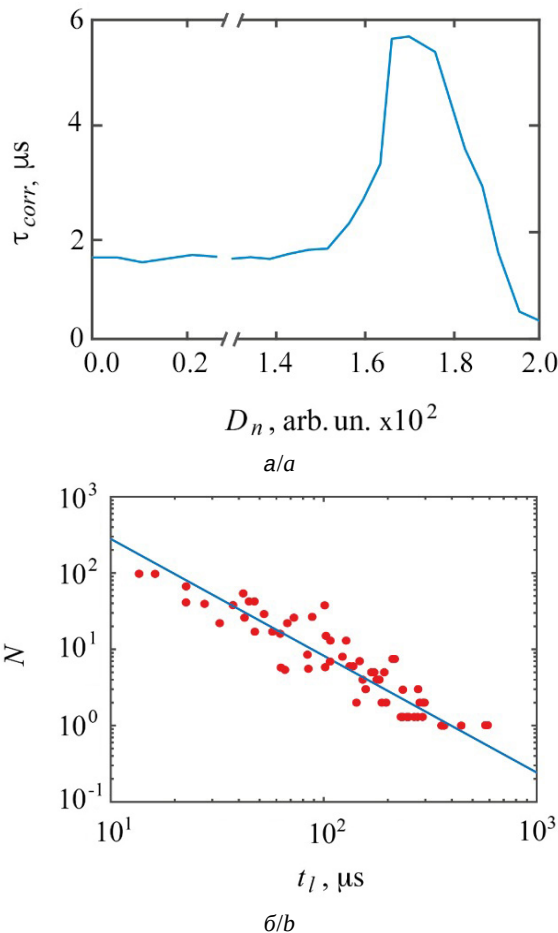


Рис. 3. Зависимость времени автокорреляции  $\tau_{corr}$  хаотической высокочастотной моды от интенсивности внешнего шума  $D_n$ , рассчитанная для ширины полосы шума 7 МГц (а) и распределение длительности ламинарных фаз (кружки), полученное при интенсивности шума  $D_n = 0.0174$  (б). Здесь прямая линия соответствует закону  $N \sim t_l^{-3/2}$ . Значения остальных параметров такие же, как на рис. 1 (цвет онлайн)

Fig. 3. Dependence of the autocorrelation time  $\tau_{corr}$  on the noise signal intensity  $D_n$  calculated for a noise bandwidth of 7 MHz (a) and distribution of the duration of laminar phases obtained for the noise intensity  $D_n = 0.0174$  (b). Here the straight line corresponds to the law  $N \sim t_l^{-3/2}$ . The values if the other parameters are the same as in Fig. 1 (color online)

имеет вид  $N \sim t_l^{-1.47}$ . Данный факт свидетельствует о том, что модифицированная модель Вышкинд–Рабиновича под внешним шумовым воздействием работает в режиме перемежаемости типа «on-off».

## Заключение

В работе на основе результатов численного моделирования продемонстрировано явление когерентного резонанса в подавляемой шумом



хаотической динамической системе, описываемой модифицированной моделью Вышкинд-Рабиновича. В данной модели внешнее воздействие в виде белого шума с ограниченной полосой частот осуществляет модуляцию нелинейного инкремента одной из трех параметрически взаимодействующих мод (высокочастотной моды).

Показано, что подавляемая шумом хаотическая динамическая система имеет два состояния: несинхронное, соответствующее развитой хаотической динамике системы, и синхронное, которое возникает за счет вынужденной синхронизации хаоса через его подавление внешним шумовым воздействием. Наличие таких чередующихся состояний приводят к «on-off» переменяемости, в которой, по аналогии с двумя связанными хаотическими осцилляторами [13], наблюдается явление когерентного резонанса.

В дальнейшем интерес представляет экспериментальное подтверждение явления когерентного резонанса в подавляемых шумом хаотических генераторах, работающих в условиях трехмодового параметрического распада, а также демонстрация возможности использования метода подавления хаоса, например, с помощью случайной последовательности бинарных импульсов, для резервуарных вычислений, поддерживающих концепцию «вычисления на краю хаоса» [29].

### Список литературы

1. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge : Cambridge University Press, 2001. Vol. 12. xx, 411 p. (Cambridge Nonlinear Science Series). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743>
2. *Pikovsky A., Kurths J.* Coherence resonance in a noise driven excitable system // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, № 5. P. 775–778. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.775>
3. *Lindner B., Schimansky-Geier L.* Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, № 6. P. 7270–7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.7270>
4. *Lee S. G., Neiman A., Kim S.* Coherence resonance in a Hodgkin-Huxley neuron // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 57, № 3. P. 3292–3297. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.3292>
5. *Zhou L. Q., Jia X., Ouyang Q.* Experimental and numerical studies of noise-induced coherent patterns in a subexcitable system // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 88, № 13. Art. 138301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.138301>
6. *Dubbeldam J. L. A., Krauskopf B., Lenstra D.* Excitability and coherence resonance in lasers with saturable absorber // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, № 6. P. 6580–6588. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.6580>
7. *Hizanidis J., Balanov A. G., Amann A., Schöll E.* Noise-induced front motion: Signature of a global bifurcation // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96, № 24. Art. 244104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.244104>
8. *Han S. K., Yim T. G., Postnov D. E., Sosnovtseva O. V.* Interacting coherence resonance oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 9. P. 1771–1774. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.1771>
9. *Giacomelli G., Giudici M., Balle S., Tredicce J. R.* Experimental evidence of coherence resonance in an optical system // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84, № 15. P. 3298–3301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3298>
10. *Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Садовников С. А., Скороходов В. Н., Степанов А. О.* Когерентный резонанс в клистронном автогенераторе на пороге самовозбуждения // *Письма в ЖТФ.* 2011. Т. 37, № 22. С. 86–94.
11. *Palenzuela C., Toral R., Mirasso C. R., Calvo O., Gunton J. D.* Coherence resonance in chaotic systems // *Europhys. Lett.* 2001. Vol. 56, № 3. P. 347–353. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00526-5>
12. *Calvo O., Mirasso C. R., Toral R.* Coherence resonance in chaotic electronic circuits // *Electron. Lett.* 2001. Vol. 37, № 17. P. 1062–1063. <https://doi.org/10.1049/el:20010735>
13. *Liu Z., Lai Y.-C.* Coherence resonance in coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86, № 21. P. 4737–4740. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4737>
14. *Неймарк Ю. И., Ланда П. С.* Стохастические и хаотические колебания. Изд. 2-е, доп. М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 424 с.
15. *Анищенко В. С., Астахов В. В., Вадивасова Т. Е., Нейман А. Б., Стрелкова Г. И., Шиманский-Гайер Л.* Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
16. *Гришин С. В., Никитов С. А., Романенко Д. В., Худоложкин В. О., Шараевский Ю. П.* Генерация одиночных хаотических импульсов в кольцевой автоколебательной системе с ферромагнитной пленкой под внешним шумовым воздействием // *Письма в ЖТФ.* 2013. Т. 39, № 7. С. 9–18.
17. *Демидов В. Е., Ковшиков Н. Г.* Механизм возникновения и стохастизации автомодуляции интенсивных спиновых волн // *ЖТФ.* 1999. Т. 69, № 8. С. 100–103.
18. *Кузнецов С. П., Тюрюкина Л. В.* Сложная динамика и хаос в электронном автогенераторе с насыщением, обеспечиваемым параметрическим распадом // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2018. Т. 26, № 1. С. 33–47. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-1-33-47>
19. *Тюрюкина Л. В.* Параметрическое взаимодействие колебательных мод в присутствии квадратичной или кубической нелинейности // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2024. Т. 32, № 1. С. 11–30. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003082>
20. *Комков П. С., Москаленко О. И., Гришин С. В.* Генерация темных и светлых импульсов огибающей



- в двунаправленно связанных параметрических осцилляторах Вышкинд – Рабиновича // Письма в ЖТФ. 2024. Т. 50, № 2. С. 32–35. <https://doi.org/10.61011/PJTf.2024.02.56981.19668>
21. Bir A. S., Grishin S. V., Grachev A. A., Moskalenko O. I., Pavlov A. N., Romanenko D. V., Skorokhodov V. N., Nikitov S. A. Direct electric current control of hyperchaotic packets of dissipative dark envelope solitons in a magnonic crystal active ring resonator // Phys. Rev. Appl. 2024. Vol. 21, № 4. Art. 044008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.21.044008>
  22. Вышкинд С. Я., Рабинович М. И. Механизм стохастизации фаз и структура волновой турбулентности в диссипативных средах // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 2. С. 557–571.
  23. Grishin S. V., Sharaevskii Yu. P., Nikitov S. A., Romanenko D. V. Generation of chaotic microwave pulses in ferromagnetic film ring oscillators under external influence // IEEE Trans. on Magnetics. 2013. Vol. 49, № 3. P. 1047–1054. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2228634>
  24. Патент № 2349027 (РФ). МПК H03K3/84. Способ генерации хаотических радиоимпульсов большой мощности для прямохаотических систем связи : заявл. 25.07.2007 : опубл. 10.03.2009 / Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Скороходов В. Н. ; патентообладатель Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского. URL: <https://www.freepatent.ru/patents/2349027> (дата обращения: 27.06.2025).
  25. Гришин С. В., Дмитриев Б. С., Жарков Ю. Д., Манышев Р. А., Скороходов В. Н. Генерация хаотических СВЧ импульсов в широкополосных спин-волновых и вакуумных генераторах хаоса под внешним периодическим воздействием // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 5. С. 137–155. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-5-137-155>
  26. Никитин Н. Н., Первачев С. В., Разевиг В. Д. О решении на ЦВМ стохастических дифференциальных уравнений следящих систем // Автоматика и телемеханика. 1975. № 4. С. 133–137.
  27. Hammer P., Platt N., Hammel D., Heagy J., Lee B. Experimental observation of on-off intermittency // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73, № 8. P. 1095–1098. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.1095>
  28. Heagy J. F., Platt N., Hammel S. M. Characterization of on-off intermittency // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, № 2. P. 1140–1150. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.1140>
  29. Legenstein R., Maass W. Edge of chaos and prediction of computational performance for neural circuit models // Neural Netw. 2007. Vol. 20, iss. 3. P. 323–334. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2007.04.017>
  30. Pikovsky A., Kurths J. Coherence resonance in a noise driven excitable system. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, no. 5, pp. 775–778. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.775>
  31. Lindner B., Schimansky-Geier L. Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, no. 6, pp. 7270–7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.7270>
  32. Lee S. G., Neiman A., Kim S. Coherence resonance in a Hodgkin-Huxley neuron. *Phys. Rev. E*, 1998, vol. 57, no. 3, pp. 3292–3297. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.3292>
  33. Zhou L. Q., Jia X., Ouyang Q. Experimental and numerical studies of noise-induced coherent patterns in a subexcitable system. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 88, no. 13, art. 138301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.138301>
  34. Dubbeldam J. L. A., Krauskopf B., Lenstra D. Excitability and coherence resonance in lasers with saturable absorber. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, no. 6. pp. 6580–6588. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.6580>
  35. Hizanidis J., Balanov A. G., Amann A., Schöll E. Noise-induced front motion: Signature of a global bifurcation. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 96, no. 24, art. 244104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.244104>
  36. Han S. K., Yim T. G., Postnov D. E., Sosnovtseva O. V. Interacting coherence resonance oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, vol. 83, no. 9, pp. 1771–1774. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.1771>
  37. Giacomelli G., Giudici M., Balle S., Tredicce J. R. Experimental evidence of coherence resonance in an optical system. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, no. 15, pp. 3298–3301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3298>
  38. Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Sadovnikov S. A., Skorokhodov V. N., Stepanov A. O. Coherent resonance in klystron oscillator at self-excitation threshold. *Tech. Phys. Lett.*, 2011, vol. 37, no. 11, pp. 1082–1085. <https://doi.org/10.1134/S106378501110216>
  39. Palenzuela C., Toral R., Mirasso C. R., Calvo O., Gunton J. D. Coherence resonance in chaotic systems. *Europhys. Lett.*, 2001, vol. 56, no. 3, pp. 347–353. <https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00526-5>
  40. Calvo O., Mirasso C. R., Toral R. Coherence resonance in chaotic electronic circuits. *Electron. Lett.*, 2001, vol. 37, no. 17, pp. 1062–1063. <https://doi.org/10.1049/el:20010735>
  41. Liu Z., Lai Y.-C. Coherence resonance in coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, no. 21, pp. 4737–4740. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4737>
  42. Neymark Yu. I., Landa P. S. *Stokhasticheskie i khaoticheskie kolebaniya* [Stochastic and chaotic oscillations. 2nd ed., suppl.]. Moscow, Knizhnyy dom “LIBROKOM”, 2009. 424 p. (in Russian).
  43. Anishchenko V. V., Astakhov V. V., Neiman A. B., Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Schimansky-Geier L. *Nelinejnye efekty v khaoticheskikh i stokhasticheskikh sistemakh* [Nonlinear effects in chaotic and stochastic systems]. Moscow, Knizhnyy dom “LIBROKOM”, 2009. 424 p. (in Russian).

## References

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge Nonlinear Science Series. Cambridge, Cambridge University Press, 2001, vol. 12. xx+411 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743>



- tic systems]. Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2003. 544 p. (in Russian).
16. Grishin S. V., Nikitov S. A., Romanenko D. V., Khudolozhkin V. O., Sharaevskii Yu. P. Generation of single chaotic microwave pulses in a self-oscillating ring system with ferromagnetic film under the action of external noise. *Tech. Phys. Lett.*, 2013, vol. 39, no. 4, pp. 321–324. <https://doi.org/10.1134/S1063785013040056>
  17. Demidov V. E., Kovshikov N. G. Mechanism for the appearance and randomization of the self-modulation of high-intensity spin waves, *Tech. Phys.*, 1999, vol. 44, iss. 8, pp. 960–963. <https://doi.org/10.1134/1.1259413>
  18. Kuznetsov S. P., Turukina L. V. Complex dynamics and chaos in electronic self-oscillator with saturation mechanism provided by parametric decay. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 33–47. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-1-33-47>
  19. Turukina L. V. Parametric interaction of modes in the presence of quadratic or cubic nonlinearity. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 32, no. 1, pp. 11–30. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003082>
  20. Komkov P. S., Moskalenko O. I., Grishin S. V. Self-Generation of dark and bright envelope pulses in bidirectionally coupled Vyshkind-Rabinovich parametric oscillators. *Tech. Phys. Lett.*, 2024, vol. 50, no. 1, pp. 70–73. <https://doi.org/10.61011/TPL.2024.01.57840.19668>
  21. Bir A. S., Grishin S. V., Grachev A. A., Moskalenko O. I., Pavlov A. N., Romanenko D. V., Skorokhodov V. N., Nikitov S. A. Direct electric current control of hyperchaotic packets of dissipative dark envelope solitons in a magnonic crystal active ring resonator. *Phys. Rev. Appl.*, 2024, vol. 21, no. 4, art. 044008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.21.044008>
  22. Vyshkind S. Ya., Rabinovich M. I. The phase stochasticization mechanism and the structure of wave turbulence in dissipative media. *JETP*, 1976, vol. 44, no. 2, pp. 292–299.
  23. Grishin S. V., Sharaevskii Yu. P., Nikitov S. A., Romanenko D. V. Generation of chaotic microwave pulses in ferromagnetic film ring oscillators under external influence. *IEEE Trans. on Magnetism*, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 1047–1054. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2228634>
  24. RF Patent No. 2349027 IPC H03K3/84. Method for generating high-power chaotic radio pulses for direct chaotic communication systems. Declared July 25, 2007, published March 10, 2009. Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Skorokhodov V. N. Patent Holder : Saratov State University. Available at: <https://www.freepatent.ru/patents/2349027> (accessed June 27, 2025).
  25. Grishin S. V., Dmitriev B. S., Zharkov Yu. D., Manyshchev R. A., Skorokhodov V. N. Chaotic microwave pulse generation in wideband spin-wave and vacuum oscillators of chaos under external periodical influence. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 20, no. 5, pp. 137–155. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-5-137-155>
  26. Nikitin N. N., Pervachev S. V., Razevig V. D. On computer solution of stochastic differential equations for flow-up systems. *Avtomatika i telemekhanika*, 1975, no. 4, pp. 133–137 (in Russian).
  27. Hammer P., Platt N., Hammel D., Heagy J., Lee B. Experimental observation of on-off intermittency. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 73, no. 8, pp. 1095–1098. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.1095>
  28. Heagy J. F., Platt N., Hammel S. M. Characterization of on-off intermittency *Phys. Rev. E*, 1994, vol. 49, no. 2, pp. 1140–1150. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.1140>
  29. Legenstein R., Maass W. Edge of chaos and prediction of computational performance for neural circuit models. *Neural Netw.*, 2007, vol. 20, iss. 3, pp. 323–334. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2007.04.017>

Поступила в редакцию 22.11.2024; одобрена после рецензирования 09.05.2025; принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 22.11.2024; approved after reviewing 09.05.2025; accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 305–315  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3. P. 305–315  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-305-315>, EDN: KWEXHY

Научная статья  
УДК 519.688:543.424.2

### Влияние малых концентраций гиалуроновой кислоты на структуру изолята сывороточного протеина при конъюгировании: разработка и оптимизация моделей машинного обучения на основе адаптивного бустинга для анализа спектроскопических данных

С. А. Шевцова, М. С. Савельева, О. А. Майорова, Е. С. Прихожденко✉

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

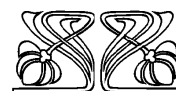
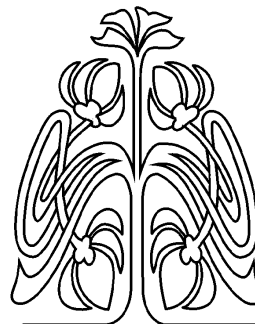
Шевцова Светлана Александровна, институт физики, студент, Научный медицинский центр, лаборант лаборатории «Дистанционно управляемые системы для тераностики», [sveta.shevtsova.0404@mail.ru](mailto:sveta.shevtsova.0404@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0002-2533-4827>

Савельева Мария Сергеевна, кандидат физико-математических наук, институт физики, ассистент кафедры материаловедения, технологии и управления качеством, Научный медицинский центр, младший научный сотрудник лаборатории «Дистанционно управляемые системы для тераностики», [mssaveleva@yandex.ru](mailto:mssaveleva@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2021-0462>, AuthorID: 938218

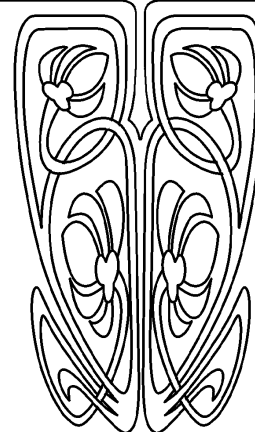
Майорова Оксана Александровна, кандидат химических наук, Научный медицинский центр, старший научный сотрудник лаборатории биомедицинской фотоакустики, [oksanaamayorova@gmail.com](mailto:oksanaamayorova@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-6440-3947>, AuthorID: 1001358

Прихожденко Екатерина Сергеевна, кандидат физико-математических наук, институт физики, доцент кафедры инноватики, [prikhozhdenkoes@gmail.com](mailto:prikhozhdenkoes@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-2700-168X>, AuthorID: 850345

**Аннотация.** В данном исследовании с помощью спектроскопии комбинационного рассеяния (КР) было изучено влияние малых концентраций гиалуроновой кислоты (ГК, 0.1–0.5%) на структуру изолята сывороточного протеина (ИСП) при конъюгировании. Анализ спектров КР выявил, что основное изменение происходит в области  $1003\text{ см}^{-1}$ , соответствующей колебаниям фенилаланина. Для классификации и регрессионного анализа спектральных данных использовались ансамблевые методы машинного обучения, включая адаптивный бустинг (AdaBoost). Оптимальные параметры модели (глубина дерева принятия решений  $\text{max\_depth}=3$ , количество деревьев в ансамбле 325) обеспечили высокую точность классификации (98.3%) и коэффициент детерминации ( $R^2 = 0.91$ ) при объеме обучающей выборки 300 спектров на образце. Подбор параметров проводился с помощью решетчатого поиска (GridSearchCV). Было также изучено влияние объема обучающей выборки на эффективность модели адаптивного бустинга. Модель также позволила выявить ключевые волновые числа ( $763, 1003, 1240, 1400\text{ см}^{-1}$ ), наиболее значимые для прогнозирования изменений в структуре ИСП при добавлении ГК. Результаты демонстрируют перспективность комбинации спектроскопии КР и машинного обучения для анализа белково-полисахаридных взаимодействий.



**НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ**





**Ключевые слова:** гиалуроновая кислота, изолят сывороточного протеина, спектроскопия КР, адаптивный бустинг, машинное обучение, решётчатый поиск, классификация, регрессия

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-79-10270, <https://rscf.ru/project/22-79-10270/>).

**Для цитирования:** Шевцова С. А., Савельева М. С., Майорова О. А., Прихожденко Е. С. Влияние малых концентраций гиалуроновой кислоты на структуру изолята сывороточного протеина при конъюгировании: разработка и оптимизация моделей машинного обучения на основе адаптивного бустинга для анализа спектроскопических данных // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 305–315. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-305-315>, EDN: KWEXHY

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## Effect of low concentrations of hyaluronic acid on the structure of whey protein isolate during conjugation: Development and optimization of machine learning models based on adaptive boosting for spectroscopic data analysis

S. A. Shevtsova, M. S. Saveleva, O. A. Mayorova, E. S. Prikhodzhenko✉

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Svetlana A. Shevtsova, [sveta.shevtsova.0404@mail.ru](mailto:sveta.shevtsova.0404@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0002-2533-4827>

Mariia S. Saveleva, [mssaveleva@yandex.ru](mailto:mssaveleva@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2021-0462>

Oksana A. Mayorova, [oksanaamayorova@gmail.com](mailto:oksanaamayorova@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-6440-3947>

Ekaterina S. Prikhodzhenko, [prikhodzhenko@gmail.com](mailto:prikhodzhenko@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-2700-168X>

**Abstract. Background and Objectives:** Multicomponent mixtures with bioactive compounds, such as hyaluronic acid (HA) in protein matrices, are critical in pharmaceuticals, nutraceuticals, and cosmetics. However, detecting low-concentration additives (e.g., 0.1–0.5 wt.% HA in whey protein isolate, WPI) remains challenging due to signal interference and matrix complexity. Raman spectroscopy (RS) is a powerful tool for such analyses, but interpreting spectral data requires advanced computational methods. This study leverages adaptive boosting (AdaBoost), an ensemble ML algorithm, to (1) classify WPI-HA mixtures by HA concentration, (2) quantify HA content via regression, and (3) determine the minimal training dataset size needed for robust predictions. **Materials and Methods:** WPI (5 wt.%) was mixed with HA (0.1, 0.25, 0.5 wt.%) in saline, dialyzed, and dried into thin films. Renishaw inVia spectrometer equipped with a 532 nm laser was implemented to collect 600 spectra/sample (20×30-point maps). Preprocessing included cosmic-ray removal, baseline correction, and  $L_2$  normalization. AdaBoost models (scikit-learn) were optimized via GridSearchCV (hyperparameters: DecisionTree max\_depth, 1–3; n\_estimators, 50–350). Performance was tested across training set sizes (50–500 spectra/sample). Metrics included accuracy (classification) and  $R^2$ /RMSE (regression). **Results:** Optimization: 325 DecisionTrees with max\_depth = 3 have been found to be the best hyperparameters of AdaBoost. Classification: 50 spectra/sample have achieved 94.5% accuracy; 200/300 spectra have improved this to 97.9%/98.3%, respectively. The models have reliably distinguished WPI + 0.1% HA from WPI (>96% accuracy). Regression: 300 spectra/sample have yielded optimal results ( $R^2 = 0.910$ , RMSE = 0.061%). Larger datasets (400–500 spectra) have reduced performance ( $R^2 = 0.894$ ), suggesting overfitting. Key bands for analysis: 763  $\text{cm}^{-1}$  (tryptophan), 1003  $\text{cm}^{-1}$  (phenylalanine), and 1240  $\text{cm}^{-1}$  (amide III). Bands at 1450–1667  $\text{cm}^{-1}$  (C–H/amide I/II) have shown negligible importance, indicating minimal HA-induced changes. **Conclusion:** AdaBoost models efficiently analyze trace HA in WPI with small training datasets (200 spectra for classification, 300 for regression). The method precision and speed make it ideal for industrial applications, while identified spectral markers have deepened understanding of HA-protein interactions. Future work could extend this framework to other multicomponent systems with low analyte concentrations.

**Keywords:** hyaluronic acid, whey protein isolate, Raman spectroscopy, adaptive boosting, machine learning, GridSearchCV, classification, regression

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 22-79-10270. <https://rscf.ru/project/22-79-10270/>).

**For citation:** Shevtsova S. A., Saveleva M. S., Mayorova O. A., Prikhodzhenko E. S. Effect of low concentrations of hyaluronic acid on the structure of whey protein isolate during conjugation: Development and optimization of machine learning models based on adaptive boosting for spectroscopic data analysis. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 305–315 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-305-315>, EDN: KWEXHY

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Исследование многокомпонентных смесей, включающих биологически активные вещества, представляет значительный интерес для различных областей науки и промышленности, таких как фармакология, пищевая индустрия, косметология и биотехнологии [1–3]. Эти смеси

часто содержат малые концентрации дополнительных компонентов, которые могут оказывать существенное влияние на их функциональные свойства. Однако анализ таких систем сопряжен с рядом трудностей, связанных с низкой концентрацией целевых компонентов, сложностью матрицы и необходимостью использования



высококчувствительных методов исследования. В связи с этим разработка новых подходов для обнаружения и количественного анализа малых добавок в сложных смесях остается актуальной задачей.

Спектроскопия комбинационного рассеяния (КР) является одним из наиболее перспективных методов для изучения химического состава и структуры многокомпонентных систем [4]. Этот метод обладает рядом преимуществ, включая неразрушающий характер анализа, высокую чувствительность к изменениям в химической структуре и возможность работы с минимальной пробоподготовкой [5–7]. Спектроскопия КР успешно применяется для анализа биологических молекул, полимеров, фармацевтических препаратов и пищевых продуктов [8–11]. Однако интерпретация спектроскопических данных, особенно в случае сложных смесей, требует применения современных методов обработки и анализа, к их числу относится машинное обучение.

В последние годы методы машинного обучения активно внедряются в спектроскопические исследования для решения задач классификации, регрессии и прогнозирования [12–14]. Одним из наиболее эффективных подходов является адаптивный бустинг (AdaBoost), который позволяет комбинировать слабые (по надежности) модели (например, деревья принятия решений) в сильные ансамбли, значительно повышая точность и устойчивость прогнозов [15, 16]. Адаптивный бустинг успешно применяется для анализа спектроскопических данных, включая задачи идентификации компонентов и количественного определения их концентраций [17, 18]. Однако эффективность таких моделей во многом зависит от правильного выбора гиперпараметров, что требует использования методов оптимизации, таких как GridSearchCV [19–21].

Важным аспектом при построении моделей машинного обучения является объем и качество обучающей выборки. Исследования показывают, что количество образцов в обучающей выборке может существенно влиять на производительность модели, особенно в случае глубокого обучения [22–24]. Поэтому изучение зависимости точности модели от размера выборки является важным этапом в разработке надежных аналитических методов.

Внесение примесей, в особенности в малых концентрациях, в белковый смеси может нести как положительное, так и отрицательное

влияние. К последней категории, в частности, относятся такие примеси, как например мела-мин [25, 26] и мочевины [27], которые добавляют в молоко, детские смеси и корма для искусственного вскармливания показателей «псевдобелка» [28, 29]. Также практикуется «аминокислотный спайкинг» – добавление дешевых аминокислот для манипуляции результатами анализов продуктов питания на содержание белков [30]. Разработка новых подходов к анализу и обнаружению примесей необходима для более точного выявления опасных добавок.

Добавление примесей к белкам может приносить и дополнительные положительные свойства в итоговый материал. В данной работе исследуются смеси изолята сывороточного протеина (ИСП, 5 мас. %) с добавлением гиалуроновой кислоты в различных концентрациях (0, 0.1, 0.25 и 0.5 мас. %). Гиалуроновая кислота (ГК) является важным биополимером, широко используется в медицине и косметологии благодаря своим уникальным свойствам, таким как увлажнение и регенерация тканей [31–34]. Добавление небольшого количества гиалуроновой кислоты в изолят сывороточного белка может значительно улучшить его свойства без сильного увеличения стоимости. Это свойство особенно ценно при создании систем адресной доставки лекарств. Применение комплекса ИСП-ГК в качестве стабилизирующего агента вместо ИСП может значительно увеличить срок службы микроносителей, которые производятся с его использованием [35]. Комбинация ИСП и ГК в различных соотношениях, а также характеристики получаемого микрогеля и наночастиц ранее были исследованы Weigang Zhong и соавторами [36–38]. В этих работах наименьшее исследуемое соотношение ИСП : ГК составило 10 : 1.

Целями работы ставились изучение влияния малых концентраций гиалуроновой кислоты (ГК, 0.1–0.5%) на структуру изолята сывороточного протеина (ИСП) при конъюгировании посредством спектроскопии комбинационного рассеяния, а также разработка и оптимизация моделей машинного обучения на основе адаптивного бустинга для анализа спектроскопических данных, а также изучение влияния размера обучающей выборки на производительность моделей. Полученные результаты могут быть полезны для разработки новых методов контроля качества и анализа сложных многокомпонентных систем в различных отраслях промышленности.





## 1. Материалы и методы

### 1.1. Материалы

Изолят сывороточного протеина (ИСП; whey protein isolate, WPI) произведен компанией California Gold Nutrition® (Ирвайн, Калифорния, США). Натриевая соль гиалуроновой кислоты (ГК; англ. – hyaluronic acid, HA; чистота 99%, молярная масса  $M_w = 404$  г/моль) приобретена у компании Macklin Biochemical Co., Ltd. (Шанхай, Китай). Хлорид натрия (NaCl, чистота >99%) произведен компанией Merck (Дармштадт, Германия). В качестве водной среды во всех сериях экспериментов использовали воду, очищенную системой Milli-Q (Merck Millipore, Германия) ( $18.2$  МОм·см<sup>-1</sup>).

### 1.2. Приготовление конъюгатов ИСП-ГК (WPI-HA)

В процессе создания конъюгатов ИСП-ГК (WPI-HA) использовалась одинаковая концентрация ИСП (WPI) во всех случаях – 10% по массе. Образцы ИСП-ГК были получены путем смешивания растворов ИСП и ГК в физиологическом растворе (с массовой долей 0.15 NaCl). Для получения конъюгатов к растворам ИСП добавляли равные объемы раствора ГК с определенной концентрацией. После этого смесь энергично перемешивали в течение 30 минут при температуре 22°C. Полученные комплексы ИСП-ГК содержали различные концентрации ГК: 0.1%, 0.25% и 0.5% по массе. Для удаления несвязанной ГК конъюгаты ИСП-ГК промывали с помощью диализа в физиологическом растворе в течение 3 дней при температуре 4°C. В качестве контроля был приготовлен образец ИСП путем двукратного разбавления исходного раствора ИСП физиологическим раствором. Таким образом, было получено четыре образца: ИСП, ИСП + 0.1% ГК, ИСП + 0.25% ГК и ИСП + 0.5% ГК.

### 1.3. Спектроскопия КР

На кварцевую подложку было нанесено по 10 мкл ИСП и конъюгатов ИСП-ГК, после чего образцы были высушены на воздухе. После высыхания образцов на подложке образовались тонкие пленки. Для сбора спектров комбинационного рассеяния (КР) света высушенных образцов ИСП и конъюгатов ИСП-ГК использовался конфокальный спектрометр Renishaw inVia (Renishaw, Уоттон-андер-Эдж, Великобритания), оснащенный лазером с длиной волны 532 нм. Все измерения проводились с использованием

объектива 50×/0.5 N. A. при мощности лазера 2.5 мВт. Для каждого образца были получены карты КР (600 отдельных спектров, 20×30 точек с шагом 2 мкм, регистрация единичного спектра занимала 5 с).

### 1.4. Анализ данных

В процессе работы были использованы данные, полученные с помощью программы Renishaw WiRE v.4.2 (Renishaw, Уоттон-андер-Эдж, Великобритания). При необходимости к этим данным применялся инструмент для удаления космических лучей (Cosmic Ray Removal) из Renishaw WiRE. Для удаления полиномиального фона из собранных карт КР использовался инструмент Subtract Baseline. В качестве функции для удаления фона был выбран полином десятой степени.

Последующая обработка данных проводилась с использованием Python 3.6 в среде Jupyter Notebook. Загрузка данных спектроскопии КР производилась с помощью библиотеки renishawWiRE. Имплементация моделей машинного обучения, предобработка данных осуществлялись с помощью библиотеки scikit learn [39]. Спектры были нормированы с помощью L<sub>2</sub>-нормы, реализованной с использованием sklearn.preprocessing.normalize. Деление данных на обучающую и проверочную выборки осуществлялось с помощью train\_test\_split из sklearn.model\_selection. В качестве моделей классификации и регрессии использовались модели адаптивного бустинга AdaBoostClassifier и AdaBoostRegressor из sklearn.ensemble соответственно. Для изначального подбора параметров моделей использовали решетчатый поиск (sklearn.model\_selection.GridSearchCV), оптимизировали параметр max\_depth (диапазон целочисленных значений 1–3) единичной модели DecisionTreeClassifier из sklearn.tree и количество единичных моделей (диапазон значений 50–350 с шагом 25) в AdaBoostClassifier. Объем обучающей выборки при оптимизации был равен 500 спектров КР на тип образца: ИСП, ИСП + 0.1% ГК, ИСП + 0.25% ГК и ИСП + 0.5% ГК.

Затем с использованием подобранных параметров производилось обучение моделей классификации и регрессии на основе адаптивного бустинга при разном объеме обучающей выборки: 50, 100, 200, 300, 400 и 500 спектров КР на тип образца. В качестве метрик использовали матрицу неточностей (confusion\_matrix), точность прогнозов (accuracy\_score) для моделей классификации;



коэффициент детерминации ( $r^2\_score$ ), средне-квадратичную ошибку ( $root\_mean\_squared\_error$ ) из `sklearn.metrics`. Все рисунки были получены с помощью библиотеки `matplotlib`.

## 2. Результаты и их обсуждение

Для изучения влияния различных концентраций гиалуроновой кислоты на молекулу изолята сывороточного протеина, были созданы конъюгаты ИСП-ГК. Концентрация ИСП оставалась постоянной во всех образцах и составляла 5% по массе. Для создания конъюгатов использовали три различных количества ГК: 0.1% (соотношение белков и полисахаридов 50:1, смесь ИСП + 0.1% ГК); 0.25% (соотношение белков и полисахаридов 20:1, смесь ИСП + 0.25% ГК); 0.5% (соотношение белков и полисахаридов 10:1, смесь ИСП + 0.5% ГК). В качестве контроля применялся образец ИСП с концентрацией белка 5% по массе. Чтобы определить влияние небольшого количества ГК на молекулу белка, были измерены спектры комбинационного рассеяния света (рис. 1).

Используемая в исследуемых конъюгатах концентрация ГК достаточно мала, средние нормированные спектры полученных образцов слабо отличаются от контроля – спектра КР образца

ИСП) (см. рис. 1, б). В ходе анализа стало очевидным, что единственной характеристикой, которая претерпевает заметные изменения, является дыхательная мода колебаний фенилаланина  $1003\text{ см}^{-1}$  [35, 40].

Ранее для анализа данного набора спектров КР были предложены ансамблевые методы на основе деревьев принятия решений: случайный лес и градиентный бустинг [41]. Данные методы показали высокую точность (свыше 95%) при решении задачи классификации и относительно высокое значение (свыше 0.8 для случайного леса и свыше 0.9 для градиентного бустинга) коэффициента детерминации ( $R^2$ ) при решении регрессионной задачи. При этом вопрос, какого количества образцов спектров достаточно для построения точной модели классификации и регрессии, требует дополнительного изучения.

Модель случайного леса является частным случаем моделей бэггинга, для которых характерно параллельное обучение единичных моделей с последующим усреднением полученных прогнозов для формирования итогового решения [42–44]. Модель градиентного бустинга как частный случай бустинга характеризуется последовательным использованием единичных моделей, где каждая следующая модель уточняет итоговый прогноз [45–47]. Поскольку модель

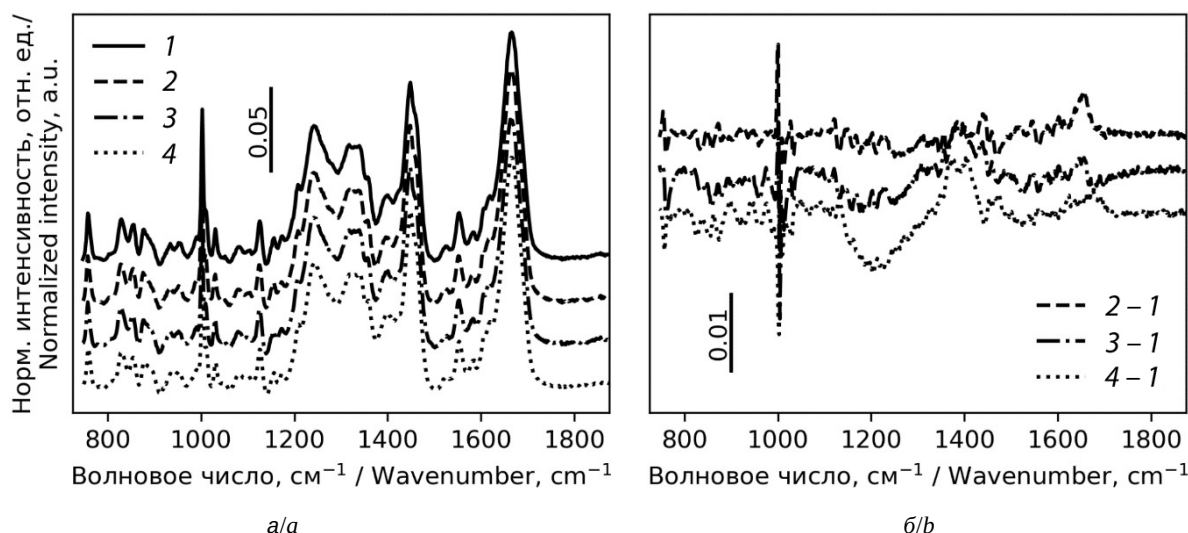


Рис. 1. Средние нормированные спектры КР образцов: 1 – ИСП, 2 – ИСП + 0.1% ГК, 3 – ИСП + 0.25% ГК, 4 – ИСП + 0.5% ГК. Усреднение проводилось по 600 спектрам (карта  $20 \times 30$  точек) (а). Разности между средними нормированными спектрами КР (из спектров конъюгатов ИСП + ГК различных концентраций вычитается спектр ИСП) (б). Спектры приведены со смещением. Значения нормированной интенсивности отмечены масштабными отрезками 0.05 (а) и 0.01 (б)

Fig. 1. Mean normalized Raman spectra of the following samples: 1 – WPI, 2 – WPI + 0.1% HA, 3 – WPI + 0.25% HA, 4 – WPI + 0.5% HA. The averaging was carried out over 600 spectra (a map of  $20 \times 30$  points) (a). Differences between mean normalized spectra: the WPI Raman spectrum was subtracted from the spectra of WPI + HA conjugates of various concentrations (b). The spectra are offset. The values of the normalized intensity are marked by scale bars 0.05 (a) and 0.01 (b)



градиентного бустинга продемонстрировала большую точность и коэффициент детерминации по сравнению со случайным лесом, для данного исследования был использован вариант бустинга – адаптивный бустинг.

Адаптивный бустинг также представляет собой ансамблевую модель, в качестве единичной модели в которой используются деревья принятия решения, а для получения итогового прогноза единичные модели обучаются последовательно [15, 16]. Для адаптивного бустинга характерно изменение веса образцов, чей прогноз оказался менее точным.

В работе первоначально был осуществлен подбор параметра `max_depth` единичного дерева принятия решения и оптимальное количество таких деревьев в ансамблевой модели адаптивного бустинга. Подбор осуществлялся с помощью решетчатого поиска (`GridSearchCV`) для модели классификации при использовании для обучения 500 спектров КР на каждый тип образца: ИСП, ИСП + 0.1% ГК, ИСП + 0.25% ГК и ИСП + 0.5% ГК. Параметр `max_depth` характеризует уровень детализации каждого дерева и в данном случае принимает целочисленные значения 1–3. Количество деревьев в ансамбле изменялось в диапазоне 50–350 с шагом 25. Метрикой производительности модели выступала точность – доля верно классифицированных образцов. Решетчатый поиск позволяет проводить кросс-валидацию, в данном случае 500 спектров на образец де-

лили на 3 отдельных поднабора данных: 2 – на обучение, 1 – на проверку. Процесс повторялся трижды, с изменением поднабора для проверки модели. Усредненные оценки для точности моделей приведены на рис. 2.

Таким образом, был осуществлен подбор оптимальных параметров модели адаптивного бустинга: `max_depth` = 3, количество единичных моделей = 325. Далее эти параметры были взяты за основу для моделей классификации и регрессии, обучаемых на разном количестве спектров КР в обучающей выборке на каждый тип образца: 50, 100, 200, 300, 400 и 500. На спектрах КР, не вошедших в обучающую выборку, осуществлялась оценка производительности полученных моделей.

В качестве метрик для оценки работы моделей классификации на основе адаптивного бустинга используются матрицы неточностей (рис. 3, а) и точность классификации (рис. 3, б). На главной диагонали матриц неточностей отображается доля верно классифицированных спектров. В качестве меток классов на осях отображается количество ГК в каждом типе образца. Точность моделей даже при малом объеме обучающей выборки составила свыше 94%, с увеличением количества спектров КР в процессе обучения до 200 точность моделей возрастает до 98% и далее, с увеличением объема выборки, колеблется около достигнутого значения. Также стоит отметить, что обученные модели клас-

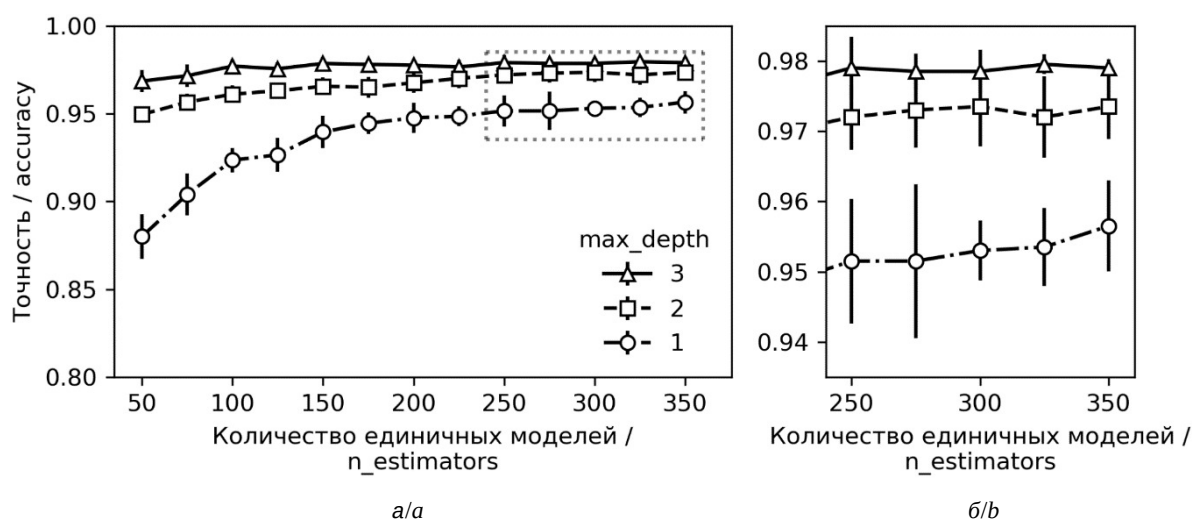


Рис. 2. Средняя точность ( $n = 3$ ) модели адаптивного бустинга (объем выборки 500 спектров КР на образец) при разном количестве единичных моделей решающих деревьев и разных значений параметра `max_depth` (а). Участок графика, выделенный из рис. (а) в рамку (б)

Fig. 2. Average accuracy ( $n = 3$ ) of the adaptive boosting model (the sample size is 500 Raman spectra per sample) with different number of single models of decision trees and different values of the `max_depth` parameter (a). Selected section of the graph a, highlighted in the frame in Fig. b

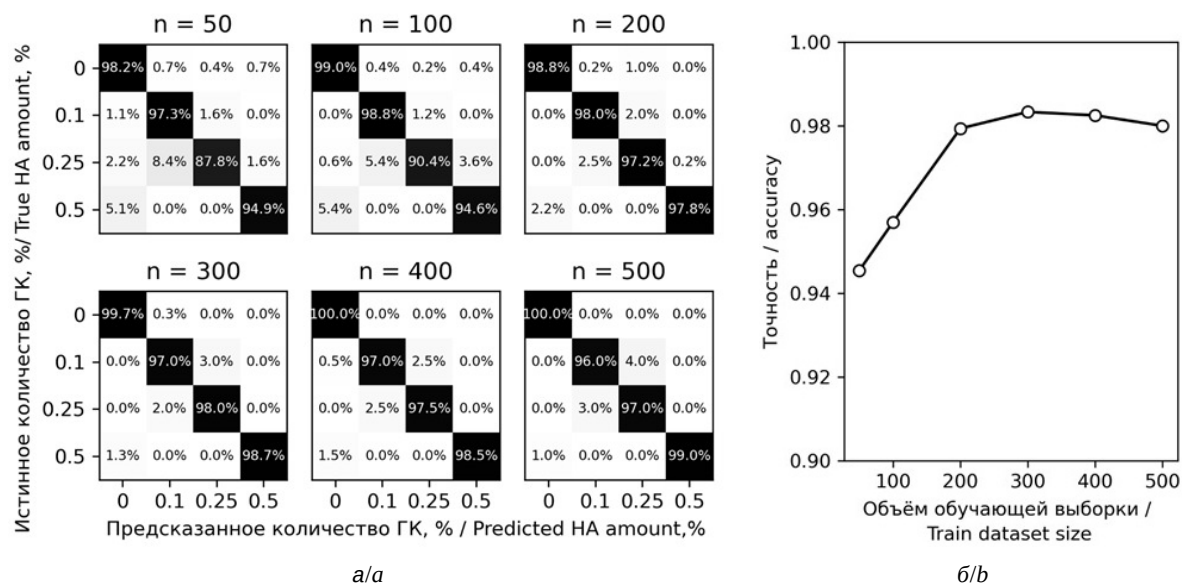


Рис. 3. Матрицы неточностей (а) и точность модели классификатора на основе адаптивного бустинга (б) при разном объеме обучающей выборки на каждый образец: 50, 100, 200, 300, 400 и 500

Fig. 3. Confusion matrices (a) and accuracy of the adaptive boosting classification models (b) trained with different train dataset sizes: 50, 100, 200, 300, 400, and 500

сификации позволяют отличить спектры ИСП от ИСП + 0.1% ГК с точностью свыше 96% вне зависимости от объема обучающей выборки.

Ключевым отличием решения задачи регрессии от классификации является возможность получения калибровочной прямой (рис. 4, а), которая потенциально может быть использована для определения образца с неизвестной концентрацией ГК. Для оценки эффективности обученных моделей регрессии на основе адаптивного бустин-

га использовались коэффициент детерминации  $R^2$  калибровочной прямой и среднеквадратичная ошибка прогнозов RMSE (рис. 4, б). Как и в моделях классификации, при увеличении объема обучающей выборки до 300 спектров на тип образца наблюдается увеличение коэффициента детерминации (до 0.910), сопровождающееся уменьшением среднеквадратичной ошибки (до 0.056). После 300 спектров КР на образец данные показатели несколько ухудшаются ( $R^2$  до 0.894,

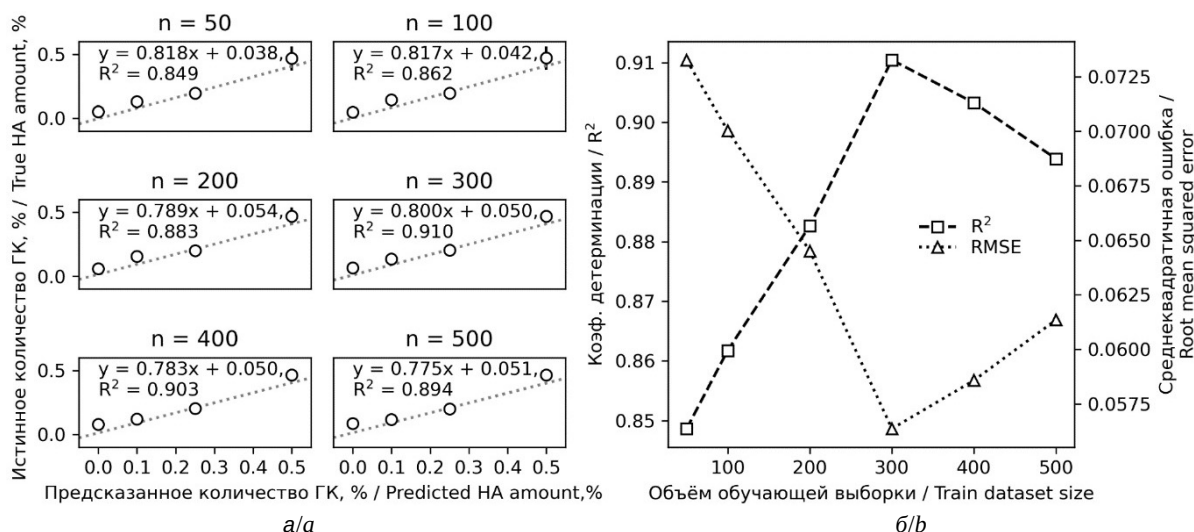


Рис. 4. Калибровочные прямые (а), коэффициент детерминации  $R^2$  и среднеквадратичная ошибка (б) моделей регрессии на основе адаптивного бустинга при разном объеме обучающей выборки на каждый образец: 50, 100, 200, 300, 400 и 500

Fig. 4. Calibration lines (a),  $R^2$ , and root mean squared error (RMSE) (b) of the adaptive boosting regression models trained with different train dataset sizes: 50, 100, 200, 300, 400, and 500



RMSE до 0.061). Вероятно, данный эффект связан с явлением переобучения – слишком точного подстраивания к обучающим данным с потерей эффективности на проверочных данных.

Модели адаптивного бустинга, как и модели градиентного бустинга и случайного леса, позволяют получить график важности признака. При

обучении модель воспринимает волновые числа в спектрах КР как отдельные признаки, а нормированную интенсивность как значение признака. График важности признаков показывает, интенсивности на каких волновых числах оказывают большее влияние на итоговый прогноз модели. На рис. 5, а, б указаны графики важности при-

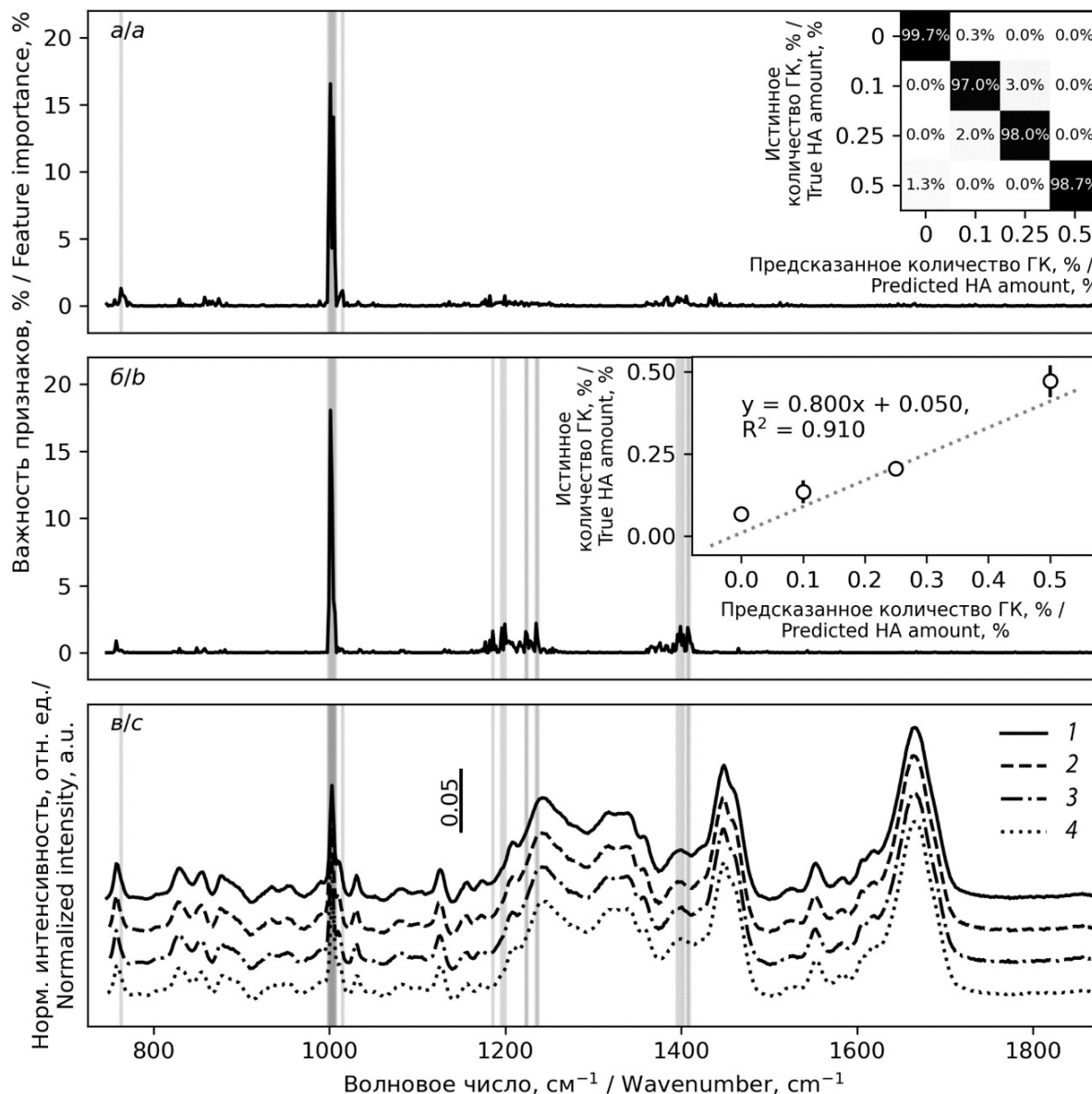


Рис. 5. Графики важности признаков для моделей классификации (а) и регрессии (б) на основе адаптивного бустинга. Объем обучающей выборки равен 300 спектров КР на тип образца. На вставках приведены соответствующие моделям матрица неточностей (а) и калибровочная прямая (б). Средние нормированные спектры КР образцов: 1 – ИСП, 2 – ИСП + 0.1% ГК, 3 – ИСП + 0.25% ГК, 4 – ИСП + 0.5% ГК. Усреднение проводилось по 600 спектрам (карта 20×30 точек) (в). Серые вертикальные линии указывают волновые числа с важностью более 1%

Fig. 5. Feature importances plots calculated for the adaptive boosting classifier (a), and regressor (b). The train dataset size is 300 spectra per sample type. The inserts show the confusion matrix (a) and the calibration line (b) corresponding to the models. Mean normalized Raman spectra of the following samples: 1 – WPI, 2 – WPI + 0.1% HA, 3 – WPI + 0.25% HA, 4 – WPI + 0.5% HA. The averaging was carried out over 600 spectra (a map of 20×30 points) (c). The gray vertical lines indicate wavenumbers with importance greater than 1%



знаков для моделей классификации и регрессии соответственно. Объем обучающей выборки был равен 300 спектров КР на тип образца. Волновые числа, важность которых превышала 1%, выделены серым. Такой подход позволяет выявить те колебания химических связей, которые подверглись большим изменениям при добавлении ГК к ИСП. Полоса, соответствующая дыхательной моде колебаний фенилаланина  $1003\text{ см}^{-1}$ , является наиболее заметной как для модели классификации (рис. 5, а), так и для модели регрессии (рис. 5, б). В остальном имеются различия. Так, на модель классификации оказало большее влияние мода колебаний, соответствующая индольному кольцу триптофана  $763\text{ см}^{-1}$  [34, 35]. В модели регрессии выделились полосы  $\sim 1240\text{ см}^{-1}$ , соответствующая амиду III (изгибу в плоскости N–H, растяжению в плоскости C–N), а также  $\sim 1400\text{ см}^{-1}$ , соответствующая аспарагиновой и глутаминовой кислотам (C=O часть  $\text{COO}^-$ ) [34, 35]. Также стоит отметить, что заметные на усредненных спектрах (рис. 5, в) полосы  $1450$ ,  $1465\text{ см}^{-1}$  (C–H– изгиб алифатических остатков),  $1540\text{ см}^{-1}$  (амид II, N–H– деформация),  $1667\text{ см}^{-1}$  (амид I, амидное растяжение C=O, N–H– колебание) не оказывают влияния на итоговый прогноз модели, а значит по этим химическим связям не проходит изменений при формировании конъюгата ИСП + ГК при малых концентрациях ГК [36].

### Заключение

В работе исследовалось влияния малых количеств гиалуроновой кислоты (ГК, 0.1, 0.25 и 0.5% по массе) на изолят сывороточного протеина (ИСП, 5% по массе) методом спектроскопии комбинационного рассеяния. Для каждого типа конъюгата ИСП–ГК было зарегистрировано по 600 спектров. При сравнении усредненных нормированных спектров были обнаружены отличия только в дыхательной моде колебаний фенилаланина  $1003\text{ см}^{-1}$ . Для проведения более детального анализа были разработаны модели классификации и регрессии, основанные на алгоритме адаптивного бустинга. Оптимизация гиперпараметров с использованием GridSearchCV позволила добиться высокой производительности при минимальных вычислительных затратах. Исследование влияния размера обучающей выборки показало, что для задачи классификации уже при 50 образцах достигается удовлетворительная точность (94.5%). Для повышения качества классификации (точность 97.9% или 98.3%) рекомендуется

увеличить объем выборки до 200 или 300 спектров соответственно, что по-прежнему считается небольшим набором данных. При определении регрессии оптимальный размер обучающей выборки составлял 300 образцов, при этом достигнуты значения: для коэффициента детерминации ( $R^2$ ) 0.910 и для среднеквадратичной ошибки (RMSE) 0.061%. Таким образом, модели демонстрируют высокую эффективность даже при ограниченном наборе данных, что делает их особенно ценными в условиях, когда сбор больших выборок затруднителен. Модели адаптивного бустинга также позволяют выделить те колебательные моды, изменения которых повлияли сильнее на прогнозы и эффективность обученных моделей. Добавление и конъюгирование ГК с ИСП приводит к изменениям на полосах:  $763\text{ см}^{-1}$  (индольное кольцо триптофана);  $1003\text{ см}^{-1}$  (дыхательная мода колебаний фенилаланина);  $\sim 1240\text{ см}^{-1}$  (амид III, изгиб в плоскости N–H, растяжение в плоскости C–N);  $\sim 1400\text{ см}^{-1}$  (аспарагиновая и глутаминовая кислоты, C=O часть  $\text{COO}^-$ ).

Разработанные модели универсальны при анализе данных спектроскопии комбинационного рассеяния и применимы как для классификации образцов с известными концентрациями, так и для регрессионного анализа смесей с неизвестными значениями, обеспечивая надежные результаты при ограниченных ресурсах.

### Список литературы / References

1. Vaou N., Stavropoulou E., Voidarou C., Tsakris Z., Rozos G., Tsigalou C., Bezirtzoglou E. Interactions between medical plant-derived bioactive compounds: Focus on antimicrobial combination effects. *Antibiotics*, 2022, vol. 11, iss. 8, art. 1014. <https://doi.org/10.3390/antibiotics11081014>
2. Mehta N., Kumar P., Verma A. K., Umaraw P., Kumar Y., Malav O. P., Sazili A. Q., Domínguez R., Lorenzo J. M. Microencapsulation as a noble technique for the application of bioactive compounds in the food Industry: A comprehensive review. *Appl. Sci.*, 2022, vol. 12, no. 3, art. 1424. <https://doi.org/10.3390/app12031424>
3. Senthilkumar K., Vijayalakshmi A., Jagadeesan M., Somasundaram A., Pitchiah S., Gowri S. S., Alharbi S. A., Ansari M. J., Ramasamy P. Preparation of self-preserving personal care cosmetic products using multifunctional ingredients and other cosmetic ingredients. *Sci. Rep.*, 2024, vol. 14, no. 1, art. 19401. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-57782-9>
4. Saletnik A., Saletnik B., Puchalski C. Overview of Popular Techniques of Raman Spectroscopy and Their Potential in the Study of Plant Tissues. *Molecules*, 2021, vol. 26, no. 6, art. 1537. <https://doi.org/10.3390/molecules26061537>





5. Rebrosova K., Samek O., Kizovsky M., Bernatova S., Hola V., Ruzicka F. Raman spectroscopy – A novel method for identification and characterization of microbes on a single-cell level in clinical settings. *Front. Cell. Infect. Microbiol.*, 2022, vol. 12, art. 866463. <https://doi.org/10.3389/fcimb.2022.866463>
6. Pezzotti G. Raman spectroscopy in cell biology and microbiology. *J. Raman Spectrosc.*, 2021, vol. 52, no. 12, pp. 2348–2443. <https://doi.org/10.1002/jrs.6204>
7. Kočíšová E., Kuižová A., Procházka M. Analytical applications of droplet deposition Raman spectroscopy. *Analyst*, 2024, vol. 149, iss. 12, pp. 3276–3287. <https://doi.org/10.1039/D4AN00336E>
8. Dodo K., Fujita K., Sodeoka M. Raman Spectroscopy for Chemical Biology Research. *J. Am. Chem. Soc.*, 2022, vol. 144, no. 43, pp. 19651–19667. <https://doi.org/10.1021/jacs.2c05359>
9. Koronaki E. D., Kaven L. F., Faust J. M., Kevrekidis I. G., Mitsos A. Nonlinear manifold learning determines microgel size from Raman spectroscopy. *AIChE J.*, 2024, vol. 70, no. 10, art. e18494. <https://doi.org/10.1002/aic.18494>
10. Zhang Y., Gao P., Zhang N., Hong H., Ruan J., Gao X. Efficient detection of specific pharmaceutical components in compound medications based on Raman spectroscopy. *Opt. Commun.*, 2025, vol. 577, art. 131470. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2024.131470>
11. Sun Y., Tang H., Zou X., Meng G., Wu N. Raman spectroscopy for food quality assurance and safety monitoring: A review. *Curr. Opin. Food Sci.*, 2022, vol. 47, art. 100910. <https://doi.org/10.1016/j.cofs.2022.100910>
12. Fernández-Manteca M. G., Ocampo-Sosa A. A., de Alegría-Puig C. R., Roiz M. P., Rodríguez-Grande J., Madrazo F., Calvo J., Rodríguez-Cobo L., López-Higuera J. M., Fariñas M. C., Cobo A. Automatic classification of *Candida* species using Raman spectroscopy and machine learning. *Spectrochim. Acta Part A Mol. Biomol. Spectrosc.*, 2023, vol. 290, art. 122270. <https://doi.org/10.1016/j.saa.2022.122270>
13. Guo F., Yang X., Zhang Z., Liu S., Zhang Y., Wang H. Rapid Raman spectroscopy analysis assisted with machine learning: A case study on *Radix Bupleuri*. *J. Sci. Food Agric.*, 2025, vol. 105, iss. 4, pp. 2412–2419. <https://doi.org/10.1002/jsfa.14012>
14. Tang J.-W., Li F., Liu X., Wang J. T., Xiong X. S., Lu X. Y., Zhang X.-Y., Si Y.-T., Umar Z., Tay A. C. Y., Marshall B. J., Yang W.-X., Gu B., Wang L. Detection of *Helicobacter pylori* Infection in Human Gastric Fluid Through Surface-Enhanced Raman Spectroscopy Coupled With Machine Learning Algorithms. *Lab. Investig.*, 2024, vol. 104, iss. 2, art. 100310. <https://doi.org/10.1016/j.labinv.2023.100310>
15. Freund Y., Schapire R. E. A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting. *J. Comput. Syst. Sci.*, 1997, vol. 55, no. 1, pp. 119–139. <https://doi.org/10.1006/jcss.1997.1504>
16. Zhu J., Zou H., Rosset S., Hastie T. Multi-class adaboost. *Stat. Interface*, 2009, vol. 2, no. 3, pp. 349–360. <https://doi.org/10.4310/SII.2009.v2.n3.a8>
17. Wang P., Li Y., Wang K., Qu H. Research on the application of ensemble learning methods for rapid diagnosis of osteoarthritis. Ensemble learning-assisted rapid diagnosis methods. Practical research on the application of serum Raman spectroscopy combined with ensemble learning methods. In: *ICBAR'24: Proceedings of the 2024 4th International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Risk Management*. New York, ACM, 2024, pp. 421–427. <https://doi.org/10.1145/3718751.3718818>
18. Poth M., Magill G., Filgertshofer A., Popp O., Großkopf T. Extensive evaluation of machine learning models and data preprocessings for Raman modeling in bioprocessing. *J. Raman Spectrosc.*, 2022, vol. 53, no. 9, pp. 1580–1591. <https://doi.org/10.1002/jrs.6402>
19. Mishra D. P., Gupta H. K., Saajith G., Bag R. Optimizing heart disease prediction model with gridsearch CV for hyperparameter tuning. In: *2024 1st International Conference on Cognitive, Green and Ubiquitous Computing (IC-CGU)*. IEEE, 2024, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1109/IC-CGU58078.2024.10530772>
20. Muzayanah R., Pertiwi D. A. A., Ali M., Muslim M. A. Comparison of gridsearchcv and bayesian hyperparameter optimization in random forest algorithm for diabetes prediction. *J. Soft Comput. Explor.*, 2024, vol. 5, no. 1, pp. 86–91. <https://doi.org/10.52465/josce.v5i1.308>
21. Kurniasih A., Previana C. N. Implementation of Grid-SearchCV to find the best hyperparameter combination for classification model flgorithm in predicting water potability. *J. Artif. Intell. Eng. Appl.*, 2025, vol. 4, no. 2, pp. 1174–1182. <https://doi.org/10.59934/jaiea.v4i2.844>
22. Rajput D., Wang W.-J., Chen C.-C. Evaluation of a decided sample size in machine learning applications. *BMC Bioinformatics*, 2023, vol. 24, no. 1, art. 48. <https://doi.org/10.1186/s12859-023-05156-9>
23. Ramezan C. A., Warner T. A., Maxwell A. E., Price B. S. Effects of training set size on supervised machine-learning land-cover classification of large-area high-resolution remotely sensed data. *Remote Sens.*, 2021, vol. 13, iss. 3, art. 368. <https://doi.org/10.3390/rs13030368>
24. Stahlshmidt S. R., Ulfenborg B., Synnergren J. Multi-modal deep learning for biomedical data fusion: A review. *Brief. Bioinform.*, 2022, vol. 23, iss. 2, art. bbab569. <https://doi.org/10.1093/bib/bbab569>
25. Bates F., Busato M., Piletska E., Whitcombe M. J., Karim K., Guerreiro A., del Valle M., Giorgetti A., Piletsky S. Computational design of molecularly imprinted polymer for direct detection of melamine in milk. *Sep. Sci. Technol.*, 2017, vol. 52, iss. 8, pp. 1441–1453. <https://doi.org/10.1080/01496395.2017.1287197>
26. Lu Y., Xia Y., Liu G., Pan M., Li M., Lee N. A., Wang S. A Review of methods for detecting melamine in food samples. *Crit. Rev. Anal. Chem.*, 2017, vol. 47, iss. 1, pp. 51–66. <https://doi.org/10.1080/10408347.2016.1176889>
27. Einkamerer O. B., Ferreira A. V., Fair M. D., Hugo A. The effect of dietary non-protein nitrogen content on the meat quality of finishing lambs. *S. Afr. J. Anim.*, 2024, vol. 54, no. 3, pp. 340–357. <https://doi.org/10.4314/sajas.v54i3.05>
28. Alizadeh Sani M., Jahed-Khaniki G., Ehsani A., Shariatifar N., Hadi Dehghani M., Hashemi M., Hosseini H.,



- Abdollahi M., Hassani S., Bayrami Z., McClements D. J. Metal-organic framework fluorescence sensors for rapid and accurate detection of melamine in milk powder. *Biosensors*, 2023, vol. 13, no. 1, art. 94. <https://doi.org/10.3390/bios13010094>
29. Lukacs M., Zaukuu J. L. Z., Bazar G., Pollner B., Fodor M., Kovacs Z. Comparison of multiple NIR spectrometers for detecting low-concentration nitrogen-based adulteration in protein powders. *Molecules*, 2024, vol. 29, no. 4, art. 781. <https://doi.org/10.3390/molecules29040781>
30. Lukacs M., Bazar G., Pollner B., Henn R., Kirchler C. G., Huck C. W., Kovacs Z. Near infrared spectroscopy as an alternative quick method for simultaneous detection of multiple adulterants in whey protein-based sports supplement. *Food Control*, 2018, vol. 94, pp. 331–340. <https://doi.org/10.1016/j.foodcont.2018.07.004>
31. Marinho A., Nunes C., Reis S. Hyaluronic acid: A key ingredient in the therapy of inflammation. *Biomolecules*, 2021, vol. 11, no. 10, art. 1518. <https://doi.org/10.3390/biom11101518>
32. Yasin A., Ren Y., Li J., Sheng Y., Cao C., Zhang K. Advances in hyaluronic acid for biomedical applications. *Front. Bioeng. Biotechnol.*, 2022, vol. 10, art. 910290. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.910290>
33. Juncan A. M., Moisă D. G., Santini A., Morgovan C., Rus L. L., Vonica-Țincu A. L., Loghin F. Advantages of hyaluronic acid and its combination with other bioactive ingredients in cosmeceuticals. *Molecules*, 2021, vol. 26, no. 15, art. 4429. <https://doi.org/10.3390/molecules26154429>
34. Iaconisi G. N., Lunetti P., Gallo N., Cappello A. R., Fiermonte G., Dolce V., Capobianco L. Hyaluronic Acid: A powerful biomolecule with wide-ranging applications – A comprehensive review. *Int. J. Mol. Sci.*, 2023, vol. 24, no. 12, art. 10296. <https://doi.org/10.3390/ijms241210296>
35. Wang N., Zhao X., Jiang Y., Ban Q., Wang X. Enhancing the stability of oil-in-water emulsions by non-covalent interaction between whey protein isolate and hyaluronic acid. *Int. J. Biol. Macromol.*, 2023, vol. 225, pp. 1085–1095. <https://doi.org/10.1016/j.ijbiomac.2022.11.170>
36. Zhong W., Li C., Diao M., Yan M., Wang C., Zhang T. Characterization of interactions between whey protein isolate and hyaluronic acid in aqueous solution: Effects of pH and mixing ratio. *Colloid. Surf. B: Biointerfaces*, 2021, vol. 203, art. 111758. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfb.2021.111758>
37. Zhong W., Zhang T., Dong C., Li J., Dai J., Wang C. Effect of sodium chloride on formation and structure of whey protein isolate/hyaluronic acid complex and its ability to loading curcumin. *Colloid. Surf. A: Physicochem. Eng. Asp.*, 2022, vol. 632, art. 127828. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2021.127828>
38. Zhong W., Li J., Wang C., Zhang T. Formation, stability and *in vitro* digestion of curcumin loaded whey protein/hyaluronic acid nanoparticles: Ethanol desolvation vs. pH-shifting method. *Food Chem.*, 2023, vol. 414, art. 135684. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2023.135684>
39. Pedregosa F., Varoquaux G., Gramfort A., Michel V., Thirion B., Grisel O., Blondel M., Prettenhofer P., Weiss R., Dubourg V., Vanderplas J., Passos A., Cournapeau D., Brucher M., Perrot M., Duchesnay É. Scikit-learn: Machine Learning in Python. *J. Mach. Learn. Res.*, 2011, vol. 12, iss. 85, pp. 2825–2830. Available at: <http://jmlr.org/papers/volume12/pedregosa11a/pedregosa11a.pdf> (accessed April 22, 2025).
40. Zhao Y., Ma C. Y., Yuen S. N., Phillips D. L. Study of succinylated food proteins by Raman spectroscopy. *J. Agric. Food Chem.*, 2004, vol. 52, iss. 7, pp. 1815–1823. <https://doi.org/10.1021/jf030577a>
41. Mayorova O. A., Saveleva M. S., Bratashov D. N., Prikhozhenko E. S. Combination of machine learning and Raman spectroscopy for determination of the complex of whey protein isolate with hyaluronic acid. *Polymers*, 2024, vol. 16, no. 5, art. 666. <https://doi.org/10.3390/polym16050666>
42. Breiman L. Random Forests. *Mach. Learn.*, 2001, vol. 45, pp. 5–32. <https://doi.org/10.1023/A:1010933404324>
43. Becker T., Rousseau A. J., Geubbelmans M., Burzykowski T., Valkenborg D. Decision trees and random forests. *Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop.*, 2023, vol. 164, iss. 6, pp. 894–897. <https://doi.org/10.1016/j.ajodo.2023.09.011>
44. Sun Z., Wang G., Li P., Wang H., Zhang M., Liang X. An improved random forest based on the classification accuracy and correlation measurement of decision trees. *Expert Syst. Appl.*, 2024, vol. 237, pt. B, art. 121549. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.121549>
45. Friedman J. H. Greedy Function Approximation: A gradient boosting machine. *Ann. Stat.*, 2001, vol. 29, no. 5, pp. 1189–1232. Available at: <http://www.jstor.org/stable/2699986> (accessed April 22, 2025)
46. Friedman J. H. Stochastic gradient boosting. *Comput. Stat. Data Anal.*, 2002, vol. 38, iss. 4, pp. 367–378. [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00065-2](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00065-2)
47. Wang M., Zhang J. Surface enhanced Raman spectroscopy Pb<sup>2+</sup> Ion Detection based on a gradient boosting decision tree algorithm. *Chemosensors*, 2023, vol. 11, no. 9, art. 509. <https://doi.org/10.3390/chemosensors11090509>

Поступила в редакцию 02.05.2025; одобрена после рецензирования 23.05.2025;  
принята к публикации 12.06.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 02.05.2025; approved after reviewing 23.05.2025;  
accepted for publication 12.06.2025; published 29.08.2025



## БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 316–332  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 316–332  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-316-332>, EDN: MDMFNR

Научная статья  
УДК 57.087.3:612.1

### Восстановление микрогемодинамики на поверхности тела человека с помощью дробной производной колебаний температуры

А. А. Сагайдачный<sup>✉</sup>, И. Ю. Волков, И. С. Залетов, Д. И. Майсков, А. В. Фомин,  
А. В. Антонов, М. О. Цой, Ан. В. Скрипаль

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Сагайдачный Андрей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, [andsag@yandex.ru](mailto:andsag@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-5296-1968>

Волков Иван Юрьевич, аспирант, [volkovivan27@yandex.ru](mailto:volkovivan27@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-0506-0606>

Фомин Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, [89050344175@bk.ru](mailto:89050344175@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1568-8317>

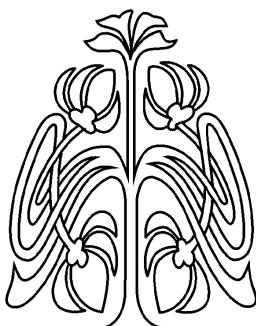
Майсков Дмитрий Игоревич, ассистент кафедры медицинской физики, [dmayskov@gmail.com](mailto:dmayskov@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-3487-2590>

Залетов Иван Сергеевич, ассистент кафедры медицинской физики, [izaletov25@gmail.com](mailto:izaletov25@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-1419-7372>

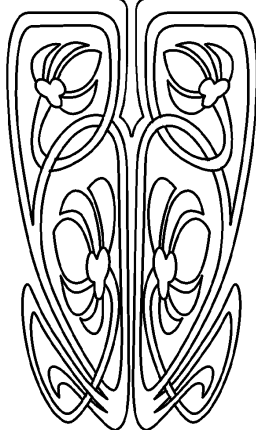
Антонов Андрей Валерьевич, студент, [antonovav29012003@gmail.com](mailto:antonovav29012003@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-7710-1577>

Цой Мария Олеговна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и биофотоники, [dethaos@bk.ru](mailto:dethaos@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4681-6465>

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой медицинской физики, [skripalav@info.sgu.ru](mailto:skripalav@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ



**Аннотация.** Исследована возможность восстановления микрогемодинамики на поверхности тела человека посредством обработки сигнала колебаний температуры кожи с использованием производных целого и дробного порядков. Данные о микрогемодинамике регистрировались одновременно методами фотоплетизмографической визуализации и инфракрасной термографии в четырех зонах кисти. Для восстановления микрогемодинамики из температурных данных использовались ранее описанная модель тепловых волн и модель с применением математического аппарата производных различного порядка. Проведено сравнение амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик для этих моделей. Производная колебаний температуры дробного порядка рассчитывалась как дифференциал Римана – Лиувилля. Для группы испытуемых рассчитаны корреляции результатов восстановления микрогемодинамики в состоянии покоя в течение 15 минут с использованием модели тепловых волн и производных температуры по времени целого и дробного порядков. Установлено, что использование производной дробного порядка 0.4 обеспечивает наилучшую корреляцию частотных характеристик с соответствующими характеристиками модели тепловых волн. Повышение корреляции сигналов во временной области при использовании производной дробного порядка по сравнению с производной целого порядка обусловлено более корректными амплитудно-частотными и фазо-частотными преобразованиями колебаний температуры, соответствующими процессам затухания и дисперсии тепловых волн в коже. Для более точного восстановления микрогемодинамики с помощью производной температуры кожи предпочтительно использовать производную дробного порядка 0.4



вместо производной целого порядка. Описанный способ может быть использован в качестве методики температурного исследования колебаний кровотока в микрососудах одновременно в нескольких анатомических зонах.

**Ключевые слова:** фотоплетизмографическая визуализация, фотоплетизмография, термография, модель тепловых волн, микрогемодинамика, гемодинамика, производная, дробная производная, дифференциал

**Для цитирования:** Сагайдачный А. А., Волков И. Ю., Залетов И. С., Майсков Д. И., Фомин А. В., Антонов А. В., Цой М. О., Скрипаль Ан. В. Восстановление микрогемодинамики на поверхности тела человека с помощью дробной производной колебаний температуры // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 316–332. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-316-332>, EDN: MDMFNR

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## Restoration of microhemodynamics on the human body surface using the fractional derivative of temperature oscillations

A. A. Sagaidachnyi<sup>✉</sup>, I. Yu. Volkov, I. S. Zaletov, D. I. Mayskov, A. V. Fomin, A. V. Antonov, M. O. Tsoy, An. V. Skripal

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Andrey A. Sagaidachnyi, andsag@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5296-1968>

Ivan Yu. Volkov, volkovivan27@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0506-0606>

Ivan S. Zaletov, izaletov25@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1419-7372>

Dmitriy I. Mayskov, dmayskov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3487-2590>

Andrey V. Fomin, 89050344175@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1568-8317>

Andrey V. Antonov, antonovav29012003@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7710-1577>

Mariya O. Tsoy, dethaos@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4681-6465>

Anatoliy V. Skripal, skripalav@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>

**Abstract. Background and Objectives:** The possibility of restoring microhemodynamics on the human body surface was investigated through the analysis of skin temperature oscillation signals using integer and fractional order derivatives. **Materials and Methods:** Microhemodynamic data were simultaneously recorded via photoplethysmographic imaging and infrared thermography in four regions of the hand. To reconstruct microhemodynamics from temperature data, a previously described thermal wave model, along with integer and fractional order derivatives, were applied. A comparative analysis of the amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of these transformations was conducted. The fractional-order derivative of temperature oscillations was calculated as the Riemann – Liouville differintegral. For a group of subjects, correlations were computed between the reconstructed microhemodynamic results during a 15-minute resting state using the thermal wave model and the integer/fractional-order derivatives of temperature. **Results:** It has been established that employing a fractional-order derivative of order 0.4 has yielded the best correlation between the frequency characteristics and those of the thermal wave model. The enhanced temporal-domain signal correlation achieved with the fractional-order derivative, compared to the integer-order derivative, is attributed to more accurate amplitude-frequency and phase-frequency transformations of temperature oscillations. These transformations align with the attenuation and dispersion processes of thermal waves in the skin. **Conclusions:** For precise restoration of microhemodynamics using skin temperature time derivatives, a the fractional-order derivative of 0.4 is preferable over integer-order derivatives. The described method can serve as a thermal-based technique for investigating blood flow oscillations in microvessels across multiple anatomical regions simultaneously.

**Keywords:** photoplethysmographic imaging, photoplethysmography, thermography, heat wave model, microhemodynamics, hemodynamics, derivative, fractional derivative, differintegral

**For citation:** Sagaidachnyi A. A., Volkov I. Yu., Zaletov I. S., Mayskov D. I., Fomin A. V., Antonov A. V., Tsoy M. O., Skripal An. V. Restoration of microhemodynamics on the human body surface using the fractional derivative of temperature oscillations. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 316–332 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-316-332>, EDN: MDMFNR

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Анализ динамики скорости, объема или перфузии крови в микрососудах находит широкое применение в области исследования функционирования микроциркуляторно-тканевых систем в норме и при патологии [1–6]. Наряду с широко распространенными оптическими методами анализа микрогемодинамики, такими как лазерная доплеровская флоуметрия, фотоплетизмография и динамика контраста спеклов [7–11], развиваются температурные методы исследования кро-

вотока в одномерной [12–16] или двухмерной реализации [17–23]. При этом актуален вопрос о том, насколько данные температурных измерений содержат новую информацию о гемодинамике в микрососудах по сравнению с данными оптических измерений. Это имеет практическое значение для развития температурных методов биомедицинской диагностики нарушений микрогемодинамики при различных патологиях.

Использование двухмерных методов анализа микрогемодинамики обеспечивает возможность контроля динамики кровотока в каждой точке по-



верхности регистрируемого объекта. При этом обнаруживается неоднородность пространственного распределения амплитуд колебаний кровотока, выраженная особо ярко в эндотелиальном, нейрогенном, миогенном и дыхательном диапазонах его регуляции [24–25]. По сравнению с фотометрическими методами анализа микрогемодинамики, современные термографические методы обеспечивают регистрацию сигнала в абсолютных единицах (градусы Цельсия) и возможность измерений без использования внешнего осветителя. Таким образом, задача разработки моделей взаимосвязи колебаний кровотока в микрососудах и колебаний температуры кожи с дальнейшей целью термографического анализа микрогемодинамики является актуальной в области биофизики и биомедицинской диагностики.

Ранее была предложена модель, устанавливающая взаимосвязь между колебаниями кровотока в микрососудах кожи и первой производной колебаний температуры кожи по времени [22, 26, 27]. Цель настоящей работы заключается в определении порядка производной колебаний температуры кожи, обеспечивающего наилучшее восстановление формы колебаний кровотока в микрососудах кожи, и верификации результатов восстановления методом фотоплетизмографической визуализации.

## 1. Материалы и методы

Наряду с многочисленными моделями, основанными на использовании биотеплового уравнения Пеннса [28, 29], качественные результаты восстановления колебаний кровотока из колебаний температуры кожи дает модель тепловых волн [18, 30], поэтому в данной работе проводится сравнение результатов восстановления формы колебаний кровотока двумя методами: производной температуры по времени различных порядков и моделью тепловых волн. Сравнение экспериментальных и обработанных сигналов проводится для частотного диапазона 0.005–0.1 Гц, соответствующего проявлению колебаний температуры кожи, обусловленных регуляцией кровотока в микрососудах эндотелиального, нейрогенного и миогенного генеза [12, 14, 31]. Колебания температуры с частотой более 0.1 Гц могут быть физиологически обусловлены процессами пототделения [32], поэтому в настоящей работе данный частотный диапазон не рассматривается. Полезно отметить, что наблюдается естественная низкочастотная фильтрация температурного сигнала кожей, которая обеспечивает выделение

составляющих микрогемодинамики в эндотелиальной, нейрогенной, миогенной частотных областях со снижением уровня сигнала до уровня шума в дыхательной и кардиальной областях в диапазоне более 0.1 Гц [31].

Опишем модель тепловых волн, модель с использованием производных по времени целого и дробного порядков, а затем рассмотрим сравнение результатов восстановления микрогемодинамики из температурных данных с экспериментальными данными метода фотоплетизмографической визуализации.

## 2. Восстановление микрогемодинамики по колебаниям температуры

### 2.1. Модель тепловых волн

В рамках модели тепловых волн считается, что колебания объемного кровотока и соответствующие колебания температуры наружной поверхности сосудов на уровне глубокого сосудистого сплетения являются причиной формирования пакета тепловых волн в биологической ткани. Поскольку значения частот амплитудной модуляции кровотока лежат в широкой полосе 0.005–2 Гц, то и соответствующий набор тепловых волн также будет являться широкополосным. Пакет тепловых волн распространяется с уровня глубокого сосудистого сплетения преимущественно к поверхности кожи (по направлению, противоположному наибольшему градиенту температуры) в виде совокупности продольных волн, которые распространяются с фазовыми скоростями и коэффициентами затухания, зависящими от частоты волны и коэффициента температуропроводности биоткани. Таким образом, спектральную составляющую колебаний кровотока  $S_{BF}$  в момент времени  $t$  на частоте  $f$  можно выразить через спектральную составляющую колебаний температуры  $S_T$  в виде [17, 18, 33–35]:

$$S_{BF}(f, t) = \exp\left(z\sqrt{\frac{\pi f}{\chi}}\right) \cdot S_T(f, t) \cdot \exp\left(j \cdot z\sqrt{\frac{\pi f}{\chi}}\right), \quad (1)$$

где  $S_{BF}(f, t)$  и  $S_T(f, t)$  – вейвлет преобразование от исходного сигнала колебаний кровотока и колебаний температуры, соответственно;  $\chi = \lambda / (c \times \rho)$  – коэффициент температуропроводности кожи;  $\sqrt{\frac{\pi f}{\chi}}$  – коэффициент затухания тепловой волны;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – удельная теплоемкость кожи;  $\rho$  – плотность кожи;  $z$  – толщина кожи;  $j$  – мнимая единица. Таким образом, колебания кровотока можно восстановить



с использованием модели тепловых волн, выполняющая прямое вейвлет-преобразование, модификацию спектральных составляющих по формуле (1) и обратное вейвлет-преобразование.

Ранее показана возможность аппаратной реализации такого преобразования [36] и программной визуализации пространственного распределения колебаний кровотока в верхних и нижних конечностях с использованием данных динамической термографии и модели тепловых волн в виде (1) [18]. Адекватность модели тепловых волн экспериментальным данным подтверждена результатами работ независимых групп [23, 37].

## 2.2. Введение производной дробного порядка

Согласно результатам работ [22, 26, 38] связь между колебаниями температуры кожи и колебаниями кровотока может быть аппроксимирована производной колебаний температуры кожи по времени первого порядка. В соответствии с правилами операционного исчисления и свойствами преобразования Фурье, передаточная функция первой производной по времени  $H^1$  запишется в виде:

$$H^1 = j \cdot 2\pi f = 2\pi f \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{2}}, \quad (2)$$

где  $f$  – частота спектральной составляющей сигнала. Первый множитель в правой части выражения (2) представляет собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) оператора производной первого порядка, второй – его фазо-частотную характеристику (ФЧХ). Изменяя порядок производной, можно отдельно исследовать АЧХ и ФЧХ оператора производной произвольного порядка. В данной работе проводилось сравнение АЧХ и ФЧХ оператора производной целого и дробного порядков, воздействующего на температурный сигнал, с АЧХ и ФЧХ модели тепловых волн (1).

Введем понятие дифференциала [39], использование которого дает возможность вычислять производные как целого, так и дробного порядков и выбирать порядок дифференцирования, наилучшим образом соответствующий экспериментальным данным и модели тепловых волн. Пусть  $a$ ,  $t$ ,  $\alpha$  действительные константы ( $a < t$ ),  $n = \max(0, [\alpha] + 1)$  и  $F(t)$  – интегрируемая функция на промежутке  $(a, t)$ . Для  $n > 0$  эта функция  $n$  – раз дифференцируема, за исключением меры порядка 0. Для температурного сигнала  $F(t) = T(t)$ , дифференциал Римана – Лиувилля на указанном

промежутке запишется в виде:

$$D^\alpha T(t_{\max}) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^{t_{\max}} (t_{\max}-t)^{n-\alpha-1} T(t) dt, \quad (3)$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция,  $\alpha$  – произвольный порядок производной (в том числе дробный),  $t_{\max}$  – текущее время сигнала и верхний предел интегрирования,  $t$  – переменная интегрирования, принимающая значения в интервале  $[0, t_{\max}]$ .

Выражение (3) демонстрирует, что вычисление производной дробного порядка в момент времени  $t$  происходит посредством применения операции дифференцирования к интегралу, определенному за предыдущий интервал времени  $(a, t)$ , другими словами, выражение (3) учитывает предысторию динамического процесса. Меняя параметр  $\alpha$  в выражении (3), можно выбирать дробный или целый порядок производной колебаний температуры кожи и сравнивать результат вычислений с сигналом колебаний кровотока.

## 2.3. Регистрация колебаний кровотока и температуры кожи

Все измерения проводились в положении испытуемого сидя, в состоянии покоя, в течение 15 мин. Кисть фиксировалась на столе, покрытом слоем пенопласта. Температура окружающей среды поддерживалась на уровне  $24 \pm 0.5^\circ\text{C}$ , влажность на уровне  $45 \pm 5\%$ . В помещении отсутствовали форсированные конвекционные потоки и нагревательные приборы, напрямую воздействующие на кожу испытуемых. В качестве зон интереса были выбраны дистальная, средняя и проксимальная фаланги ладонной поверхности кисти, а также дополнительная зона на ладони. В исследовании приняло участие 10 добровольцев в возрасте 21–36 лет (6 мужчин и 4 женщины) без диагностированных сердечно-сосудистых патологий.

Температура кожи регистрировалась с помощью охлаждаемого тепловизора SC 3000 (Швеция, FLIR) с температурной чувствительностью  $0.02^\circ\text{C}$ , со скоростью 2 кадра в секунду. Колебания кожного кровотока регистрировались методом фотоплетизмографической визуализации с помощью монохромной камеры asA2000-165umNIR (Basler, Германия), работающей в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах с частотой 50 кадров в секунду. Объект измерения освещался с помощью кольцевого осветителя со светодиодами, имеющими центральную длину волны излучения 530 нм (зеленый). Поля зрения тепловизора и камеры совмещались таким





образом, чтобы зарегистрировать одну и ту же область поверхности исследуемого объекта.

### 3. Результаты и их обсуждение

Модель тепловых волн выбрана в качестве эталонной. Определение порядка производной колебаний температуры кожи, обеспечивающего наилучшее восстановление формы колебаний кровотока в микрососудах кожи, проводилось путем сравнения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик оператора производной с соответствующими характеристиками модели тепловых волн.

#### 3.1. Определение оптимальной амплитудно-частотной характеристики оператора производной

Для определения оптимальной амплитудно-частотной характеристики оператора производной строилась зависимость коэффициента корреляции Пирсона амплитудно-частотных характеристик при использовании модели тепловых волн (МТВ) и оператора производной различного порядка (рис. 1).

График показывает, что максимальная корреляция АЧХ достигается при дробном порядке производной, равном 0.4.

Сравним частотные зависимости амплитуды спектральных составляющих (затухание) при использовании модели тепловых волн (1) и модели на основе производных целого и дробного порядка  $n$  (коэффициенты линейного масштабирования 0.1 и 0.05, соответственно) (рис. 2).

В данном случае затухание спектральных составляющих в случае модели тепловых волн определялось первым множителем правой части формулы (1), а в случае модели на основе производной – первым множителем правой части формулы (2), возведенным в степень, соответствующую используемому порядку производной.

Из рис. 2 видно, что наклон АЧХ при дробном порядке производной 0.4 в диапазоне частот 0.005–0.1 Гц, соответствующем проявлению эндотелиального, нейрогенного и миогенного механизмов регуляции кровотока, действительно демонстрирует наилучшее соответствие АЧХ модели тепловых волн, что согласуется с данными рис. 1.

#### 3.2. Определение запаздывания, вносимого оператором производной

Сравним фазо-частотные характеристики модели тепловых волн и оператора производных порядка 1 и порядка 0.4. Определим запаздывание фазы (Lag), которое компенсирует производная порядка 0.4 по сравнению с порядком 1, относительно запаздывания в модели тепловых волн (1). Запаздывание при использовании модели тепловых волн определялось по соотношению  $Lag = z/2\sqrt{\pi\chi f}$ , полученное как аргумент экспоненты во втором множителе правой части уравнения (1), выраженный в секундах. В модели с использованием производных порядка  $n$  запаздывание определялось в виде  $Lag = (1/(4f))^n$ , также выраженное в секундах.

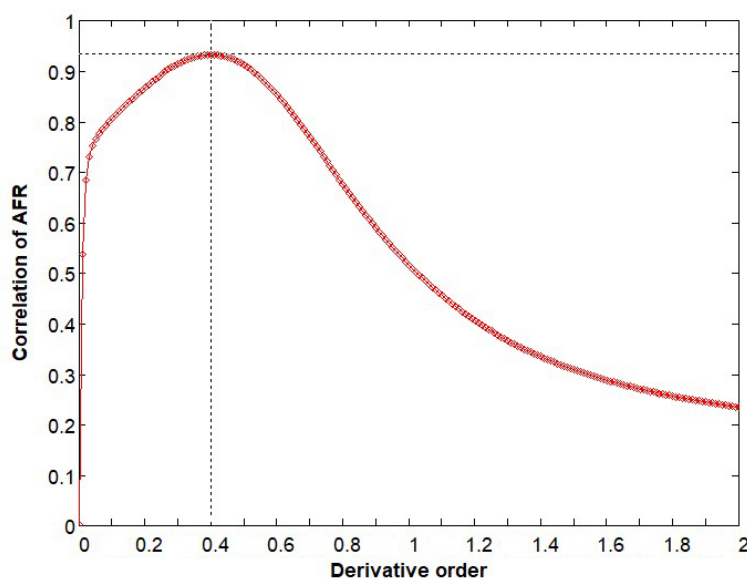


Рис. 1. Корреляция амплитудно-частотных характеристик для модели тепловых волн и оператора производной различного порядка

Fig. 1. Correlation of amplitude-frequency response AFR for the heat wave model and derivative operator of different orders

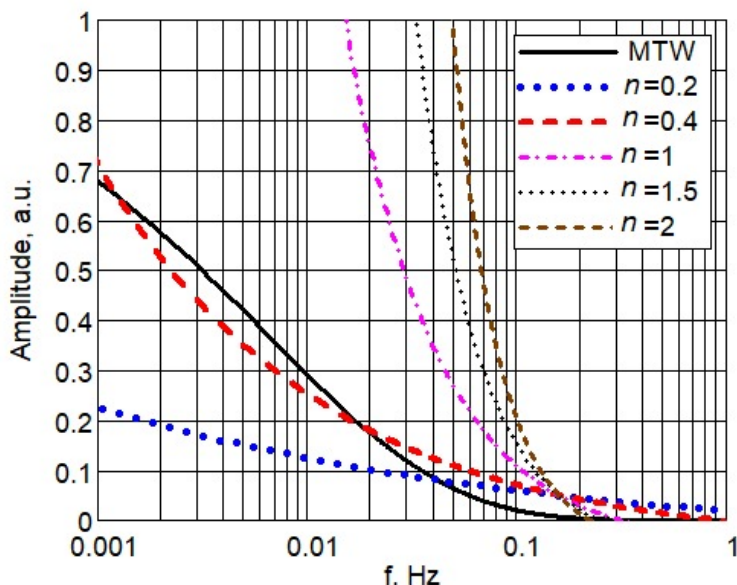


Рис. 2. Частотная зависимость амплитуды спектральных составляющих при использовании модели тепловых волн (MTW) (сплошная линия) и модели на основе производных целого и дробного порядков (штриховые, штрихпунктирные и точечные линии),  $n$  – порядок производных (цвет онлайн)

Fig. 2. Frequency dependence of the amplitude of spectral components using the model of thermal waves (MTW) (solid line) and the model based on integer and fractional derivatives (dashed, dash-dotted and dotted lines),  $n$  is the order of derivatives (color online)

Полученные результаты отражает рис. 3. Дисперсия разности времени запаздывания в диапазоне частот (0.005–0.1 Гц) при использовании модели тепловых волн и производной 1-го по-

рядка имела значение 13.8, а среднее квадратичное отклонение (СКО) – 3.7; при использовании же производной порядка 0.4 названные статистические характеристики характеризова-

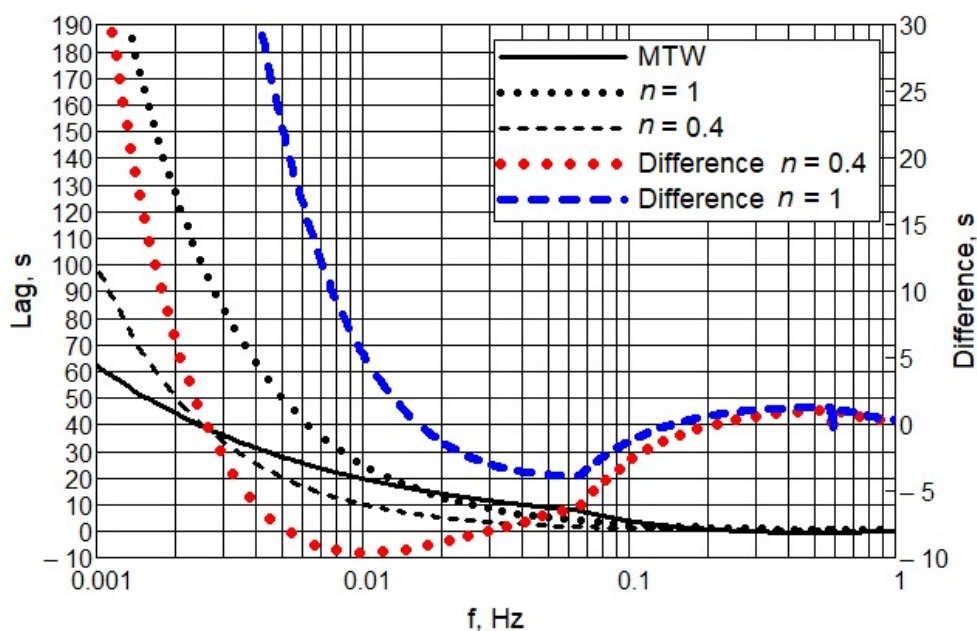


Рис. 3. Сравнение времени запаздывания спектральных составляющих колебаний температуры (Lag) при использовании модели тепловых волн (сплошная линия), производной 1-го порядка (точечная линия) и модели с производной дробного порядка 0.4 (штриховая линия), шкала слева. Соответствующие разности времен запаздывания (Difference) – на шкале справа при использовании модели тепловых волн и производных порядка 1 и 0.4 (жирная, точечная и штриховая линии соответственно). Излом на кривых в области 0.06–0.07 Гц обусловлен разворачиванием фазы (цвет онлайн)

Fig. 3. Comparison of the time delays (Lag) of the spectral components of temperature oscillations by using the thermal wave model (solid line) and the model with the 1st-order derivative and the fractional-order derivative of 0.4 (dotted and dashed lines, respectively, left scale), as well as the corresponding time delay differences (scale Difference) when using the thermal wave model with derivatives of order 1 and 0.4 (bold dotted and dashed lines, respectively, right scale). The kink in the curves in the 0.06–0.07 Hz region is due to phase unwrapping (color online)

лись значениями 5.8 и 2.4 соответственно. Это свидетельствует о преимуществе использования порядка производной порядка 0.4 по сравнению с целочисленным порядком 1. Среднее время запаздывания при использовании производной дробного порядка 0.4 составляет 6.1 с.

Из приведенных данных (см. рис. 1–3) следует, что для преобразования колебаний температуры на поверхности кожи в колебания объемного кровотока вместо производной целого порядка 1 целесообразно использовать производную дробного порядка 0.4 с добавлением постоянного сдвига сигнала на время 6.1 с.

С учетом упрощения модели Шитцера [40], выводов работы [26], полученных результатов определения оптимальных АЧХ и ФЧХ для оператора производной и определения дробной производной в виде (3) выражение, аппроксимирующее связь колебаний кровотока  $BF(t)$  и колебаний температуры кожи  $T(t)$ , может быть записано в виде:

$$BF(t - \Delta t) \approx \bar{C}_1 \cdot \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \times \frac{d^n}{dt^n} \int_0^{t_{\max}} (t_{\max} - t)^{n - \alpha - 1} T(t) dt - \bar{C}_2, \quad (4)$$

$$C_1(t) = \frac{\rho \cdot c_s \cdot V}{\rho_b \cdot c_b \cdot (T_b - T(t))},$$

$$C_2(t) = \frac{H_{air} \cdot S \cdot (T(t) - T_{air})}{\rho_b \cdot c_b \cdot (T_b - T(t))},$$

где порядок производной  $\alpha = 0.4$  (см. рис. 1), постоянное время смещения колебаний кровотока  $\Delta t = 6.1$  с,  $\rho$  – плотность ткани ( $1057 \text{ кг/м}^3$ ),  $\rho_b$  – плотность крови ( $1069 \text{ кг/м}^3$ ),  $c_s$  – удельная теплоемкость биоткани ( $3780 \text{ Дж/К кг}$ ),  $c_b$  – удельная теплоемкость крови ( $3650 \text{ Дж/К кг}$ ),  $D$  – диаметр пальца ( $0.011\text{--}0.016 \text{ м}$ ),  $S$  – площадь пальца ( $4.02 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ),  $T_b$  – температура крови,  $T_{air}$  – температура воздуха,  $T(t)$  – температура поверхности кожи,  $V$  – объем пальца ( $1.072 \times 10^{-6} \text{ м}^3$ ),  $BF$  – объемный кровоток ( $\text{м}^3/\text{с}$ ),  $H_{air}$  – коэффициент, учитывающий конвективную и радиационную теплоотдачу в воздух ( $6 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$ ), значения констант  $\bar{C}_1$  и  $\bar{C}_2$  определяются путем подстановки значений температуры  $T(t)$  в выражения  $C_1(t)$  и  $C_2(t)$  в каждый момент времени и вычисления их среднего арифметического за все время измерений.

### 3.3. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

На рис. 4 приведены данные, полученные методами динамической инфракрасной термографии и фотоплетизмографической визуализации (ФПГ, iPPG – imaging photoplethysmography) и используемые для анализа микрогемодинамики (а и б), а также соответствующие сигналы, снятые в 4-х различных зонах (в, г). Температурные измерения (рис. 1, в) осуществлялись путем обработки динамических термограмм, выделения 4-х зон интереса (ROI – region of interest) на поверхности кисти и усреднения значений температур внутри каждой зоны интереса (рис. 4, а и в). Измерения микрогемодинамики (iPPG)

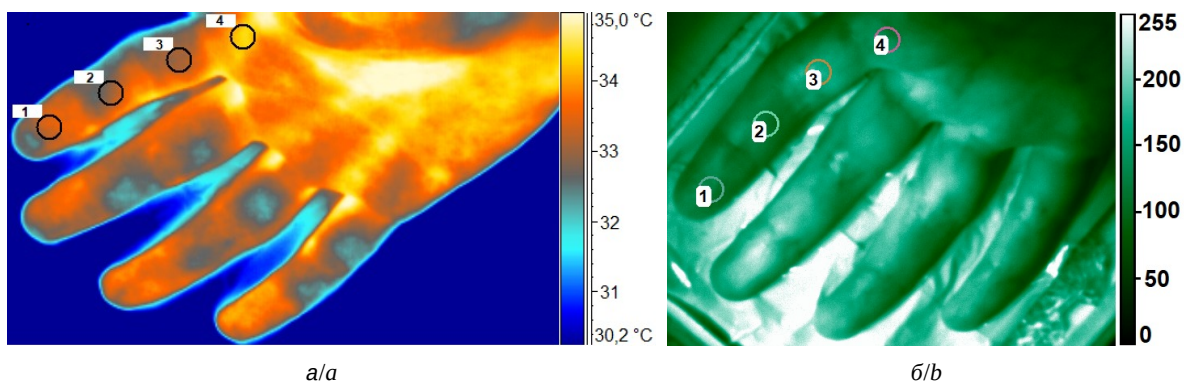


Рис. 4. Экспериментальные сигналы микрогемодинамики, регистрируемые методом фотоплетизмографической визуализации (iPPG), и колебаний температуры  $T$  кожи в области кисти, регистрируемые методом термографии: термограмма кисти (а); фотоплетизмографический снимок кисти (градиентная палитра яркости, масштабированная в диапазоне (0, 255)) (б); колебания температуры кожи в 4-х зонах (ROI-region of interest) (в); микрогемодинамика в соответствующих 4-х зонах (г); увеличенный участок фотоплетизмограммы в зоне 1 (шкала слева) и разложение сигнала на медленно изменяющуюся ДС и пульсирующую компоненту АС (шкала справа, единицы измерения шкал справа и слева совпадают) (д) (цвет онлайн)

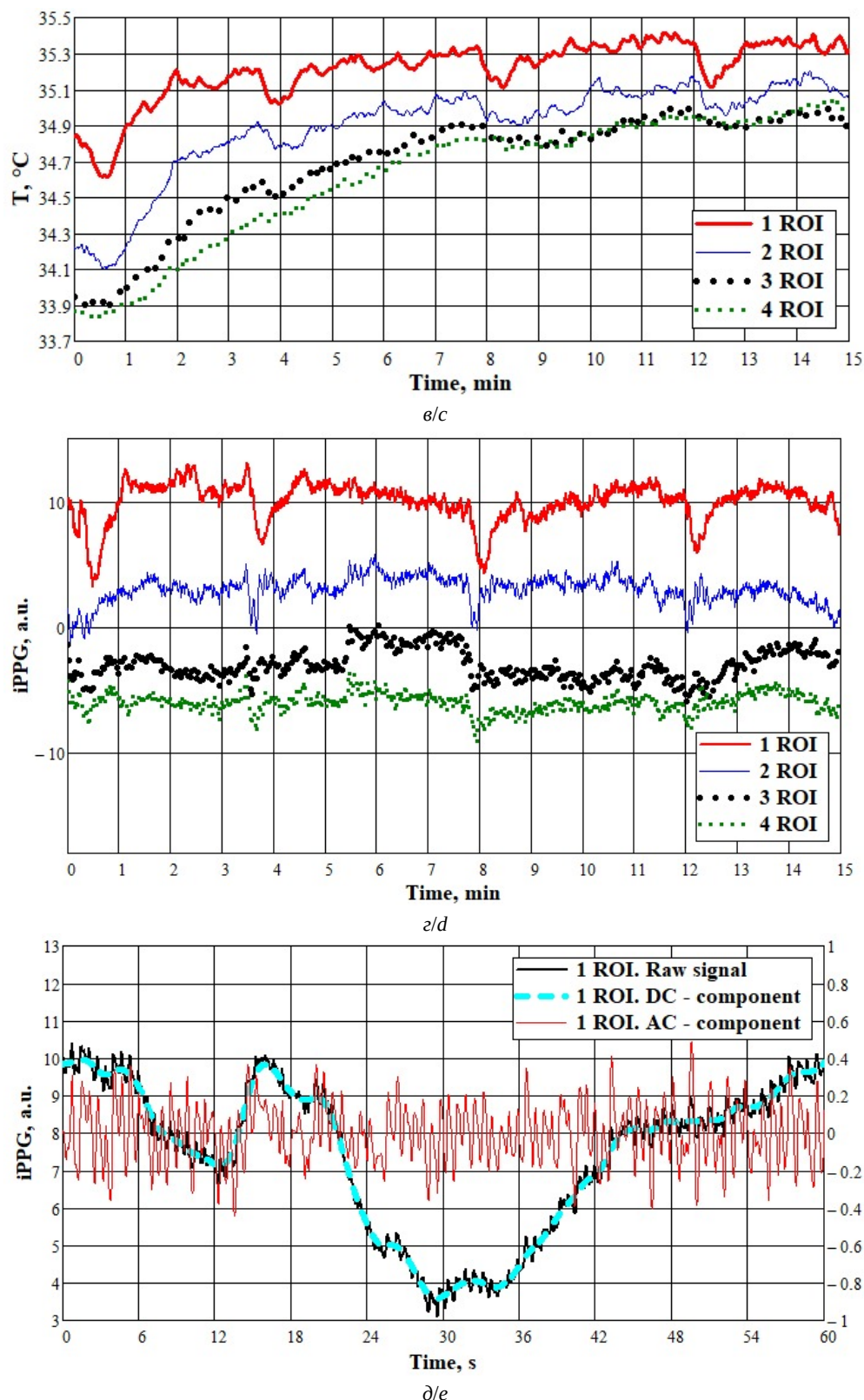


Fig. 4. Experimental signals of microhemodynamics recorded using imaging photoplethysmography (iPPG) and skin temperature fluctuations  $T$  in the hand region recorded using thermography: hand thermogram (a); photoplethysmographic image of the hand (gradient brightness palette was used, scaled in the range (0, 255)) (b); skin temperature fluctuations in 4 regions of interest (ROIs) (c); microhemodynamics in the corresponding 4 ROIs (d); an enlarged segment of the photoplethysmogram in ROI 1 (left scale) and decomposition of the signal into slowly varying DC and pulsatile AC components (right scale, units of the left and right scales are the same) (e) (color online)





(рис. 4, з) осуществлялись посредством обработки фотоплетизмографических кадров в 4-х зонах интереса (рис. 4, б). Сигналы (рис. 4, з) также усреднялись в пределах каждой зоны в каждый момент времени.

К температурным и ФПГ сигналам применялся Фурье-фильтр (прямоугольное окно), выделяющий спектральные компоненты в полосе частот 0.005–0.1 Гц. При этом метод фотоплетизмографического анализа гемодинамики дает возможность изучать как медленно, так и быстро изменяющуюся компоненту колебаний кровотока. На рис. 4, д приведен исходный фотоплетизмографический сигнал 1-й зоны и его разложение на медленно изменяющуюся (DC) и быстроизменяющуюся пульсирующую (AC) компоненты. Разложение на AC и DC компоненты осуществлялось путем вычитания из исходного сигнала сглаженной версии того же сигнала с использованием ядра Гаусса (например, функция `ksmooth` программы MathCad) и временным окном 1.5 с. Разностный сигнал представлял собой AC компоненту, сглаженный сигнал – DC компоненту.

На рис. 5 приведены результаты восстановления микрогемодинамики из температурных данных с помощью модели тепловых волн (BF\_T) в сравнении с фотоплетизмографическими данными (BF – blood flow), отфильтрованными в диапазоне 0.005–0.1 Гц. Данные представлены для зон, соответствующих рис. 4: для дистальной фаланги (рис. 5, а) и отдельно для средней и проксимальной фаланг, а также зоны на ладони (рис. 5, б).

Видно, что применение модели тепловых волн к температурным данным во всех 4-х зонах интереса дает возможность преобразовать сигналы таким образом, что их форма хорошо коррелирует с фотоплетизмографическими сигналами, характеризующими микрогемодинамику.

Графическое сравнение восстановленных данных по микрогемодинамике путем обработки температурного сигнала с помощью модели тепловых волн (1) и с помощью вычисления производных температуры целого порядка 1 и дробного порядка 0.4 (см. (3)) представлено на рис. 6.

Пример на рис. 7 демонстрирует восстановление микрогемодинамики из фотоплетизмографического сигнала при проведении 2-минутной плечевой окклюзии [41] с помощью модели тепловых волн, производной температуры по времени порядка 1 и порядка 0.4.

Из рис. 6, а и 7 видно, что, по сравнению с целым порядком производной, дробный порядок производной 0.4 обеспечивает более близкое соответствие формы преобразованного сигнала с сигналом, восстановленным с использованием модели тепловых волн.

Обобщенные статистические данные (коэффициент корреляции и среднеквадратичное отклонение) в состоянии покоя для группы здоровых испытуемых, находившихся в состоянии покоя, представлены в таблице. Они показывают, что применение производной дробного порядка 0.4 по сравнению с использованием производной первого порядка приводит к повышению корреляции преобразованного сигнала колебаний температуры с колебаниями кровотока, восстановленными с помощью модели тепловых волн (перед вычислением корреляции выполнялось удаление линейного тренда из всех сигналов).

### 3.4. Анализ результатов

Использование модели тепловых волн для преобразования колебаний температуры кожи в колебания кровотока обеспечивает как компенсацию затухания, так и запаздывания тепловой волны, генерируемой гемодинамическим процессом в кровеносных сосудах. Как показывают частотные характеристики на рис. 2 и 3, применение оператора производной первого порядка приводит к характеру компенсации амплитудных и фазовых изменений температурного сигнала, отличному от такового в модели тепловых волн. А именно, АЧХ обеспечивает избыточное усиление высокочастотной части колебаний температуры (см. рис. 6, а), ФЧХ вносит избыточное смещение по фазе в низкочастотной области (менее 0.02 Гц) и недостаточное смещение в более высокочастотной области (см. рис 3).

Введение производной дробного порядка (согласно (3) и (4)) дает возможность настраивать АЧХ и ФЧХ преобразования с помощью изменения порядка производной. Как демонстрируют данные таблицы для восстановления микрогемодинамики из температурных данных использование производной порядка 0.4 имеет преимущества по сравнению с производной первого порядка. Повышение корреляции при использовании дробной производной происходит за счет перераспределения мощности сигнала в направлении от высоких частот к низким. При этом необходимо отметить, что настройка даже дробного порядка производной не обеспечивает

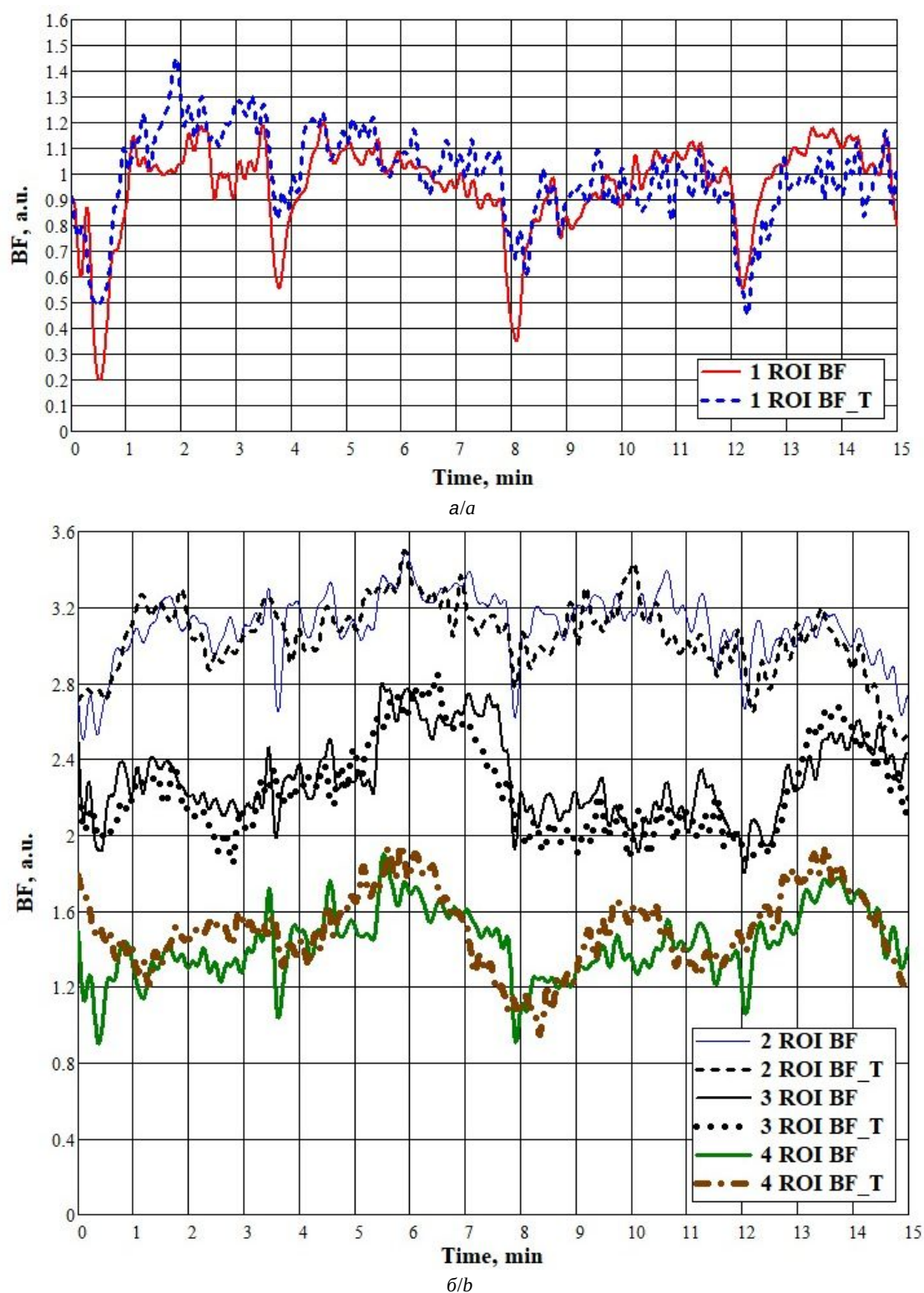


Рис. 5. Сравнение сигналов, полученных методом ФПГ-визуализации (BF) в 4-х зонах (см. рис. 4, а, б) и сигналов, восстановленных из тепловизионных данных с помощью модели тепловых волн (BF\_T): зона 1 (а); зоны 2, 3, 4 (б) (для устранения пересечений к сигналам добавлено постоянное смещение)

Fig. 5. Comparison of signals obtained by the PPG visualization method (BF) in 4 zones (see Fig. 4, a, b) and signals reconstructed from thermal imaging data using the heat wave model (BF\_T): zone 1 (a), zones 2, 3, 4 (b) (to eliminate intersections, a constant offset was added to the signals)

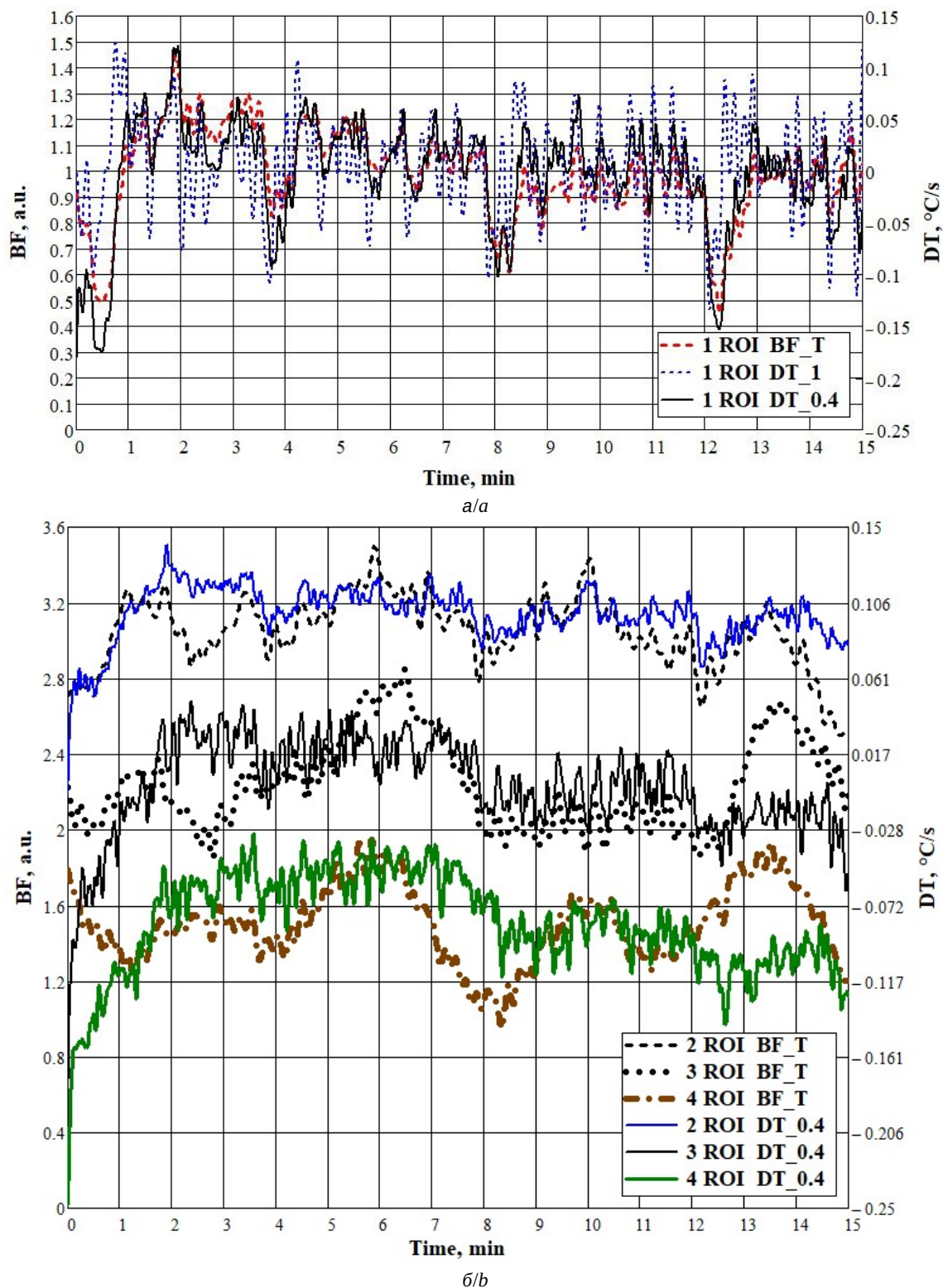


Рис. 6. Сравнение сигналов, полученных в 4-х зонах методом ФПГ-визуализации (BF) (шкала слева) с сигналами, восстановленными из тепловизионных данных с помощью модели тепловых волн (BF\_T) (шкала слева), производной по времени первого порядка (DT\_1) и дробного порядка 0.4 (DT\_0.4) (шкала справа): зона 1 (а); зоны 2, 3, 4 (б) (цвет онлайн)

Fig. 6. Comparison of signals obtained in 4 regions using PPG imaging (BF) (left scale) with signals reconstructed from thermal imaging data using the thermal wave model (BF\_T) (left scale), first-order time derivative (DT\_1), and fractional-order derivative of 0.4 (DT\_0.4) (right scale): region 1 (a); regions 2, 3, 4 (b) (color online)



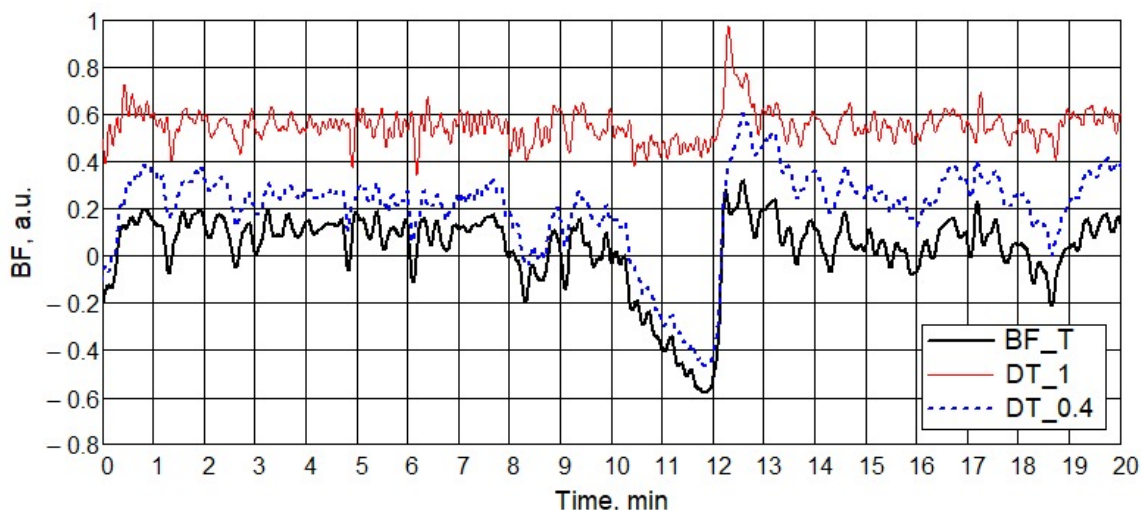


Рис. 7. Пример восстановления микрогемодинамики из фотоплетизмографического сигнала с помощью модели тепловых волн (BF\_T), производной 1-го порядка (DT\_1) и производной порядка 0.4 (DT\_0.4) (для лучшей видимости к производным добавлено постоянное смещение амплитуды) (цвет лндайн)

Fig. 7. Example of microhemodynamics reconstruction from a photoplethysmographic signal using the thermal wave model (BF\_T), first-order derivative (DT\_1), and fractional-order derivative of 0.4 (DT\_0.4) (a constant amplitude offset was added to the derivatives for better visibility) (color online)

**Пространственное распределение корреляции Пирсона временных реализаций обработанного фотоплетизмографического сигнала (BF) и температурного сигнала, преобразованного в колебания кровотока с использованием модели тепловых волн (BF\_T), производных температуры по времени 1-го порядка и порядка 0.4. Данные приведены для формата среднее значение  $\pm$  среднеквадратичное отклонение**

**Table. Spatial distribution of Pearson correlation between time series of processed photoplethysmographic signal (BF) and temperature signal converted to blood flow oscillations using: thermal wave model (BF\_T), first-order and 0.4-order temperature time derivatives. Data are presented as mean  $\pm$  standard deviation**

Сравниваемые модели преобразования температурного сигнала / Compared models of temperature signal conversion	Коэффициент корреляции, среднеквадратичное отклонение / Correlation coefficient, Standard deviation				
	Зона 1 / Region 1	Зона 2 / Region 2	Зона 3 / Region 3	Зона 4 / Region 4	Среднее / Mean
Модель тепловых волн / Thermal wave model	0.72 $\pm$ 0.09	0.67 $\pm$ 0.1	0.61 $\pm$ 0.12	0.55 $\pm$ 0.14	0.64
Преобразование с дифференцированием целого (1-го) порядка / Conversation with the 1st order derivative	0.46 $\pm$ 0.15	0.31 $\pm$ 0.16	0.25 $\pm$ 0.15	0.16 $\pm$ 0.1	0.29
Дробное дифференцирование порядка 0.4 / Conversation with derivative of order 0.4	0.81 $\pm$ 0.09	0.73 $\pm$ 0.15	0.54 $\pm$ 0.16	0.45 $\pm$ 0.18	0.63

качественную аппроксимацию АЧХ и ФЧХ, описывающих модель тепловых волн (см. рис. 2 и 3).

Использование метода фотоплетизмографической визуализации одновременно с методом инфракрасной динамической термографии обеспечило возможность сопоставление исследуемых сигналов в различных зонах объекта. Рис. 4 показывает отличия в сигналах в зависимости от зоны интереса, располагающейся на какой-либо фаланге пальца или участке ладони. Таблица демонстрирует максимальные значения корреляций на дистальной фаланге и постепенное ее снижение в проксимальном направлении к ладони. Последнее можно объяснить более высоким

соотношением сигнал/шум в области дистальной фаланги вследствие более высокой плотности сосудистой сети, наличия артериоло-венулярных анастомозов, иннервируемых симпатическими нервными волокнами, и более значимой роли данной области в терморегуляции.

В данной работе проведено сравнение моделей на сигналах, полученных в состоянии покоя в течение 15 мин. Пример на рис. 7 показывает, что и в процессе проведения окклюзионной пробы форма сигнала в модели тепловых волн также лучше совпадает с сигналом преобразованным с помощью производной порядка 0.4, чем с производной порядка 1. При этом стоит отметить,



что настройка амплитудно-частотных и фазо-частотных соотношений оператора производной ограничена возможностью использования целой или дробной степени в выражении (2). Степень 0.4 близка к степени 0.5, что равносильно использованию АЧХ пропорциональной корню от частоты сигнала. В этом случае оператор производной становится зависим от корня частоты сигнала также, как и функции, входящие в модель тепловых волн (см. выражение (1)). Этим можно объяснить рост корреляции, демонстрируемый в таблице при переходе к использованию производной дробного порядка.

### Заключение

В работе показана возможность восстановления микрогемодинамики на поверхности тела человека с помощью дробной производной колебаний температуры кожи. Выбор дробного порядка производной 0.4 имеет преимущество по сравнению с использованием производной по времени первого порядка, выражающееся в повышении корреляции восстановленного сигнала с результатом применения модели тепловых волн. Рост корреляции объясняется главным образом перераспределением мощности колебаний из высокочастотной в низкочастотную область при выборе дробного порядка производной. Использование дробной производной дает возможность восстановить микрогемодинамику посредством математических преобразований температурного сигнала во временной области, в то время как использование модели температурных волн подразумевает выполнение прямого и обратного вейвлет-преобразования, а также манипуляцию с амплитудами и фазами отдельных спектральных составляющих, т. е. преобразования в частотной области. При этом дробная производная и применение модели тепловых волн приводят к неидентичным преобразованиям температурных колебаний в частотной области. Использование температурных данных за счет естественной низкочастотной фильтрации кожей обеспечивает выделение составляющих микрогемодинамики в эндотелиальной, нейрогенной, миогенной частотных областях со снижением уровня сигнала до уровня шума в дыхательной и кардиальной областях. Применение описанной методики может быть актуально в области температурного исследования нормальных параметров колебаний кровотока в микрососудах, а также отклонений от них, регистрируемых одновременно в нескольких анатомических зонах.

### Список литературы

1. Танканаг А. В., Тихонова И. В., Гусева И. Е., Гриневич А. А. Влияние ортостаза на регуляцию микрогемодинамики кожи верхних и нижних конечностей при сахарном диабете 2 типа // Микроциркуляция и гемореология: XIV международная конференция по микроциркуляции и гемореологии : материалы международной научной конференции (Ярославль, 10–11 июля 2023 г.) / под ред. А. В. Муравьева. Ярославль : РИО ЯГПУ, 2023. С. 99.
2. Фролов А. В., Локтионова Ю. И., Жарких Е. В., Сидоров В. В., Танканаг А. В., Дунаев А. В. Реакция микроциркуляции крови в коже различных участков тела при выполнении дыхательных упражнений йоги // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2023. Т. 22, № 1 (85). С. 72–84. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-1-72-84>
3. Жарких Е. В., Маковик И. Н., Потапова, Е. В., Дрёмин, В. В., Жеребцов Е. А., Жеребцова А. И., Дунаев А. В., Сидоров В. В., Крупаткин А. И. Оптическая неинвазивная диагностика функционального состояния микроциркуляторного русла пациентов с нарушением периферической микрогемодинамики // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2018. Т. 17, № 3 (67). С. 23–32. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2018-17-3-23-32>
4. Глазков А. А., Глазкова П. А., Куликов Д. А., Рогаткин Д. А. Влияние гендерных различий на параметры микрогемодинамики кожи, оцененные в ходе тепловой и окклюзионной проб // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2022. Т. 21, № 4 (84). С. 33–41. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2022-21-4-33-41>
5. Дунаев А. В. Метод оценки адаптивных изменений в микроциркуляторно-тканевых системах организма человека // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2020. № 3 (384). С. 88–89. <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-342-4-1-88-99>
6. Михайлова М. А., Федорович А. А., Горшков А. Ю., Королев А. И., Дадаева В. А., Жарких Е. В., Локтионова Ю. И., Дунаев А. В., Сидоров В. В., Друпкина О. М. Сравнительная оценка параметров лазерной доплеровской флоуметрии кожи здоровых лиц при использовании аппаратов различной модификации // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2023. Т. 22, № 3 (87). С. 41–50. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-3-41-50>
7. Mizeva I., Dremine V., Potapova E., Zharebtsov E., Kozlov I., Dunaev A. Wavelet analysis of the temporal dynamics of the laser speckle contrast in human skin // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 2019. Vol. 67, iss. 7. P. 1882–1889. <https://doi.org/10.1109/TBME.2019.2950323>
8. Mizeva I., Potapova E., Dremine V., Kozlov I., Dunaev A. Spatial heterogeneity of cutaneous blood flow respiratory-related oscillations quantified via laser speckle contrast imaging // PLoS ONE. 2021. Vol. 16, no. 5. Art. e0252296. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0252296>
9. Potapova E. V., Seryogina E. S., Dremine V. V., Stavtsev D. D., Kozlov I. O., Zharebtsov E. A.,



- Mamoshin A. V., Ivanov Yu. V., Dunaev A. V. Laser speckle contrast imaging of blood microcirculation in pancreatic tissues during laparoscopic interventions // *Quantum Electronics*. 2020. Vol. 50, № 1. P. 33–40. <https://doi.org/10.1070/QEL17207>
10. Cracowski J. L., Roustit M. Human skin microcirculation // *Comprehensive Physiology*. 2020. Vol. 10, iss. 3. P. 1105–1154. <https://doi.org/10.1002/cphy.c190008>
11. Волков И. Ю., Сагайдачный А. А., Фомин А. В. Фото-плетизмографическая визуализация гемодинамики и двухмерная оксиметрия // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика*. 2022. Т. 22, вып. 1. С. 15–45. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2022-22-1-15-45>
12. Подтаев С. Ю., Попов А. В., Морозов М. К., Фрик П. Г. Исследование микроциркуляции крови с помощью вейвлет-анализа колебаний температуры кожи // *Регионарное кровообращение и микроциркуляция*. 2009. Т. 8, № 3 (31). С. 14–20. EDN: MUNGCV
13. Подтаев С. Ю., Мизева И. А., Смирнова Е. Н. Диагностика функционального состояния микроциркуляции на основе термометрии высокого разрешения // *Вестник Пермского федерального исследовательского центра УРО РАН*. 2012. № 3–4. С. 11–20. EDN: PZYRYT
14. Frick P., Mizeva I., Podtaev S. Skin temperature variations as a tracer of microvessel tone // *Biomedical Signal Processing and Control*. 2015. Vol. 21. P. 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2015.04.014>
15. Shusterman V., Anderson K. P., Barnea O. Spontaneous skin temperature oscillations in normal human subjects // *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*. 1997. Vol. 273, iss. 3, pt. 2. P. R1173–R1181. <https://doi.org/10.1152/ajpregu.1997.273.3.R1173>
16. Ley O., Deshpande C. V. Comparison of two mathematical models for the study of vascular reactivity // *Computers in Biology and Medicine*. 2009. Vol. 39, iss. 7. P. 579–589. <https://doi.org/10.1016/j.compbimed.2008.12.003>
17. Sagaidachnyi A. A., Skripal A. V., Fomin A. V., Usanov D. A. Determination of the amplitude and phase relationships between oscillations in skin temperature and photoplethysmography-measured blood flow in fingertips // *Physiological Measurement*. 2014. Vol. 35, № 2. P. 153–156. <https://doi.org/10.1088/0967-3334/35/2/153>
18. Sagaidachnyi A. A., Fomin A. V., Usanov D. A., Skripal A. V. Thermography-based blood flow imaging in human skin of the hands and feet: A spectral filtering approach // *Physiological Measurement*. 2017. Vol. 38, № 2. P. 272–288. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/aa4eaf>
19. Sagaidachnyi A., Fomin A., Usanov D., Skripal A. Real-time technique for conversion of skin temperature into skin blood flow: Human skin as a low-pass filter for thermal waves // *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 2019. Vol. 22, № 12. P. 1009–1019. <https://doi.org/10.1080/10255842.2019.1615058>
20. Fujimasa I., Chinzei T., Saito I. Converting far infrared image information to other physiological data // *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*. 2000. Vol. 19, iss. 3. P. 71–76. <https://doi.org/10.1109/51.844383>
21. Merla A., Di Donato L., Romani G. L., Proietti M., Salsano F. Comparison of thermal infrared and laser doppler imaging in the assessment of cutaneous tissue perfusion in scleroderma patients and healthy controls // *International Journal of Immunopathology and Pharmacology*. 2008. Vol. 21, iss. 3. P. 679–686. <https://doi.org/10.1177/039463200802100322>
22. Gorbach A. M., Wang H., Wiedenbeck B., Liu W., Smith P. D., Elster E. Functional assessment of hand vasculature using infrared and laser speckle imaging // *Proceedings of SPIE*. 2009. Vol. 7169. Art. 716919. <https://doi.org/10.1117/12.809589>
23. Tang Y., Xu F., Lei P., Li G., Tan Z. Spectral analysis of laser speckle contrast imaging and infrared thermography to assess skin microvascular reactive hyperemia // *Skin Research and Technology*. 2023. Vol. 29, № 4. Art. e13308. <https://doi.org/10.1111/srt.13308>
24. Сагайдачный А. А., Волков И. Ю., Цой М. О., Фомин А. В., Майсков Д. И., Антонов А. В., Залетов И. С., Скрипаль А. В. Оценка пространственно-временной неоднородности двухмерных изображений на примере фотоплетизмографической визуализации гемодинамики // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика*. 2023. Т. 23, вып. 2. С. 128–140. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-2-128-140>
25. Procka P., Celovska D., Smondrk M., Borik S. Correlation Mapping of Perfusion Patterns in Cutaneous Tissue // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, № 15. Art. 7658. <https://doi.org/10.3390/app12157658>
26. Сагайдачный А. А., Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Фомин А. В. Электротепловая аналогия свойств кожи и фильтра низких частот: взаимосвязь колебаний температуры и кожного кровотока в области конечностей // *Математическая биология и биоинформатика*. 2014. Т. 9, вып. 2. С. 309–318. <https://doi.org/10.17537/2014.9.309>
27. Сагайдачный А. А., Фомин А. В. Анализ временной производной температурной реакции пальцев рук на плечевую окклюзию и ее взаимосвязь с параметрами гемодинамики // *Регионарное кровообращение и микроциркуляция*. 2017. Т. 16, № 3 (63). С. 31–40. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2017-16-3-31-40>
28. Жмакин А. И. Теплопроводность за пределами закона Фурье // *Журнал технической физики*. 2021. Т. 91, № 1. С. 5–25. <https://doi.org/10.21883/JTF.2021.01.50267.207-20>
29. Hristov J. Bio-heat models revisited: Concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization approaches // *Frontiers in Physics*. 2019. Vol. 7. Art. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
30. Tang Y., Mizeva I., He Y. A modeling study on the influence of blood flow regulation on skin temperature pulsations // *Proceedings of SPIE*. 2017. Vol. 10337. Art. 1033716. <https://doi.org/10.1117/12.2267952>



31. Сагайдачный А. А., Фомин А. В., Волков И. Ю. Предельные возможности современных тепловизоров как инструмента для исследования колебаний периферического кровотока человека в различных диапазонах частот // Медицинская физика. 2016. № 4 (72). С. 84–93. EDN: XCFWYD
32. Sagaidachnyi A., Mayskov D., Fomin A., Zaletov I., Skripal A. Separate extraction of human eccrine sweat gland activity and peripheral hemodynamics from high- and low-quality thermal imaging data // Journal of Thermal Biology. 2022. Vol. 110. Art. 103351. <https://doi.org/10.1016/j.jtherbio.2022.103351>
33. Сагайдачный А. А., Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Фомин А. В. Метод тепловизионной визуализации колебаний кожного кровотока в конечностях: модификация спектральных составляющих // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2015. № 1 (53). С. 46–52. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2015-14-1-46-52>
34. Сагайдачный А. А., Скрипаль А. В., Фомин А. В., Усанов Д. А. Методика восстановления фотоплетизмограммы в диапазоне эндотелиальных и нейрогенных колебаний по результатам измерений температуры пальцев рук // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2013. № 3 (47). С. 22–28. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2013-12-3-22-28>
35. Усанов Д. А., Сагайдачный А. А., Скрипаль А. В., Фомин А. В. Взаимосвязь колебаний температуры и кровотока пальцев рук // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2012. Т. 11, № 2 (42). С. 37–42. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2012-11-2-37-42>
36. Сагайдачный А. А., Волков И. Ю., Фомин А. В., Залетов И. С., Скрипаль А. В. Термометрическое устройство для мониторинга колебаний объемного кровенаполнения на основе фильтра высоких частот // Медицинская техника. 2021. № 3 (327). С. 4–6. EDN: NYQQTХ
37. Pakarinen T., Oksala N., Vehkaoja A. IRLab-Platform for thermal video analysis in evaluation of peripheral thermal behavior and blood perfusion // Informatics in Medicine Unlocked. 2022. Vol. 30. Art. 100940. <https://doi.org/10.1016/j.imu.2022.100940>
38. McQuilkin G. L., Panthagani D., Metcalfe R. W., Hassan H., Yen A. A., Naghavi M., Hartley C. J. Digital thermal monitoring (DTM) of vascular reactivity closely correlates with doppler flow velocity // Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE “Engineering in Medicine and Biology Society”, EMBC. 2009. Minneapolis, Minnesota, USA, 2009. P. 1100–1103. <https://doi.org/10.1109/IEMBS.2009.5333962>
39. Kisela T. Fractional differential equations and their applications. Brno, Institute of Mathematics, Faculty of Mechanical Engineering, 2008. URL: <https://www.vut.cz/> (дата обращения: 14.06.2025).
40. Shitzer A., Stroschein L. A., Gonzalez R. R., Pandolf K. B. Lumped-parameter tissue temperature-blood perfusion model of a cold-stressed fingertip // Journal of Applied Physiology. 1996. Vol. 80, № 5. P. 1829–1834. <https://doi.org/10.1152/jappl.1996.80.5.1829>
41. Сагайдачный А. А. Окклюзионная проба: методы анализа, механизмы реакции, перспективы применения // Регионарное кровообращение и микроциркуляция. 2018. Т. 17, № 3 (67). С. 5–22. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2018-17-3-5-22>

## References

1. Tankanag A. V., Tikhonova I. V., Guseva I. E., Grinevich A. A. Effect of orthostasis on skin microhemodynamics regulation of upper and lower extremities in type 2 diabetes mellitus. In: Murav'ev A. V., ed. *Mikrotsirkulyatsiya i Gemoreologiya: Mezhdunarodnaya konferentsiya po mikro-tsirkulyatsii i gemoreologii: materialy mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii (Yaroslavl', 10–11 iyulya 2023 g.)*. Yaroslavl', RIO YGPU, 2023, p. 99 (in Russian).
2. Frolov A. V., Loktionova Yu. I., Zharkikh E. V., Sidorov V. V., Tankanag A. V., Dunaev A. V. The reaction of blood microcirculation in the skin of various parts of the body after performing yoga breathing exercises. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2023, vol. 22, iss. 1 (85), pp. 72–84 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-1-72-84>
3. Zharkikh E. V., Makovik I. N., Potapova E. V., Dremin V. V., Zherebtsov E. A., Zherebtsova A. I., Dunaev A. V., Sidorov V. V., Krupatkin A. I. Optical noninvasive diagnostics of the functional state of microcirculatory bed in patients with disorders of peripheral haemodynamics. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2018, vol. 17, no. 3 (67), pp. 23–32 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2018-17-3-23-32>
4. Glazkov A. A., Glazkova P. A., Kulikov D. A., Rogatkin D. A. The influence of gender differences of skin microhemodynamics parameters assessed in heating and occlusion tests. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2022, vol. 21, no. 4 (84), pp. 33–41 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2022-21-4-33-41>
5. Dunaev A. V. The method for evaluating adaptive changes in human microcirculatory-tissue systems. *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, 2020, no. 4 (342), pp. 88–89 (in Russian). <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-342-4-1-88-99>
6. Mikhailova M. A., Fedorovich A. A., Gorshkov A. Yu., Korolev A. I., Dadaeva V. A., Zharkikh E. V., Loktionova Yu. I., Dunaev A. V., Sidorov V. V., Drapkina O. M. Comparative evaluation of the parameters of laser doppler flowmetry of the skin of healthy persons using devices of various modifications. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2023, vol. 22, no. 3 (8), pp. 41–50 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-3-41-50>
7. Mizeva I., Dremin V., Potapova E., Zherebtsov E., Kozlov I., Dunaev A. Wavelet analysis of the temporal dynamics of the laser speckle contrast in human skin. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2019, vol. 67, iss. 7, pp. 1882–1889. <https://doi.org/10.1109/TBME.2019.2950323>



8. Mizeva I., Potapova E., Dremine V., Kozlov I., Dunaev A. Spatial heterogeneity of cutaneous blood flow respiratory-related oscillations quantified via laser speckle contrast imaging. *PLoS ONE*, 2021, vol. 16, no. 5, art. e0252296. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0252296>
9. Potapova E. V., Seryogina E. S., Dremine V. V., Stavtsev D. D., Kozlov I. O., Zherebtsov E. A., Mamoshin A. V., Ivanov Yu. V., Dunaev A. V. Laser speckle contrast imaging of blood microcirculation in pancreatic tissues during laparoscopic interventions. *Quantum Electronics*, 2020, vol. 50, no. 1, pp. 33–40. <https://doi.org/10.1070/QEL17207>
10. Cracowski J. L., Roustit M. Human skin microcirculation. *Comprehensive Physiology*, 2020, vol. 10, iss. 3, pp. 1105–1154. <https://doi.org/10.1002/cphy.c190008>
11. Volkov I. Y., Sagaidachnyi A. A., Fomin A. V. Photoplethysmographic imaging of hemodynamics and two-dimensional oximetry. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2022, vol. 22, iss. 1, pp. 15–45. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2022-22-1-15-45>
12. Podtaev S. Yu., Popov A. V., Morozov M. K., Frick P. G. A. Study of blood microcirculation using wavelet analysis of skin temperature fluctuations. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2009, vol. 8, no. 3 (31), pp. 14–20 (in Russian). EDN: MUNGCV
13. Podtaev S. Yu., Mizeva I. A., Smirnova E. N. Diagnostika funktsional'nogo sostoyaniya mikrocirkulyatsii na osnove termometrii vysokogo razresheniya. *Vestnik Permskogo federal'nogo issledovatel'skogo tsentra URO RAN*, 2012, no. 3–4, pp. 11–20 (in Russian).
14. Frick P., Mizeva I., Podtaev S. Skin temperature variations as a tracer of microvessel tone. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2015, vol. 21, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2015.04.014>
15. Shusterman V., Anderson K. P., Barnea O. Spontaneous skin temperature oscillations in normal human subjects. *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 1997, vol. 273, iss. 3, pt. 2, pp. R1173–R1181. <https://doi.org/10.1152/ajpregu.1997.273.3.R1173>
16. Ley O., Deshpande C. V. Comparison of two mathematical models for the study of vascular reactivity. *Computers in Biology and Medicine*, 2009, vol. 39, iss. 7, pp. 579–589. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2008.12.003>
17. Sagaidachnyi A. A., Skripal A. V., Fomin A. V., Usanov D. A. Determination of the amplitude and phase relationships between oscillations in skin temperature and photoplethysmography-measured blood flow in fingertips. *Physiological Measurement*, 2014, vol. 35, no. 2, pp. 153–156. <https://doi.org/10.1088/0967-3334/35/2/153>
18. Sagaidachnyi A. A., Fomin A. V., Usanov D. A., Skripal A. V. Thermography-based blood flow imaging in human skin of the hands and feet: A spectral filtering approach. *Physiological Measurement*, 2017, vol. 38, no. 2, pp. 272–288. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/aa4eaf>
19. Sagaidachnyi A., Fomin A., Usanov D., Skripal A. Real-time technique for conversion of skin temperature into skin blood flow: Human skin as a low-pass filter for thermal waves. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 2019, vol. 22, no. 12, pp. 1009–1019. <https://doi.org/10.1080/10255842.2019.1615058>
20. Fujimasa I., Chinzei T., Saito I. Converting far infrared image information to other physiological data. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 2000, vol. 19, iss. 3, pp. 71–76. <https://doi.org/10.1109/51.844383>
21. Merla A., Di Donato L., Romani G. L., Proietti M., Salzano F. Comparison of thermal infrared and laser doppler imaging in the assessment of cutaneous tissue perfusion in scleroderma patients and healthy controls. *International Journal of Immunopathology and Pharmacology*, 2008, vol. 21, iss. 3, pp. 679–686. <https://doi.org/10.1177/039463200802100322>
22. Gorbach A. M., Wang H., Wiedenbeck B., Liu W., Smith P. D., Elster E. Functional assessment of hand vasculature using infrared and laser speckle imaging. *Proceedings of SPIE*, 2009, vol. 7169, art. 716919. <https://doi.org/10.1117/12.809589>
23. Tang Y., Xu F., Lei P., Li G., Tan Z. Spectral analysis of laser speckle contrast imaging and infrared thermography to assess skin microvascular reactive hyperemia. *Skin Research and Technology*, 2023, vol. 29, no. 4, art. e13308. <https://doi.org/10.1111/srt.13308>
24. Sagaidachnyi A. A., Volkov I. Y., Tsoy M. O., Fomin A. V., Mayskov D. I., Antonov A. B., Zaletov I. S., Skripal A. V. Assessment of spatiotemporal heterogeneity of two-dimensional images on the example of photoplethysmographic imaging of hemodynamics. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2023, vol. 23, iss. 2, pp. 128–140 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-2-128-140>
25. Procka P., Celovska D., Smondrk M., Borik S. Correlation mapping of perfusion patterns in cutaneous tissue. *Applied Sciences*, 2022, vol. 12, no. 15, art. 7658. <https://doi.org/10.3390/app12157658>
26. Sagaidachnyi A. A., Usanov D. A., Skripal A. V., Fomin A. V. Thermo-electrical analogy of skin properties and low-pass filter, correlation between skin temperature and blood flow oscillations in extremities. *Matematicheskaya Biologiya i Bioinformatika* [Mathematical Biology and Bioinformatics], 2014, vol. 9, iss. 2, pp. 309–318 (in Russian). <https://doi.org/10.17537/2014.9.309>
27. Sagaidachnyi A. A., Fomin A. V. Analysis of time derivative of the temperature response of fingers on the brachial occlusion and its relationship with hemodynamic parameters. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2017, vol. 16, no. 3 (63), pp. 31–40 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2017-16-3-31-40>
28. Zhmakin A. I. Heat conduction beyond the Fourier law. *Technical Physics*, 2021, vol. 66, pp. 1–22. <https://doi.org/10.1134/S1063784221010242>
29. Hristov J. Bio-heat models revisited: Concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization ap-



- proaches. *Frontiers in Physics*, 2019, vol. 7, art. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
30. Tang Y., Mizeva I., He Y. A modeling study on the influence of blood flow regulation on skin temperature pulsations. *Proceedings of SPIE*, 2017, vol. 10337, art. 1033716. <https://doi.org/10.1117/12.2267952>
31. Sagaidachnyi A. A., Fomin A. V., Volkov I. U. Limit capabilities of modern thermal imaging cameras as a tool for investigation of peripheral blood flow oscillations within different frequency ranges. *Meditsinskaya Fizika*, 2016, no. 4 (72), pp. 84–93 (in Russian). EDN: XCFWYD
32. Sagaidachnyi A., Mayskov D., Fomin A., Zaletov I., Skripal A. Separate extraction of human eccrine sweat gland activity and peripheral hemodynamics from high- and low-quality thermal imaging data. *Journal of Thermal Biology*, 2022, vol. 110, art. 103351. <https://doi.org/10.1016/j.jtherbio.2022.103351>
33. Sagaidachnyi A. A., Usanov D. A., Skripal A. V., Fomin A. V. Thermal imaging of the skin blood flow oscillations in extremities: Modification of the spectral components. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2015, vol. 14, no. 1 (53), pp. 46–52 (in Russian) <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2015-14-1-46-52>
34. Sagaidachnyi A. A., Skripal A. V., Fomin A. V., Usanov D. A. Method of the photoplethysmogram restoration in the band of endothelial and neurogenic oscillations through the analysis of the finger tips temperature. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2013, vol. 12, no. 3 (47), pp. 22–28 (in Russian) <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2013-12-3-22-28>
35. Usanov D. A., Sagaidachnyi A. A., Skripal A. V., Fomin A. V. Interrelation of temperature and blood flow oscillations of fingers. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2012, vol. 11, no. 2 (42), pp. 37–42 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2012-11-2-37-42>
36. Sagaidachnyi A. A., Volkov I. Y., Fomin A. V., Zaletov I. S., Skripal A. V. Thermometric device for monitoring fluctuations in blood volume filling based on a high-pass filter. *Biomedical Engineering*, 2021, vol. 55, no. 3, pp. 157–160. <https://doi.org/10.1007/s10527-021-10092-0>
37. Pakarinen T., Oksala N., Vehkaoja A. IRLab-Platform for thermal video analysis in evaluation of peripheral thermal behavior and blood perfusion. *Informatics in Medicine Unlocked*, 2022, vol. 30, art. 100940. <https://doi.org/10.1016/j.imu.2022.100940>
38. McQuilkin G. L., Panthagani D., Metcalfe R. W., Hassan H., Yen A. A., Naghavi M., Hartley C. J. Digital thermal monitoring (DTM) of vascular reactivity closely correlates with doppler flow velocity // *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE "Engineering in Medicine and Biology Society, EMBC. 2009". Minneapolis, Minnesota, USA, 2009*, pp. 1100–1103. <https://doi.org/10.1109/IEMBS.2009.5333962>
39. Kisela T. *Fractional differential equations and their applications*. Brno, Institute of Mathematics, Faculty of Mechanical Engineering, 2008. Available at: <https://www.vut.cz/> (accessed June 14, 2025).
40. Shitzer A., Stroschein L. A., Gonzalez R. R., Pandolf K. B. Lumped-parameter tissue temperature-blood perfusion model of a cold-stressed fingertip. *Journal of Applied Physiology*, 1996, vol. 80, no. 5, pp. 1829–1834. <https://doi.org/10.1152/jappl.1996.80.5.1829>
41. Sagaidachnyi A. A. Reactive hyperemia test: Methods of analysis, mechanisms of reaction and prospects. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2018, vol. 17, no. 3 (67), pp. 5–22 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2018-17-3-5-22>

Поступила в редакцию 13.03.2025; одобрена после рецензирования 16.04.2025;  
принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 13.03.2025; approved after reviewing 16.04.2025;  
accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 333–342

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 333–342

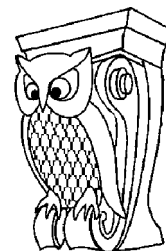
<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-333-342>, EDN: OQWITA

Научная статья

УДК 530.182:537.86

## Исследование воздействия электрических импульсов на микроциркуляцию крови артериальных сосудов методом лазерной доплеровской флоуметрии



В. Д. Прохорова<sup>1</sup>, О. Ю. Кутикова<sup>1</sup>, А. М. Палагута<sup>1</sup>, Ан. В. Скрипаль<sup>1✉</sup>, Д. В. Ермишин<sup>2</sup>, А. П. Рытик<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>ООО «Клевер», Россия, 410012, г. Саратов, ул. Аткарская, д. 66А

Прохорова Вероника Дмитриевна, студент, [nika\\_dmit@mail.ru](mailto:nika_dmit@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0001-1632-649X>

Кутикова Оксана Юрьевна, аспирант, [Oksana.296@mail.ru](mailto:Oksana.296@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-5976-2972>

Палагута Алексей Михайлович, аспирант, [palaguta.lex.m@yandex.ru](mailto:palaguta.lex.m@yandex.ru), <https://orcid.org/0009-0004-8120-1230>

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой медицинской физики, [skripal1@yandex.ru](mailto:skripal1@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>

Ермишин Дмитрий Владимирович, директор по развитию, [dimerm@mail.ru](mailto:dimerm@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0005-7223-9234>

Рытик Андрей Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, [ra4csz@yandex.ru](mailto:ra4csz@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2911-4055>

**Аннотация.** Методом лазерной доплеровской флоуметрии исследовано влияние воздействия низковольтных электрических импульсов на функционирование артериальных сосудов предплечья человека. Метод включает измерение показателя микроциркуляции крови по доплеровскому сдвигу частоты при зондировании микроциркуляторного русла лазерным излучением (регистрируется излучение, отраженное как от подвижных, так и от неподвижных компонентов ткани). Показано, что при воздействии электрических импульсов происходит увеличение миогенной компоненты спектра относительно фоновой пробы в среднем в 4 раза, что связано с изменением тонуса сосудистой стенки артериол. Выявлено также преобладание нейрогенных компонент спектра после прекращения воздействия электрических импульсов. Показано, что использование метода лазерной доплеровской флоуметрии по амплитудам спектральных гармоник ритмов колебаний сосудов позволяет количественно определять изменения в регуляции кровотока при воздействии импульсов тока.

**Ключевые слова:** лазерная доплеровская флоуметрия, электрические импульсы, микроциркуляция крови, артериальные сосуды, тонус

**Благодарности:** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-14-00287, <https://rscf.ru/project/23-14-00287/>).

**Для цитирования:** Прохорова В. Д., Кутикова О. Ю., Палагута А. М., Скрипаль Ан. В., Ермишин Д. В., Рытик А. П. Исследование воздействия электрических импульсов на микроциркуляцию крови артериальных сосудов методом лазерной доплеровской флоуметрии // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 333–342. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-333-342>, EDN: OQWITA

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Study of the influence of electrical impulses on arterial blood microcirculation using laser Doppler flowmetry

V. D. Prokhorova<sup>1</sup>, O. Yu. Kutikova<sup>1</sup>, A. M. Palaguta<sup>1</sup>, An. V. Skripal<sup>1✉</sup>, D. V. Ermishin<sup>2</sup>, A. P. Rytik<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>Clover LLC, 66A Atkarskaya St., Saratov 410012, Russia

Veronika D. Prokhorova, [nika\\_dmit@mail.ru](mailto:nika_dmit@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0001-1632-649X>

Oksana Yu. Kutikova, [Oksana.296@mail.ru](mailto:Oksana.296@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-5976-2972>

Alexey M. Palaguta, [palaguta.lex.m@yandex.ru](mailto:palaguta.lex.m@yandex.ru), <https://orcid.org/0009-0004-8120-1230>

Anatoly V. Skripal, [skripal1@yandex.ru](mailto:skripal1@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>

Dmitry V. Ermishin, [dimerm@mail.ru](mailto:dimerm@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0005-7223-9234>

Andrey P. Rytik, [ra4csz@yandex.ru](mailto:ra4csz@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2911-4055>

© Прохорова В. Д., Кутикова О. Ю., Палагута А. М., Скрипаль Ан. В., Ермишин Д. В., Рытик А. П., 2025





**Abstract. Background and Objectives:** The influence of low-voltage electrical current impulses on arterial blood microcirculation was investigated using the method of laser Doppler flowmetry. **Materials and Methods:** The method involves measuring the blood microcirculation index by quantifying the Doppler frequency shift arising when the microcirculatory bed is probed with laser radiation, followed by the registration of radiation reflected from both moving and stationary tissue components. **Results:** It has been demonstrated that exposure to electrical current impulses leads to an average 4-fold increase in the myogenic component of the spectrum relative to the baseline sample. This increase is associated with changes in the tone of the vascular wall in blood arterioles. The predominance of neurogenic components of the spectrum after cessation of exposure to electrical impulses has also been revealed. **Conclusion:** Utilizing the laser Doppler flowmetry method based on the amplitudes of spectral harmonics of vascular oscillation rhythms allows to determine quantitatively the changes in blood flow regulation during exposure to current impulses.

**Keywords:** laser Doppler flowmetry, electrical impulses, blood microcirculation, arterial vessels, muscle tone

**Acknowledgments:** The work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-14-00287, <https://rscf.ru/project/23-14-00287/>).

**For citation:** Prokhorova V. D., Kutikova O. Yu., Palaguta A. M., Skripal An. V., Ermishin D. V., Rytik A. P. Study of the influence of electrical impulses on arterial blood microcirculation using laser Doppler flowmetry. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 333–342 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-333-342>, EDN: OQWITA

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

В мире наблюдается рост частоты заболеваний сердечно-сосудистой системы и нарушений кровообращения, связанных с нарушением нормальной работы кровеносных сосудов и тока крови [1–3]. Для лечения заболеваний данной этимологии, а также различных видов мышечной дисфункции прибегают к нервно-мышечной электростимуляции [4–12].

В работе [4] приведены примеры воздействия электростимуляции на мышцы опорно-двигательной системы для возобновления нормальных сокращений скелетных мышц при лечении мышечной атрофии. Стимуляцию выполняли током частотой 10 Гц. Режим стимуляции включал воздействие импульсами тока в течение 20 с с последующим покоем в течение 20 с. Длительность импульсов составляла 100 мс, максимальная амплитуда стимуляции – 60 мА. Первый сеанс стимуляции начинался с более низких амплитуд (порядка 30 мА) и постепенно увеличивался на 10–15 мА ежедневно в течение следующих 2–4 дней, пока не было достигнуто конечное значение 60 мА, которое хорошо переносилось пациентами. Было показано, что низкочастотная электростимуляция увеличивает мышечную силу и улучшает кровоснабжение у пациентов с хронической сердечной недостаточностью.

В работах [5, 6] оценивалась эффективность электрической стимуляции скелетных мышц на основе анализа динамики кровообращения, сокращения и гипертрофии мышц. Использовалась стимуляция импульсами электрического тока прямоугольной формы длительностью 1–1.5 мс с частотой 20 Гц. Выходное напряжение стимулятора было ограничено 80 В, что не вызы-

вало дискомфорта. Один из отмеченных эффектов электростимуляции – увеличение скорости утилизации глюкозы в мышцах (анаэробный гликолиз), что, как предполагалось, может стать терапевтическим средством для улучшения метаболизма глюкозы у людей [6], а также для улучшения мышечной силы и кровоснабжения при хронической сердечной недостаточности [5].

В статьях [7, 8] отмечено влияние нервно-мышечной электростимуляции на гемодинамику, аритмию и подязычную микроциркуляцию. Параметры электрического импульса: частота – 20 Гц, длительность импульса – 250 мкс. Использовался экспоненциально нарастающий импульс для уменьшения дискомфорта во время стимуляции мышц. Показано, что данный метод терапии безопасен и эффективен для снижения уровня глюкозы в крови и повышения уровня лактата в крови без изменения текучести крови или микроциркуляции.

Основной проблемой реабилитации у людей с ограниченной подвижностью является подавление атрофии скелетных мышц и снижение двигательной функции. Авторы работы [9] изучили безопасность влияния электростимуляции на динамику кровообращения, аритмию, микроциркуляцию, системный метаболизм, включая уровень глюкозы в крови, уровень лактата и окислительный стресс. Показано, что электростимуляция изменила уровень лактата в крови, однако она не изменила гемодинамические параметры и не вызвала аритмию. Тем не менее, авторы отмечают необходимость проведения более глубоких исследований влияния электростимуляции на пациентов с хроническими



заболеваниями сердца или хронической дыхательной недостаточностью.

В [10] отмечается малоизученный аспект влияния мозгового кровотока при применении электростимуляции к крупным мышцам нижних конечностей изучено недостаточно. В этой работе интересна гипотеза о включении электростимуляцией регуляторных механизмов нервной системы. Электростимуляция увеличивает кровотоки в сонной артерии, однако влияние стимуляции на церебральную перфузию различается в переднем и заднем отделах мозгового кровообращения. Можно также отметить ряд обзорных работ по электростимуляции [11–13], в которых проведена систематизация параметров воздействия: частота и ширина импульса тока, интенсивность, режим воздействия. В большинстве случаев величина тока варьировалась от 10 до 200 мА, а интенсивность импульса зависела от терапевтической задачи.

Гемодинамические эффекты привыкания к недельной программе нервно-мышечной электростимуляции были отмечены в [14]. Здесь для каждого испытуемого был проведен 30-минутный сеанс терапии током в течение 4-х недель (5 дней в неделю). Сила тока была настроена таким образом, чтобы обеспечить максимальное взаимное разгибание и сгибание запястья и пальцев без боли, а рабочий цикл составлял 10 с при включении и 5 с при выключении. Во время каждого сеанса выполнялось около 60 циклов разгибания и сгибания запястья. Стимулирующий импульс представлял собой двухфазный сигнал с амплитудой от 10 до 40 мА с длительностью импульса 300 с и частотой 35 Гц. В результате регулярных физиопроцедур электростимуляции объемы выброса крови и пиковые скорости кровотока в подколенной вене поддерживались в течение 30-минутного сеанса стимуляции и увеличивались примерно на 100% в течение последующих семи дней. Средняя интенсивность стимуляции постепенно увеличивалась в течение недели, в то время как ощущаемая боль во время воздействия значительно снизилась. В конечном счете привыкание пациентов к электростимуляции привело к получению самого высокого объема венозного выброса, зарегистрированного при однократном сокращении икроножных мышц.

В большинстве случаев работы, посвященные использованию электростимуляции в терапии, имеют акцент на подборе параметров

воздействия и достигнутом терапевтическом эффекте [14, 15]. Однако представляет интерес аспект объективного инструментального подтверждения изменений протекания физиологических процессов в тканях. Прежде всего нами рассмотрены изменения в регуляции кровотока по амплитудам спектральных гармоник при воздействии импульсов тока, а также изменение тонуса сосудистой стенки кровеносных артерий. В работе использован метод лазерной доплеровской флоуметрии [16, 17].

Целью работы явилось определение характера влияния импульсной электростимуляции на динамику кровотока в сосудах предплечья человека методом лазерной доплеровской флоуметрии. В задачи работы входило выявление особенностей регуляции кровотока в артериальных сосудах до, во время и после воздействия электрических импульсов. В частности, исследовалось сохранение эффекта изменения регуляции кровотока после выключения электростимуляции.

### Метод исследования

В качестве метода исследования применялась лазерная доплеровская флоуметрия (ЛДФ). Этот метод является общепризнанным неинвазивным методом измерения перфузии крови микрососудистого русла [18]. Использование вейвлет-преобразования ЛДФ-граммы позволяет анализировать амплитудно-частотные характеристики вазомоций [19]. Частоты колебаний лежат в определенных границах в зависимости от происхождения этих колебаний. Самыми низкочастотными считаются эндотелиальные колебания (0.0095–0.02 Гц), затем следуют нейрогенные (0.021–0.046 Гц), миогенные (0.047–0.145 Гц), дыхательные (0.2–0.4 Гц) и сердечные (0.8–1.6 Гц) [18]. Наряду с измерением базового уровня перфузии для изучения кожной микроциркуляции крови с помощью ЛДФ применяются различные функциональные пробы. Они позволяют повысить информативность исследования за счет оценки дополнительного вовлечения регуляторных механизмов посредством внешних стимулов. В ряде работ метод ЛДФ используется для оценки микроциркуляции крови при различной функциональной нагрузке или заболеваниях [20, 21]. Так величина снижения базального кровотока при функциональной пробе позволяет определить уровень реактивности микрососудов.



В данной работе показания микроциркуляции измерялись с помощью портативного ЛДФ устройства «ЛАЗМА ПФ» (Россия) [22], в котором применяется одночастотный лазер мощностью излучения 0.7 мВт и с длиной волны 850 нм. Глубина проникновения в кожу составляет около 1–1.2 мм [23].

Для электростимуляции использовалось устройство, которое уже успешно применялось в исследованиях терапии пиелонефрита (рис. 1) [24, 25].

Параметры импульсов могли изменяться по амплитуде (от 0 до 100 вольт в импульсе) и частоте следования в диапазоне от 50 до 100 мкс, также в программной части устройства можно было установить различные режимы воздействия: время воздействия – время паузы. Значения тока были подобраны исходя из различной чувствительности и комфортности (без болевых ощущений и сильных, спазматических, мышечных сокращений) группы испытуемых. Форма импульса биполярная, с чередованием: положительный-отрицательный импульсы изменяются на отрицательный-положительный. Таким образом, биполярный импульс исключает разделение ионов в тканях, свойственное ионо- и электрофорезу. Амплитуда импульсов составляла в среднем 50 вольт, значение тока было зафиксировано на уровне 23 мА. Фронт и спад импульса составляет 270–300 нсек, что обеспечивает хорошую проводимость даже при сухой коже. Площадь электродов 16 кв.см. (4×4 см) обеспечивает при этом необходимую и достаточную емкость. Перед процедурой проводилось увлажнение кожи дезинфицирующим раствором.

Для проведения исследования набирали группу из 30 добровольцев возраста 16–19 лет. Накладывали два электрода прибора на предплечье для генерации электрических импульсов; на указательный палец руки надевали ЛДФ-датчик. Выполняли фоновую запись в течении 3 минут, затем включали фиксированную по параметрам последовательность импульсов тока 50 В с частотой 30 кГц и проводили воздействие в течении 3 минут, затем выключали воздействие тока и записывали ЛДФ-грамму после воздействия. Характер протекания микроциркулярных процессов отражает рис. 2. Состояние покоя пациента способствовало понижению как активных, так и пассивных факторов влияния на регуляцию кровотока. Были проведены три серии измерений параметров микроциркуляции (ЛДФ-спектров): до воздействия (фоновый режим), во время воздействия импульсов тока и после воздействия. Затем выполнялась запись ЛДФ-граммы после выключения воздействия электроимпульсов. Важной задачей являлось обнаружение кумулятивного эффекта продолжения воздействия импульсов тока. После записи проб – фоновой, в процессе токовой стимуляции и после стимуляции – выполняли анализ амплитуды частотных компонент сигнала ЛДФ с сегментацией по составляющим спектра (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что при отсутствии воздействия амплитуды нейрогенного спектра – 1.9 и миогенного спектра – 1.19 (в относительных единицах, отн. ед.) отражают больший вклад активных компонент в регуляцию объемного кровотока микроциркуляторного русла по сравнению с пассивными компонентами –

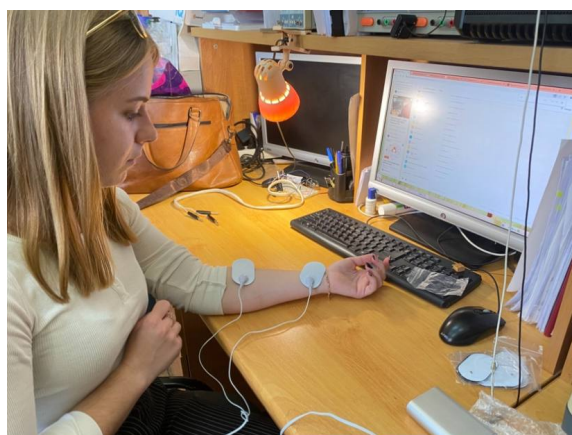
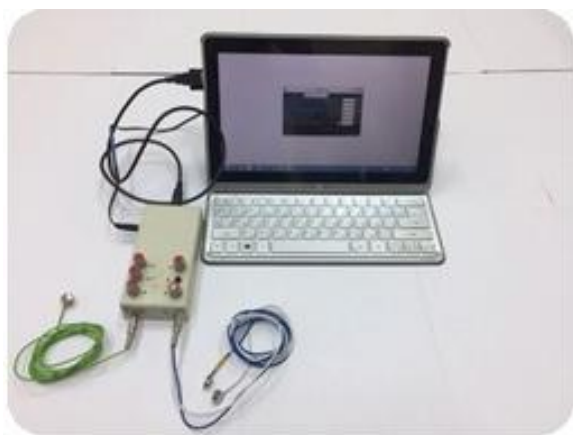


Рис. 1. Прибор, генерирующий электрические импульсы  
Fig. 1. Device generating electrical pulses

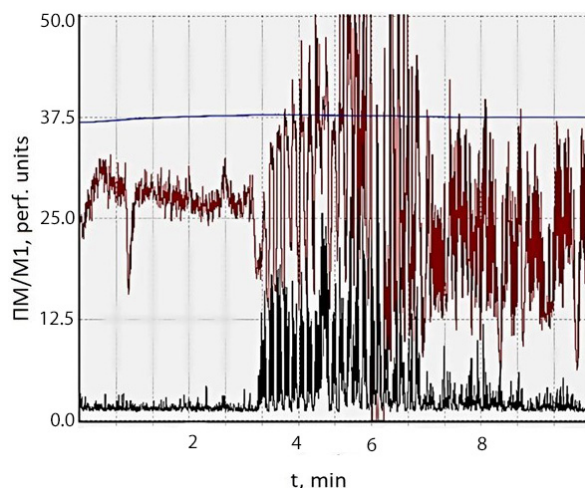


Рис. 2. ЛДФ-грамма изменения микроциркуляции пациента Г. (возраст 19 лет) при воздействии электрического тока начиная со 2-й минуты при амплитуде импульсов 50 В и частоте 30 кГц. Показатель микроциркуляции (красная линия), сигнал датчика движения (черная линия), кривая температуры (синяя линия) (цвет онлайн)

Fig. 2. LDF gram of microcirculation change when exposed to the electric current starting from 2 minute with pulse amplitude of 50 volts and frequency of 30 kHz, patient G., age 19 years. Microcirculation indicator (red line), motion sensor signal (black line), temperature curve (blue line) (color online)

дыхательной и сердечной компонент спектра, амплитуды которых соответственно равны 0.49 и 0.64 отн. ед.

При воздействии электрическими импульсами характер ритмов кровотока демонстрирует повышение амплитуды миогенной гармоники спектра до 9.15 ед. Также наблюдается увеличение амплитуды нейрогенной (8.03 отн. ед.), сердечной (4.92 отн. ед.) и дыхательной компонент спектра (5.28 отн. ед.) (рис. 4). Такие высокие значения амплитуд колебаний спектра обусловлены скорее реакцией вегетативной нервной системы на внешнее воздействие, чем реакцией системы миогенной регуляции кровотока.

В ходе исследования было зафиксировано продолжение эффекта реакции сосудистой системы после воздействия электрических импульсов, продолжительность которого составляла от 30 с до 15 мин для различных обследуемых. На рис. 5 приведен спектр ЛДФ-сигнала после воздействия импульсов тока. Видно, что амплитуды нейрогенной (3.57 отн.ед.), миогенной (3.30 отн.ед.), дыхательной (1.98 отн.ед.) и сер-

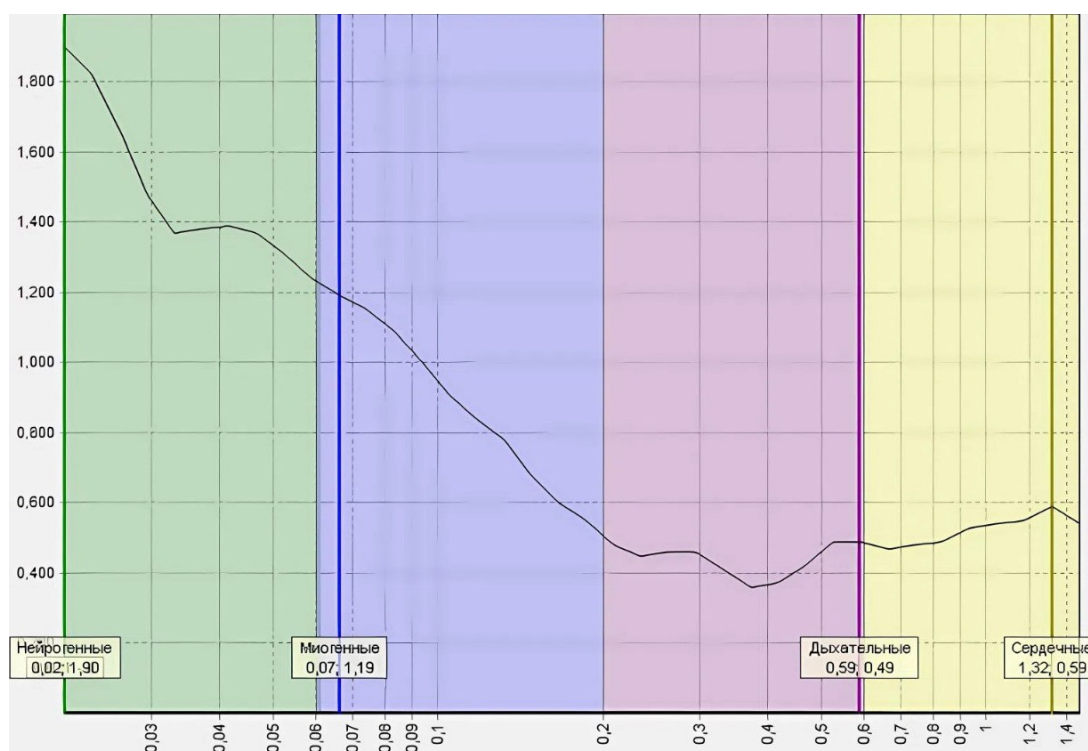


Рис. 3. Спектр ЛДФ фоновой пробы пациента Г. (возраст 19 лет) (амплитуда спектра ЛДФ-сигнала показана в отн. ед., частота – в Гц) (цвет онлайн)

Fig. 3. LDF spectrum of background sample, patient G., age 19 years (the amplitude of the spectrum of the LDF signal is in relative units, the frequency is in Hz) (color online)



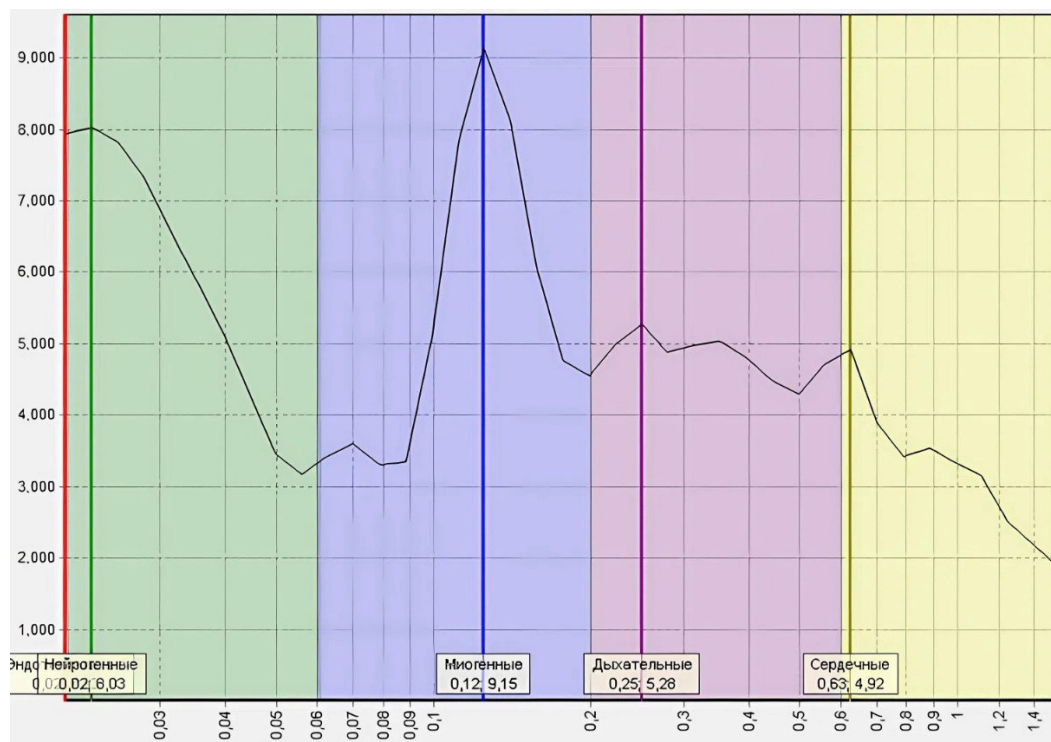


Рис. 4. Спектр ЛДФ-сигнала при воздействии электрического тока, пациента Г., возраст 19 лет (амплитуда спектра ЛДФ-сигнала показана в отн. ед., частота – в Гц) (цвет онлайн)

Fig. 4. Spectrum of the LDF signal under electric current exposure, patient G., age 19 years (the amplitude of the spectrum of the LDF signal is in relative units, the frequency is in Hz) (color online)

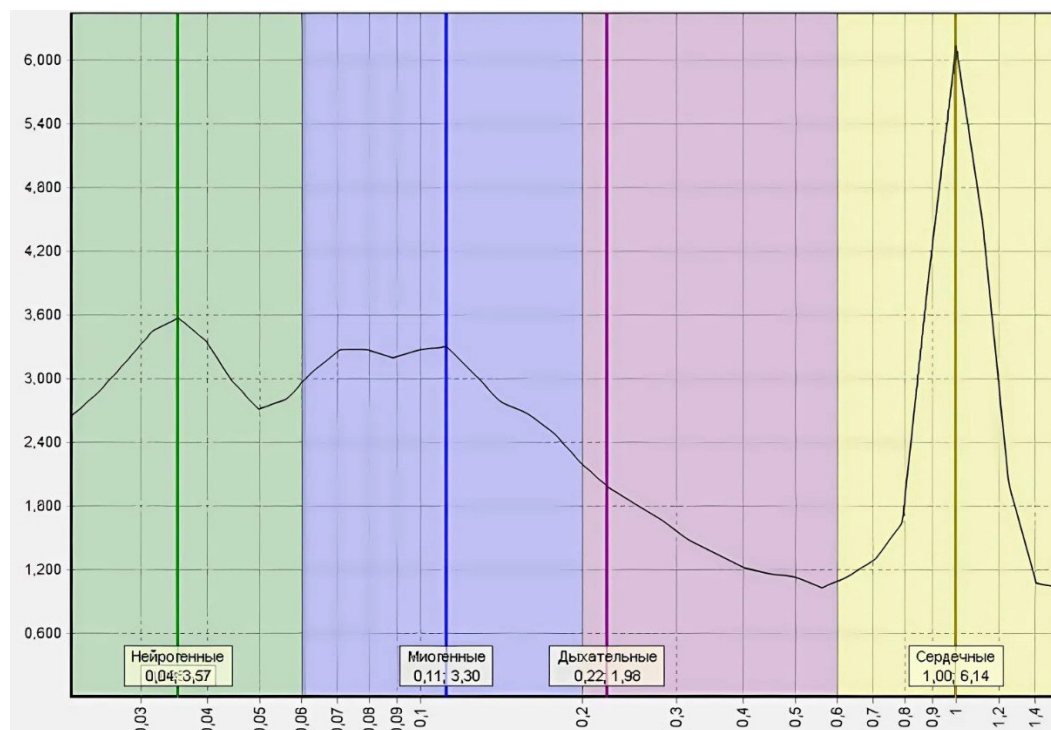


Рис. 5. Спектр ЛДФ-сигнала после воздействия, пациента Г., возраст 19 лет (амплитуда спектра ЛДФ сигнала в отн. ед., частота – в Гц) (цвет онлайн)

Fig. 5. LDF spectrum after exposure, patient G., age 19 years (the amplitude of the spectrum of the LDF signal is in relative units, the frequency is in Hz) (color online)



дечной (6.14 отн.ед.) компонент спектра имеют повышенное значение по сравнению с фоном.

Результаты воздействия импульсов тока на группу из 30 добровольцев приведены на рис. 6.

Как видно из рис. 6, усредненное значение (по 30 испытуемым) амплитуды миогенной гармоника ЛДФ-спектра после воздействия электрических импульсов составило 2.08 отн. ед., во время электростимуляции – 5.89 отн. ед., а при значениях до стимуляции – 1.44 отн. ед. Фактически в момент электростимуляции амплитуда миогенной гармоника спектра была в 4 раза больше, чем без воздействия импульсов тока. Такие изменения показаний миогенной составляющей свидетельствуют о том, что изменяется тонус сосудистой стенки кровеносных артериол и в целом перфузия тканей при электростимуляции. Существенное увеличение амплитуд нейрогенных колебаний является индикатором снижения сопротивления микроциркуляторного русла.

Как следует из рис. 6, после воздействия электрических импульсов в ритмах колебаний кровотока преобладает нейрогенная компонента, что говорит о повышенной активности симпатической части вегетативной нервной системы (ВНС). В целом наибольшее изменение амплитуды демонстрирует миогенная и нейрогенная части спектра во время электростимуляции и по-

сле нее. Это говорит об увеличении уровня перфузии тканей относительно фона, что может быть связано с включением и активизацией кровотока в микроциркуляторном русле.

### Заключение

В ходе исследования было выявлено, что в большинстве случаев при воздействии электрических импульсов повышается амплитуда миогенной компоненты спектра функционирования сосудистой стенки. Амплитуды остальных гармоник спектров также возрастают, но в меньшей степени. Полученные результаты определяют основу для корректного применения физиопроцедуры при электростимуляции гладких мышц периферических сосудов. Эффективность метода электростимуляции количественно можно оценивать методом ЛДФ, при этом каждая компонента кровотока изучается отдельно.

### Список литературы

1. Сердечно-сосудистые заболевания. URL: [https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)) (дата обращения: 12.02.2025)
2. Глуценко В. А., Иркиенко Е. К. Сердечно-сосудистая заболеваемость – одна из важнейших проблем здравоохранения // Медицина и организация здравоохранения. 2019. Т. 4, № 1. С. 56–63. EDN: KNGYDV
3. Косолапов В. П., Ярмонова М. В. Анализ высокой сердечно-сосудистой заболеваемости и смертности

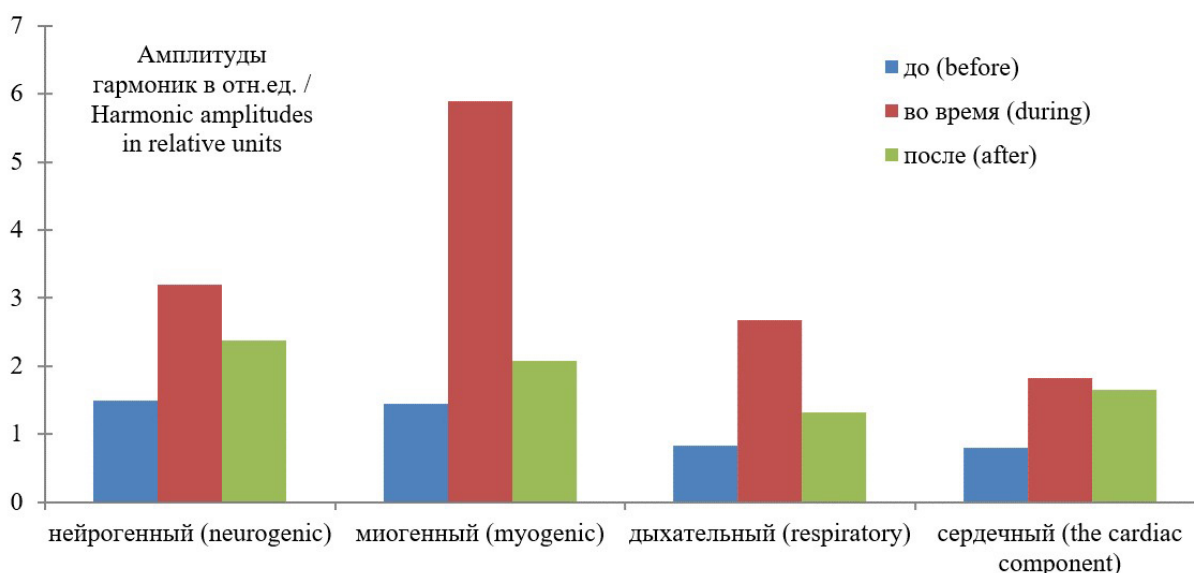


Рис. 6. Усредненные значения амплитуд ЛДФ спектра по 30 испытуемым: миогенный, нейрогенный, дыхательный и сердечный (цвет онлайн)

Fig. 6. Average values of the amplitudes of the LDF spectrum for 30 subjects: myogenic, neurogenic, respiratory and cardiac (color online)



- взрослого населения как медико-социальной проблемы и поиск путей ее решения // Уральский медицинский журнал. 2021. Т. 20, № 1. С. 58–64 <https://doi.org/10.52420/2071-5943-2021-20-1-58-64>
4. Currie J., Ramsbottom R., Ludlow H., Nevill A., Gilder M. Cardio-respiratory fitness, habitual physical activity and serum brain derived neurotrophic factor (BDNF) in men and women // *Neurosci. Lett.* 2009. Vol. 451. P. 152–155. <https://doi.org/10.1016/j.neulet.2008.12.043>
  5. Dobsák P., Nováková M., Siegelová J., Fiser B., Vítovec J., Nagasaka N., Kohzuki M., Yambe T., Nitta Shin-ichi, Eicher J.-Ch., Wolf J.-E., Imachi K. Low-frequency electrical stimulation increases muscle strength and improves blood supply in patients with chronic heart failure // *Circ. J.* 2006. Vol. 70, iss. 1. P. 75–82. <https://doi.org/10.1253/circj/70.75>
  6. Hamada T., Hayashi T., Kimura T., Nakao K., Moritani T. Electrical stimulation of human lower extremities enhances energy consumption, carbohydrate oxidation, and whole body glucose uptake // *J. Appl. Physiol.* 2004. Vol. 96, iss. 3, P. 911–916. <https://doi.org/10.1152/jappphysiol.00664.2003>
  7. Hamada T., Sasaki H., Hayashi T., Moritani T., Nakao K. Enhancement of whole body glucose uptake during and after human skeletal muscle low-frequency electrical stimulation // *J. Appl. Physiol.* 2003. Vol. 94, iss. 6. P. 2107–2112. <https://doi.org/10.1152/jappphysiol.00486.2002>
  8. Hasegawa S., Kobayashi M., Arai R., Tamaki A., Nakamura T., Moritani T. Effect of early implementation of electrical muscle stimulation to prevent muscle atrophy and weakness in patients after anterior cruciate ligament reconstruction // *J. Electromyogr. Kinesiol.* 2011. Vol. 21, iss. 4. P. 622–630. <https://doi.org/10.1016/j.jelekin.2011.01.005>
  9. Hoshiai M., Ochiai K., Tamura Y. Effects of whole body neuromuscular electrical stimulation device on hemodynamics, arrhythmia, and sublingual microcirculation // *Heart and Vessels.* 2021. Vol. 36. P. 844–852. <https://doi.org/10.1007/s00380-020-01755-1>
  10. Ando S., Takagi Y., Watanabe H., Mochizuki K., Sudo M., Fujibayashi M., Tsurugano Sh., Sato K. Effects of electrical muscle stimulation on cerebral blood flow // *BMC Neurosci.* 2021. Vol. 22. Art. 67. <https://doi.org/10.1186/s12868-021-00670-z>
  11. Hardy E. J., Hatt J., Doleman B., Smart T. F., Piasecki M., Lund J. N., Phillips B. E. Post-operative electrical muscle stimulation attenuates loss of muscle mass and function following major abdominal surgery in older adults: a split body randomised control trial // *Age and Ageing.* 2022. Vol. 51, iss. 10. Art. afac234. <https://doi.org/10.1093/ageing/afac234>
  12. Mukherjee S., Fok J. R., van Mechelen W. Electrical stimulation and muscle strength gains in healthy adults: A systematic review // *Journal of Strength and Conditioning Research.* 2023. Vol. 37, № 4. P. 938–950. <https://doi.org/10.1519/JSC.0000000000004359>
  13. Filipovic A., Kleinöder H., Dörmann U., Mester J. Electromyostimulation – A systematic review of the influence of training regimens and stimulation parameters on effectiveness in electromyostimulation training of selected strength parameters // *Journal of Strength and Conditioning Research.* 2011. Vol. 25, № 11. P. 3218–3238. <https://doi.org/10.1519/JSC.0b013e318212e3ce>
  14. Wang J.-S., Chen S.-Y., Lan C., Wong M.-K., Lai J.-S. Neuromuscular electric stimulation enhances endothelial vascular control and hemodynamic function in paretic upper extremities of patients with stroke // *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation.* 2004. Vol. 85, iss. 7. P. 1112–1116. <https://doi.org/10.1016/j.apmr.2003.11.027>
  15. Corley G. J., Breen P. P., Bîrlea S. I., Serrador J. M., Grace P. A., Ólaighin G. Hemodynamic effects of habituation to a week-long program of neuromuscular electrical stimulation // *Med. Eng. Phys.* 2012. Vol. 34, iss. 4. P. 459–465. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2011.08.005>
  16. Luck J. C., Kunselman R., Cheryl A. D. Blaha Ch. A., 1, Sinoway L. I., Cui J. Multiple laser Doppler flowmetry probes increase the reproducibility of skin blood flow measurements // *Frontiers in Physiology. Section: Integrative Physiology.* 2022. Vol. 13. Art. 876633. <https://doi.org/10.3389/fphys.2022.876633>
  17. Fredriksson I., Fors C., Johansson J. *Laser Doppler Flowmetry – A Theoretical Framework.* Linköping : Linköping University, 2012. 22 p. URL: [https://www.researchgate.net/publication/238678169\\_Laser\\_Doppler\\_Flowmetry\\_-\\_A\\_Theoretical\\_Framework](https://www.researchgate.net/publication/238678169_Laser_Doppler_Flowmetry_-_A_Theoretical_Framework) (дата обращения: 06.07.2025).
  18. Крупаткин А. И., Сидоров В. В. Функциональная диагностика состояния микроциркуляторно-тканевых систем: колебания, информация, нелинейность. Руководство для врачей. М. : Книжный дом «ЛИБ-РОКОМ», 2013. 496 с.
  19. Stefanovska A., Bračič M., Kvernmo H. D. Wavelet analysis of oscillations in the peripheral blood circulation measured by laser Doppler technique // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering.* 1999. Vol. 46, № 10. P. 1230–1239. <https://doi.org/10.1109/10.790500>
  20. Куликов Д. А., Глазков А. А., Ковалева Ю. А., Балашова Н. В., Куликов А. В. Перспективы использования лазерной доплеровской флоуметрии в оценке кожной микроциркуляции крови при сахарном диабете // *Сахарный диабет.* 2017. Т. 20, № 4. С. 279–285. <https://doi.org/10.14341/DM8014>
  21. Скрипаль Ан. В., Аль-Бадри Фаркад, Машков К. В., Усанов А. Д., Аверьянов А. П. Лазерная флоуметрия микроциркуляции крови пальца руки в зависимости от внешней температуры и положения конечности // *Регионарное кровообращение и микроциркуляция.* 2023. Т. 22, № 4. С. 35–41. <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-4-35-41>
  22. Сидоров В. В., Рыбаков Ю. Л., Гукасов В. М., Евтушенко Г. С. Система локальных анализаторов для неинвазивной диагностики общего состояния компарментов микроциркуляторно-тканевой системы кожи человека // *Медицинская техника.* 2021. № 6 (330). С. 4–6. EDN: PENVNR
  23. Козлов В. И., Азизов Г. А., Гурова О. А., Литвин Ф. Б. Лазерная доплеровская флоуметрия





в оценке состояния и расстройств микроциркуляции крови. М. : Российский университет дружбы народов, 2012. 32 с. URL: <http://angiologia.ru/specialist/cathedra/recommendations/2012/001.pdf> (дата обращения: 07.07.2025).

24. Патент SU 2731802 C1 (РФ). МПК A61N 1/32 (2006/01). Способ электростимуляции мочеоттока : заявл. 2019.11.15 : опубл. 2020.09.08 / Рытик А. П., Вербицкий С. М., Кутикова О. Ю. ; патентообладатель : Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского. URL: [https://yandex.ru/patents/doc/RU2731802C1\\_20200908](https://yandex.ru/patents/doc/RU2731802C1_20200908) (дата обращения: 07.07.2025).
25. Просова Е. Е., Рытик А. П., Горемыкин В. И., Усанов Д. А., Григорьева М. М. Устройство для коррекции нарушений уродинамики верхних мочевых путей у детей с хроническим пиелонефритом // Медицинская техника. 2014. № 4 (286). С. 1–4. EDN: SYMXWP

## References

1. *Cardiovascular diseases*. Available at: [https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)) (accessed February 12, 2025) (in Russian).
2. Glushchenko V. A., Irkliencko E. K. Cardiovascular morbidity is one of the most important health problems. *Medicine and Health Care Organization*, 2019, vol. 4, no. 1, pp. 56–63 (in Russian). EDN: KNGYDV
3. Kosolapov V. P., Yarmonova M. V. Analysis of high cardiovascular morbidity and mortality in the adult population as a medical and social problem and the search for ways to solve it. *Ural Medical Journal*, 2021, vol. 20, no. 1, pp. 58–64 (in Russian). <https://doi.org/10.52420/2071-5943-2021-20-1-58-64>
4. Currie J., Ramsbottom R., Ludlow H., Nevill A., Gilder M. Cardio-respiratory fitness, habitual physical activity and serum brain derived neurotrophic factor (BDNF) in men and women. *Neurosci.*, 2009, vol. 451, iss. 2, pp. 152–155. <https://doi.org/10.1016/j.neulet.2008.12.043>
5. Dobsák P., Nováková M., Siegelová J., Fiser B., Vítovec J., N. Nagasaka, Kohzuki M., Yambe T., Nitta Shin-ichi, Eicher J.-Ch., Wolf J.-E., Imachi K. Low-frequency electrical stimulation increases muscle strength and improves blood supply in patients with chronic heart failure. *Circ. J.*, 2006, vol. 70, iss. 1, pp. 75–82. <https://doi.org/10.1253/circj/70.75>
6. Hamada T., Hayashi T., Kimura T., Nakao K., Moritani T. Electrical stimulation of human lower extremities enhances energy consumption, carbohydrate oxidation, and whole body glucose uptake. *J. Appl. Physiol.*, 2004, vol. 96, iss. 3, pp. 911–916. <https://doi.org/10.1152/jappphysiol.00664.2003>
7. Hamada T., Sasaki H., Hayashi T., Moritani T., Nakao K. Enhancement of whole body glucose uptake during and after human skeletal muscle low-frequency electrical stimulation. *J. Appl. Physiol.*, 2003, vol. 94, iss. 6, pp. 2107–2112. <https://doi.org/10.1152/jappphysiol.00486.2002>
8. Hasegawa S., Kobayashi M., Arai R., Tamaki A., Nakamura T., Moritani T. Effect of early implementation of electrical muscle stimulation to prevent muscle atrophy and weakness in patients after anterior cruciate ligament reconstruction. *J. Electromyogr. Kinesiol.*, 2011, vol. 21, iss. 4, pp. 622–630. <https://doi.org/10.1016/j.jelekin.2011.01.005>
9. Megumi Hoshiai, Kaori Ochiai, Yuma Tamura. Effects of whole body neuromuscular electrical stimulation device on hemodynamics, arrhythmia, and sublingual microcirculation. *Heart and Vessels*, 2021, vol. 36, pp. 844–852. <https://doi.org/10.1007/s00380-020-01755-1>
10. Ando S., Takagi Y., Watanabe H., Mochizuki K., Sudo M., Fujibayashi M., Tsurugano Sh., Kohei Sato K. Effects of electrical muscle stimulation on cerebral blood flow. *BMC Neurosci.*, 2021, vol. 22, art. 67. <https://doi.org/10.1186/s12868-021-00670-z>
11. Hardy E. J., Hatt J., Doleman B., Smart T. F., Piasecki M., Lund J. N., Phillips B. E. Post-operative electrical muscle stimulation attenuates loss of muscle mass and function following major abdominal surgery in older adults: a split body randomised control trial. *Age and Ageing*, 2022, vol. 51, iss. 10, art. afac234. <https://doi.org/10.1093/ageing/afac234>
12. Mukherjee S., Fok J. R., van Mechelen W. Electrical Stimulation and Muscle Strength Gains in Healthy Adults: A Systematic Review. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 2023, vol. 37, no. 4, pp. 938–950. <https://doi.org/10.1519/JSC.0000000000004359>
13. Filipovic A., Kleinöder H., Dörmann U., Mester J. Electromyostimulation—A Systematic Review of the Influence of Training Regimens and Stimulation Parameters on Effectiveness in Electromyostimulation Training of Selected Strength Parameters. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 2011, vol. 25, no. 11, pp. 3218–3238. <https://doi.org/10.1519/JSC.0b013e318212e3ce>
14. Wang J.-S., Chen S.-Y., Lan C., Wong M.-K., Lai J.-S. Neuromuscular electric stimulation enhances endothelial vascular control and hemodynamic function in paretic upper extremities of patients with stroke. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 2004, vol. 85, iss. 7, pp. 1112–1116. <https://doi.org/10.1016/j.apmr.2003.11.027>
15. Corley G. J., Breen P. P., Birlea S. I., Serrador J. M., Grace P. A., Ólaighin G. Hemodynamic effects of habituation to a week-long program of neuromuscular electrical stimulation. *Med. Eng. Phys.*, 2012, vol. 34, iss. 4, pp. 459–465. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2011.08.005>
16. Luck J. C., Kunselman R., Cheryl A. D., Blaha Ch. A., 1, Sinoway L. I., Cui J. Multiple laser Doppler flowmetry probes increase the reproducibility of skin blood flow measurements. *Frontiers in Physiology. Section: Integrative Physiology*, 2022, vol. 13, art. 876633. <https://doi.org/10.3389/fphys.2022.876633>
17. Fredriksson I., Fors C., Johansson J. *Laser Doppler Flowmetry – A Theoretical Framework*. Linköping, Linköping University, 2012. 22 p. Available at:



- [https://www.researchgate.net/publication/238678169\\_Laser\\_Doppler\\_Flowmetry\\_-\\_A\\_Theoretical\\_Framework](https://www.researchgate.net/publication/238678169_Laser_Doppler_Flowmetry_-_A_Theoretical_Framework) (accessed July 06, 2025).
18. Krupatkin A. I., Sidorov V. V. *Funktsional'naya diagnostika sostoyaniya mikrotsirkulyatorno-tkanevykh sistem: kolebaniya, informatsiya, nelineynost'*. *Rukovodstvo dlya vrachev* [Functional diagnostics of the state of microcirculatory-tissue systems: Oscillations, information, nonlinearity. Manual for doctors]. Moscow, Knizhnyy dom "LIBROKOM", 2022. 496 p. (in Russian).
  19. Stefanovska A., Bračič M., Kvernmo H. D. Wavelet analysis of oscillations in the peripheral blood circulation measured by laser Doppler technique. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1999, vol. 46, no. 10, pp. 1230–1239. <https://doi.org/10.1109/10.790500>
  20. Kulikov D. A., Glazkov A. A., Kovaleva Yu. A., Balashova N. V., Kulikov A. V. Prospects of laser Doppler flowmetry application in assessment of skin microcirculation in diabetes. *Diabetes Mellitus*, 2017, vol. 20, no. 4, pp. 279–285. <https://doi.org/10.14341/DM8014>
  21. Skripal An.V., Al-Badri Farkad, Mashkov K. V., Usanov AD, Averyanov A. P. Laser flowmetry of finger blood microcirculation depending on external temperature and limb position. *Regional Blood Circulation and Microcirculation*, 2023, vol. 22, no. 4, pp. 35–41 (in Russian). <https://doi.org/10.24884/1682-6655-2023-22-4-35-41>
  22. Sidorov V. V., Rybakov Yu. L., Gukasov V. M., Yevtushenko G. S. A device for comprehensive non-invasive diagnostics of the tissue microcirculation system of human skin. *Biomedical Engineering*, 2021, vol. 55, no. 4, pp. 232–235. <https://doi.org/10.1007/s10527-021-10108-9>
  23. Kozlov V. I., Azizov G. A., Gurova O. A., Litvin F. B. *Laser Doppler flowmetry in assessing the state and disorders of blood microcirculation*. Moscow, RUDN Iniversity Publ., 2012, 32 p. Available at: <http://angiologia.ru/specialist/cathedra/recommendations/2012/001.pdf> (accessed July 7, 2025) (in Russian).
  24. Method of electrical stimulation of the ureter. RF Patent No. 2731802. IPC A61N 1/32 C1 (ПФ). МПК A61N 1/32 (2006/01). Declared November 15, 2019, published September 08, 2020. Rytik A. P., Verbitskii S. M., Kutiikova O. Yu. Available at: [https://yandex.ru/patents/doc/RU2731802C1\\_20200908](https://yandex.ru/patents/doc/RU2731802C1_20200908) (accessed July 7, 2025).
  25. Goremykin V. I., Prosova E. E., Usanov D. A., Rytik A. P., Grigorieva M. M. Device for the correction of urodynamics disorders of the upper urinary tract in children with chronic pyelonephritis. *Biomedical Engineering*, 2014, vol. 48, no. 4, pp. 169–172. <https://doi.org/10.1007/s10527-014-9445-y>

Поступила в редакцию 16.04.2025; одобрена после рецензирования 17.06.2025;  
принята к публикации 10.07.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 16.04.2025; approved after reviewing 17.06.2025;  
accepted for publication 10.07.2025; published 29.08.2025



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 343–355

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 343–355

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-343-355>, EDN: PGBLUU

Научная статья

УДК 616-073.53

## Влияние апконверсионных наночастиц на рефрактометрические свойства опухолевой ткани в условиях фотодинамической терапии



Е. Н. Лазарева<sup>1,2</sup>✉, А. М. Мыльников<sup>3</sup>, Н. А. Наволокин<sup>1,3,4</sup>, А. А. Доронкина<sup>1</sup>,  
Р. А. Анисимов<sup>1</sup>, М. В. Ломова<sup>1</sup>, В. И. Кочубей<sup>1</sup>, И. Ю. Янина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет, Междисциплинарная лаборатория лазерного молекулярного имиджинга и машинного обучения, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

<sup>3</sup>Саратовский государственный медицинский университет имени В. И. Разумовского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Большая Казачья, д. 112

<sup>4</sup>Саратовская городская клиническая больница № 1 имени Ю. Я. Гордеева, патоморфологическое отделение, Россия, 410017, г. Саратов ул. Хользунова А. И., д. 19, стр. 13

Лазарева Екатерина Николаевна, <sup>1</sup>старший преподаватель кафедры оптики и биофотоники, <sup>2</sup>старший научный сотрудник, [lazarevaen@list.ru](mailto:lazarevaen@list.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9041-9846>, AuthorID: 867485

Мыльников Артем Михайлович, аспирант, ассистент кафедры патологической анатомии, научный сотрудник НИИ фундаментальной и клинической уронефрологии, [artyom-mylnikov@mail.ru](mailto:artyom-mylnikov@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2433-8228>, AuthorID: 1018446

Наволокин Никита Александрович, кандидат медицинских наук, <sup>1</sup>научный сотрудник, <sup>3</sup>доцент кафедры патологической анатомии, начальник экспериментального отдела ЦКП экспериментальной онкологии, <sup>4</sup>врач-патологоанатом, [nik-navolokin@yandex.ru](mailto:nik-navolokin@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7876-9758>, AuthorID: 629477

Доронкина Анна Алексеевна, аспирант, лаборант учебной лаборатории атомной физики, квантовой электроники и спектроскопии, [annador95@bk.ru](mailto:annador95@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1660-5499>, AuthorID: 1193911

Анисимов Роман Андреевич, аспирант, инженер Лаборатории дистанционно управляемых систем для тераностики Научного медицинского центра, инженер учебной лаборатории полупроводниковой электроники, [anisimovrmn@sgu.ru](mailto:anisimovrmn@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-7787-3948>, AuthorID: 1242771

Ломова Мария Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры материаловедения, технологии и управления качеством института физики, [lomovamv85@mail.ru](mailto:lomovamv85@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-7464-1754>, AuthorID: 612307

Кочубей Вячеслав Иванович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и биофотоники, [saratov\\_gu@mail.ru](mailto:saratov_gu@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7834-9067>, AuthorID: 27262

Янина Ирина Юрьевна, кандидат физико-математических наук, <sup>1</sup>доцент кафедры оптики и биофотоники, <sup>2</sup>старший научный сотрудник, [irina-yanina@yandex.ru](mailto:irina-yanina@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-6814-556X>, AuthorID: 182063

**Аннотация.** Метод фотодинамической терапии относится к одному из перспективных направлений современной клинической онкологии, который позволяет малоинвазивно проводить терапию раковых заболеваний. Для его развития и повышения эффективности требуются точные данные об оптических свойствах биологических тканей и их изменениях после проведения фотодинамической терапии с использованием апконверсионных наночастиц (АКНЧ) различного типа. В данной работе представлены результаты экспериментального измерения показателей преломления на 12 длинах волн видимого и ближнего ИК диапазонов (480–1550 нм) для опухолевой ткани (модельный альвеолярный рак печени), измененной ткани после введения АКНЧ пяти различных типов (NaYF<sub>4</sub> неотожженные; NaYF<sub>4</sub>, покрытые оболочкой SiO<sub>2</sub>, отожденные; NaYF<sub>4</sub> отожденные; CaCO<sub>3</sub> с раствором бычьего сывороточного альбумина (BSA); NaYF<sub>4</sub> с раствором сывороточного человеческого альбумина и красителем (Cy3)) и после фотодинамического воздействия с использованием АКНЧ. Проведен анализ полученных дисперсионных зависимостей и получены коэффициенты для формулы Зельмейера, позволяющие восстановить значение показателя преломления в диапазоне 480–1550 нм. Проведен расчет величины средней дисперсии и числа Аббе для оценки степени рассеяния света образцами. Для опухолевой ткани без АКНЧ и фотодинамического воздействия число Аббе равно  $53.67 \pm 0.68$ , после введения АКНЧ –  $53.29 \pm 0.69$ , у образцов тканей от животных после проведения фотодинамической терапии с применением АКНЧ различного типа –  $53.12 \pm 0.69$ . Таким образом, введение АКНЧ приводит к снижению величины числа Аббе на 0.38, а применение фотодинамического воздействия при введенных АКНЧ снижает число Аббе на 0.55 по сравнению с величиной числа Аббе для интактной опухолевой ткани.

**Ключевые слова:** альвеолярный рак печени, показатель преломления, дисперсия, число Аббе, фотодинамическая терапия, апконверсионные наночастицы

**Благодарности:** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-72-10057, <https://rscf.ru/project/21-72-10057/>).



**Для цитирования:** Лазарева Е. Н., Мылников А. М., Наволокин Н. А., Доронкина А. А., Анисимов Р. А., Ломова М. В., Кочубей В. И., Янина И. Ю. Влияние апконверсионных наночастиц на рефрактометрические свойства опухолевой ткани в условиях фотодинамической терапии // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 343–355. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-343-355>, EDN: PGBLUU

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## Influence of upconversion nanoparticles on the refractive properties of tumor tissue under photodynamic therapy

E. N. Lazareva<sup>1,2</sup>✉, A. M. Mylnikov<sup>3</sup>, N. A. Navolokin<sup>1,3,4</sup>, A. A. Doronkina<sup>1</sup>,  
R. A. Anisimov<sup>1</sup>, M. V. Lomova<sup>1</sup>, V. I. Kochubey<sup>1</sup>, I. Yu. Yanina<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya st., 410012 Saratov, Russia

<sup>2</sup>Tomsk State University, Laser Molecular Imaging and Machine Learning Laboratory, 36 Lenin Ave., 634050 Tomsk, Russia

<sup>3</sup>V. I. Razumovsky Saratov State Medical University, 112 Bolshaya Kazachya st., 410012 Saratov, Russia

<sup>4</sup>Yu.Ya. Gordeev Saratov city clinical hospital No. 1, Pathomorphology department, 19 A. I. Kholzunov st., bild. 13, 410017 Saratov, Russia

Ekaterina N. Lazareva<sup>1,2</sup>, lazarevaen@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9041-9846>

Artyom M. Mylnikov<sup>3</sup>, artyom-mylnikov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2433-8228>

Nikita A. Navolokin<sup>1,3,4</sup>, nik-navolokin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7876-9758>

Anna A. Doronkina<sup>1</sup>, annador95@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1660-5499>

Roman A. Anisimov<sup>1</sup>, anisimovrmn@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7787-3948>

Maria V. Lomova<sup>1</sup>, lomovamv85@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7464-1754>

Vyacheslav I. Kochubey<sup>1</sup>, saratov\_gu@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7834-9067>

Irina Yu. Yanina<sup>1,2</sup>, irina-yanina@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6814-556X>

**Abstract. Background and Objectives:** To develop and improve the efficiency of minimally invasive cancer therapy methods, accurate data on the optical properties of biological tissues and their changes after photodynamic therapy using upconversion nanoparticles (UCNPs) of various types are required. One of the optical methods proposed for diagnostics and assessment of tumor tissue development is the method of multiwave refractometry. **Materials and methods:** In the presented study, a model of alveolar liver cancer (cholangiocarcinoma, PC1) development in rats was used. Photodynamic therapy was carried out using 5 different UCNPs. The refractive index was measured on an Abbe DR-M2/1550 multi-wave refractometer (Atago, Japan). **Results:** The dispersion dependence of tissue samples of model alveolar liver cancer was analyzed in the spectral range of 480–1550 nm after the introduction of 5 different types of UCNPs, as well as after photodynamic therapy. According to the obtained result, the highest value of the Abbe number ( $53.67 \pm 0.68$ ) is characteristic of intact tumor tissue, while UCNPs lead to a decrease in the Abbe number ( $53.29 \pm 0.69$ ), an even lower value of the Abbe number ( $53.12 \pm 0.69$ ) is observed in tissue samples from groups of animals after photodynamic therapy. **Conclusions:** The results presented in this paper have shown that the introduction of UCNPs of various types and the use of photodynamic therapy cause a change in the refractometric properties of tissues. The presented results can be useful for many methods of laser therapy and optical diagnostics of skin diseases and localization of subcutaneous tumors.

**Keywords:** Alveolar liver cancer, refractive index, dispersion, Abbe number, photodynamic therapy, upconversion nanoparticles

**Acknowledgments:** The work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 21–72–10057, <https://rscf.ru/project/21-72-10057/>).

**For citation:** Lazareva E. N., Mylnikov A. M., Navolokin N. A., Doronkina A. A., Anisimov R. A., Lomova M. V., Kochubey V. I., Yanina I. Yu. Influence of upconversion nanoparticles on the refractive properties of tumor tissue under photodynamic therapy. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 343–355 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-343-355>, EDN: PGBLUU

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Холангиокарцинома (альвеолярный рак печени) – это злокачественная опухоль, которая формируется за счет разрастания мутировавших эпителиальных клеток желчных протоков. Для данного типа рака характерен длительный период бессимптомного течения, и ставится диагноз, как правило, на поздних стадиях, когда возможно только операционное вмешательство [1]. Актуальной задачей биофотоники в настоящее время является разработка быстрых и малоинвазивных диагностических методов, позволяющих выявлять патологические изменения в тканях на ран-

них стадиях. С этой целью уже разработаны различные методы без классических меток, основанные как на неупругом (спектроскопическом), так и на упругом взаимодействии света и тканей [2, 3]. В настоящее время в качестве малоинвазивного метода лечения раковых заболеваний предложен метод фотодинамической терапии (ФДТ), который показал высокую эффективность применения в медицине и относится к перспективным направлениям современной клинической онкологии. Для реализации метода необходимы такие компоненты, как фотосенсибилизатор (ФС), локализуемый в очаге заболевания, и ис-



точник излучения определенной длины волны. В качестве ФС могут выступать красители (метиленовый синий, бенгальская роза), органические молекулы (хлорин Е6, производные порфирина и фталоцианина) и различные неорганические соединения [4, 5]. Длина волны источника излучения подбирается в соответствии со спектром поглощения ФС, чаще всего это длины волн более 600 нм. С длиной волны излучения источника связан первый недостаток метода ФДТ – малая глубина терапевтического действия. Также проблемы возникают с применением ФС, так как следует учитывать гидрофобность некоторых препаратов и их неспецифическое распределение в организме [5, 6]. Например, при ФДТ препаратами на основе хлорина Е6 и фотосенса после внутривенного введения одинаковое содержание ФС наблюдается в опухолевых структурах и в стенке неизмененных сосудов через 3–4 и 1–2 ч после введения соответственно, что приводит к необходимости использования носителей ФС. В частности, такими носителями могут быть апконверсионные наночастицы (АКНЧ), поверхность которых функционализирована добавлением ФС, лигандов, обеспечивающих совместимость с водой [7, 8]. Кроме того, к поверхности наночастиц можно прикрепить таргетные агенты, что позволяет избирательно направлять их на определенные клетки. Создание функционализированных АКНЧ с ФС позволяет повысить эффективность лечебного воздействия и развивать новые терапевтические методы [9].

Следует отметить, что для развития малоинвазивных методов терапии рака и повышения эффективности метода ФДТ необходимы точные данные об оптических свойствах биологических тканей, в частности опухолевой ткани, и их изменениях после ФДТ с использованием АКНЧ различных типов. Одним из оптических методов, предлагаемых для диагностики раковых заболеваний и оценки развития опухолей, является метод многоволновой рефрактометрии [10–14]. В области биохимических исследований рефрактометрия используется для изучения различных взаимодействий, конформационных молекулярных преобразований, выявления фазовых переходов и промежуточных реакций; является простым и надежным маркером патологии [12–18]. Широкое применение рефрактометрических методов в биомедицине основано на зависимости преломляющих свойств биологических тканей от их строения и химического состава. В частности, при развитии патологии, введении АКНЧ

и проведении ФДТ в значительной степени изменяются структура и состав биологических тканей, а следовательно, претерпевают значительные изменения и их рефрактометрические свойства [19–21]. Исследование рефрактометрических свойств опухолевой ткани после введения АКНЧ и проведения ФДТ позволит получить данные, которые будут полезны для определения таких параметров проведения ФДТ, как длительность и мощность облучения. Следует также отметить, что показатель преломления является важной оптической характеристикой, которая необходима для полного описания оптических свойств биологических тканей, например, он используется в качестве вспомогательного параметра для расчета других оптических характеристик по методу Монте-Карло [22].

В работе представлены результаты исследования в спектральном диапазоне 480–1550 нм рефрактометрических свойств опухолевой ткани и их изменения после внедрения АКНЧ различного типа и проведения фотодинамической терапии с использованием АКНЧ данного типа.

## Методы и материалы

Представленное исследование было выполнено на белых половозрелых крысах линии Wistar по методике, описанной в статье [23]. При проведении экспериментов на животных соблюдались принятые международные этические нормы, а также рекомендации, данные этической комиссией СГМУ имени В. И. Разумовского в протоколе № 1 от 05.09.2023 [24]. В работе моделировали развитие альвеолярного рака печени (холангиокарцинома, РС1), осуществляя введение 0,5 мл 25%-ной опухолевой взвеси в растворе Хэнкса подкожно в область лопатки. Животные выводились из эксперимента на 28-й день после имплантации опухоли.

В ходе исследования были изучены оптические свойства образцов развитой патологической ткани модельного рака печени. Все лабораторные животные были поделены на группы в соответствии с введением определенного типа АКНЧ, и, таким образом, было выделено 11 групп по 6 лабораторных животных в каждой группе.

**Протокол синтеза и характеристики АКНЧ.** В работе были использованы 5 типов АКНЧ:  $\text{NaYF}_4$  неотожженные;  $\text{NaYF}_4$  отожженные;  $\text{NaYF}_4$ , покрытые оболочкой  $\text{SiO}_2$ , отожженные;  $\text{CaCO}_3$  с раствором бычьего сывороточного альбумина (BSA);  $\text{NaYF}_4$  с раствором



сывороточного человеческого альбумина (HSA) и красителем (СуЗ).

Для создания АКНЧ  $\text{NaYF}_4$  использовался гидротермальный метод. Для синтеза 5.25 г цитрата натрия  $\text{Na}_3\text{C}_6\text{H}_5\text{O}_7 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  растворяли в 7.5 мл дистиллята при перемешивании. Через 30 мин добавляли раствор солей редкоземельных металлов: 0.996 мл  $\text{YCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (0.5 М), 0.212 мл  $\text{Yb}(\text{Cl})_3 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (0.5 М) и 18.6 мкл  $\text{ErCl}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  (1 М) (молярное отношение  $\text{Y}/\text{Yb}/\text{Er} = 80/17/3$ ) и перемешивали в течение 30 мин до образования нерастворимого комплекса металл-цитрат. Затем добавляли 9 мл водного раствора  $\text{NaF}$  (1 М). Молярное соотношение  $\text{NaF}/\text{Cit}/\text{RE} = 14.5/28.6/1$ . После перемешивания в течение 30 мин полученную смесь переливали в тefлоновую емкость, которую помещали в автоклав и выдерживали в течение 2.5 ч при температуре  $180^\circ\text{C}$ . После того, как автоклав остывал до комнатной температуры, полученный белый осадок отделялся центрифугированием и три раза отмывался в воде. Просушивались частицы при температуре  $70^\circ\text{C}$  в течение 20 ч.

Для покрытия АКНЧ  $\text{NaYF}_4$  оболочкой  $\text{SiO}_2$  1 мл изопропилового спирта добавлялся к 80 мг синтезированных АКНЧ  $\text{NaYF}_4:\text{Er},\text{Yb}$  с обработкой ультразвуком. В 31 мл изопропилового спирта добавляли 7 мл дистиллированной воды, 1 мл 13%-ного аммиака  $\text{NH}_3$ , 1 мл взвеси частиц  $\text{NaYF}_4:\text{Er},\text{Yb}$  в спирту, 80 мкл тетраэтоксисилана (ТЭОС). Полученную смесь оставляли при перемешивании на 2.5 ч. Затем белый осадок отделяли центрифугированием и три раза отмывали в воде. Просушивали частицы при температуре  $70^\circ\text{C}$  в течение 20 ч.

Для отжига образцы АКНЧ  $\text{NaYF}_4$  и АКНЧ  $\text{NaYF}_4$  с оболочкой  $\text{SiO}_2$  прогревались в муфельной печи при температуре  $550^\circ\text{C}$  в течение 3 ч при  $550^\circ\text{C}$ . Такой прогрев увеличивает интенсивность апконверсионной люминесценции вследствие уменьшения количества дефектов кристаллической решетки. С другой стороны, прогрев удаляет образовавшуюся в процессе синтеза оболочку из цитрат-ионов.

Для получения АКНЧ  $\text{CaCO}_3$  к 4 мг глицерина добавлялось 400 мкл раствора 0.5 М  $\text{CaCl}_2$  и 400 мкл раствора 0.5 М  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ . После чего раствор перемешивали в течение 1 ч на магнитной мешалке. После центрифугирования полученной суспензии, удаления жидкой фазы и промывки получался твердый осадок субмикронных частиц  $\text{CaCO}_3$ . Оболочки были нанесены методом последовательной адсорбции. Для первого слоя

к 10 мг  $\text{CaCO}_3$  было добавлено 0.5 мл раствора бычьего сывороточного альбумина (BSA) с концентрацией 3.3 мг/мл, и оставлено на 15 мин при интенсивном перемешивании. Затем был нанесен второй слой АКНЧ, добавив 2 мл суспензии частиц  $\text{NaYF}_4$  с концентрацией  $\sim 5$  мг/мл, и оставив на 15 мин при интенсивном перемешивании. Последний слой, BSA, наносился аналогичным, ранее описанным способом. Каждый раз после нанесения слоя системы промывались в деионизированной воде.

Для сшивания фотодинамического красителя СуЗ с оболочкой АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) проводили покрытие их поверхности человеческим сывороточным альбумином (HSA). Выбор оболочки HSA в данном случае был обоснован тем, что многие фотодинамические красители самопроизвольно связываются с альбумином, что позволяет достаточно просто осуществить покрытие поверхности наночастиц красителем. В растворе альбумина белковая корона образуется в течение достаточно короткого времени (10–15 мин). Однако, такая оболочка динамически нестабильна, поэтому проводилось дополнительное сшивание молекул альбумина между собой в присутствии перекиси водорода. Синтезированные АКНЧ  $\text{NaYF}_4:\text{Yb},\text{Er}$  прогревались в течение 3 ч при  $550^\circ\text{C}$ . Затем в 3 мл раствора коммерческого препарата HSA (Sigma-Aldrich, США) концентрацией 2 мг/мл в 0.05 М фосфатном буфере с pH 6.5 добавлялось 12 мг сухих АКНЧ  $\text{NaYF}_4:\text{Yb},\text{Er}$ . Взвесь выдерживалась в течение получаса при интенсивном перемешивании с помощью магнитной мешалки. Затем добавлялось 30 мкл 3%-ного раствора пероксида водорода и перемешивалось еще полчаса. АКНЧ осаждали центрифугированием (6000 об/мин, 10 мин). Осадок ресуспензировали в буфере для промывания и снова осаждали. Процедуру повторяли трижды. Выбор красителя СуЗ основывался на перекрытии полос люминесценции наночастиц и поглощения красителя. Раствор красителя СуЗ (0.1%, 100 мкл) добавлялся к взвеси наночастиц, покрытых оболочкой. Смесь выдерживалась в течение 3 ч при перемешивании на вертикальном миниротаторе PTR-25 (Grant Instruments, Великобритания). Затем процедура осаждения и промывки повторялась. Полученные АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$  с раствором (HSA) и красителем (СуЗ)) в буфере хранились в холодильнике при  $4^\circ\text{C}$ .

По полученным с помощью автоэмиссионного сканирующего электронного микроскопа MIRA II LMU (TESCAN, Чехия), изображениям



оценивались размер и морфология синтезированных частиц (рис. 1). Синтезированные АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) имеют сферическую форму со средним диаметром 76.4 нм. При обжиге АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) частично спекаются, образуя агрегаты со средним размером 219 нм. Покрытие АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) оболочкой  $\text{SiO}_2$  предотвращает спекание (средний размер – 80 нм). Размер полученных комплекса  $\text{CaCO}_3$  ( $\text{BSA}/\text{NaYF}_4/\text{BSA}$ ) порядка 1 мкм. Согласно полученным данным средний размер пор варьируется в пределах 30–80 нм, что сопоставимо с размером АКНЧ.

**Протокол деления животных на группы.** АКНЧ вводились животным в виде суспензии, в качестве основы которой выступал физиологический раствор. Концентрация АКНЧ составляла 2 мг/мл. Введение суспензии с АКНЧ осуществлялось внутривенно, через хвостовую вену.

В результате все животные были поделены на следующие группы:

1-я группа – лабораторные животные с перевитой модельной опухолью рака печени;

2-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) неотожженными;

3-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ), покрытыми оболочкой  $\text{SiO}_2$ , отожженными;

4-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) отожженными;

5-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{CaCO}_3$ ) с раствором BSA;

6-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) с раствором HSA и красителем  $\text{Cy3}$ ;

7-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) неотожженными, подверженные ФДТ;

8-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АКНЧ ( $\text{NaYF}_4$ ), покрытыми оболочкой  $\text{SiO}_2$ , отожженными, подверженные ФДТ;

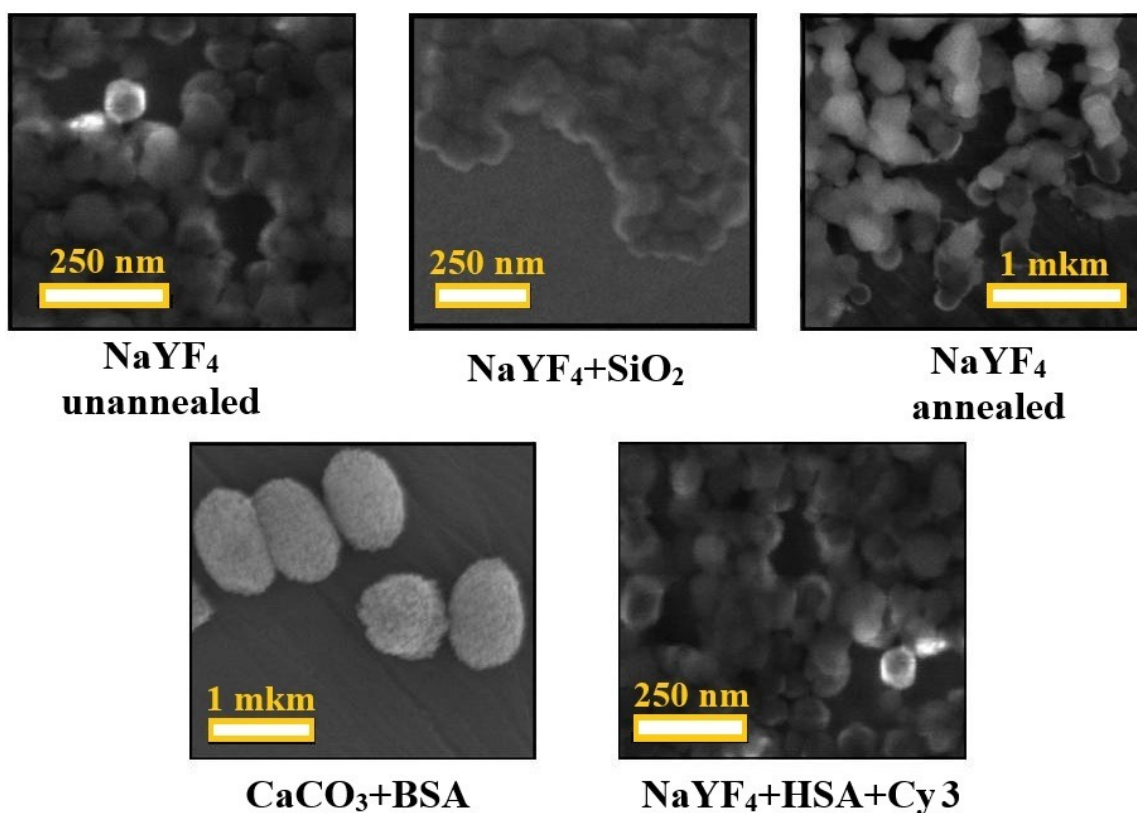


Рис. 1. Изображения АКНЧ, полученные с помощью сканирующей электронной микроскопии

Fig. 1. Scanning electron microscopy images of UCNPs





9-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АKNЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) отожженными, подверженные ФДТ;

10-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АKNЧ ( $\text{CaCO}_3$ ) с раствором BSA, подверженные ФДТ;

11-я группа – лабораторные животные с перевитой опухолью печени и введенными АKNЧ ( $\text{NaYF}_4$ ) с раствором HSA и красителем  $\text{Cu}_3$ , подверженные ФДТ.

При внутривенном введении доза суспензии с АKNЧ составляла 5 мг/кг, а объем введения рассчитывался индивидуально, в зависимости от веса животного. В среднем объем введения суспензии составлял 1 мл.

**Протокол проведения ФДТ.** ФДТ выполнялась через 24 ч после введения АKNЧ при облучении лазером с длиной волны 980 нм. Длительность воздействия лазерного излучения – 90 мин. Во время фотодинамического воздействия у животных облучалась область над развитой опухолевой тканью с предварительно удаленным волосяным покровом. Через сутки после проведения ФДТ лабораторное животное выводилось из эксперимента и у него проводилось изъятие тканей для рефрактометрических исследований.

**Протокол проведения гистологического исследования.** Для гистологического исследования образцы опухоли фиксировались в 10%-ном растворе забуференного нейтрального формалина, подвергались стандартной спиртовой проводке (изопропиловый спирт), после чего формировались парафиновые блоки. Для описания изменений в опухоли срезы толщиной 3–5 мкм окрашивались гематоксилином и эозином (ГЭ). Морфометрические измерения и микрофотографирование проводились не менее чем в 10 полях зрения каждого микропрепарата с помощью микровизора медицинского проходящего света  $\mu\text{Vizo-103}$  (ЛОМО, Санкт-Петербург, Россия). Результаты гистологического исследования образцов опухолевой ткани приведены в табл. 1, а на рис. 2 показаны типовые изображения морфологических изменений.

**Протокол проведения рефрактометрических измерений.** Показатель преломления (ПП) измерялся на многоволновом рефрактометре Аббе DR-M2/1550 (фирма «Атаго», Япония) с использованием 12 интерференционных фильтров:  $480 \pm 2$ ,  $486 \pm 2$ ,  $546 \pm 2$ ,  $589 \pm 2$ ,  $644 \pm 2$ ,  $656 \pm 2$ ,  $680 \pm 5$ ,  $800 \pm 6$ ,  $930 \pm 6$ ,  $1100 \pm 26$ ,  $1300 \pm 25$ ,  $1550 \pm 25$  нм. Погрешность измерений, вносимая прибором, составляла  $\pm 0.0002$ . В начале измерений выполнялась калибровка прибора

Таблица 1 / Table 1

**Анализ морфологических изменений в опухоли лабораторных крыс с перевитым раком печени PC-1 в зависимости от типа воздействия**

**Analysis of morphological changes in the tumor of laboratory rats with transplanted liver cancer PC-1 depending on the type of exposure**

Тип АKNЧ / Type UCNPs	До ФДТ / Before PDT	После ФДТ / After PDT
Без АKNЧ / without UCNPs	Некроз опухоли до 10% площади среза, умеренным полнокровием сосудов / Tumor necrosis up to 10% of the cut area, moderate vascular congestion	Некроз опухоли до 30% площади среза / Tumor necrosis up to 30% of the cut area
$\text{NaYF}_4$ неотожженный / $\text{NaYF}_4$ unannealed	Некроз опухоли до 65% среза с утолщением соединительно-тканых перегородок / Tumor necrosis up to 65% of the section with thickening of connective tissue septa	Некроз опухоли до 70–80% среза с формированием кист в ткани опухоли / Tumor necrosis up to 70–80% of the section with the formation of cysts in the tumor tissue
$\text{NaYF}_4$ отожженный / $\text{NaYF}_4$ annealed	Некроз опухоли до 60% площади среза / Tumor necrosis up to 60% of the cut area	Некроз опухоли до 60% среза / Tumor necrosis up to 60% of the section
$\text{NaYF}_4 + \text{SiO}_2$	Некроз опухоли до 55% площади среза / Tumor necrosis up to 55% of the cut area	Некроз опухоли до 90% среза / Tumor necrosis up to 90% of the section
$\text{CaCO}_3 + \text{BSA}$	Некроз опухоли до 50% среза / Tumor necrosis up to 50% of the section	Некроз опухоли до 95% среза, с формированием микрокист / Tumor necrosis up to 95% of the section, with the formation of microcysts
$\text{NaYF}_4 + \text{BSA} + \text{Cu}_3$	Некроз опухоли до 50% площади среза, преимущественно в центре, полнокровие сосудов / Tumor necrosis up to 50% of the cut area, mainly in the center, vascular congestion	Некроз опухоли до 80% площади среза / Tumor necrosis up to 80% of the cut area

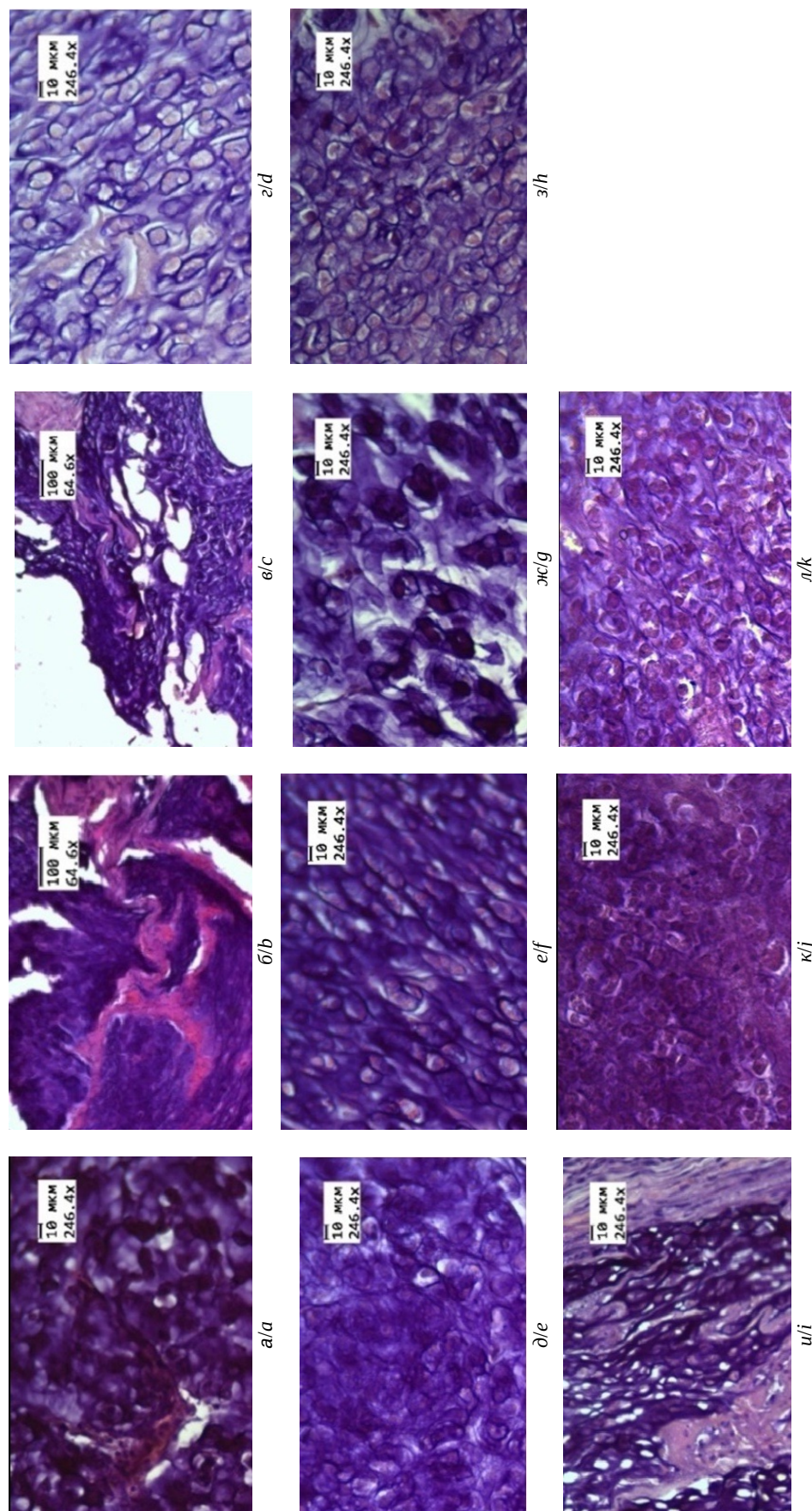


Рис. 2. Типовые изображения морфологических изменений в опухоли лабораторных крыс с перевитым раком печени РС-1 при различных типах воздействия: аг – без АНЧ; б – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные; в – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; г – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; з – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; и – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; к – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; л – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ; м – АНЧ (NaYF<sub>4</sub>) неотожженные и проведение ФДТ.

Fig. 2. Typical images of morphological changes in the tumor of laboratory rats with transplanted liver cancer PC-1 under various types of exposure: а – without UCNPs; б – unannealed AKNPs (NaYF<sub>4</sub>); в – unannealed UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) and PDT; г – unannealed UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> shell; д – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; е – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; ж – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; з – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; и – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; к – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; л – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT; м – UCNPs (NaYF<sub>4</sub>) coated with a SiO<sub>2</sub> and PDT.



по известному табличному значению ПП дистиллированной воды при длине волны 589 нм ( $n_{\text{д. вода}} = 1.3326$ ,  $T = +24^\circ\text{C}$ ). Образцами исследования были тонкие срезы  $0.5 \text{ мм} \pm 0.1 \text{ мм}$  здоровых и патологических тканей, которые помещались на измерительную призму рефрактометра. Температура образца во время измерений поддерживалась постоянной водным циркуляционным термостатом (LOIP, Санкт-Петербург, Россия) и была  $+24^\circ\text{C}$ .

Аппроксимация дисперсионной зависимости ПП тканей была выполнена по формуле Зельмейера:

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{A1\lambda^2}{\lambda^2 - B1} + \frac{A2\lambda^2}{\lambda^2 - B2}, \quad (1)$$

где  $A1$ ,  $A2$ ,  $B1$ ,  $B2$  – эмпирические константы. Формула Зельмейера дает наилучший результат для описания дисперсионной зависимости многокомпонентной системы вдали от полосы поглощения каждого компонента [25] и наиболее подходит для спектрального диапазона 480–1550 нм.

Дополнительно в работе выполнялся расчет величины средней дисперсии ( $Dis$ ) и числа Аббе ( $v$ ) по формулам:

$$Dis = n_{486} - n_{656} \quad (2)$$

$$v = \frac{n_{589} - 1}{n_{486} - n_{656}} \quad (3)$$

где  $n_{656}$ ,  $n_{589}$ ,  $n_{486}$  – показатели преломления ПП среды на длинах волн, соответствующих френгоферовым линиям: красная линия водорода С (656.3 нм), желтая линия натрия D (589.2 нм) и синяя линия водорода F (486.1 нм) [26]. Величина средней дисперсии показывает степень, на которую изменяется показатель преломления для различных длин волн. Дисперсия света обуславливает появление одной из основных аберраций оптических систем – хроматической. Число Аббе используется в оптике как мера дисперсии света в прозрачных или полупрозрачных средах. Чем оно меньше, тем больше дисперсия и тем сильнее хроматическая аберрация среды. Значения показателя преломления, средней дисперсии и числа Аббе являются важными оптическими константами вещества и могут быть использованы для определения оптических характеристик, чистоты, концентрации, дисперсии и т. д. В данной работе величины средней дисперсии и числа Аббе использовались для сравнительного анализа интактной опухолевой ткани и образцов опухолевой ткани после введения АKNЧ и ФДТ.

Для обработки полученных в ходе исследований данных был использован пакет прикладных программ OriginLab Pro. Рассчитывались среднее арифметическое ( $M$ ), среднеквадратическое отклонение, значения медианы и квантили.

### Результаты и их обсуждение

На рис. 3 представлена дисперсионная зависимость ПП ткани модельного рака печени в спектральном диапазоне 480–1550 нм.

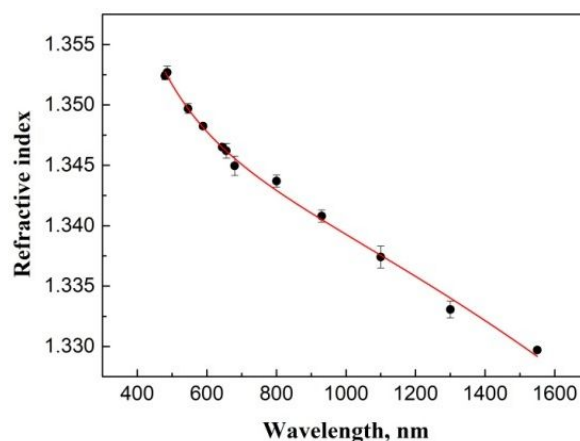


Рис. 3. Дисперсионная зависимость показателя преломления ПП ткани модельного рака печени (символы – экспериментальные данные, сплошная линия – данные аппроксимации)

Fig. 3. Dispersion dependence of the refractive index of RI tissue of model liver cancer (symbols – experimental data, solid line – approximation data)

Для спектрального диапазона 480–1550 нм по полученным экспериментальным данным были рассчитаны коэффициенты для дисперсионной формулы Зельмейера, которая приобретает вид:

$$n_{\text{модельный рак печени}}(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{0.80322 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - 8393.44} + \frac{676.41 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - 4.2 \cdot 10^{10}}} \quad (4)$$

В работе [27] приведены данные для показателя преломления ПП рака печени человека, измеренные методом лазерной рефрактометрии. Значения показателя преломления составляют:  $1.373 \pm 0.007$  для длины волны 450 нм,  $1.368 \pm 0.006$  – для длины волны 532 нм,  $1.362 \pm 0.011$  – для длины волны 632,8 нм,  $1.355 \pm 0.003$  – для длины волны 964 нм,  $1.347 \pm 0.005$  – для длины волны 1551 нм. По полученным нами результатам ПП изменялся от  $1.3695 \pm 0.0002$  на длине волны 480 нм до  $1.3468 \pm 0.0008$  на длине волны 1.550 нм, что





хорошо согласуется с уже имеющимися литературными данными.

Дисперсионная зависимость измененных биологических образцов при развитии модельного рака печени после введения АКНЧ пяти различных типов ( $\text{NaYF}_4$  неотожженные;  $\text{NaYF}_4$ , покрытые оболочкой  $\text{SiO}_2$ , отоженные;  $\text{NaYF}_4$  отоженные;  $\text{CaCO}_3$  с раствором BSA;  $\text{NaYF}_4$  с раствором HSA и красителем  $\text{Cy3}$ ), показана на рис. 4. В табл. 2 даны коэффициенты для вос-

становления полученных значений показателей преломления в диапазоне 480–1550 нм.

ПП ткани модельного рака печени после ФДТ превышал ПП того же типа ткани без ФДТ после введения АКНЧ  $\text{NaYF}_4$  неотожженных. Он был равен 1.3432 и 1.3424 для длины волны 589 нм соответственно без и после ФДТ. Для всех остальных типов АКНЧ ПП в случае проведения ФДТ был меньше, 1.3422 для  $\text{NaYF}_4+\text{SiO}_2$ , 1.3446 для  $\text{NaYF}_4$  отоженных, 1.3425 для  $\text{CaCO}_3+\text{BSA}$ , 1.3444 для

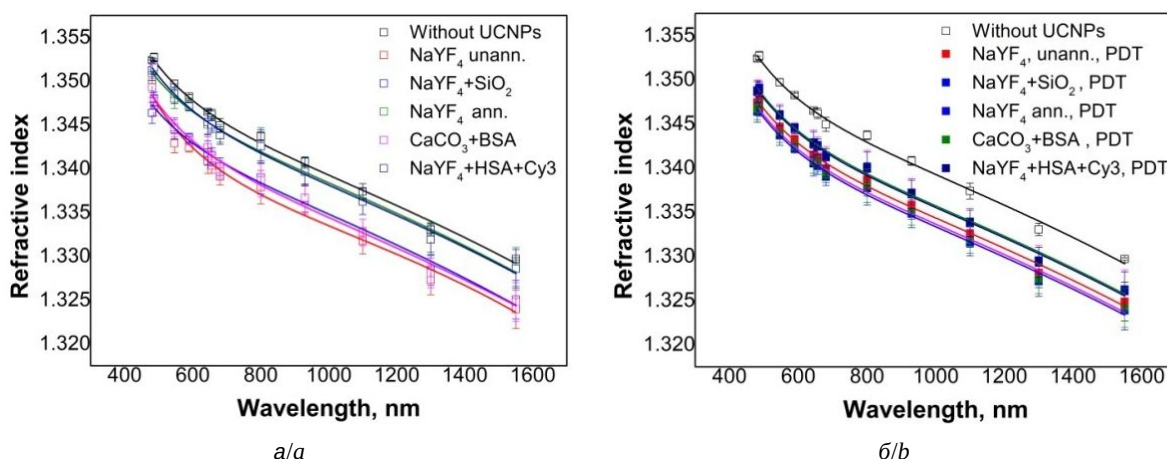


Рис. 4. Дисперсионная зависимость измененных биологических образцов модельного рака печени после введения АКНЧ различного: а – без фотодинамического воздействия; б – после фотодинамического воздействия (символы – экспериментальные данные, сплошная линия – данные аппроксимации) (цвет онлайн)

Fig. 4. Dispersion dependence of samples of model liver cancer after the injection of UCNPs of various types: а – without photodynamic exposure; б – after photodynamic exposure (symbols – experimental data, solid line – approximation data) (color online)

Таблица 2 / Table 2

**Коэффициенты для восстановления ПП ткани модельного рака печени по формуле Зельмейера после введения АКНЧ и после ФДТ**

**Coefficients for the Sellmeyer formula of tumor tissue (model liver cancer) after the introduction of UCNPs and after PDT**

Образцы ткани	Тип АКНЧ / Type of UCNPs	A1, $1/\text{nm}^2$ / $1/\text{nm}^2$	A2, $1/\text{nm}^2$ / $1/\text{nm}^2$	B1, $1/\text{nm}^2$ / $1/\text{nm}^2$	$10^{10}$ B2, $1/\text{nm}^2$ / $1/\text{nm}^2$	$R^2$
Образцы ткани модельного рака печени без ФДТ / Tissue samples from model liver cancer without PDT	$\text{NaYF}_4$ неотожженные / $\text{NaYF}_4$ unannealed	0.78143	0.1254	11019.21616	0.00115	0.965
	$\text{NaYF}_4+\text{SiO}_2$	0.79317	695.60023	7335.69157	4.02492	0.988
	$\text{NaYF}_4$ отоженные / $\text{NaYF}_4$ annealed	0.80224	689.04153	7467.88769	4.06276	0.987
	$\text{CaCO}_3+\text{BSA}$	0.78959	671.16287	9060.75498	4.16680	0.988
	$\text{NaYF}_4+\text{HSA}+\text{Cy3}$	0.80019	691.51148	8413.89014	4.22547	0.994
Образцы ткани модельного рака печени после ФДТ / Tissue samples of model liver cancer after PDT	$\text{NaYF}_4$ неотожженные / $\text{NaYF}_4$ unannealed	0.78988	689.50673	8468.00149	4.27126	0.984
	$\text{NaYF}_4+\text{SiO}_2$	0.78721	688.02789	8483.17494	4.26835	0.995
	$\text{NaYF}_4$ отоженные / $\text{NaYF}_4$ annealed	0.79361	691.51095	8446.90608	4.2749	0.989
	$\text{CaCO}_3+\text{BSA}$	0.78801	688.47648	8478.61364	4.26926	0.996
	$\text{NaYF}_4+\text{HSA}+\text{Cy3}$	0.79307	691.20962	8449.90925	4.27429	0.994



NaYF<sub>4</sub>+HSA+Cu<sub>3</sub>, в то время как без ФДТ 1.3435 для NaYF<sub>4</sub>+SiO<sub>2</sub>, 1.3447 для NaYF<sub>4</sub> отожженных, 1.3432 для CaCO<sub>3</sub>+BSA, 1.3471 для NaYF<sub>4</sub>+HSA+Cu<sub>3</sub>.

Как сказано ранее, дополнительными параметрами, позволяющими оценить оптические свойства рефрактометрическим методом являются величина средней дисперсии и число Аббе, которое используется как мера дисперсии в прозрачных средах и характеризует степень рассеяния. Величины средней дисперсии и числа Аббе, рассчитанные для образцов опухолевой ткани, опухолевой ткани после введения АКНЧ и опухолевой ткани после ФДТ с применением АКНЧ приведены в табл. 3 и на рис. 5.

Как можно видеть в табл. 3, среднее значение дисперсии для интактной опухолевой ткани и образцов после введения АКНЧ и дальнейшего проведения ФДТ было одинаковым и равно  $0.0065 \pm 0.0002$ . Одинаковое среднее значение дисперсии обусловлено тем, что опухолевой ткани присуще высокое содержание воды, и дисперсия для всех образцов тканей в диапазоне 480–1550 нм близка к характерному виду дисперсионной кривой для воды. Можно отметить, что вычисленная по формуле (2) величина числа Аббе для воды при температуре 25°C составляет 56.32. В литературе для воды приводятся

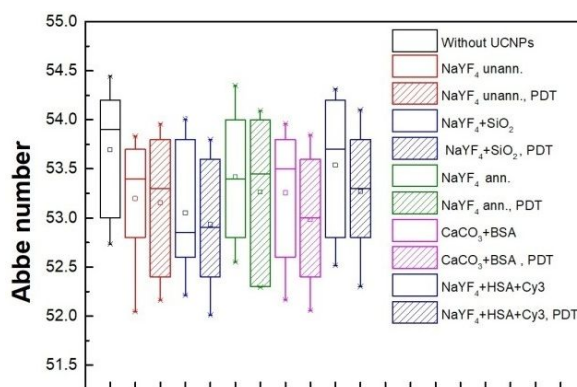


Рис. 5. Число Аббе для образцов опухолевой ткани без АКНЧ, после введения пяти различных типов АКНЧ и после ФДТ (цвет онлайн)

Fig. 5. Abbe number for tumor tissue samples without UCNPs, after the introduction of 5 different types of UCNPs and after PDT (color online)

значения этого числа 55.74 и 45.61 (при температуре 20°C), рассчитанные по аппроксимационной формуле Зельмейера на основании значений ПП, полученных методом лазерной рефрактометрии [28, 29]. Возможные отличия в данном случае определяется разными температурами и методами измерений. Следует отметить, что вид дисперсионной кривой близок к виду дисперсионной зависимости воды и хорошо согласуется с данными работ [31–35]. Для числа Аббе образца опухолевой ткани нами получено значение

Таблица 3 / Table 3

**Средняя дисперсия и число Аббе образцов тканей модельного рака печени после введения АКНЧ различного типа и после ФДТ с применением АКНЧ различного типа**

**Average dispersion and Abbe number of tissue samples of model liver cancer after the introduction of various types of UCNPs and after PDT with the use of various types of UCNPs**

Типы образцов ткани	Тип АКНЧ / Type of UCNPs	Средняя дисперсия / Average dispersion	Число Аббе / Abbe number
Образцы ткани модельного рака печени / Model liver cancer tissue samples	without UCNPs	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.67 \pm 0.68$
Образцы ткани модельного рака печени без ФДТ / Tissue samples from model liver cancer without PDT	NaYF <sub>4</sub> неотожженные / NaYF <sub>4</sub> unannealed	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.20 \pm 0.68$
	NaYF <sub>4</sub> +SiO <sub>2</sub>	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.05 \pm 0.71$
	NaYF <sub>4</sub> отожженные / NaYF <sub>4</sub> annealed	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.42 \pm 0.69$
	CaCO <sub>3</sub> +BSA	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.25 \pm 0.71$
	NaYF <sub>4</sub> +HSA+Cu <sub>3</sub>	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.54 \pm 0.74$
Образцы ткани модельного рака печени после ФДТ / Tissue samples of model liver cancer after PDT	NaYF <sub>4</sub> неотожженные / NaYF <sub>4</sub> unannealed	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.15 \pm 0.75$
	NaYF <sub>4</sub> +SiO <sub>2</sub>	$0.0065 \pm 0.0002$	$52.94 \pm 0.69$
	NaYF <sub>4</sub> отожженные / NaYF <sub>4</sub> annealed	$0.0065 \pm 0.0001$	$53.26 \pm 0.80$
	CaCO <sub>3</sub> +BSA	$0.0065 \pm 0.0002$	$52.98 \pm 0.73$
	NaYF <sub>4</sub> +HSA+Cu <sub>3</sub>	$0.0065 \pm 0.0002$	$53.25 \pm 0.68$



$53.67 \pm 0.68$ , что близко к данным, отмеченным в литературе для биологических образцов. Например, в работе [29] величина числа Аббе для раковой клетки толстой кишки человека –  $51.6 \pm 4.5$ . На рис. 5 можно заметить, что число Аббе для образцов после введения АKNЧ меньше по сравнению с величиной для образца опухолевой ткани. При этом наименьшее значение числа Аббе у образцов опухолевой ткани после введения АKNЧ  $\text{NaYF}_4$ , покрытых оболочкой  $\text{SiO}_2$  –  $53.05 \pm 0.71$ . Это может объясняться, прежде всего, накоплением АKNЧ в ткани, что приводит к изменению ее строения и соответственно изменению оптических свойств. Множество исследований показало, что наночастицы, попадая в организм, могут длительное время циркулировать в кровеносном русле и способны самостоятельно накапливаться в области патологического процесса (эффект повышенной проницаемости и удержания [19]). Дело в том, что в капиллярах пораженных тканей диаметр пор между клетками эндотелия значительно больше, чем в норме; соответственно и проницаемость сосудистой стенки для наночастиц выше. Кроме того, поток лимфы в такие ткани увеличен, что также способствует выходу наночастиц из капилляров [19, 20]. Эффект повышенной проницаемости и удержания в опухолевых тканях зависит от их структуры. Очевидно, что чем «рыхлее» эндотелий сосудов опухолей, тем большего размера частицы способны через него проникать; с другой стороны, увеличение диаметров пор и приток лимфатической жидкости способствуют уменьшению плотности ткани [19–21]. Изменение структуры опухолевой ткани, связанное с увеличением пористости, количества внутриклеточной жидкости и некротической ткани, также подтверждается результатами гистологического исследования (см. рис. 1).

На рис. 6 отражена выявленная корреляционная зависимость значения числа Аббе со степенью некроза образцов.

Из рис. 6 видно, что введение АKNЧ различного типа сопровождается увеличением некроза образца опухолевой ткани и уменьшением числа Аббе. При проведении ФДТ увеличивается степень некроза ткани и также уменьшается число Аббе образца с соответствующим типом АKNЧ. При этом самая высокая величина числа Аббе соответствует интактной опухолевой ткани

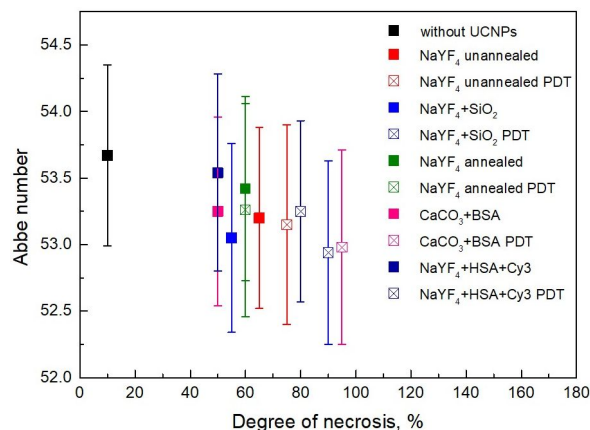


Рис. 6. Корреляция значений числа Аббе со степенью некроза образца опухолевой ткани (без АKNЧ, после введения 5 различных типов АKNЧ, после ФДТ) (цвет онлайн)

Fig. 6. Correlation of Abbe number values with the degree of necrosis of a tumor tissue sample (without AKNPs, after the introduction of 5 different types of AKNPs, after PDT) (color online)

с наименьшей степенью некроза (10%), что соответствует наибольшей плотности.

## Выводы

Результаты исследований, представленных в данной работе, показали, что введение АKNЧ различного типа и проведение фотодинамической терапии вызывает изменения рефрактометрических свойств тканей. Согласно полученному результату для опухолевой ткани без АKNЧ и фотодинамического воздействия, величина числа Аббе равна  $53.67 \pm 0.68$ , в то время как после введения АKNЧ число Аббе принимает значение  $53.29 \pm 0.69$ , а у образцов тканей от группы животных после проведения фотодинамической терапии с применением АKNЧ различного типа фиксируется число Аббе  $53.12 \pm 0.69$ . Таким образом, введение АKNЧ приводит к снижению величины числа Аббе на 0.38, а применение фотодинамического воздействия при введенных АKNЧ снижает число Аббе на 0.55 по сравнению с величиной числа Аббе для интактной опухолевой ткани. При этом меньшее значение числа Аббе опухолевой ткани после ФДТ может быть связано с тем, что ФДТ приводит частичному разрушению АKNЧ и клеток опухолевой ткани, что способствует уменьшению ее плотности и соответствует более низкому показателю преломления и числу Аббе. Полученный результат может быть связан с воздействием АKNЧ на опухолевую ткань и тканях, ее окружающих и дает возможность предположить, что показатель преломления может быть использован для



оценки накопления АКНЧ в тканях. Представленные результаты могут оказаться полезными для многих методов лазерной терапии и оптической диагностики заболеваний кожи и локализации подкожных новообразований.

### Список литературы / References

1. Hu T., Wang Z., Shen W., Liang R., Yan D., Wei M. Recent advances in innovative strategies for enhanced cancer photodynamic therapy. *Theranostics*, 2021, vol. 11, no. 7, pp. 3278–3300. <https://doi.org/10.7150/thno.54227>
2. Chang H., Xie J., Zhao B., Liu B., Xu S., Ren N., Xie X., Huang L., Huang W. Rare earth ion-doped upconversion nanocrystals: Synthesis and surface modification. *Nanomaterials*, 2015, vol. 5, no. 1, pp. 1–25. <https://doi.org/10.3390/nano5010001>
3. Abdel-Kader M. H. *Photodynamic Therapy*. Berlin, Springer, 2016. 317 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-39629-8>
4. Filonenko E. V. Fluorescence diagnostics and photodynamic therapy: Justification of applications and opportunities in oncology. *Photodynamic Therapy and Photodiagnosis*, 2014, no. 1, pp. 3–7 (in Russian).
5. Yanina I. Yu., Kochubey V. I. Toxicity of upconversion nanoparticles. Overview. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 4, pp. 268–277 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-4-268-277>
6. Doronkina A. A., Kochubey V. I., Maksutova A. V., Pravdin A. B., Mylnikov A. M., Navolokin N. A., Yanina I. Y. NaYF<sub>4</sub>: Yb, Er Upconversion nanoparticles for imaging: effect on red blood cells. *Photonics*, 2023, vol. 10, no. 12, art. 1386. <https://doi.org/10.3390/photonics10121386>
7. DeRosa M. C., Crutchley R. J. Photosensitized singlet oxygen and its applications. *Coordination Chemistry Reviews*, 2002, vol. 233–234, pp. 351–371. [https://doi.org/10.1016/S0010-8545\(02\)00034-6](https://doi.org/10.1016/S0010-8545(02)00034-6)
8. Stella B., Arpicco S., Peracchia M. T., Desmaële D., Hoebeke J., Renoir M., D'Angelo J., Cattel L., Couvreur P. Design of folic acid-conjugated nanoparticles for drug targeting. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 2000, vol. 89, no. 1, pp. 1452–1464. [https://doi.org/10.1002/1520-6017\(200011\)89:11<char>003C<relax1452::aid-jps8<char>003E<relax3.0.co;2-p](https://doi.org/10.1002/1520-6017(200011)89:11<char>003C<relax1452::aid-jps8<char>003E<relax3.0.co;2-p)
9. Kochubey V. I., Yanina I. Yu. Application of upconversion nanoparticles as a temperature sensor for biological tissue. *Photon Express*, 2023, no. 6 (190), pp. 354–355 (in Russian). <https://doi.org/10.24412/2308-6920-2023-6-354-355>
10. Carneiro I., Carvalho S., Henrique R., Oliveira L., Tuchin V. V. Measurement of optical properties of normal and pathological human liver tissue from deep-UV to NIR. *Proc. SPIE*, 2020, vol. 11363, art. 113630G. <https://doi.org/10.1117/12.2554877>
11. Nazarov M. M., Cherkasova O. P., Lazareva E. N., Bucharskaya A. B., Navolokin N. A., Tuchin V. V., Shkurinov A. P. A complex study of the peculiarities of blood serum absorption of rats with experimental liver cancer. *Optics and Spectroscopy*, 2019, vol. 126, no. 6, pp. 721–729. <https://doi.org/10.1134/S0030400X19060183>
12. Gul B., Ashraf S., Khan S., Nisar H., Ahmad I. Cell refractive index: Models, insights, applications and future perspectives. *Photodiagnosis Photodyn. Ther.*, 2021, vol. 33, art. 102096. <https://doi.org/10.1016/j.pdpdt.2020.102096>
13. Ledwig P., Robles F. E. Quantitative 3D refractive index tomography of opaque samples in epi-mode. *Optica*, 2021, vol. 8, iss. 1, pp. 6–14. <https://doi.org/10.1364/OPTICA.410135>
14. Wang J., Deng Z., Zhou W., Zhang C., Tian J. Measurement of the complex refractive index of tissue-mimicking phantoms and biotissue by extended differential total reflection method. *J. Biomed. Opt.*, 2011, vol. 16, no. 9, art. 097001. <https://doi.org/10.1117/1.3615657>
15. Martins I. S., Silva H. F., Lazareva E. N., Chernomyrdin N. V., Zaytsev K. I., Oliveira L. M., Tuchin V. V. Measurement of tissue optical properties in a wide spectral range: A review [Invited]. *Biomed Opt Express*, 2022, vol. 14, iss. 1, pp. 249–298. <https://doi.org/10.1364/BOE.479320>
16. Contreras-Tello H., Márquez-Islas R., Vázquez-Estrada O., Sánchez-Pérez C., García-Valenzuela A. Understanding the performance of Abbe-type refractometers with optically absorbing fluids. *Meas. Sci. Technol.*, 2014, vol. 25, art. 075201. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/25/7/075201>
17. Wang Z., Tangella K., Balla A., Popescu G. Tissue refractive index as marker of disease. *J. Biomed. Opt.*, 2011, vol. 16, no. 11, art. 116017. <https://doi.org/10.1117/1.3656732>
18. Giannios P., Koutsoumpas S., Toutouzas K. G., Matiatou M., Zografos G. C., Moutzouris K. Complex refractive index of normal and malignant human colorectal tissue in the visible and near-infrared. *J. Biophotonics*, 2017, vol. 10, no. 2, pp. 303–310. <https://doi.org/10.1002/jbio.201600001>
19. Tarahovskij Yu. S. *Intellektualnye lipidnye nanokontejnery v adresnoj dostavke lekarstvennyh veshchestv* [Intelligent Lipid Nanocontainers in Targeted Drug Delivery]. Moscow, Editorial URS, 2011. 280 p. (in Russian).
20. Torresan M. F., Wolosiuk A. I. Critical aspects on the chemical stability of NaYF<sub>4</sub> – Based upconverting nanoparticles for biomedical applications. *ACS Applied Bio Materials*, 2021, vol. 4, iss. 2, pp. 1191–1210. <https://doi.org/10.1021/acsabm.0c01562>
21. Alnasif N., Zoschke C., Fleige E., Brodwolf R., Boreham A., Rühl E., Eckl K. M., Merk H. F., Hennies H. C., Alexiev U., Haag R., Küchler S., Schäfer-Korting M. Penetration of normal, damaged and diseased skin – An *in vitro* study on dendritic core-multishell nanotransporters. *Journal of Controlled Release*, 2014, vol. 185, pp. 45–50. <https://doi.org/10.1016/j.jconrel.2014.04.006>
22. Carneiro I., Carvalho S., Henrique R., Oliveira L., Tuchin V. V. Measuring optical properties of human liver between 400 and 1000 nm. *Quant. Elect.*, 2019,





- vol. 49, no.1, pp. 13–19. <https://doi.org/10.1070/QEL16903>
23. Bucharskaya A. B., Dikht N. I., Afanas'eva G. A., Terentyuk G. S., Zakharova N. B., Maslyakova G. N., Khlebtsov B. N., Khlebtsov N. G. The assessment of molecular markers of cell interaction and lipid peroxidation in rats with alloxan diabetes and trans- planted liver cancer after intravenous injection of gold nanorods // *Saratov Journal of Medical Scientific Research*, 2015, vol. 11, no. 2, pp. 107–112 (in Russian).
24. *International Guiding Principles for Biomedical Research Involving Animals. CIOMS and ICLAS*. 2012. Available at: [https://olaw.nih.gov/sites/default/files/Guiding\\_Principles\\_2012.pdf](https://olaw.nih.gov/sites/default/files/Guiding_Principles_2012.pdf) (accessed April 10, 2024).
25. Lazareva E. N., Oliveira L., Yanina I. Yu., Chernomyrdin N. V., Musina G. R., Tuchina D. K., Bashkatov A. N., Zaytsev K. I., Tuchin V. V. Refractive index measurements of tissue and blood components and OCAs in a wide spectral range. In: Tuchin V. V., Zhu D., Genina E. A. *Handbook of Tissue Optical Clearing: New Prospects in Optical Imaging*, 2022, pp. 141–166. <https://doi.org/10.1201/9781003025252>
26. Kasap S. O., Capper P. *Springer handbook of electronic and photonic materials*. Cham, Springer, 2006. 1406 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-48933-9>
27. Zysk A., Adie S., Armstrong J., Leigh M., Paduch A., Sampson D. Needle-based refractive index measurement using low-coherence interferometry. *Opt. Express*, 2007, vol. 32, no. 4, pp. 385–387. <https://doi.org/10.1364/OL.32.000385>
28. Daimon M., Masumura A. Measurement of the refractive index of distilled water from the near-infrared region to the ultraviolet region. *Appl. Opt.*, 2007, vol. 46, pp. 3811–3820. <https://doi.org/10.1364/AO.46.003811>
29. Bashkatov A. N., Genina E. A. Water refractive index in dependence on temperature and wavelength: a simple approximation. *Proc. SPIE*, 2003, vol. 5060, pp. 393–395. <https://doi.org/10.1117/12.518857>
30. Thormählen I., Straub J., Grigull U. Refractive Index of Water and its Dependence on Wavelength, Temperature, and Density. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 1985, vol. 14, no. 4, pp. 933–945. <https://doi.org/10.1063/1.555743>
31. Harvey A. H., Gallagher J. S., Sengers J. M. H. L. Revised formulation for the refractive index of water and steam as a function of wavelength, Temperature and Density. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 1998, vol. 27, iss. 4, pp. 761–774. <https://doi.org/10.1063/1.556029>
32. Bertie J. E., Lan Z. Infrared Intensities of Liquids XX: The intensity of the OH stretching band of liquid water revisited, and the best current values of the optical constants of H<sub>2</sub>O at 25°C between 15,000 and 1 cm<sup>-1</sup>. *Appl. Spectrosc.*, 1996, vol. 50, no. 8, pp. 1047–1057. <https://doi.org/10.1366/0003702963905385>
33. Hale G. M., Querry M. R. Optical constants of water in the 200-nm to 200-Mm wavelength region. *Appl. Opt.*, 1973, vol. 12, iss. 3, pp. 555–562. <https://doi.org/10.1364/AO.12.000555>
34. Kedenburg S., Vieweg M., Gissibl T., Giessen H. Linear Refractive index and absorption measurements of nonlinear optical liquids in the visible and Near-Infrared spectral region, *Opt. Mater. Express*, 2012, vol. 2, no. 1, pp. 1588–1611. <https://doi.org/10.1364/OME.2.001588>
35. Lue N., Kang J. W., Hillman T. R., Dasari R. R., Yaqoob Z. Single-shot quantitative dispersion phase microscopy. *Appl. Phys. Lett.*, 2012, vol. 101, iss. 8, art. 084101. <https://doi.org/10.1063/1.4745785>

Поступила в редакцию 22.04.2024; одобрена после рецензирования 24.06.2025;  
принята к публикации 10.07.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 22.04.2024; approved after reviewing 24.06.2025;  
accepted for publication 10.07.2025; published 29.08.2025



## НАНОТЕХНОЛОГИИ, НАНОМАТЕРИАЛЫ И МЕТАМАТЕРИАЛЫ

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 356–368  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 356–368  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-356-368>, EDN: TXLUUP

Научная статья  
УДК 538.9

### Электропроводные свойства интерфейсов графен–нанотрубный гибрид/оксид алюминия

М. М. Слепченков<sup>1✉</sup>, Д. Т. Мурашко<sup>2</sup>, А. В. Куксин<sup>2</sup>, Р. М. Рязанов<sup>3</sup>, Е. А. Лебедев<sup>2</sup>,  
Ю. П. Шаман<sup>3,4</sup>, Е. П. Кицюк<sup>3</sup>, А. Ю. Герасименко<sup>2,5</sup>, О. Е. Глухова<sup>1,5</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Россия, 124498, г. Москва, Зеленоград, площадь Шокина, д. 1

<sup>3</sup>Научно-производственный комплекс «Технологический центр», 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, д. 1, стр. 7

<sup>4</sup>Институт нанотехнологий микроэлектроники Российской академии наук, Россия, 119334, г. Москва, Ленинский проспект, д. 32А

<sup>5</sup>Первый Московский государственный медицинский университет имени И. М. Сеченова, Россия, 119992, г. Москва, ул. Большая Пироговская, д. 2, стр. 4

Слепченков Михаил Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиотехники и электродинамики, [slepchenkovm@mail.ru](mailto:slepchenkovm@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4282-5620>

Мурашко Денис Тарасович, инженер Института биомедицинских систем, [skorden@outlook.com](mailto:skorden@outlook.com), <https://orcid.org/0000-0002-9437-8260>

Куксин Артем Викторович, инженер Института биомедицинских систем, [nix007@mail.ru](mailto:nix007@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8406-9977>

Рязанов Роман Михайлович, младший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории перспективных процессов, [r.m.ryazanov@gmail.com](mailto:r.m.ryazanov@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-2464-8712>

Лебедев Егор Александрович, кандидат технических наук, доцент Института перспективных материалов и технологий, [dr.beefheart@gmail.com](mailto:dr.beefheart@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-5085-5408>

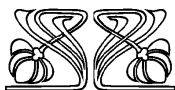
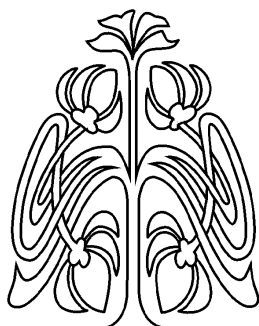
Шаман Юрий Петрович, кандидат физико-математических наук, <sup>3</sup>старший научный сотрудник лаборатории перспективных процессов, <sup>4</sup>научный сотрудник отдела структурного анализа и метрологии, [yu.shaman@tcen.ru](mailto:yu.shaman@tcen.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7577-4746>

Кицюк Евгений Павлович, кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской лаборатории перспективных процессов, [kitsyuk.e@gmail.com](mailto:kitsyuk.e@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-4166-8408>

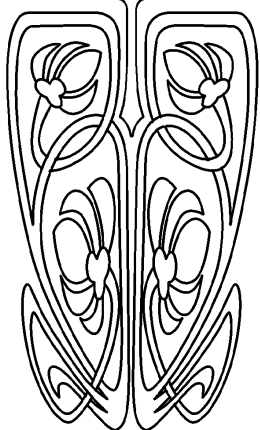
Герасименко Александр Юрьевич, доктор технических наук, <sup>2</sup>профессор Института биомедицинских систем; <sup>3</sup>заведующий лабораторией биомедицинских нанотехнологий, [gerasimenko@bms.zone](mailto:gerasimenko@bms.zone), <https://orcid.org/0000-0001-6514-2411>

Глухова Ольга Евгеньевна, доктор физико-математических наук, <sup>1</sup>заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики; <sup>5</sup>ведущий научный сотрудник лаборатории биомедицинских нанотехнологий, [glukhova@info.sgu.ru](mailto:glukhova@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-5670-2058>

**Аннотация.** Углеродные наноструктуры/оксиды металлов в качестве интерфейсов становятся одними из ключевых компонентов наноэлектронных устройств, в том числе туннельных полевых транзисторов. Среди углеродных наноматериалов особое внимание уделяется графену, повышение структурной стабильности и управление электропроводностью которого представляет актуальную научную задачу. Одним из решений указанной проблемы, имеющим экспериментальную апробацию, является сочетание графена с углеродными нанотрубками в составе гибридной наноструктуры. В данной работе впервые экспериментально получены образцы интерфейса 2D/0D в виде гибридной пленки из восстановленного оксида



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





графена (ВОГ) и одностенных углеродных нанотрубок (ОУНТ) с осажденными наночастицами оксида алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Синтезированные образцы с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  5 нм и 20 нм. Благодаря импульсному лазерному воздействию с плотностью энергии  $0.24 \text{ Дж/см}^2$  (мощность лазерной обработки 70 мВт) был достигнут эффект связывания наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с поверхностью наноструктур ВОГ/ОУНТ, а также эффект формирования наноструктур ОУНТ, ориентированных под углом к кремниевой подложке. Для синтезированных образцов проведены измерения электропроводности при температурах  $-50$ ,  $-10$ ,  $+20$ ,  $+60$ ,  $+140$ ,  $+200^\circ\text{C}$ . Выявлено, что с ростом температуры электропроводность образца с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  5 нм увеличивается в 2.5 раза, а образца с толщиной 20 нм – в 4.2 раза. При этом, для образца с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  20 нм при всех температурах характерны более высокие значения электропроводности. На основе полученных результатов можно рекомендовать синтезированные образцы интерфейса ВОГ/ОУНТ/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  к применению в устройствах наноэлектроники.

**Ключевые слова:** графен-нанотрубные гибридные пленки, оксид алюминия, электропроводность, лазерное воздействие

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-79-10316, <https://rscf.ru/project/24-79-10316/>).

**Для цитирования:** Слепченков М. М., Мурашко Д. Т., Куksин А. В., Рязанов Р. М., Лебедев Е. А., Шаман Ю. П., Китчук Е. П., Герасименко А. Ю., Глухова О. Е. Электропроводные свойства интерфейсов графен–нанотрубный гибридный/оксид алюминия // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 356–368. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-356-368>, EDN: TXLUUP

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Electrically conductive properties of graphene–nanotube hybrid/aluminium oxide interfaces

M. M. Slepchenkov<sup>1</sup>, D. T. Murashko<sup>2</sup>, A. V. Kuksin<sup>2</sup>, R. M. Ryazanov<sup>3</sup>, E. A. Lebedev<sup>2</sup>, Y. P. Shaman<sup>3,4</sup>, E. P. Kitsyuk<sup>3</sup>, A. Yu. Gerasimenko<sup>2,5</sup>, O. E. Glukhova<sup>1,5</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>National Research University “Moscow Institute of Electronic Technology”, 1 Shokin Square, Zelenograd, Moscow 124498, Russia

<sup>3</sup>Scientific-Manufacturing Complex “Technological Centre”, 1 Shokin Square, Moscow 124498, Russia

<sup>4</sup>Institute of Nanotechnology of Microelectronics of Russian Academy of Sciences, 32A Leninsky Prospekt, Moscow 119991, Russia

<sup>5</sup>I. M. Sechenov First Moscow State Medical University, 2–4 Bolshaya Pirogovskaya St., Moscow 119992, Russia

Mikhail M. Slepchenkov, [slepchenkovm@mail.ru](mailto:slepchenkovm@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4282-5620>

Denis T. Murashko, [skorden@outlook.com](mailto:skorden@outlook.com), <https://orcid.org/0000-0002-9437-8260>

Artem V. Kuksin, [nix007@mail.ru](mailto:nix007@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8406-9977>

Roman M. Ryazanov, [r.m.ryazanov@gmail.com](mailto:r.m.ryazanov@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-2464-8712>

Egor A. Lebedev, [dr.beefheart@gmail.com](mailto:dr.beefheart@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-5085-5408>

Yury P. Shaman, [yu.shaman@tcen.ru](mailto:yu.shaman@tcen.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7577-4746>

Evgeny P. Kitsyuk, [kitsyuk.e@gmail.com](mailto:kitsyuk.e@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-4166-8408>

Alexander Yu. Gerasimenko, [gerasimenko@bms.zone](mailto:gerasimenko@bms.zone), <https://orcid.org/0000-0001-6514-2411>

Olga E. Glukhova, [glukhova@info.sgu.ru](mailto:glukhova@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-5670-2058>

**Abstract. Background and Objectives:** Currently, carbon nanostructure/metal oxide interfaces are becoming one of the key components of nanoelectronic devices, including tunnel field-effect transistors. Among carbon nanomaterials, special attention is paid to graphene, the increase in structural stability and control of electrical conductivity of which is an urgent scientific task. One of the solutions to this problem, which has been experimentally tested, is a combination of graphene with carbon nanotubes (CNT) in a hybrid nanostructure. In this work, we experimentally obtained for the first time 2D/0D interface samples in the form of a hybrid film of reduced graphene oxide (RGO) and single-walled carbon nanotubes (SWCNTs) with deposited aluminum oxide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) nanoparticles. **Materials and Methods:** Samples with an  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticle layer thickness of 5 nm and 20 nm were synthesized. Due to pulsed laser radiation with an energy density of  $0.24 \text{ J/cm}^2$  (laser processing power of 70 mW), the effect of binding  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles to the surface of RGO/SWCNT nanostructures, as well as the effect of forming SWCNT nanostructures oriented at an angle to the silicon substrate, was achieved. **Results:** Electrical conductivity measurements were performed for the synthesized samples at temperatures of  $-50$ ,  $-10$ ,  $+20$ ,  $+60$ ,  $+140$ ,  $+200^\circ\text{C}$ . It has been found that with increasing temperature, the electrical conductivity of the sample with a layer thickness of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles of 5 nm increases by 2.5 times, and the sample with a thickness of 20 nm – by 4.2 times. At the same time, for the sample with a layer thickness of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles of 20 nm, higher electrical conductivity values are characteristic at all temperatures. **Conclusion:** Based on the obtained results, the synthesized samples of the RGO/SWCNT/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  interface can be recommended for use in nanoelectronic devices.

**Keywords:** graphene–nanotube hybrid films, aluminum oxide, electrical conductivity, laser action

**Acknowledgments:** The research was supported by the Russian Science Foundation (project No. 24-79-10316, <https://rscf.ru/project/24-79-10316/>).

**For citation:** Slepchenkov M. M., Murashko D. T., Kuksin A. V., Ryazanov R. M., Lebedev E. A., Shaman Y. P., Kitsyuk E. P., Gerasimenko A. Yu., Glukhova O. E. Electrically conductive properties of graphene–nanotube hybrid/aluminium oxide interfaces. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 356–368 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-356-368>, EDN: TXLUUP

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



## Введение

В настоящее время углеродные наноматериалы/оксиды металлов в качестве интерфейса становятся ключевым элементом ряда электронных и спинтронных устройств, в том числе одноэлектронных транзисторов, туннельных полевых транзисторов и мемристоров, производительность которых определяется свойствами интерфейса [1, 2]. Особый интерес вызывает использование в таких интерфейсах графена благодаря его уникальным электрофизическим свойствам [3–6]. Оксиды металлов в электронных устройствах на основе графена используются для формирования туннельного барьера, обеспечивающего оптимальное сопротивление интерфейса [6–8].

Одним из наиболее широко используемых оксидов металлов при реализации туннельных переходов является оксид алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [7–11]. Основным недостатком графена на пути его широкого применения в электронных устройствах является отсутствие запрещенной зоны в электронном строении, что осложняет управление его проводимостью. Среди различных способов решения этой проблемы рассматривается сочетание графена с другими материалами, в том числе углеродными, в составе гибридной структуры.

Объединение графена и углеродных нанотрубок (УНТ) в гибридную наноструктуру ознаменовало переход к новому направлению в науке о материалах, которое развивается на протяжении последнего десятилетия [12–18]. Реализация на практике графен-нанотрубных гибридных структур позволила решить сразу несколько актуальных технологических проблем, затрудняющих использование отдельных графена и УНТ в различных приложениях электроники. В частности, использование нанотрубок в качестве прослойки позволяет предотвратить агломерацию листов графена, возникающую из-за сильных ван-дер-ваальсовых взаимодействий [19]. При этом нанотрубки могут также служить мостиком для переноса носителей заряда между листами графена в гибридной структуре [20]. Образование соединений УНТ и листов графена также позволяет значительно снизить внутреннее электрическое сопротивление графена и улучшить общую электропроводность полностью углеродного материала [21]. Кроме того, гибридные наноструктуры графен-УНТ обладают большей площадью поверхности, пористостью, теплопроводностью и механической прочностью, чем их структурные

составляющие [22, 23]. В дополнение к упомянутым выше преимуществам интеграции графена и УНТ следует отметить, что в результате синергетического эффекта образованные графен-нанотрубные композиты обладают улучшенными оптическими, электрическими и электрохимическими свойствами [24–26], в том числе имеют энергетическую щель между валентной зоной и зоной проводимости [26]. Превосходные физические и химические свойства композитов графен/УНТ открывают широкие возможности для их применения в качестве гибких и прозрачных электродов, накопителей энергии, полевых эмиттеров, сенсоров и систем для хранения водорода [27–32].

В последние годы отмечалась важность изучения интерфейсных взаимодействий в составе полностью углеродных композитных наноструктур [33,34], однако работ по теоретическому или экспериментальному изучению интерфейсов графен-УНТ/оксиды металлов ранее не проводилось.

Целью данной работы является экспериментальное получение интерфейса графен-УНТ/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  и исследование его электропроводности.

## 1. Материалы и методы

### 1.1. Формирование образцов

Для формирования образцов на основе углеродных наноматериалов приготавливались дисперсии на основе одностенных углеродных нанотрубок (ОУНТ) и восстановленного оксида графена (ВОГ). Диаметр ОУНТ составлял 1–2.5 нм, длина около 5 мкм, удельная поверхность 420  $\text{м}^2/\text{г}$ . ОУНТ имели преимущественно полупроводниковый тип проводимости. ВОГ имел количество слоев, не превышающее 4. Также установлено, что ВОГ содержал в своей структуре связи C–H. Приготовление дисперсий производилось путем смешивания углеродных наноматериалов с растворителем дезоксихолатом натрия. После смешивания дисперсии были обработаны погружным ультразвуковым аппаратом Q700 Sonicator (США, Qsonica) в течение 10 мин при мощности 150 Вт/ $\text{см}^2$ . Затем дисперсии подвергались ультразвуковой обработке в ванне Elmasonic S30H (мощность 80 Вт, США, Elma) в течение 60 мин. Сепарация дисперсий производилось с использованием центрифуги Avanti J-30I (США, Beckman Coulter) при 20000 г в течение 30 минут при температуре 15°C. После центрифугирования осадок



удалялся, а оставшаяся часть полученной дисперсии отбиралась из пробирки.

Тонкие пленки из дисперсий углеродных наноматериалов формировались методом спрей-осаждения. В качестве подложек были выбраны подложки из сильнолегированного кремния, разделенные на кристаллы с размерами 5·5 мм, которые имели высокую степень коэффициента теплопроводности и электропроводности. Для осаждения дисперсий использовалась установка E2V (США, Nordson), которая представляла собой пульверизационный модуль, установленный на трехкоординатной системе позиционирования. Давление для подачи потока воздуха составляло 20 бар. Давление для подачи дисперсий составляло 0.05 бар, диаметр сопла 0.5 мм. Подложки устанавливались на нагревательный предметный столик для ускорения испарения растворителя из формирующихся слоев. Предметный столик нагревался до температуры 120°C.

### 1.2. Осаждение слоев $Al_2O_3$

Осаждение слоев  $Al_2O_3$  различной толщины производилось на установке УРМ-026 (Россия, Кварц) методом реактивного магнетронного распыления при остаточном давлении газа не выше  $5 \cdot 10^{-5}$  Торр. Подложкодержатели устанавливались на карусели с планетарным вращением. Поверхность подложек подвергалась предварительной бомбардировке ионами аргона с помощью ионного источника ИИ-4-015 (Россия, Кварц) (ионный ток 40 мА, время обработки – 15 с). Распыление мишени Al (диаметр 100 мм, Al 99.995%) производилось в газовой смеси аргона и кислорода. Давление аргона в процессе распыления составляло  $3 \cdot 10^{-3}$  Торр, парциальное давление кислорода –  $5 \cdot 10^{-4}$  Торр. Процесс распыления контролировался с помощью блоков питания ИВЭ 141 (Россия, ПлазмаТех), работающих в режиме стабилизации мощности с возможностью измерения текущих значений напряжения и силы тока. Мощность распыления мишени алюминия составляла 1000 Вт, а время распыления – 400 и 1600 с для формирования слоев  $Al_2O_3$  с толщиной 5 и 20 нм соответственно.

### 1.3. Лазерная обработка образцов

Для лазерной обработки образцов на основе углеродных наноматериалов с целью формирования интерфейсов графен-УНТ/ $Al_2O_3$  использовалась установка (Россия, ИРЭ-Полус) на основе лазера с длиной волны в ИК диапазоне спектра 1064 нм. Лазер работал в импульсном режиме

с длительностью импульса 100 нс и частотой 30 кГц. Обработка образцов производилась отдельными импульсами с диаметром пятна ~35 мкм и расстоянием между центрами пятен 17 мкм. Скорость перемещения луча составляла 240 мм/сек. Для исключения влияния атмосферы на морфологию обрабатываемых лазерным излучением углеродных наноматериалов использовалась вакуумная камера, обеспечивающая остаточное давление 0.1 мбар.

### 1.4. Исследование структурных особенностей и химического состава образцов

Исследования наноструктуры углеродных наноматериалов в исходном виде и в гибридном виде на Si подложках проводились с помощью сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) с использованием микроскопа FEI Helios NanoLab 650 (FEI Ltd., Hillsboro, OR, USA). Ускоряющее напряжение электронной колонны составляло 5 кВ, ток электронного зонда составлял 86 пА для образцов с ВОГ/ОУНТ со слоем частиц  $Al_2O_3$  толщиной 5 нм и 20 нм до и после лазерного воздействия. Давление в вакуумной камере составляло  $7.04 \cdot 10^{-4}$  Па. Образцы закреплялись на проводящей подложке при помощи углеродного скотча. Для получения изображений вертикальных наноструктур использовалась конфигурация, когда предметный столик поворачивался относительно эмиттера электронов под углом 52°. Исследование методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (ЭДС) было проведено при помощи комплекса Quantax X Flash 6 (Bruker, США) с модульной системой дифракции обратнорассеянных электронов в вакуумной камере электронного микроскопа.

Просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ) проводилась с использованием микроскопа JEM-2100 Plus (JEOL, Токио, Япония) при напряжении 200 кВ, оснащенного энергодисперсионным анализатором JEOL EX-24261M1G5T (JEOL, Япония). Длина камеры в режиме дифракции электронов на выбранной области (технология SAED) составляла 50 см. Подготовка образцов для проведения исследований методом ПЭМ было реализовано посредством погружения образца на подложке в стакан с 3 мл изопропилового спирта и обработки с помощью ультразвуковой ванны Elmasonic S30N (Германия, Elma) на протяжении 5 минут при мощности 80 Вт. Полученная суспензия наносилась на медную сетку (США, SPI Supplies) в виде капли и высушивалась.



### 1.5. Измерение электропроводности

Измерение вольт-амперных характеристик (ВАХ) образцов проводилось с использованием полуавтоматической зондовой станции Summit 12000 (США, Cascade Microtech) с цифровой микроскопной системой с увеличением 40X, набором зондов и держателей. Зондовая станция была оснащена системой нагрева-охлаждения ETC-200L (США, ESPEC), которая позволяла изменять температуру столика в диапазоне от  $-60$  до  $+200^{\circ}\text{C}$ . Для регистрации ВАХ использовался прецизионный двухканальный параметрический анализатор B2912A (США, Keysight) с разрешением  $10\text{ фА}/100\text{ нВ}$ . Осуществлялся электрический контакт поверхности образцов исследуемых наноструктур с двумя зондами. Во время измерения от образца к образцу расстояние между зондами и сила прижима не изменялись. Зонды изготовлены из вольфрама, имеют радиус закругления около  $5\text{ мкм}$  и были закреплены в трехосевом микропанипуляторе компании Cascade Microtech. Измерение проводилось в диапазоне напряжений от  $-5$  до  $+5\text{ В}$  и с установленным ограничением по току  $100\text{ мА}$ . Измерение каждого образца проводилось при температурах  $-50$ ,  $-10$ ,  $+20$ ,  $+60$ ,  $+140$ ,  $+200^{\circ}\text{C}$ . По результатам зарегистрированных ВАХ были рассчитаны значения электропроводности образцов.

## 2. Структура интерфейса гибридный углеродный наноматериал/ $\text{Al}_2\text{O}_3$

Изначально пленки ВОГ/ОУНТ наносились на кремниевые подложки методом спрей-осаждения. Следующим этапом поверхности сформированных пленок покрывались частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с использованием метода магнетронного распыления. На рис. 1 представлены СЭМ-изображения исходных гибридных пленок на основе восстановленного оксида графена (ВОГ) и одностенных углеродных нанотрубок (ОУНТ) со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $5\text{ нм}$  и  $20\text{ нм}$ . Диаметр ОУНТ составлял порядка  $1.2\text{--}2\text{ нм}$ . Толщина слоя графена – порядка  $150\text{--}200\text{ нм}$ . Из полученных изображений видно, что пленки ВОГ/ОУНТ покрывают поверхность подложки плотным слоем с наличием участков большого скопления ОУНТ (рис. 1, а, в). Это можно объяснить особенностью метода формирования слоев посредством спрей-осаждения. При более близком рассмотрении (рис. 1, б) видно, что в случае образца ВОГ/ОУНТ со слоем  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $5\text{ нм}$  наиболее заметными являются ОУНТ, послойно наложенные друг на друга. Однако в случае образца ВОГ/ОУНТ со слоем

$\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $20\text{ нм}$  помимо ОУНТ при приближении (рис. 1, г, д) заметно наличие круглых наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с диаметрами  $5\text{--}10\text{ нм}$ , покрывающих поверхности ОУНТ.

После нанесения частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  на осажденные пленки ВОГ/ОУНТ они подвергались обработке лазерным излучением. На рис. 2 представлены СЭМ изображения пленок ВОГ/ОУНТ со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $5\text{ нм}$  и  $20\text{ нм}$  после лазерного воздействия с плотностью энергии  $0.24\text{ Дж}/\text{см}^2$  (мощность лазерной обработки  $70\text{ мВт}$ ). Из полученных СЭМ изображений видно, что в результате воздействия лазерного излучения часть приповерхностных слоев пленок образцов покрыты слоем частиц аморфного углерода и  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (рис. 2, а, в). При этом заметно формирование гибридных наноструктур на основе буферного слоя из ВОГ и слоя из ОУНТ, ориентированных под углом к подложке [32]. При более близком рассмотрении (рис. 2, б, г, д) видно, что между ОУНТ в результате воздействия лазерного излучения были образованы взаимные соединения из нескольких нанотрубок. Поверхности ОУНТ покрыты частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Количество наночастиц оксида алюминия на поверхности гибридных наноструктур со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $20\text{ нм}$  заметно превышает количество частиц на поверхности образца со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной  $5\text{ нм}$ . Из рис. 2, д видно, что ОУНТ, с одной стороны, прикреплялись к буферному слою из чешуек ВОГ, а, с другой стороны, их верхние концы были приподняты и структурированы под углом к подложке.

Известно, что частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  способны выдерживать высокие температуры выше  $1100^{\circ}\text{C}$ , при этом претерпевая фазовые превращения [35]. Импульсная лазерная обработка углеродных нанотрубок на длине волны  $1064\text{ нм}$  с плотностью энергии  $0.5\text{ Дж}/\text{см}^2$  и длительностью импульса  $100\text{ нс}$  может приводить к нагреву поверхности нанотрубок до  $\sim 760^{\circ}\text{C}$  [37]. Таким образом, лазерная обработка, с одной стороны, позволила сформировать гибридные наноструктуры на основе структурированных ОУНТ, прикрепленных к буферному слою из чешуек ВОГ [32]. С другой стороны, как видно из полученных СЭМ изображений, способствовала интеркаляции гибридных наноструктур наночастицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

Наличие частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  было подтверждено методом ЭДС. Таким образом, вдобавок к эффекту формирования наноструктур из ОУНТ, ориентированных под углом к подложке, был

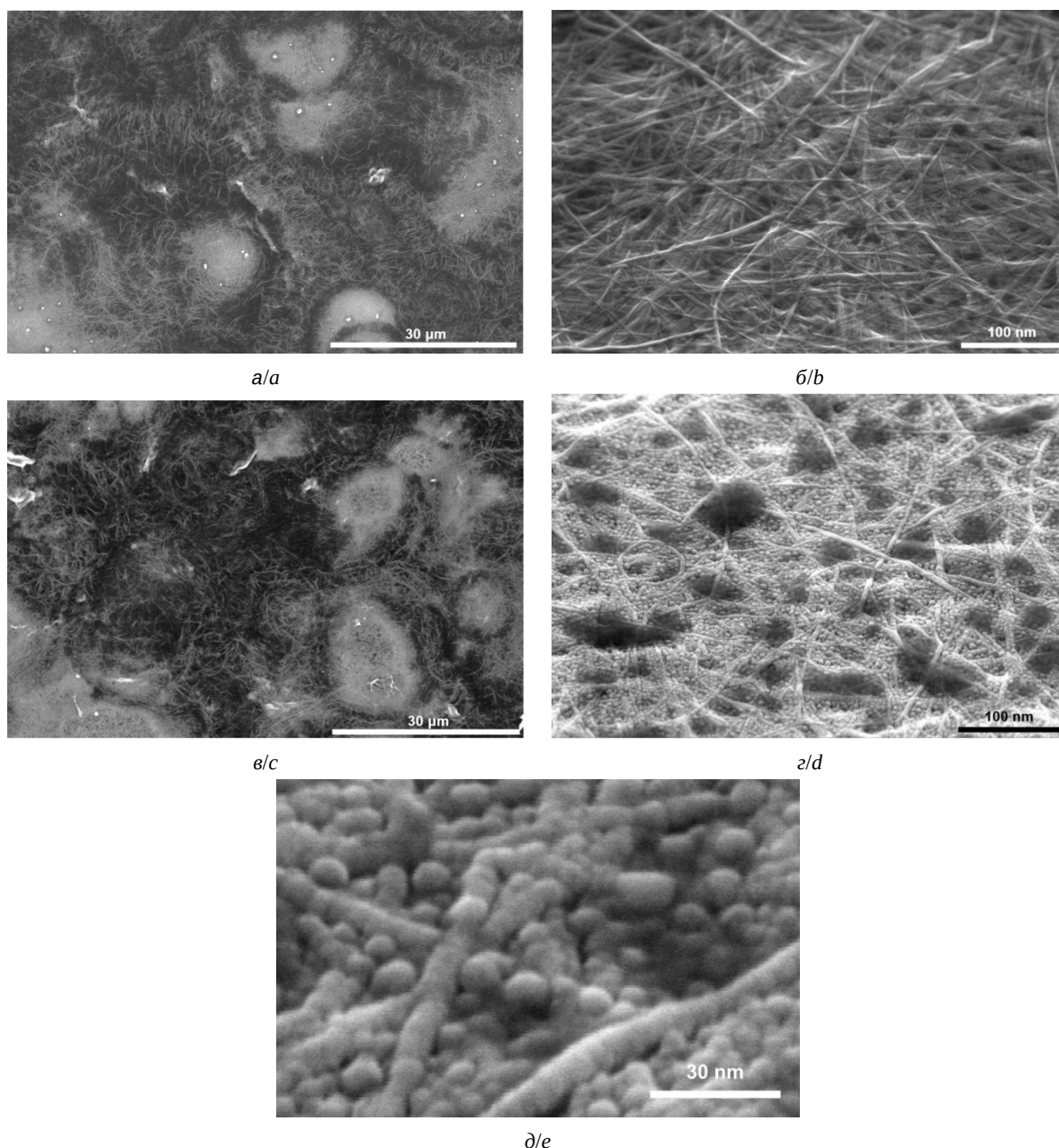


Рис. 1. СЭМ-изображения исходных гибридных пленок ВОГ/ОУНТ со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при толщине слоя: 5 нм (а, б), 20 нм (в, г, д)

Fig. 1. SEM images of the initial RGO/SWCNT hybrid films with a layer of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  particles of 5 nm (a, b) and of 20 nm (c, d, e) thickness

достигнут эффект связывания наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с поверхностью наноструктур ВОГ/ОУНТ. Химический состав пленок ВОГ/ОУНТ определялся при помощи ЭДС после напыления частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с толщиной слоя 5 и 20 нм, а также после воздействия лазерного излучения. Массовые доли элементов, содержащихся в составе пленки ВОГ/ОУНТ, с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  в 5 нм представлены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что в химическом составе пленки ВОГ/ОУНТ соотношение Al/C составляет 0.05. После воздействия лазерным излучением соотношение Al/C составило 0.06, что может объясняться частичной лазерной абляцией ОУНТ и наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . После лазерного воздействия содержание С и О уменьшилось на 43% и 71% соответственно. Присутствие Na может быть объяснено наличием в исходной дисперсной среде



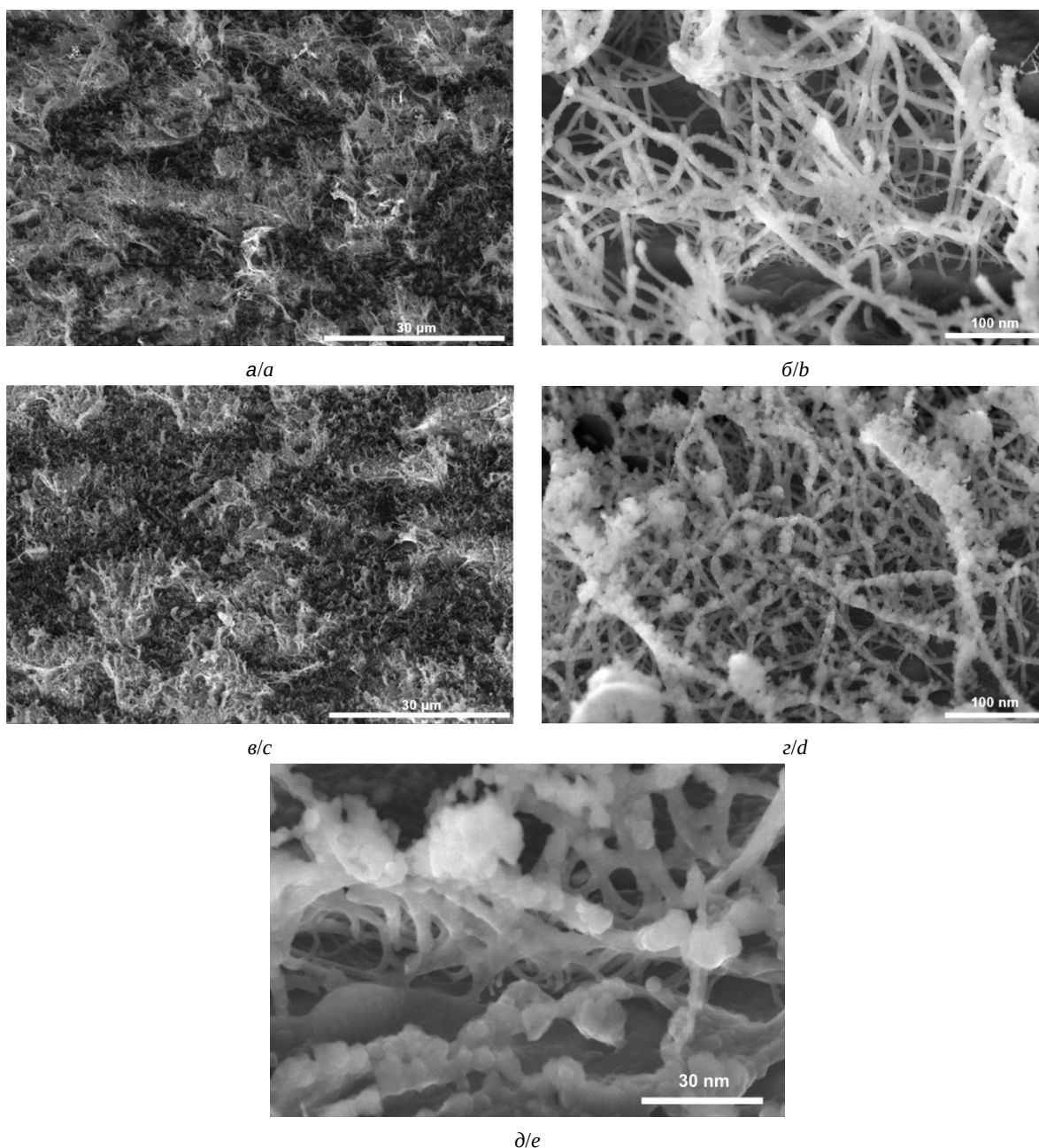


Рис. 2. СЭМ изображения гибридных пленок ВОГ/ОУНТ со слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  после лазерного воздействия при толщине слоя: 5 нм (а, б), 20 нм (в, г, д)

Fig. 2. SEM images of rGO/SWCNT hybrid films with a layer of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  particles of 5 nm (a, b) and 20 nm (c, d, e) thickness after laser radiation

дезоксихолата натрия. Наличие Si объясняется регистрацией в ходе ЭДС поверхности подложки. Увеличение массовой доли Si может объясняться уменьшением занимаемой пленкой ВОГ/ОУНТ площади подложки, вызванным воздействием лазерного излучения. Данный факт подтверждается уменьшением массового соотношения C. Карта ЭДС распределения элементов по поверхности пленки образца представлена на рис. 3.

Массовые доли элементов, содержащихся в составе пленки ВОГ/ОУНТ, с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  20 нм представлены в табл. 2. Видно, что в химическом составе пленки ВОГ/ОУНТ соотношение Al/C составляет 0.15. После воздействия лазерным излучением, соотношение Al/C составило 0.06. Изначальное значение соотношения Al/C выше по сравнению с предыдущим образцом, что может объясняться



Таблица 1 / Table 1

Химический состав гибридной пленки ВОГ/ОУНТ/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  5 нм до и после лазерного излучения

Chemical composition of the RGO/SWCNT/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  hybrid film with a layer thickness of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles of 5 nm before and after laser radiation

Элемент / Element	Массовая доля / Mass fraction, %	
	до лазерного излучения / before laser radiation	после лазерного излучения / after laser radiation
C	54	31
O	28	8
Na	6	5
Al	3	2
Si	10	54

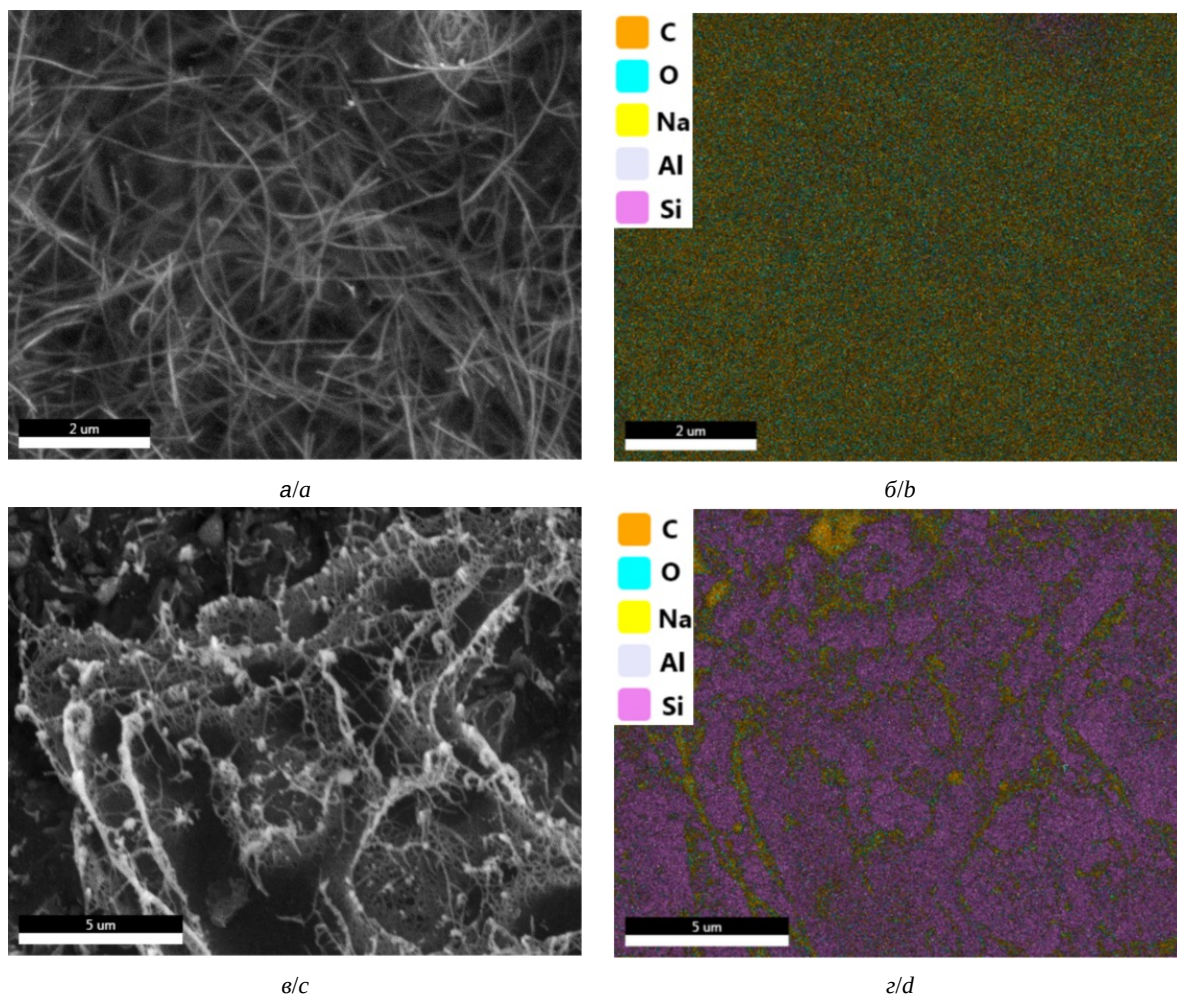


Рис. 3. СЭМ изображения гибридной пленки ВОГ/ОУНТ с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  5 нм: до воздействия лазерного излучения (а) и после воздействия лазерного излучения (в); соответствующие карты ЭДС (б, г) (цвет онлайн)  
Fig. 3. SEM images of the RGO/SWCNT hybrid film with a 5 nm thick  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticle layer before (a) and after (c) laser radiation and their corresponding EDS maps (b, d) (color online)

большей толщиной нанесенного слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . После воздействия лазерного излучения содержание С и О также уменьшилось на 24% и 70% соответственно. Как и в предыдущем слу-

чае, массовая доля Si была увеличена за счет уменьшения занимаемой пленкой ВОГ/ОУНТ площади подложки, вызванного воздействием лазерного излучения. Карта ЭДС распределения





Таблица 2 / Table 2

Химический состав гибридной пленки ВОГ/ОУНТ/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  20 нм до и после воздействия лазерного излучения

Chemical composition of the RGO/SWCNT/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  hybrid film with a layer thickness of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles of 20 nm before and after laser radiation

Элемент / Element	Массовая доля / Mass fraction, %	
	до лазерного излучения / before laser radiation	после лазерного излучения / after laser radiation
C	45	34
O	30	9
Na	5	5
Al	7	2
Si	12	50

элементов по поверхности пленки образца представлена на рис. 4.

Анализ результатов, полученных методом SAED на выбранной области исходного образ-

ца в виде буферного слоя из ВОГ и слоя из ОУНТ, покрытого частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , показал, что полученный дифракционный паттерн хорошо согласуется со структурой оксида алюминия

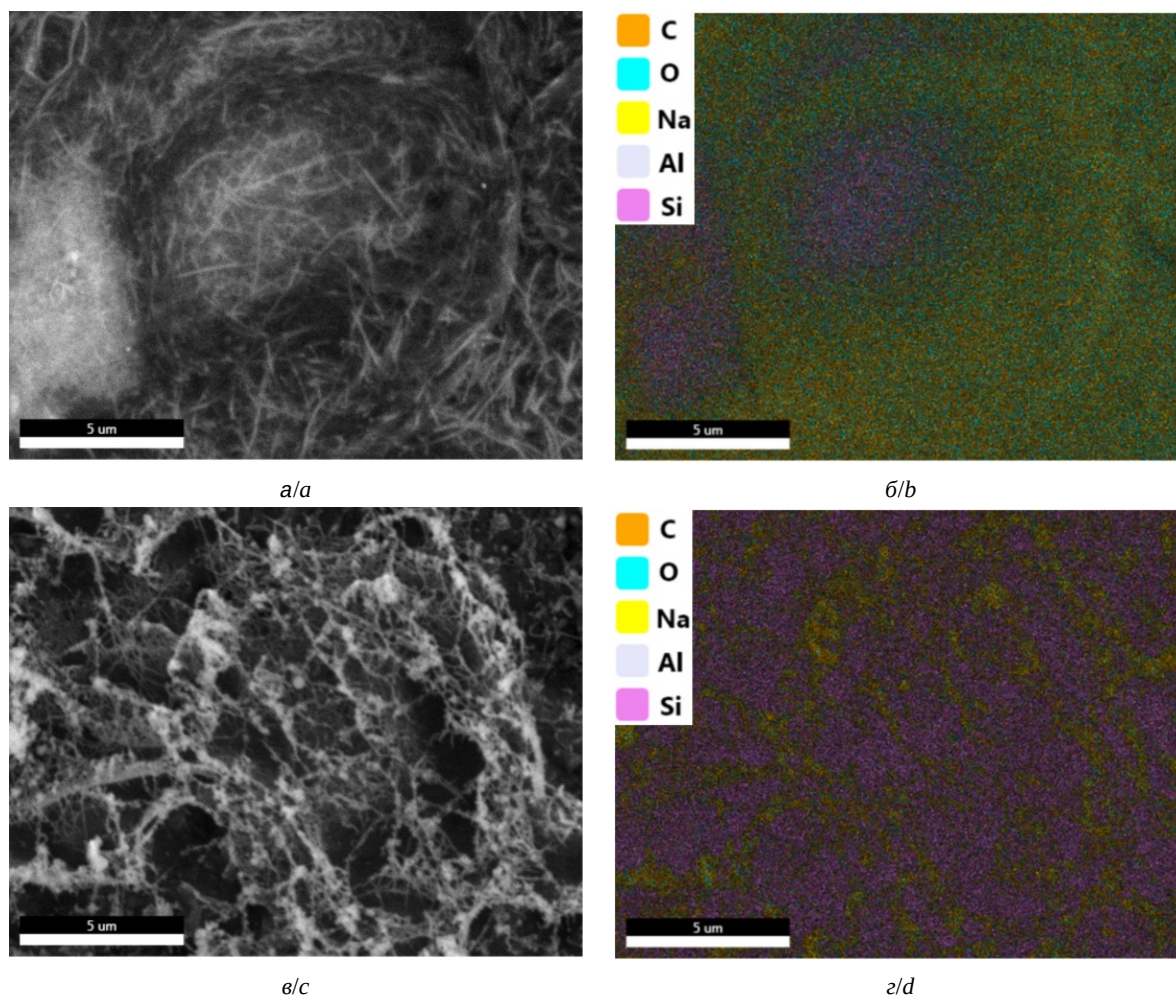


Рис. 4. СЭМ-изображения гибридной пленки ВОГ/ОУНТ с толщиной слоя наночастиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  20 нм: до воздействия лазерного излучения (а) и после воздействия (в); соответствующие карты ЭДС (б, г) (цвет онлайн)

Fig. 4. SEM images of the RGO/SWCNT hybrid film with a 20 nm thick  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticle layer before (a) and after (c) laser radiation and their corresponding EDS maps (b, d) (color online)



$\gamma$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$ , обладающей кубической симметрией. Основные отражения, проиндексированные как (311), (400), (440), (444), имеют межплоскостные расстояния 0.2358 нм, 0.2000 нм, 0.1390 нм, 0.1149 нм соответственно. Данные соотношения соответствуют характеристикам кубической сингонии с пространственной группой  $\text{Fd}\bar{3}\text{m}$ .

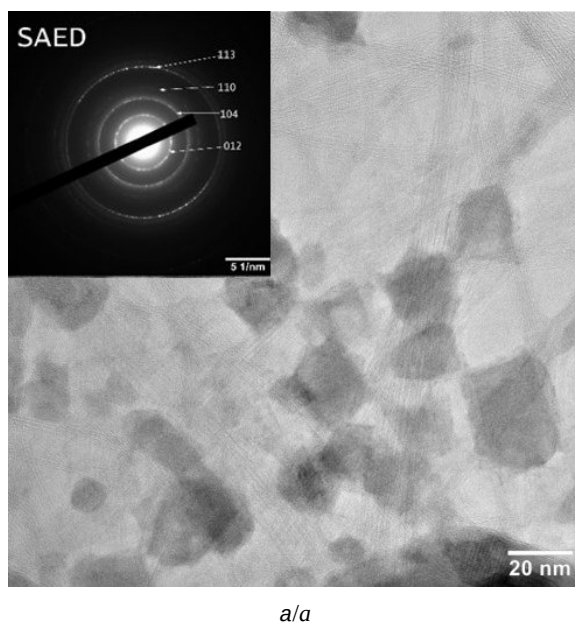
ПЭМ-изображения полученного образца гибридных наноструктур на основе буферного слоя из ВОГ и слоя ОУНТ, функционализированных наночастицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , представлены на рис. 5. Как видно из полученных изображений, на поверхностях ОУНТ присутствуют частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с размерами 5–25 нм. Установлено, что в образце наблюдались изменения в дифракционном паттерне, указывающие на фазовый переход.

Расшифровка результатов SAED продемонстрировала появление отражений, типичных для оксида алюминия  $\alpha$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$  (корунда) с тригональной симметрией. Основные отражения соответствовали плоскостям (012), (104), (110) и (113), что свидетельствуют о формировании структуры, характерной для пространственной группы  $\text{R}\bar{3}\text{c}$ . Такой переход указывает на то, что лазерная обработка приводит к образованию термодинамически стабильной альфа-фазы  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

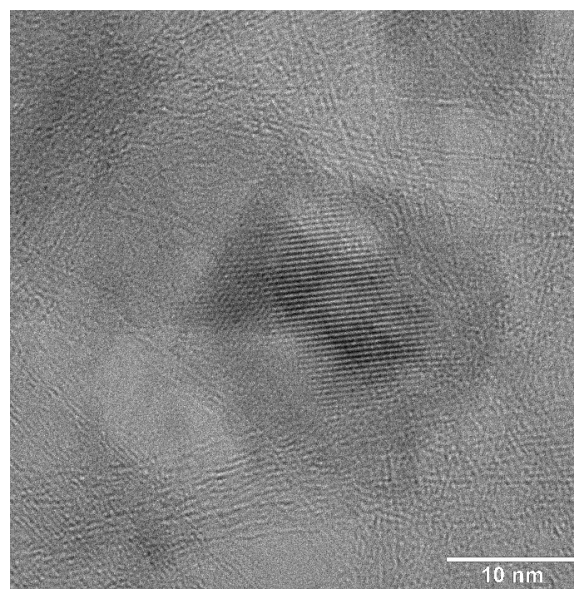
### 3. Измерение электропроводности синтезированных образцов

Электропроводность исходного образца на основе слоев из углеродных наноматериалов до лазерного воздействия представлена в табл. 3. Как видно из данных таблицы, исходный образец на основе буферного слоя из ВОГ и слоя из ОУНТ, покрытых слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной 5 нм, имел электропроводность в диапазоне 0.095–0.236 мСм. Повышение температуры от  $-50^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$  привело к увеличению электропроводности в 2.5 раза. Наибольшая электропроводность образца была зарегистрирована при температуре  $200^\circ\text{C}$ . Используемые ОУНТ имели преимущественно полупроводниковый тип проводимости, в связи с этим увеличение электропроводности гибридных наноструктур при увеличении температуры до  $200^\circ\text{C}$  можно объяснить механизмом прыжковой VRH-проводимости [37].

Аналогичная зависимость от температуры была характерна и для образца на основе слоев углеродных наноматериалов, покрытых слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной 20 нм. Увеличение температуры от  $-50^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$  привело к более значительному увеличению электропроводности в 4.2 раза. Для образца, покрытого слоем частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  толщиной 20 нм при всех температурах



a/a



b/b

Рис. 5. ПЭМ-изображения гибридных наноструктур на основе буферного слоя из ВОГ и слоя ОУНТ, функционализированных наночастицами 20 нм слоем  $\text{Al}_2\text{O}_3$  со вставкой SAED (а), частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  на поверхности гибридных наноструктур (б)

Fig. 4. TEM images of hybrid nanostructures based on a buffer layer of RGO and a layer of SWCNTs functionalized with 20 nm  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanoparticles with a SAED insert (a),  $\text{Al}_2\text{O}_3$  particles on the surface of hybrid nanostructures (b)



Таблица 3 / Table 3

**Электропроводность образцов до лазерного воздействия**  
**Electrical conductivity of samples before laser exposure**

Температура, °C / Temperature, °C	Электропроводность, мСм / Electrical conductivity, mS	
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (5 нм) / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (5 nm)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (20 нм) / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (20 nm)
–50	0.09	0.12
–10	0.10	0.21
20	0.11	0.29
60	0.15	0.34
140	0.19	0.40
200	0.24	0.49

Таблица 4 / Table 4

**Электропроводность образцов после лазерного воздействия**  
**Electrical conductivity of samples after laser exposure**

Температура, °C / Temperature, °C	Электропроводность, мСм / Electrical conductivity, mS	
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (5 нм) / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (5 nm)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (20 нм) / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (20 nm)
–50	0.17	0.51
–10	0.39	1.04
20	0.41	1.61
60	0.77	1.99
140	0.90	2.18
200	1.56	3.79

характерны более высокие значения электропроводности по сравнению с образцом, покрытым слоем частиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> толщиной 5 нм.

Как было ранее отмечено, воздействие лазерным излучением привело к формированию гибридных пленок ВОГ/ОУНТ, покрытых наночастицами Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Это отразилось в изменении значений электропроводности, как видно из табл. 4.

Лазерное воздействие привело к увеличению электропроводности образцов. Для гибридных пленок ВОГ/ОУНТ, покрытых слоями наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с толщинами 5 нм и 20 нм, при увеличении температуры характерно увеличение электропроводности в 9.2 и в 7.4 раза соответственно.

### Заключение

В работе экспериментально получены образцы гибридных пленок ВОГ/ОУНТ с осажденным слоем наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> толщиной 5 нм и 20 нм. Импульсное лазерное воздействие с плотностью энергии 0.24 Дж/см<sup>2</sup> (мощность лазерной обработки 70 мВт) позволило добиться эффекта связывания наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с поверхностью

наноструктур ВОГ/ОУНТ и формирования наноструктур из ОУНТ, ориентированных под углом к подложке. Выявлено, что образец гибридных наноструктур с более толстым слоем Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> продемонстрировал большую стабильность значений электропроводности по сравнению с образцом с более тонким слоем Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Помимо этого, данный образец обладал наибольшими значениями электропроводности. Наибольшая электропроводность (3.79 мСм) образца гибридных наноструктур ВОГ/ОУНТ со слоем частиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с толщиной 5 нм была зарегистрирована при температуре 200°C.

### Список литературы / References

1. Chaudhry M. A., Hussain R., Butt F. K., eds. *Metal Oxide-Carbon Hybrid Materials: Synthesis, Properties and Applications*. Elsevier Metal Oxides Series. Amsterdam, Elsevier, 2022. 588 p.
2. Daneshvar F., Chen H., Noh K., Sue H. J. Critical challenges and advances in the carbon nanotube–metal interface for next-generation electronic. *Nanoscale Adv.*, 2021, vol. 3, iss. 4, pp. 942–962. <https://doi.org/10.1039/D0NA00822B>
3. Mishra H., Panda J., Ramu M., Sarkar T., Dayen J. F., Belotcerkovtceva D., Kamalakara M. V. Experimental



- advances in charge and spin transport in chemical vapor deposited graphene. *J. Phys. Mater.*, 2021, vol. 4, art. 042007. <https://doi.org/10.1088/2515-7639/ac1247>
4. Maciel R. P., Eriksson O., Kvashnin Y. O., Thonig D., Belotckerkovtceva D., Kamalakar M. V., Ong C. S. Resistive switching in graphene: A theoretical case study on the alumina-graphene interface. *Phys. Rev. Research*, 2023, vol. 5, art. 043147. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.5.043147>
  5. Martinez-Martinez R., Islam M. M., Krishnaprasad A., Roy T. Graphene-oxide interface for optoelectronic synapse application. *Sci. Rep.*, 2022, vol. 12, iss. 1, art. 5880. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-09873-8>
  6. Belotckerkovtceva D., Maciel R. P., Berggren E., Maddu R., Sarkar T., Kvashnin Y. O., Thonig D., Lindblad A., Eriksson O., Kamalakar M. V. Insights and implications of intricate surface charge transfer and sp<sup>3</sup>-defects in graphene/metal oxide interfaces. *ACS Appl. Mater. Interfaces*, 2022, vol. 14, pp. 36209–36216. <https://doi.org/10.1021/acsami.2c06626>
  7. Alnuaimi A., Almansouri I., Saadat I., Nayfeh A. Interface engineering of graphene–silicon Schottky junction solar cells with an Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> interfacial layer grown by atomic layer deposition. *RSC Adv.*, 2018, vol. 8, pp. 10593–10597. <https://doi.org/10.1039/c7ra13443f>
  8. Gusmão M. S., Ghosh A., Frota H. O. Electronic transport properties of graphene/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (0001) interface. *Curr. Appl. Phys.*, 2018, vol. 18, iss. 1, pp. 90–95. <https://doi.org/10.1016/j.cap.2017.10.008>
  9. Fisichella G., Schilirò E., Di Franco S., Fiorenza P., Lo Nigro R., Roccaforte F., Ravesi S., Giannazzo F. Interface electrical properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> thin films on graphene obtained by atomic layer deposition with an in situ seedlike layer. *ACS Appl. Mater. Interfaces*, 2017, vol. 9, iss. 8, pp. 7761–7771. <https://doi.org/10.1021/acsami.6b15190>
  10. Vu V. B., Bubendorff J. L., Mouafo L. D. N., Latil S., Zaarour A., Dayen J-F., Simon L., Dappe Y. J. Graphene/aluminum oxide interfaces for nanoelectronic devices. *Electron. Struct.*, 2023, vol. 5, no. 4, art. 045005. <https://doi.org/10.1088/2516-1075/acff9e>
  11. Hu Y. Z., Li J., Luo L. L., Hu S. L., Shen H. H., Long X. G. Regulating interface interaction in alumina/graphene composites with nano alumina coating transition layers. *RSC Adv.*, 2024, vol. 14, iss. 28, pp. 20020–20031. <https://doi.org/10.1039/D4RA00356J>
  12. Qin S. C., Liu Y. D., Jiang H. Z., Xu Y., Shi Y., Zhang R., Wang F. All-carbon hybrids for high-performance electronics, optoelectronics and energy storage. *Sci. China. Inf. Sci.*, 2019, vol. 62, iss. 12, art. 220403. <https://doi.org/10.1007/s11432-019-2676-x>
  13. Li Y., Ai Q., Mao L., Guo J., Gong T., Lin Y., Wu G., Huang W., Zhang X. Hybrid strategy of graphene/carbon nanotube hierarchical networks for highly sensitive, flexible wearable strain sensors. *Sci. Rep.*, 2021, vol. 11, iss. 1, art. 21006. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-00307-5>
  14. Sheng J., Han Z., Jia G., Zhu S., Xu Y., Zhang X., Yao Y., Li Y. Covalently bonded graphene sheets on carbon nanotubes: Direct growth and outstanding properties. *Adv. Funct. Mater.*, 2023, vol. 33, art. 230678. <https://doi.org/10.1002/adfm.202306785>
  15. Liu B., Sun J., Zhao J., Yun X. Hybrid graphene and carbon nanotube–reinforced composites: Polymer, metal, and ceramic matrices. *Adv. Compos. Hybrid Mater.*, 2025, vol. 8, art. 1. <https://doi.org/10.1007/s42114-024-01074-3>
  16. Lan M., Jia X., Tian R., Feng L., Shao D., Song H. Advancing multifunctional thermal management with multistate graphene/CNTs conjugated hybrids. *Carbon*, 2024, vol. 219, art. 118850. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2024.118850>
  17. Hong Z., Zheng Z., Kong L., Zhao L., Liu S., Li W., Shi J. Welded carbon nanotube–graphene hybrids with tunable strain sensing behavior for wide-range bio-signal monitoring. *Polymers*, 2024, vol. 16, iss. 2, art. 238. <https://doi.org/10.3390/polym16020238>
  18. Li Z., Li Z. H., Zhang Y., Xu X., Cheng Y., Zhang Y., Zhao J., Wei N. Highly sensitive weaving sensor of hybrid graphene nanoribbons and carbon nanotubes for enhanced pressure sensing function. *ACS Sens.*, 2024, vol. 9, iss. 5, pp. 2499–2508. <https://doi.org/10.1021/acssensors.4c00170>
  19. Lee C., Wei X., Kysar J. W., Hone J. Measurement of the elastic properties and intrinsic strength of monolayer graphene. *Science*, 2008, vol. 321, iss. 5887, pp. 385–388. <https://doi.org/10.1126/science.1157996>
  20. Lv R., Cruz-Silva E., Terrones M. Building Complex Hybrid Carbon Architectures by Covalent Interconnections: Graphene-Nanotube Hybrids and More. *ACS Nano*, 2014, vol. 8, iss. 5, pp. 4061–4069. <https://doi.org/10.1021/nn502426c>
  21. Tristán-López F., Morelos-Gómez A., Vega-Díaz S. M., García-Betancourt M. L., Perea-López N., Elías A. L., Muramatsu H., Cruz-Silva R., Tsuruoka, S., Kim Y. A., Hayashi T., Kaneko K., Endo M., Terrones M. Large area films of alternating graphene-carbon nanotube layers processed in water. *ACS Nano*, 2013, vol. 7, iss. 12, pp. 10788–10798. <https://doi.org/10.1021/nn404022m>
  22. Du W., Ahmed Z., Wang Q., Yu C., Feng Z., Li G., Zhang M., Zhou C., Senegor R., Yang C. Y. Structures, properties, and applications of CNT-graphene heterostructures. *2D Mater.*, 2019, vol. 6, iss. 4, art. 042005. <https://doi.org/10.1088/2053-1583/ab41d3>
  23. Jiang Y., Song S., Mi M., Yu L., Xu L., Jiang P., Wang Y. Improved Electrical and Thermal Conductivities of Graphene–Carbon Nanotube Composite Film as an Advanced Thermal Interface Material. *Energies*, 2023, vol. 16, iss. 3, pp. 1378. <https://doi.org/10.3390/en16031378>
  24. Al-Saleh M. H. Electrical and mechanical properties of graphene/carbon nanotube hybrid nanocomposites. *Synthetic Metals*, 2015, vol. 209, pp. 41–46. <https://doi.org/10.1016/j.synthmet.2015.06.023>
  25. Kholmanov I. N., Magnuson C. W., Piner R., Kim J. Y., Aliev A. E., Tan C., Kim T. Y., Zakhidov A. A., Sberveglieri G., Baughman R. H., Ruoff R. S. Optical, electrical, and electromechanical properties of hybrid graphene/carbon nanotube films. *Adv. Mater.*, 2015,





- vol. 27, iss. 19, pp. 3053–3059. <https://doi.org/10.1002/adma.201500785>
26. Slepchenkov M. M., Barkov P. V., Glukhova O. E. Features of the atomic structure and electronic properties of hybrid films formed by single-walled carbon nanotubes and bilayer graphene. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2021, vol. 21, iss. 4, pp. 302–314 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-4-302-314>
27. Gerasimenko A. Y., Kuksin A. V., Shaman Y. P., Kitsyuk E. P., Fedorova Y. O., Sysa A. V., Pavlov A. A., Glukhova O. E. Electrically conductive networks from hybrids of carbon nanotubes and graphene created by laser radiation. *Nanomaterials*, 2021, vol. 11, iss. 8, art. 1875. <https://doi.org/10.3390/nano11081875>
28. Etesami M., Nguyen M. T., Yonezawa T., Tuantrant A., Somwangthanaroj A., Kheawhom S. 3D carbon nanotubes-graphene hybrids for energy conversion and storage applications. *Chem. Eng. J.*, 2022, vol. 446, pt. 3, art. 137190. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2022.137190>
29. Pyo S., Eun Y., Sim J., Kim K., Choi J. Carbon nanotube-graphene hybrids for soft electronics, sensors, and actuators. *Micro Nano Syst. Lett.*, 2022, vol. 10, art. 9. <https://doi.org/10.1186/s40486-022-00151-w>
30. Zhang Y., Li Y., Sun J., You Q., Li K., Zhu M., Deng T. A micro broadband photodetector based on single wall carbon nanotubes–graphene heterojunction. *J. Light. Technol.*, 2022, vol. 40, iss. 1, pp. 149–155. <https://doi.org/10.1109/JLT.2021.3120184>
31. Zhang Y., Li Y., You Q., Sun J., Li K., Hong H., Kong L., Zhu M., Deng T., Liu Z. A broadband 3D microtubular photodetector based on a single wall carbon nanotube-graphene heterojunction. *Nanoscale*, 2023, vol. 15, iss. 3, pp. 1402–1411. <https://doi.org/10.1039/D2NR05819G>
32. Gerasimenko A. Y., Kuksin A. V., Shaman Y. P., Kitsyuk E. P., Fedorova Y. O., Murashko D. T., Shamanaev A. A., Eganova E. M., Sysa A. V., Savelyev M. S., Telyshev D. V., Pavlov A. A., Glukhova O. E. Hybrid carbon nanotubes–graphene nanostructures: Modeling, formation, characterization. *Nanomaterials*, 2022, vol. 12, iss. 16, art. 2812. <https://doi.org/10.3390/nano12162812>
33. Wang G., Liu L., Zhang Z. Interface mechanics in carbon nanomaterials-based nanocomposites. *Composites A: Appl. Sci. Manuf.*, 2021, vol. 141, iss. 6414, art. 106212. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2020.106212>
34. Wang Y., Zhou W., Cao K., Hu X., Gao L., Lu Y. Architected graphene and its composites: Manufacturing and structural applications. *Composites A: Appl. Sci. Manuf.*, 2021, vol. 140, art. 106177. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2020.106177>
35. Xie Y., Kocafe D., Kocafe Y., Cheng J., Liu W. The effect of novel synthetic methods and parameters control on morphology of nano-alumina particles. *Nanoscale Res. Lett.*, 2016, vol. 11, iss. 1, art. 259. <https://doi.org/10.1186/s11671-016-1472-z>
36. Nakamiya T., Ueda T., Ikegami T., Mitsugi F., Ebihara K., Sonoda Y., Iwasaki Y., Tsuda R. Effect of a pulsed Nd: YAG laser irradiation on multi-walled carbon nanotubes film. *Thin Solid Films*, 2009, vol. 517, iss. 14, pp. 3854–3858. <https://doi.org/10.1016/j.tsf.2009.01.097>
37. Zhang X., Yang L., Liu H. High-temperature conduction behavior of carbon nanotube fiber from 25°C to 1100°C. *Appl. Phys. Lett.*, 2018, vol. 112, iss. 16, art. 164103. <https://doi.org/10.1063/1.5026889>

Поступила в редакцию 11.04.2025; одобрена после рецензирования 24.04.2025; принята к публикации 15.05.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 11.04.2025; approved after reviewing 24.04.2025; accepted for publication 15.05.2025; published 29.08.2025



## МЕТОДИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 369–376  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 369–376  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-369-376>, EDN: UFTEIP

Научная статья  
УДК 372.853

### Трансформация предметной подготовки физика-педагога при изменении формата образования

Т. Г. Бурова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Бурова Татьяна Геннадиевна, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики и методики ее преподавания, [burovatg@gmail.com](mailto:burovatg@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-1415-3350>, AuthorID: 40956

**Аннотация.** Изменение формата образования в высших учебных заведениях страны, осуществленное после подписания Болонской конвенции в 2003 году, привело к существенным изменениям в практике подготовки выпускников вузов. Основной целью статьи является анализ трансформации предметной подготовки педагога при переходе от пятилетнего обучения по программам специалитета к двухступенчатой системе бакалавриат+магистратура на примере подготовки учителя физики. Приведены данные по затратам учебного времени на изучение физики, математики и методики преподавания при одно- и двухступенчатой системах, а также долевой вклад дисциплин специализации в общее количество академических часов. Отмечено снижение уровня компетентности бакалавра по сравнению с уровнем подготовленности специалиста в части предметной подготовки. Сформулированы предложения по совершенствованию содержания образовательных программ в связи с намеченным новым подходом к организации высшего образования. В качестве позитивного отмечен наметившийся тренд на создание качественно нового формата образования по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование», аккумулирующего имеющийся положительный опыт подготовки специалистов и практико-ориентированный подход к обучению.

**Ключевые слова:** уровневая система высшего образования, специалитет, Болонская конвенция, бакалавриат, магистратура

**Для цитирования:** Бурова Т. Г. Трансформация предметной подготовки физика-педагога при изменении формата образования // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 369–376. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-369-376>, EDN: UFTEIP

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

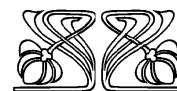
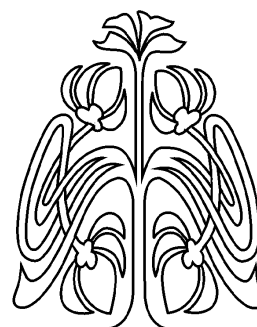
**Transformation of subject training of physics teacher during a change in the educational format**

T. G. Burova

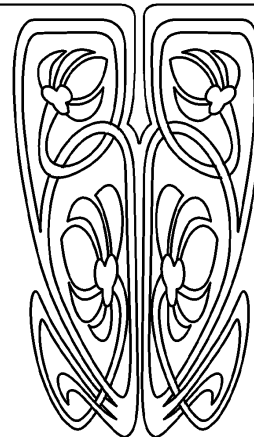
Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Tatiana G. Burova, [burovatg@gmail.com](mailto:burovatg@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-1415-3350>

**Abstract. Background and Objectives:** The change in the format of education in the main areas of training in higher educational institutions of the country, carried out after the signing of the Bologna Convention in 2003, marked a significant change in the practice of training university graduates. The main goal of the work is to analyze the transformation of a teacher's subject training during



МЕТОДИЧЕСКИЙ  
ОТДЕЛ





the transition from five-year training in specialty programs to a two-stage bachelor's + master's degree system using the example of physics teacher training. **Results:** Data are provided on the expenditure of educational time on studying physics, mathematics and teaching methods in one- and two-stage systems, as well as the share contribution of specialization disciplines to the total expenditure of educational time. There was a decrease in the level of competence of a bachelor compared to the competence of a specialist in terms of subject training. **Conclusion:** The necessity of maintaining high standards of training in the main specialty while developing a new education strategy for the formation of teachers who meet the requirements of the time has been shown. In this regard, the emerging trend towards creating a qualitatively new format of education in the direction of 44.03.01 "Pedagogical Education", accumulating the existing positive experience in training specialists and a practice-oriented approach to training seems timely and promising.

**Keywords:** level system of higher education, specialty, Bologna Convention, bachelor's, master's

**For citation:** Burova T. G. Transformation of subject training of physics teacher during a change in the educational format. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 369–376 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-369-376>, EDN: UFTEIP

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Подготовка квалифицированных педагогических кадров для работы в организациях общего и специального профессионального образования являлась и является одной из важных задач современного общества. Одним из первых законов Российской Федерации стал «Закон об образовании» [1], принятый в 1992 г. За прошедшее время в него вносились изменения, дополнения и поправки, и в настоящее время действующим является Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» [2].

Основные программы подготовки по направлению «Педагогическое образование» в вузах страны до 2003 г. были программами специалитета, рассчитанными на 5 лет при очной форме и 5,5–6 лет при заочной форме обучения. При этом во многих случаях использовались двойные специальности: «физика – математика», «математика – физика», «физика – информатика», что позволяло выпускникам беспрепятственно работать учителями по двум дисциплинам школьной программы. Важно отметить, что к началу названного периода набор абитуриентов на вышеуказанные специальности проходил весьма успешно, а конкурсный отбор позволял принимать на обучение абитуриентов, наиболее подготовленных и ориентированных на получение педагогической профессии. Данный формат образования сохранялся вплоть до подписания Россией Болонской конвенции [3] в 2003 г.

Вступление России в Болонский процесс сопровождалось широкой дискуссией в обществе (см., например, [4–11]). Сторонниками перехода на двухуровневую систему делался акцент на интеграцию в европейский образовательный процесс, облегчение студенческого обмена, обеспечение взаимного признания дипломов [4–8].

В случае педагогических специальностей такой подход не является очевидным, так как физик-педагог изначально ориентируется на работу

в своей стране, а его подготовка содержит аспекты воспитания, связанные с российской культурой и менталитетом. Поэтому наряду с поддерживавшимися вступлением в конвенцию имелись и представители научно-образовательного сообщества, с осторожностью относившиеся к изменению структуры образования или не поддерживавшие ее вовсе [9–11]. Достаточно отметить, что ряд ведущих вузов сохранил специалитет в качестве формата образования.

Тем не менее, в целом вузы страны перешли на уровневую систему образования в 2004 г., в том числе на формат бакалавриат – магистратура было переведено обучение по педагогическим специальностям. В настоящий момент представляется актуальным изучить произошедшие изменения в организации образовательного процесса с точки зрения их влияния на уровень компетентности выпускников и целесообразности их сохранения в процессе реформирования высшей школы.

## Сравнительный анализ учебных планов

За точку отсчета возьмем 2003 г. и проведем анализ изменений, происходивших в предметной подготовке педагога, на примере обучения по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование» (профиль «Физика») в Саратовском государственном университете. Оценим параметры подготовки педагога-физика по учебному плану для выпуска 2003 г. с двойной специальностью «физика – математика». Прежде всего обратимся изучению дисциплин физического цикла. В табл. 1 соотнесены блоки дисциплин с отводившимися на их изучение часами.

Математическая подготовка будущего педагога-физика включала дисциплины, представленные в табл. 2 вместе с часами на изучение. Отдельно в табл. 3 выделим дисциплины методического характера, связанные с работой учителя



Таблица 1 / Table 1

**Количество часов, отводимых на предметную подготовку по физике для студентов специалитета 2003 г.**  
**Number of hours allocated for subject training in physics for students of the 2003 specialist program**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Общая физика / General Physics	1086
Теоретическая физика / Theoretical Physics	742
История физики / History of Physics	60
Астрофизика / Astrophysics	168
Экспериментальная физика / Experimental Physics	132
Физическая электроника / Physical electronics	534
<b>Всего / Total</b>	<b>2722</b>

Таблица 2 / Table 2

**Количество часов, отводимых на предметную подготовку по математике для студентов специалитета 2003 г.**  
**Number of hours allocated for subject preparation in mathematics for students of the 2003 specialist program**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Элементы высшей математики / Elements of advanced Mathematics	360
Теория вероятностей и математическая статистика / Probability theory and mathematical statistics	72
Элементы дискретной математики / Elements of discrete Mathematics	34
Численные методы и исследование операций / Numerical methods and operations research	72
Элементарная математика и практикум решения математических задач / Elementary Mathematics and practical training in solving mathematical problems	92
Избранные вопросы математического анализа / Selected topics in mathematical analysis	390
Алгебра и геометрия / Algebra and Geometry	320
<b>Всего / Total</b>	<b>1340</b>

Таблица 3 / Table 3

**Количество часов, отводимых на изучение методики преподавания физики и математики для студентов специалитета 2003 г.**

**Number of hours devoted to studying methods of teaching physics and mathematics for students of the 2003 specialist program**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Методика преподавания физики / Methods of teaching physics	472
Методика инновационных технологий обучения / Methodology of innovative teaching technologies	184
Методика преподавания математики / Methods of teaching Mathematics	198
Психолого-педагогические основы решения физических задач / Psychological and pedagogical foundations for solving physical problems	112
Психолого-педагогические основы решения математических задач / Psychological and pedagogical foundations for solving mathematical problems	72
<b>Всего / Total</b>	<b>1038</b>

физики с дополнительной специальностью математика.

Из приведенных в табл. 1–3 данных следует, что основное внимание в преподавании уделялось различным разделам физики, что вполне обосновано, т. к. именно преподавание физи-

ки предполагалось главным полем деятельности будущих выпускников. Важное место занимала и математическая подготовка, поскольку изучение физической теории и решение физических задач невозможны без использования математического аппарата. Обратим внимание и на са-



мостоятельную ценность и практическую значимость математической подготовки будущего учителя, особенно при заявленной двойной специальности. Подкрепляли подготовку педагога-предметника методические дисциплины, ориентированные на изучение методов и приемов, необходимых в повседневной практической деятельности учителя, на адаптацию молодого учителя к работе с детским коллективом.

Общее число часов анализируемого учебного плана составляло 8164 часа, что подразумевало выделение 3064 часов на остальные дисциплины программы, т. е. дисциплины педагогического, психологического, исторического, правового плана, физическую культуру, иностранный язык и др.

После введения двухступенчатой системы образования в 2004 г. (бакалавриат + магистратура) структура и содержание учебных планов существенно изменились. Кроме того, год от года одними из первых менялись стандарты образования по направлению «Педагогическое образование». Каждый этап изменения стандарта вплоть до ФГОС 3++ [12] означал введение новых

и/или регламентирование прежних дисциплин и практик, что невозможно было обеспечить без уменьшения количества часов на другие дисциплины. Распределение академических часов по дисциплинам профессиональной подготовки учителя физики выпуска 2025 г., согласно данным официального сайта университета, представлено в табл. 4.

Часы, отведенные на дисциплины математического и методологического блоков, представлены в табл. 5 и 6 соответственно.

Общее количество учебных часов за четыре курса бакалавриата составляет 6516 часов. С помощью данных табл. 4–6 нетрудно оценить долю физических, математических и методических дисциплин в общем распределении академических часов (табл. 7).

Приведенные данные говорят о том, что требования новых стандартов не стали препятствием в сохранении баланса между дисциплинами общегуманитарного характера и специальными дисциплинами. Хотя на подготовку учителя физики отведено меньшее время по сравнению с подготовкой по программе специалитета,

Таблица 4 / Table 4

**Количество часов, отводимых на предметную подготовку по физике (выпуск 2025 г.)**

**Number of hours allocated for subject training in Physics (graduation in 2025)**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Общая физика / General Physics	936
Теоретическая физика / Theoretical Physics	503
История физики / History of Physics	72
Введение в физику / Introduction to Physics	108
Астрономия / Astronomy	108
Экспериментальная физика и компьютерное моделирование / Experimental physics and computer modeling	108
Методы математической физики / Methods of mathematical Physics	72
Элементы теории относительности / Elements of the probability theory	108
Вычислительная физика / Computational Physics	108
<b>Всего / Total</b>	<b>2015</b>

Таблица 5 / Table 5

**Количество часов, отводимых на предметную подготовку по математике (выпуск 2025 г.)**

**Number of hours allocated for subject training preparation in Mathematics (graduation in 2025)**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Математический анализ / Mathematical analysis	540
Математические методы решения физических задач / Mathematical methods for solving physical problem	72
<b>Всего / Total</b>	<b>612</b>



Таблица 6 / Table 6

**Количество часов, отводимых на изучение методики преподавания физики (выпуск 2025 г.)****Number of hours devoted to the study of Physics teaching methods (graduation of 2025)**

Дисциплина / Academic discipline	Количество часов / Number of hours
Методика обучения и воспитания / Methods of teaching and education	468
Проектная деятельность в натурном и компьютерном эксперименте / Project activities in natural and computer experiments	108
Методика использования междисциплинарных связей в процессе решения задач по физике / Methods of using interdisciplinary connections in the process of solving problems in Physics	144
Практикум решения физических задач / Workshop on solving physical problems	396
Практическая реализация информационных технологий / Practical implementation of information technologies	72
Модификация и модернизация типового школьного оборудования / Modification and modernization of standard school equipment	72
Методы решения олимпиадных задач / Methods for solving Olympiad problems	108
Основы научной и проектной деятельности в организациях общего и специального образования / Fundamentals of scientific and project activities in general and special education organizations	72
Инновационные тенденции в современном образовании / Innovative trends in modern education	72
<b>Всего / Total</b>	<b>1512</b>

Таблица 7 / Table 7

**Доля дисциплин в общем количестве часов по учебным планам, %****The share of disciplines in the total number of hours according to curricula, %**

Специалитет 2003 год выпуска, физика – математика / Specialists 2003 graduation year, Physics – Mathematics				Бакалавриат 2025 год выпуска, физика / Bachelor's degree 2025 graduation year, Physics			
Физика / Physics	Математика / Mathematics	Методика преподавания физики и математики / Methods of teaching Physics and Mathematics	Остальные дисциплины / Other disciplines	Физика / Physics	Математика / Mathematics	Методика преподавания физики / Methods of teaching Physics	Остальные дисциплины / Other disciplines
33	16	13	38	31	9	23	37

пропорции между физическими дисциплинами и общим их количеством практически не изменились. Этот, безусловно, положительный момент, тем не менее, не позволяет считать подготовку выпускника, обучавшегося по программе бакалавриата, равной подготовке выпускника специалитета. Достаточно сравнить количество часов на изучение физики (см. табл. 1 и 4), из которых видно, что при обучении в бакалавриате студент получает примерно на 700 академических часов меньше занятий по основной специальности. Обратившись к опыту работы со студентами-педагогами, не могу не вспомнить год, когда обучение одновременно заканчивали последний курс по программе специалитета и первый выпуск

бакалавров. На защите их выпускных квалификационных работ четко прослеживалась разница в глубине подготовки в пользу специалистов. За дополнительный год учебы студенты не только нарабатывали большой багаж знаний, умений, компетенций, но и становились более сформировавшимися личностями.

Сокращение часов на изучение математики в бакалавриате по сравнению со специалитетом (см. табл. 2, 5) в рассматриваемом случае можно объяснить тем, что подготовка стала вестись только по профилю «Физика» без дополнительной специальности «Математика». Вместе с тем имеющееся количество часов (более 540 час) по математическим дисциплинам





позволяет выпускникам бакалавриата занимать не только должность учителя физики, но и учителя математики в средней школе. Увеличение доли методических дисциплин в учебных планах последних лет связано, главным образом, с введением цифровых технологий и проектной деятельности в практику современного учителя.

Отмечу, что продолжение обучения в магистратуре не может решить в полной мере задачу совершенствования предметной подготовки учителя физики, т. к. поступают в магистратуру далеко не все выпускники бакалавриата, а следовательно, совершенствует и углубляет свои знания и умения на этом этапе лишь часть дипломированных учителей.

### Выводы

В настоящее время объявлена реформа высшего образования, и важным трендом представляется введение специалитета для педагогических специальностей. Проведенное в работе сравнение позволяет увидеть, от чего мы отталкивались, к чему пришли и к чему стоит вернуться.

На мой взгляд, главным в подготовке учителя являются два фактора – его личность и профессионализм. Формированию личности будущего педагога-патриота, педагога-наставника уделяется большое внимание и в рамках изучаемых дисциплин, и в общении с профессорско-преподавательским составом вуза, и на государственном уровне в рамках молодежной политики.

В плане профессиональной подготовки сейчас, при изменении формата образования, весьма актуально обратить внимание на сохранение высоких стандартов знаний по профилирующим предметам, ведь без современных квалифицированных учителей-физиков нельзя решить достаточно остро стоящую в условиях современных вызовов задачу пополнения научного сообщества и инженерного звена молодыми креативными техническими специалистами. В связи с этим возвращение к программам специалитета для педагогов представляется весьма актуальным. При этом под «возвращением» имеется ввиду не копирование прежних программ, а переосмысление и наполнение скорректированным с учетом требований современности содержанием при сохранении высоких требований к качеству подготовки, а следовательно, объема материала и затрат учебного времени на его изучение. В частности, увеличение общего количества часов может

позволить улучшить подготовку по основной специальности, в том числе за счет введения новых дисциплин, ориентированных на то, чтобы, с одной стороны, помочь вчерашнему выпускнику адаптироваться к уровню требований высшей школы, а с другой стороны – расширить круг изучаемых на старших курсах тем с учетом современного состояния физической науки. Построенная таким образом образовательная траектория позволит студенту пройти свой путь подготовки от простого к сложному и покинуть стены вуза квалифицированным учителем-предметником.

Сегодня образовательная концепция высшей школы активно обсуждается всеми заинтересованными специалистами [13–20]. Требованием времени является необходимость сохранения высоких стандартов обучения по основной специальности. Представляется весьма позитивным наметившийся тренд на создание качественно нового формата образования по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование», аккумулирующего имеющийся положительный опыт подготовки специалистов и практико-ориентированный подход к обучению. Хочется выразить уверенность, что ожидаемое педагогическим сообществом изменение формата образования послужит дальнейшему улучшению качества подготовки молодых учителей.

### Список литературы

1. Об образовании: закон РФ от 10.07.1992 г. № 3266-1 // Ведомости Съезда народных депутатов Российской Федерации и Верховного Совета Российской Федерации. 1992. № 30, ст. 1797.
2. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ // Собрание законодательства Российской Федерации, 2012, № 53, ст. 7598.
3. Создание общеевропейского пространства высшего образования: Коммюнике Конференции министров высшего образования. Берлин, 19 сентября 2003 г. URL: [https://nihe.by/images/ehea/Berline\\_2003.pdf](https://nihe.by/images/ehea/Berline_2003.pdf) (дата обращения: 28.06.2025)
4. Горылев А. И. Нормативно-правовое регулирование участия российских вузов в болонском процессе // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2009. № 6-1. С. 37–44. EDN: KYWTWR
5. Гребнев Л. С. Россия в Болонском процессе: середина большого пути // Высшее образование в России. 2004. № 4. С. 3–17. EDN: IBNAUR
6. Осипова Н. Е. Интеграция, национальные интересы и Болонский процесс // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. 2008. № 58. С. 432–437. EDN: KNOMDR



7. Смирнов С. Д. Болонский процесс: перспективы развития в России // Высшее образование в России. 2004. № 1. С. 43–51. EDN: IBMYHR
8. Артамонова Ю. Д., Демчук А. Л., Камынина Н. Р., Котлобовский И. Б. Российское высшее образование в Болонском процессе (по материалам Национального доклада РФ) // Высшее образование в России. 2015. № 8–9. С. 46–53. EDN: VBBWIV
9. Щедрин В. А. Инженерное образование для инновационного развития экономики (взгляд изнутри) // Высшее образование в России. 2014. № 1. С. 74–79. EDN: TEJQAL
10. Образование, которое мы можем потерять : сборник. Изд. 2-е, доп. / под общей редакцией В. А. Садовниченко. М. : Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова ; Институт компьютерных исследований, 2003. 368 с. URL: [https://www.mathedu.ru/text/obrazovanie\\_kotoroe\\_my\\_mozhem\\_poteryat\\_2003/p2/](https://www.mathedu.ru/text/obrazovanie_kotoroe_my_mozhem_poteryat_2003/p2/) (дата обращения: 28.06.2025).
11. Ярыгина Н. А. Теоретико-методологические подходы к подготовке кадров высшей квалификации в условиях Болонского процесса // Балтийский гуманитарный журнал. 2016. Т. 5, № 4 (17). С. 353–357. EDN: XUVGNB
12. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование: Приказ Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. № 121. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201803160004> (дата обращения: 12.08.2025).
13. Константинова Л. В., Петров А. М., Штыхно Д. А. Переосмысление подходов к уровневой системе высшего образования в России в условиях выхода из Болонского процесса // Высшее образование в России. 2023. № 2. С. 9–24. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2023-32-2-9-24>
14. Алтухов А. И., Сквозников М. А., Шехонин А. А. Особенности разработки ФГОС уровневого и непрерывного высшего образования // Высшее образование в России. 2020. № 3. С. 74–84. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2020-29-3-74-84>
15. Шолохов А. В., Сердюкова Ю. А. Идеология нового "постболонского" специалитета // Ярославский педагогический вестник. 2023. № 4 (133). С. 30–38. [https://doi.org/10.20323/1813-145X\\_2023\\_4\\_133\\_30](https://doi.org/10.20323/1813-145X_2023_4_133_30)
16. Боброва И. И., Трофимов Е. Г. Перспективы развития современного этапа высшей школы // Открытое образование. 2022. Т. 26, № 5. С. 4–9. <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2022-5-4-9>
17. Дроботенко Ю. Б., Бабарико А. А. Контент учебной дисциплины: виды и критерии отбора // Вестник педагогического опыта. 2023. № 1. С. 30–37. EDN: QDKXUB
18. Садовнический В. А. Специалитет в МГУ будем набирать с чистого листа // Российская газета. 2023. 4 марта. URL: <https://rg.ru/2023/04/03/sovet-rectora.html> (дата обращения: 28.06.2025).
19. Черепанов В. Д., Черепанова Н. В., Широкова М. О. Россия на перепутье: поиск стратегии развития отечественной высшей школы // Право и образование. 2023. № 1. С. 11–17. EDN: QMAUIN
20. Жевлакович С. С. К вопросу о формировании национально ориентированной, суверенной системы высшего образования в Российской Федерации // Юридическое образование и наука. 2023. № 1. С. 15–18. <https://doi.org/10.18572/1813-1190-2023-1-15-18>

## References

1. On Education: Law of the Russian Federation No. 3266-1 of 10 July, 1992. *Bulletin of the Congress of People's Deputies of the Russian Federation and the Supreme Council of the Russian Federation*. 1992. no. 30, art. 1797 (in Russian).
2. On Education in the Russian Federation: Federal Law No. 273-FZ of December 29, 2012. *Collection of Legislation of the Russian Federation*, 2012, no. 53, art. 7598 (in Russian).
3. *Formation of the Common European Higher Education Area. Communique of the Conference of Ministers of Higher Education*. Berlin, September 19, 2003 (in Russian).
4. Gorylev A. I. Legal regulation of Russian higher education institution's participation in the Bologna process. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, 2009, no. 6-1, pp. 37–44 (in Russian). EDN: KYWTWR
5. Grebnev L. S. Russia in the Bologna process: The middle of a long journey. *Higher Education in Russia*, 2004, no. 4, pp. 3–17 (in Russian). EDN: IBNAUR
6. Osipova N. E. Integration, national interests and the Bologna process. *Izvestia: Herzen University of Humanities and Sciences*, 2008, no. 5, pp. 432–437 (in Russian). EDN: KNOMDR
7. Smirnov S. D. Bologna process: Development prospects in Russia. *Higher Education in Russia*, 2004, no. 1, pp. 43–51 (in Russian). EDN: IBMYHR
8. Artamonova Yu. D., Demchuk A. L., Kamynina N. R., Kotlovsky I. B. Russian Higher Education System in the Bologna Process (on the materials of the Russian Federation National Report for the EHEA Ministerial Conference). *Higher Education in Russia*, 2015, no. 8–9, pp. 46–53 (in Russian). EDN: VBBWIV
9. Shchedrin V. A. Engineering education for innovative development of the economy (a look from the inside). *Higher Education in Russia*, 2014, no. 1, pp. 74–79 (in Russian). EDN: TEJQAL
10. *Obrazovanie, kotoroe my mozhem poteryat'* [Sadovnichy V. A., ed. Education we can lose: Collection. 2nd ed., suppl.]. Moscow, Lomonosov Moscow State University, Institute of Computer Research, 2003. 368 p. Available at: [https://www.mathedu.ru/text/obrazovanie\\_kotoroe\\_my\\_mozhem\\_poteryat\\_2003/p2/](https://www.mathedu.ru/text/obrazovanie_kotoroe_my_mozhem_poteryat_2003/p2/) (accessed June 28, 2025) (in Russian).
11. Yarygina N. A. Theoretical and methodological approaches to training highly qualified personnel in the context of the Bologna process. *Baltic Humanitarian Journal*, 2016, vol. 5, iss. 4 (17), pp. 353–357 (in Russian). EDN: XUVGNB



12. On approval of the federal state educational standard of higher education – bachelor's degree in the direction of training 44.03.01 Pedagogical education: The Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated February 22, 2018 No. 121. Available at: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201803160004> (accessed August 12, 2025) (in Russian).
13. Konstantinova L. V., Petrov A. M., Shtykhno D. A. Rethinking approaches to the level system of higher Education in Russia in the Context of the Country's Withdrawal from the Bologna Process. *Higher Education in Russia*, 2023, no. 2, pp. 9–24 (in Russian). <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2023-32-2-9-24>
14. Altukhov A. I., Skvoznikov M. A., Shekhonin A. A. Development features of the FSES for tiered and continuous higher education. *Higher Education in Russia*, 2022, no. 3, pp. 74–84 (in Russian). <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2020-29-3-74-84>
15. Sholokhov A. V., Serdyukova Yu. A. Ideology of the new “post-Bolonian” specialist program. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 2023, no. 4 (133), pp. 30–38 (in Russian). [https://doi.org/10.20323/1813-145X\\_2023\\_4\\_133\\_30](https://doi.org/10.20323/1813-145X_2023_4_133_30)
16. Bobrova I. I., Trofimov E. G. Prospects for the development of the present stage of higher school. *Open Education*, 2022, vol. 26, no. 5, pp. 4–9. <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2022-5-4-9> (in Russian).
17. Drobotenko Yu. B., Babariko A. A. Content of the discipline: Types and selection criteria. *Bulletin of Pedagogical Experience*, 2023, no. 1, pp. 30–37. EDN: QDKXUB (in Russian).
18. Sadovnichy V. A. We will recruit specialists at Moscow State University from scratch, *Rossiiskaya gazeta* [Russian Newspaper]. Available at: <https://rg.ru/2023/04/03/sovet-rectora.html> (accessed March 12, 2025) (in Russian).
19. Cherepanov V. D., Cherepanova N. V., Shirokova M. O. Russia at a crossroads: Search for a development strategy domestic higher school. *Pravo i obrazovanie*, 2023, no. 1, pp. 11–17 (in Russian). EDN: QMAUIH
20. Zhevlakovich S. S. On the establishment of a nationally-oriented, sovereign system of higher education in the Russian Federation. *Juridical Education and Science*, 2023, no. 1, pp. 15–18 (in Russian). <https://doi.org/10.18572/1813-1190-2023-1-15-18>

Поступила в редакцию 18.03.2025; одобрена после рецензирования 30.03.2025; принята к публикации 17.04.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 18.03.2025; approved after reviewing 30.03.2025; accepted for publication 17.04.2025; published 29.08.2025



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 377–385

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 377–385

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDМКА

Научная статья

УДК 530.145.1

## Динамика квантового перехода частицы в потенциальной яме

В. И. Цой

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Цой Валерий Иванович, кандидат физико-математических наук, [tsoyvi@sgu.ru](mailto:tsoyvi@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

**Аннотация.** Квантовый переход между стационарными состояниями частицы в потенциальной яме содержит два акта. Сначала под действием возмущения происходит эволюционный выход из исходного состояния (моды) в суперпозиционные состояния с амплитудами вероятности пребывания в других модах. После прекращения возмущения возможна редукция под действием классического измерительного прибора к конечному стационарному состоянию. Редукция обычно считается мгновенной и происходит с вероятностью, определяемой проекционным постулатом. В статье рассмотрена более полная модель переходов, включающая динамическую редукцию.

**Ключевые слова:** квантовые переходы, динамическая редукция, динамика квантового перехода, проективный постулат, кубиты на квантовой яме

**Для цитирования:** Цой В. И. Динамика квантового перехода частицы в потенциальной яме // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 377–385. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDМКА

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Dynamics of quantum transition of a particle in a potential well

V. I. Tsoy

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Valery I. Tsoy, [tsoyvi@info.sgu.ru](mailto:tsoyvi@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

**Abstract. Background and Objectives:** Usually the quantum transition from the stationary state to another stationary state is considered instantaneous. The quantum transition consists of a perturbation of the initial state and a reduction to the final state. Therefore, an instantaneous change in the particle localization corresponding to the transition from one wave function to another at superluminal speed is unacceptable. Also, a wave train of radiation, if it occurs during the transition, cannot arise instantly. This article proposes a dynamical model of quantum transition in which the reduction to the final state occurs dynamically but not instantly. **Methods:** The probability amplitudes of the modes in the intermediate state arising from the initial stationary state were determined by solving a system of differential-algebraic equations. The reduction of the intermediate state to the final mode was simulated by piecewise continuous evolution with periodic zeroing of the imaginary part of the wave function. **Conclusion:** This model has been applied to a particle in a potential well with negative energy. The potential is chosen as the square of the hyperbolic cosecant. Such a three-level well contains two qubits. The time scale of reduction to stationary states of these qubits is hundreds of periods corresponding to the Bohr frequencies of transitions. So the quantum transition is a process with a dynamical perturbation of the initial state and a dynamical reduction to the final state.

**Keywords:** quantum transitions, dynamic reduction, dynamics of the quantum transition, projection postulate, qubits in the quantum well

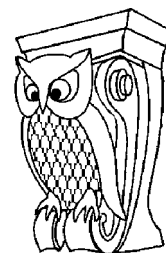
**For citation:** Tsoy V. I. Dynamics of quantum transition of a particle in a potential well. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 377–385 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-377-385>, EDN: VXDМКА

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

### Введение

Согласно теории возмущений в квантовой механике переход между стационарными состояниями (модами) частицы в потенциальной яме инициируется суперпозиционным состояни-

ем мод, возникающим из исходного состояния под действием возмущения. При этом коэффициенты суперпозиции являются комплексными амплитудами вероятностей, непрерывно меняющимися во времени в согласии с уравнением Шрёдин-





гера [1–4]. Этот ненаблюдаемый процесс после окончания возмущения оставляет объект в суперпозиционном состоянии, которое может редуцировать к наблюдаемому конечному состоянию с вероятностью, определяемой проекционным постулатом [1, 5, 6]. Для редукции требуется взаимодействие с классическим прибором и обмен энергии с ним, чем обеспечивается возможность регистрации перехода.

Следует отметить высказанное в книге [4, с. 223] мнение о том, что переход совершается не скачком, а разыгрывается во времени, так как вероятность перехода определяется характером возмущения и его зависимостью от времени.

Редукцию также нельзя считать мгновенной. Представление о мгновенной редукции вносит некоторые неясности в картину перехода. Поскольку в результате перехода совершается обмен квантом энергии с классическим окружением, в этом обмене участвует редукция. Если квант энергии перехода уходит на излучение, то в рамках полуклассической теории должен образоваться волновой пучок на боровской частоте перехода с энергией, равной кванту энергии, притом со случайной длиной, среднее значение которой соответствует объему когерентности такого фотона-пакета [7]. Но протяженный волновой пучок не может возникнуть мгновенно. Заметим, что на противоречие между представлением о мгновенном скачке между состояниями и излучением при этом волнового пучка давно обращал внимание Э. Шрёдингер [8, с. 264].

Если принять ту точку зрения, что квантовая механика применима ко всем объектам, включая приборы и наблюдателя, то получение классического результата квантового измерения с мгновенным скачком может парадоксально переноситься на самый конец измерительной цепочки – сознание наблюдателя [5, 6, 9].

Заметим, что В. Гейзенберг, по свидетельству М. Борна, пришел к отказу от наблюдаемости атомарных орбит, в том числе из релятивистских соображений [10]. С этой точки зрения мгновенная редукция, поскольку она должна сопровождаться изменением области локализации частицы со сверхсветовой скоростью, невозможна.

Подобные неясности в картине квантового перехода устраняются, если принять, что редукция, как и переход в целом, происходит в некотором, пусть малом, масштабе времени. В настоящей статье рассмотрена модель квантового перехода между стационарными состояниями с динамической редукцией.

## 1. Исследуемая квантовая система

Состояния частицы описываются в картине Шрёдингера на основе спектра энергий и волновых функций стационарных состояний в заданном потенциальном поле. Для контроля над уровнем возмущений, приводящих к переходам между модами, полезно также знать эффективные размеры областей пространственной локализации – ширины мод. Учитывая эти аспекты, рассмотрим одномерную частицу в потенциальной яме конечной глубины  $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$ , показанной на рис. 1. Глубина ямы  $U_0 = 3.5$ , ширина ямы  $\alpha = 1$ . При этих параметрах остается только три дискретных уровня отрицательной энергии, что максимально упрощает вычисления и картину переходов, не сводя в то же время задачу к случаю единственного перехода между двумя дискретными уровнями.

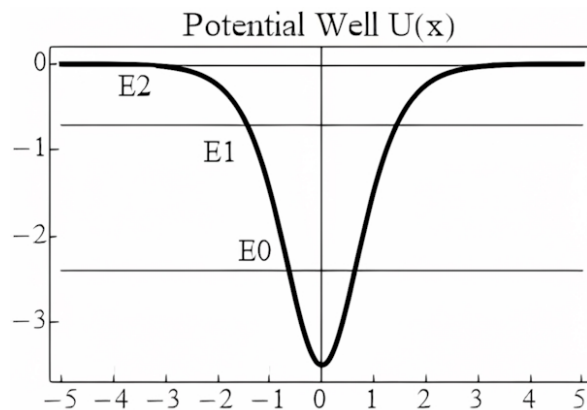


Рис. 1. Дискретный спектр энергий в потенциальной яме  $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$ ,  $U_0 = 3.5$ ,  $\alpha = 1$

Fig. 1. Discrete spectrum of energies in the potential well  $U(x) = -U_0 / (\cosh \alpha x)^2$ ,  $U_0 = 3.5$ ,  $\alpha = 1$

Вычисление энергии стационарных состояний и вещественных модовых волновых функций выполним на основе решения, приведенного в томе [2]. Энергия определяется выражением:

$$E_n = -\frac{\hbar^2 \alpha^2}{8m} \left[ -(1+2n) + \sqrt{1 + \frac{8mU_0}{\hbar^2 \alpha^2}} \right]^2, n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Модовые волновые функции даются формулой:

$$\psi_n(x) = A (1 - \xi^2)^{\frac{\epsilon}{2}} F \left[ \epsilon - s, \epsilon + s + 1, \epsilon + 1, \frac{(1 - \xi)}{2} \right], \quad (2)$$

где  $A$  – нормирующий множитель,  $\xi = \tanh \alpha x$ ,  $F[\alpha, \beta, \gamma, z]$  – гипергеометрическая функция,  $\epsilon = \frac{\sqrt{-2mE_n}}{\hbar \alpha}$ ,  $s = \left(\frac{1}{2}\right) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{8mU_0}{\hbar^2 \alpha^2}}\right)$ .

Вычисленные по формулам (1), (2) модовые функции и квадраты их модулей (плотности



вероятности) показаны на рис. 2. При вычислениях использовалась атомная система единиц  $\hbar = m = 1$ .

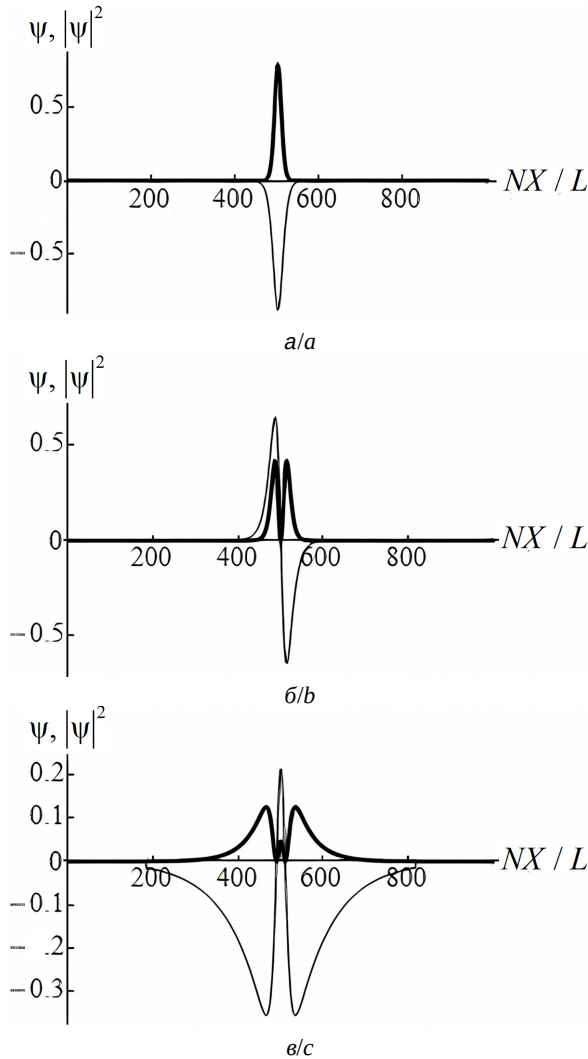


Рис. 2. Волновые функции мод (тонкие линии) и плотности вероятности (жирные линии), интерполированные по узлам расчетной сетки. Число узлов  $N = 1000$ . Длина расчетной области  $L = 60$ . Ширина  $\text{width}$  каждой моды дана числом узлов с графической точностью: мода 0,  $\text{width} \sim 100$  (а); мода 1,  $\text{width} \sim 200$  (б); мода 2,  $\text{width} \sim 800$  (в)

Fig. 2. Wave functions of modes (thin lines), the probability densities (thick lines) interpolated by the nodes of the computational grid. The number of nodes is  $N = 1000$ . The calculation domain length is  $L = 60$ . Mode widths are given by the number of nodes with a graphical precision: mode 0,  $\text{width} \sim 100$  (a); mode 1,  $\text{width} \sim 200$  (b); mode 2,  $\text{width} \sim 800$  (c)

Если добавить к потенциальной функции  $U(x)$  постоянную величину  $U' = \text{const}$ , то модовые функции останутся неизменными, а энергетические уровни сдвинутся на  $U'$ . Это прямо

следует из вида стационарного уравнения Шрёдингера при таком преобразовании:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \nabla^2 \psi' + ((U(x) + U') - E') \psi' &= \\ &= -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \nabla^2 \psi + (U(x) - (E' - U')) \psi = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате собственные частоты  $\omega_n = E_n/\hbar$  в фазовых множителях стационарных волновых функций  $\psi_n(x) \exp(-i\omega_n t)$  изменяются, т. е. в картине Шрёдингера квантовая система и ее динамика становятся несколько другими, подчиняясь нестационарному уравнению с другой потенциальной функцией. Это хорошо видно из сопоставления состояний частицы в яме с отрицательной энергией (отрицательными собственными частотами) и состояний в яме, поднятой по энергии так, что уровни энергии (собственные частоты) становятся положительными, не меняя своего взаимного расположения. При переходе к более высоким уровням положительной энергии частоты возрастают, а периоды уменьшаются, в то время как при переходе к более высоким уровням отрицательной энергии модули частот уменьшаются, а периоды возрастают. Следовательно, пропорциональность между энергией и частотой будет соблюдена только в случаях, когда спектр энергий состоит из величин одного и того же знака.

## 2. Возмущение исходного стационарного состояния

В теории возмущений установлено, что для перехода из стационарного состояния частицы  $\psi_n$  в состояние  $\psi_m$  необходимо подвергнуть ее такому воздействию, чтобы образовалась суперпозиция  $\psi = \sum_k C_k \psi_k$  состояний  $\psi_k$ , среди которых присутствует  $\psi_m$ . Запишем нестационарное уравнение Шрёдингера нашей одномерной задачи в виде:

$$i\hbar \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right) = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \left(\partial^2 \frac{\psi}{\partial x^2}\right) + (U(x) + V(x, t)) \psi, \quad (4)$$

где  $V(x, t)$  – потенциал возмущения. Эквивалентная уравнению Шрёдингера (4) система уравнений для амплитуд вероятностей  $C_m$  перехода в состояние  $m$  имеет вид [2–4]:

$$i\hbar \left(\frac{\partial C_m}{\partial t}\right) = \sum_k V_{mk}(t) \exp(i\omega_{mk} t) C_k(t), \quad \sum_k |C_k(t)|^2 = 1, \quad (5)$$

где  $V_{mk}(t) = \int \psi_m^*(x) V(x, t) \psi_k(x) dx$  – матричный элемент перехода в состояние  $\psi_m$ ,  $\omega_{mk} = (E_m - E_k)/\hbar$  – боровская частота. Если ограничить энергию возмущения  $V(x, t)$  частицы внутри





потенциальной ямы  $U(x) < 0$  так, чтобы не происходило переходов в область непрерывного спектра энергий  $E > 0$ , уравнения (5) можно решать численно, не прибегая к приближениям теории возмущений.

Рассмотрим дипольное гармоническое возмущение с энергией взаимодействия в виде  $V(x, t) = qx \cos \omega t$ , где  $q$  – амплитуда силы, действующей на заряженную частицу в яме,  $\omega$  – частота. Полагая  $\omega = 0$ , можно рассматривать также стационарные возмущения.

На рис. 3 представлены некоторые результаты численного решения системы дифференциально-алгебраических уравнений (5) с помо-

щью процедур NDSolve компьютерной системы Mathematica. Сила возмущения  $q$  назначалась (кроме случая 3,  $z$ ) с учетом приблизительной оценки значений, при которых маловероятны переходы в состояния с непрерывным спектром энергии:

$$q < \frac{\min(|E_m|, |E_n|)}{\max(w_m/2, w_n/2)}, \quad (6)$$

где  $w_n$  – эффективная ширина протяженности моды, определяемая параметром *width* (см. рис. 2).

Цепочка изображений *a*, *б*, *в* на рис. 3 показывает, что при резонансных возмущениях на частотах  $\omega = \omega_{01}$  и  $\omega = \omega_{21}$  между уровнями  $(E_0, E_1)$  и  $(E_2, E_1)$  возникают осцилляции

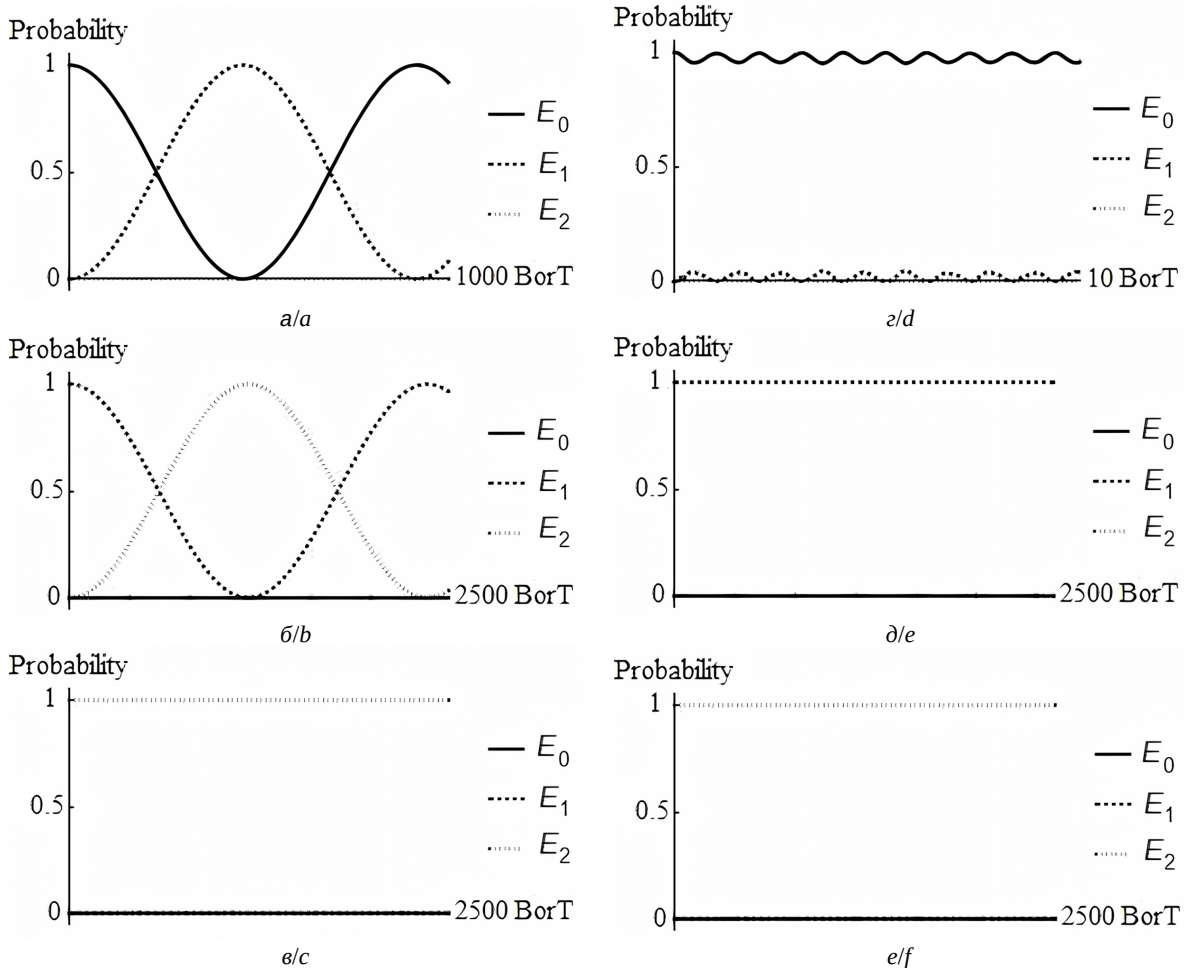


Рис. 3. Вероятности присутствия мод с энергиями  $E_0, E_1, E_2$ . Время на оси абсцисс отложено в единицах периодов, соответствующих боровским частотам: резонансное инициирование перехода  $0 \rightarrow 1$ , сила возмущения  $q = 0.0035$  (а); резонансное инициирование перехода  $1 \rightarrow 2$ ,  $q = 0.00035$  (б); резонансное инициирование перехода  $2 \rightarrow 0$ ,  $q = 0.00035$  (в); стационарное возмущение моды 0,  $q = 0.35$  (з); стационарное возмущение моды 1,  $q = 0.00035$  (д); стационарное возмущение моды 2,  $q = 0.00035$  (е)

Fig. 3. Probabilities of modes  $E_0, E_1, E_2$ . Time on the abscissa is plotted in units of periods corresponding to Bohr frequencies, resonant initiation of transition  $0 \rightarrow 1$ , force of disturbance  $q = 0.0035$  (a); resonant initiation of transition  $1 \rightarrow 2$ ,  $q = 0.00035$  (b); resonant initiation of transition  $2 \rightarrow 0$ ,  $q = 0.00035$  (c); stationary disturbance of mode 0,  $q = 0.35$  (d); stationary disturbance of mode 1,  $q = 0.00035$  (e); stationary disturbance of mode 2,  $q = 0.00035$  (f)



Раби [11]. На языке кубитов это означает, что в рассматриваемой трехуровневой схеме имеется два кубита. В то же время на частоте  $\omega = \omega_{02}$  вероятность исходного состояния остается равной единице, несмотря на возмущение, то есть переход не инициируется (запрещен). Такую картину можно связать с особенностями матричных элементов дипольного перехода между модами, показанными на рис. 2. Согласно вычислениям, эти элементы образуют матрицу вида:

$$[[V_{mk}]] = \begin{bmatrix} 0 & V_{01} & 0 \\ V_{01} & 0 & V_{12} \\ 0 & V_{12} & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Так как  $V_{02} = 0$ , то переход 0–2 запрещен, и кроме того, переходы 0–1, 1–2 не влияют друг на друга.

Сравнение цепочек (а, б, в) и (г, д, е) на рис. 3 подтверждает очевидную констатацию, что при нерезонансном стационарном возмущении приложенная сила должна быть существенно больше, чем в случае резонансного воздействия. При стационарном возмущении могут возникнуть осцилляции вероятности, но с неполной амплитудой и с частотой порядка боровской частоты  $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$ , в отличие от частоты Раби  $\Omega = \frac{|V_{mn}|}{\hbar}$  при резонансном возмущении.

После окончания возмущения квантовая система может оказаться в новом стационарном состоянии, если в момент окончания вероятность этого состояния равна единице. На графиках изменения во времени вероятностей такие события случаются, но редко, и обычно возмущение оставляет после себя суперпозицию мод, которую затем могут нарушить декогеренция от чистой суперпозиции к смешанному состоянию и (или) редукция к одной моде в результате взаимодействия с классическим окружением [9].

### 3. Редукция к конечному стационарному состоянию

Стационарные состояния характеризуются определенной энергией, что позволяет по измерениям выделенной или поглощенной энергии ориентироваться, между какими из этих состояний произошел переход. Модовые функции стационарных состояний вещественны, и предположительно процесс редукции должен заключать в себе выделение действительной части редуцируемой функции. Такое предположение оправдано тем, что действительная и мнимая части волновой функции  $\psi = \psi^r + i\psi^i$  сходным образом преобразуются друг через друга. Это хорошо видно, если

уравнение Шрёдингера записать в виде системы двух вещественных уравнений [12]:

$$\frac{\partial \psi^r}{\partial t} = \left( \frac{1}{\hbar} \right) H \psi^i, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial \psi^i}{\partial t} = - \left( \frac{1}{\hbar} \right) H \psi^r, \quad (8b)$$

которые в случае не зависящего явно от времени гамильтониана  $H$  приводятся к одному и тому же для  $\psi^r$  и  $\psi^i$  дифференциальному уравнению второго порядка по времени и четвертого порядка по координатам:

$$\frac{\partial^2 \psi^{r,i}}{\partial t^2} = - \left( \frac{1}{\hbar^2} \right) H^2 \psi^{r,i}. \quad (9)$$

Таким образом, есть основание предполагать, что каждая из действительной и мнимой частей волновой функции несет в себе с течением времени значимую информацию об описываемом состоянии.

В работе [13] на примерах с положительной потенциальной функцией показано, что при циклическом обнулении мнимой части волновой функции в резонанс с собственной частотой одной из мод происходит редукция к этой моде, путем периодически прерываемой таким способом эволюции, совершающейся соответственно уравнению Шрёдингера. Классический прибор может выбирать лишь между стационарными состояниями с классическими вероятностями, в смешанном состоянии мод. Поэтому естественно считать, что редукция начинается с преобразования комплексных амплитуд вероятности в их вещественные модули (хотя и без этого циклическое обнуление вещественной части, либо мнимой части волновой функции приводит к ее редукции).

Очевидной причиной выживания единственной моды при периодическом овеществлении является превращение модовых вещественных функций остальных мод в комплексные функции, с убывающей действительной частью. Поэтому на каждом цикле должно происходить отличное от  $2\pi$ , но заметное изменение фаз этих остальных мод. Если собственный период времени выживающей моды оказывается для этого недостаточным, овеществление редуцируемой функции может совершаться с интервалом в несколько периодов, т. е. на субгармонической частоте выживающего состояния.

Таким образом, в предположении, что взаимодействие с классическим объектом вероятно приведет к периодическому резонансному



прерыванию эволюции волновой функции с обнулением ее мнимой части, можно ожидать динамическую редукцию к этому состоянию, т. е. динамическое завершение квантового перехода.

В данной работе решение уравнения Шрёдингера для определения изменений волновой функции между актами обнуления ее мнимой части производилось численно по схеме Кранка – Николсона, как и в статье [13]. Результаты моделирования динамической редукции после

гармонических возмущений на резонансных частотах в каналах 0–1 и 1–2 (см. рис. 3, а, б, в) представлены на рис. 4 и 5. В обоих случаях полагалось овеществление волновой функции с частотой, равной собственной частоте конечного состояния. Расчеты показали, что за время редукции возбужденного состояния к конечному стационарному состоянию могли совершиться сотни колебаний на боровской частоте. Вещественные части и квадраты модулей волновой

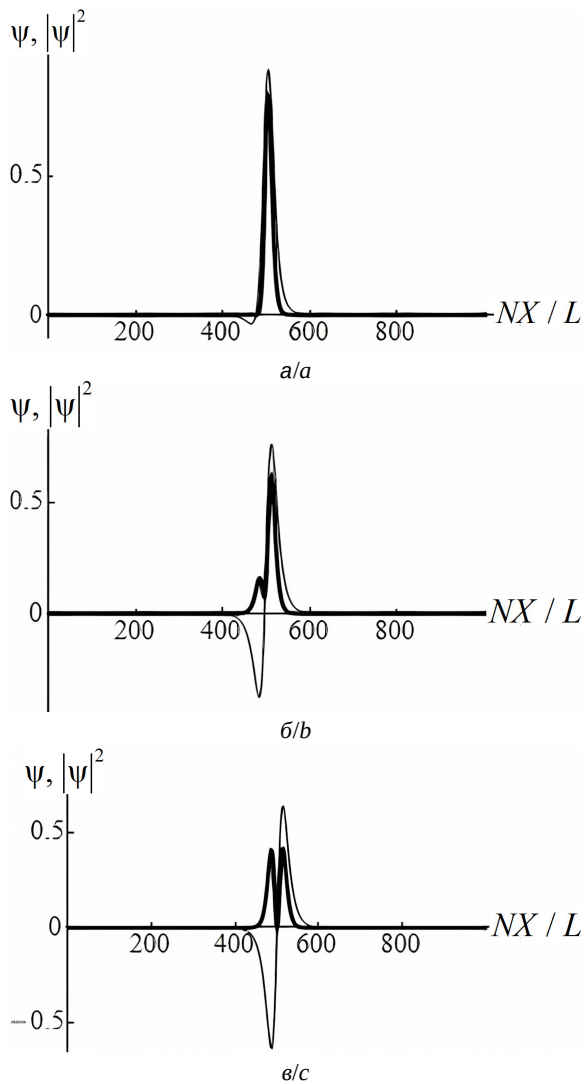


Рис. 4. Редукция в конечное состояние после возбуждения в резонанс перехода от моды 0 к моде 1: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения  $q = 0.0035$  (а); текущее состояние во время редукции после 19 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 1 состояние после 61 боровского цикла (в)

Fig. 4. Reduction to a final state after resonant excitation of the transition from mode 0 to mode 1: disturbed state before reduction, disturbing force  $q = 0.0035$  (a); current state during reduction after 19 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 1 state after 61 Bohr cycles (c)

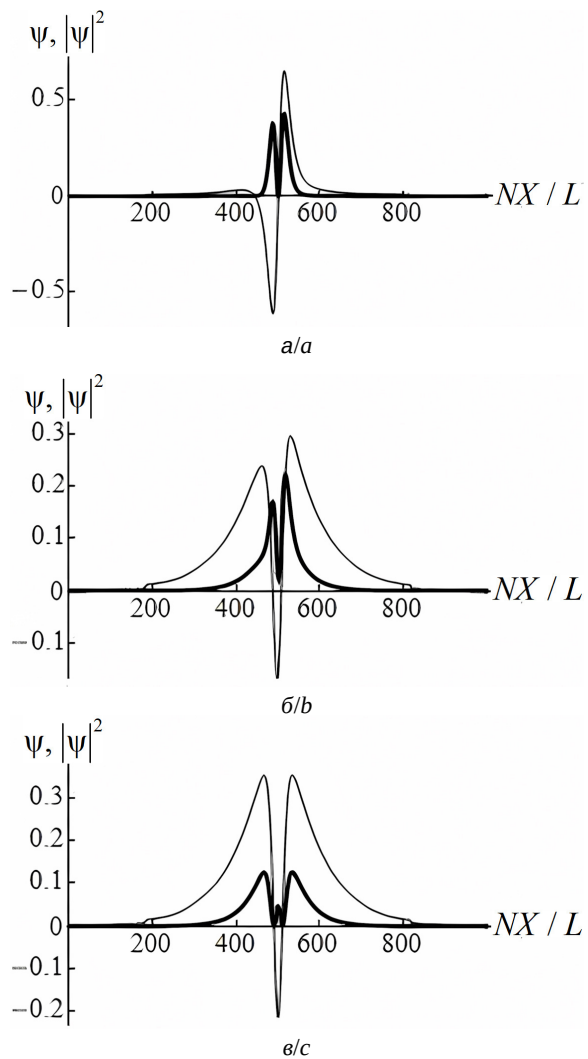


Рис. 5. Редукция в конечное состояние после возбуждения в резонанс перехода от моды 1 к моде 2: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения  $q = 0.00035$  (а); текущее состояние во время редукции после 74 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 2 состояние после 224 боровских цикла (в)

Fig. 5. Reduction to a final state after resonant excitation of the transition from mode 1 to mode 2: disturbed state before reduction, disturbing force  $q = 0.00035$  (a); current state during reduction after 74 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 2 state after 224 Bohr cycles (c)



функции даны в моменты времени в единицах периода, соответствующего боровской частоте. Пространственные параметры  $L$ ,  $N$  те же, что на рис. 2.

На рис. 6 представлена редукция к моде  $n = 1$  из состояния после стационарного возмущения моды  $n = 0$  с силой  $q = 0.105$  в течение 1000 боровских циклов, хотя на рис. 3 показано возмущение с силой  $q = 0.35$  в течение 10 боровских циклов. Это сделано потому,

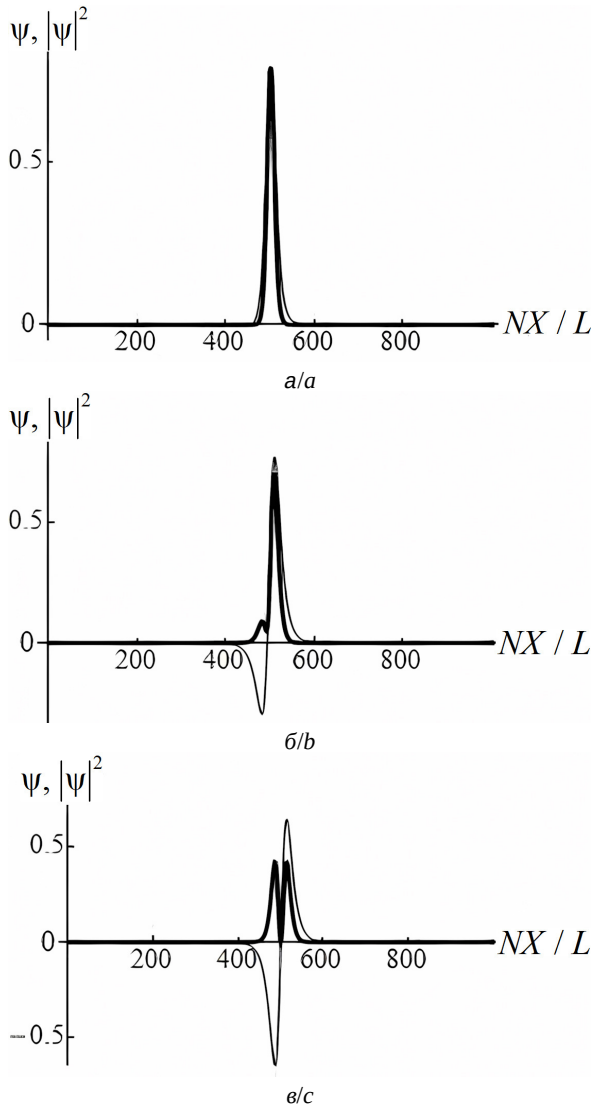


Рис. 6. Редукция в конечное состояние после стационарного возбуждения перехода от моды 0 к моде 1: возмущенное состояние до редукции, сила возмущения  $q = 0.105$  (а); текущее состояние во время редукции после 166 боровских циклов (б); полностью редуцированное к моде 1 состояние после 464 боровских циклов (в)

Fig. 6. Reduction to a final state after steady-state excitation of the transition from mode 0 to mode 1: disturbed state before reduction, disturbing force  $q = 0.105$  (a); current state during reduction after 166 Bohr cycles (b); completely reduced to mode 1 state after 464 Bohr cycles (c)

что последнее значение  $q$  в три раза превышает оценочную верхнюю границу (6), но зато при этом явно выявляются осцилляции вероятностей мод, тогда как при первом значении  $q$  эти осцилляции слишком малы, чтобы проявиться на рисунке в выбранном масштабе. Овеществление волновой функции полагалось на пятой субгармонике собственной частоты конечной моды  $n = 1$ .

То, что время возмущения на первом этапе перехода приводит к изменению соотношения между вероятностями мод, влияет на последующую редукцию и затрачиваемое на нее время. Кроме того, овеществление с периодом, кратным основному собственному периоду, может заметно увеличивать время редукции, как показывают вычисления. Поэтому время редукции нельзя считать жестко определенной величиной.

### Заключение

После установления М. Борном, П. Дираком и Дж. фон Нейманом основ теории квантовых измерений эта теория получила развитие не только в части математического формализма и решения вопросов разрешающей способности [9, 14, 15], но и в переосмыслении самих основ. Сформировались такие различительные понятия квантовых измерений, как селективное и неселективное измерение, декогеренция, ортогональное и неортогональное измерение, четкое и нечеткое измерение, сильное и слабое измерение, прямое и косвенное измерение, возмущающее и невозмущающее измерение, непрерывное измерение, квантовая томография, а также выяснилось, что на понимание квантовых измерений существенно влияют интерпретации квантовой механики [6, 9, 15, 16].

Одним из трудных моментов в теории квантовых измерений остается вызываемая взаимодействием с прибором редукция к стационарному состоянию. Эта вызвано тем, что редукцию трудно описать иначе, чем феноменологически [9, 17].

В статье принята модель динамической редукции к стационарному состоянию путем кусочно-непрерывной эволюции волновой функции. Прерывание эволюции (по уравнению Шрёдингера) полагается периодическим, с обнулением мнимой части волновой функции через промежутки времени, кратные собственному периоду финального стационарного состояния. Вычисления показали пригодность принятой модели для частицы в неглубокой квантовой яме



с отрицательной энергией и отрицательными собственными частотами. В рассмотренных случаях масштаб времени редукции составил сотни периодов, соответствующих боровской частоте перехода.

Подчеркнем, что в квантовом переходе между стационарными состояниями динамика выхода из исходного состояния управляется гамильтонианом с учетом потенциала возмущения, а динамика редукции к финальному состоянию гамильтонианом невозмущенного состояния. Следовательно, время перехода от одного уровня энергии к другому складывается из времени возмущения исходного состояния и времени редукции к финальному состоянию. Поскольку оба этих промежутка времени не фиксированы, время перехода носит случайный характер и может быть достаточным для излучения квазимонохроматических волновых пакетов. Такой взгляд полнее, чем возможное в теории возмущений отождествление динамики перехода только с динамикой вероятности перехода в процессе возмущения.

Следующими шагами должны быть проверка применимости модели для трехмерного движения частицы, а также поиск схем и возможностей экспериментальной оценки времени редукции.

### Список литературы

1. Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 434 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М. : Наука, 1989. 768 с.
3. Шифф Л. Квантовая механика. М. : Иностранная литература, 1959. 473 с.
4. Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А. Курс теоретической физики : в 2 т. М. : Наука, 1971. Т. 2. 936 с.
5. фон Нейман И. Математические основы квантовой механики. М. : Наука, 1964. 367 с.
6. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М. : Мир, 1989. 485 с.
7. Клышко Д. Н. Квантовая оптика: квантовые, классические и метафизические аспекты // УФН. 1994. Т. 164. С. 1187–1214. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0164.199411c.1187>
8. Шрёдингер Э. Избранные труды по квантовой механике. М. : Наука, 1976. 424 с.
9. Менский М. Б. Квантовые измерения и декогеренция. Модели и феноменология. М. : Физматлит, 2001. 227 с.
10. Born M. The statistical interpretation of quantum mechanics. Nobel Lecture, December 11, 1954. 12 p.

URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1954/born/lecture> (дата обращения: 27.02.2025).

11. Валиев К. А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН. 2005. Т. 175. С. 3–9. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0175.200501a.0003>
12. Давыдов А. С. Квантовая механика. М. : Наука, 1973. 704 с.
13. Цой В. И. Динамическая редукция к стационарным состояниям при квантовых измерениях // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 442–449. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK
14. Гришанин Б. А., Задков В. Н. Перепутывающие квантовые измерения // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. С. 751–759. EDN: OXFRAE
15. Белинский А. В. Квантовые измерения : учебное пособие. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008. 182 с.
16. Клышко Д. Н. Основные понятия квантовой физики с операциональной точки зрения // УФН. 1998. Т. 168. С. 975–1015. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0168.199809d.0975>
17. Иванов М. Г. О единственности квантовой теории измерений для точных измерений с дискретным спектром // Труды МФТИ. 2016. Т. 8, № 1. С. 170–178. EDN: VSMADF

### References

1. Dirac P. A. M. *The Principles of Quantum Mechanics*. 4<sup>th</sup> ed. Oxford, Clarendon Press, 1958. 312 p. (Russ. ed. : Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1960. 434 p.).
2. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory*. Oxford, Pergamon Press, 1977. 688 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1989. 768 p.).
3. Schiff L. *Quantum Mechanics*. New York, McGraw Hill, Inc., 1968, XVIII+544 p. (Russ. ed. : Moscow, Inostrannaya literatura, 1959. 473 p.).
4. Levich V. G., Vdovin Yu. A., Myamlin V. A. *Kurs teoreticheskoy fiziki* [Course of the Theoretical Physics: in 2 vols. Vol. 2]. Moscow, Nauka, 1971. 936 p. (in Russian).
5. von Neumann J. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton, Princeton University Press, 1955. 472 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1964. 367 p.).
6. Sudbery A. *Quantum Mechanics and the Particles of Nature. An Outline for Mathematicians*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989. 376 p. (Russ. ed. : Moscow, Mir, 1989. 485 p.).
7. Klyshko D. N. Quantum optics: Quantum, classical and metaphysical aspects. *Physics–Uspekhi*, 1994, vol. 37, pp. 1097–1122. <https://doi.org/10.1070/PU1994v037n11ABEH000054>
8. Schrödinger E. *Collected Papers on Wave Mechanics*. 3rd ed., revised. New York, Chelsea Publishing, 2003. 208 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1976. 424 p.).
9. Mensky M. B. *Quantum measurements and decoherence. Models and Phenomenology*. Dordrecht, Springer, 2000. XVI, 231 p. (Russ. ed. : Moscow, Fizmatlit, 2001. 227 p.).



10. Born M. *The statistical interpretation of quantum mechanics. Nobel Lecture.* December 11, 1954. 12 p. Available at: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1954/born/lecture> (accessed 27 February, 2025).
11. Valiev K. A. Quantum computers and quantum computations. *Physics–Uspekhi*, 2005, vol. 48, pp. 1–36. <https://doi.org/10.1070/PU2005v048n01ABEH002024>
12. Davydov A. S. *Quantum Mechanics*. Oxford, Pergamon Press, 1976. 636 p. (Russ. ed. : Moscow, Nauka, 1973. 704 p.).
13. Tsoy V. I. Dynamic reduction to stationary states in quantum measurements. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 442–449 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK
14. Grishanin B. A., Zadkov V. N. Entangling quantum measurements. *Optics and Spectroscopy*, 2004, vol. 96, no. 5, pp. 683–690.
15. Belinskiy A. V. *Kvantovye izmereniya: uchebnoe posobie* [Quantum measurements: Study guide]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2008. 182 p. (in Russian).
16. Klyshko D. N. Basic quantum concepts from the operational viewpoint. *Physics – Uspekhi*, 1998, vol. 41, pp. 885–922. <https://doi.org/10.1070/PU1998v041n09ABEH000441>
17. Ivanov M. G. On uniqueness of the quantum measurement theory for exact measurements with discrete spectra. *Trudy MFTI*, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 170–178 (in Russian). EDN: VSMADF

Поступила в редакцию 04.04.2025; одобрена после рецензирования 22.05.2025;  
принята к публикации 12.06.2025; опубликована 29.08.2025

The article was submitted 04.04.2025; approved after reviewing 22.05.2025;  
accepted for publication 12.06.2025; published 29.08.2025





## ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 386–389  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 386–389  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-386-389>, EDN: XECOMW

Рецензия  
УДК 82-95:53(091):53(092)

### Историко-биографический роман-эпопея о жизни Павла Николаевича Яблочкова

**В. М. Аникин**

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Аникин Валерий Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиотехники и электродинамики, [AnikinVM@sgu.ru](mailto:AnikinVM@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-6506-6997>, AuthorID: 166229

**Аннотация.** Рецензируется роман саратовского писателя А. А. Бусса «Великая мечта». Это историко-художественная биография выдающегося русского инженера-электротехника и изобретателя Павла Николаевича Яблочкова, уроженца Саратовской губернии. В книге отражены различные этапы его жизни – учеба, служба, общение с ведущими физиками и электротехниками России, изобретательская и подвижническая деятельность в России и во Франции, оказавшая огромное стимулирующее влияние на развитие систем электрического освещения на переменном токе во всем мире. Сюжет книги погружен в контекст исторической эпохи второй половины XIX столетия и отражает перипетии жизни талантливого изобретателя, испытавшего как серьезные трудности, так и счастливые озарения в процессе научно-технического творчества. Роман можно рассматривать как важный вклад в дело сохранения и охраны исторической памяти о заслугах отечественных ученых и изобретателей. Он отмечен саратовской литературной премией им. К. А. Федина и признан лучшей книгой года.

**Ключевые слова:** Павел Николаевич Яблочков, биографический роман

**Для цитирования:** Аникин В. М. Историко-биографический роман-эпопея о жизни Павла Николаевича Яблочкова // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 386–389. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-386-389>, EDN: XECOMW

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Review's report

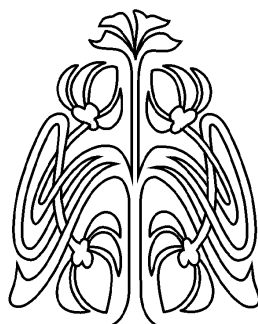
**Historical and biographical epic novel about the life of Pavel N. Yablochkov**

**V. M. Anikin**

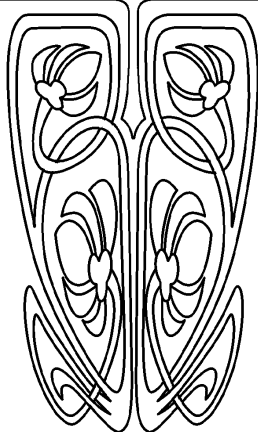
Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Valery M. Anikin, [AnikinVM@sgu.ru](mailto:AnikinVM@sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0002-6506-6997>, AuthorID: 166229

**Abstract. Background and Objectives:** The novel by Saratov writer Alexey A. Booss “The Great Dream,” is reviewed. It presents a historical and artistic biography of the outstanding Russian electrical engineer and inventor Pavel N. Yablochkov, a native of the Saratov province. **Materials and Methods:** The book reflects various periods of life of the inventor – studies, service, communication with leading physicists and electrical engineers of Russia, inventive and selfless activities in Russia and France, which had a huge stimulating influence on the development of AC electric lighting systems throughout the world. The plot of the book is immersed in the context of the historical era of the second half of the 19th century and reflects the vicissitudes of the life of a talented inventor who experienced both serious difficulties and happy insights in the process of scientific and technical



**УНИВЕРСИТЕТСКАЯ  
ЛЕТОПИСЬ**





creativity. **Conclusion:** The novel may be considered as an important contribution to the preservation and protection of the historical memory of the merits of Russian scientists and inventors. Alexey Booss became a laureate of the Saratov literary K. A. Fedin prize. The novel has been recognized as the best-seller of the year.

**Keywords:** Pavel N. Yablochkov, biographical novel

**For citation:** Anikin V. M. Historical and biographical epic novel about the life of Pavel N. Yablochkov. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 386–389 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2025-25-3-386-389>, EDN: XECOMW

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

В 2023 г. в Саратове издано двухтомное жизнеописание Павла Николаевича Яблочкова «Великая мечта» [1]. Автор книги – саратовский писатель Алексей Александрович Бусс. Роман сразу завоевал признание и в читательской среде, и в профессиональном писательском сообществе. Алексей Бусс стал лауреатом саратовской литературной премии имени К. А. Федина, книга была признана лучшей книгой года.

Первые и последние годы жизни П. Н. Яблочкова связаны с Саратовом и Саратовским краем. Его имя носит колледж радиоэлектроники, входящий в состав Саратовского государственного университета [2].

В России и мире П. Н. Яблочков известен прежде всего как творец «русского света», выдающийся изобретатель в области электротехники, внесший в ее развитие яркий – и по содержанию, и в образном смысле – вклад, гигантскими темпами ускоривший светотехнический прогресс. Самое известное изобретение Павла Николаевича – это «свеча Яблочкова», мощный источник света на базе дугового разряда. Ее совершенствование привело изобретателя к приоритетным разработкам устройств на переменном токе (именно переменный ток «продлевал жизнь» его свече), а также к созданию техники и развитию идеологии крупных осветительных систем.

Жизнь и труды П. Н. Яблочкова были в центре биографических изысканий и писательского внимания члена-корреспондента АН СССР М. А. Шателена и крупного популяризатора науки и техники, доктора технических наук Л. Д. Белькинда, работавших в различных архивах. Изданы их книги много десятилетий назад, в конце 1940-х – начале 1960-х гг. [3–5]. К счастью, сегодня они доступны для читателей и в электронном виде.

Чем же от них отличается произведение А. Бусса? По жанру – это не научная биография, а рассчитанный на широкую читательскую аудиторию роман, при создании которого писатель использовал арсенал изобразительных средств, присущий именно этому литературному жанру. На обложке книги в старой орфографии приве-

дено пояснение названия книги: «Жизнеописание Павла Николаевича Яблочкова, изобретателя».

Древнегреческий писатель и философ Плутарх в своих «Сравнительных жизнеописаниях» («Никий», I), высказал мысль, которой он следовал в своих биографических сочинениях и которую можно интерпретировать как одно из требований к биографическому роману: «избежать нагромождения бессвязных историй, а изложить то, что необходимо для понимания образа мыслей и характера человека» [6, с. 214]. Тщательно изучив документальные источники из России и Франции, А. Бусс создал содержательную историко-биографическую эпопею. В книге отражены различные этапы жизни П. Н. Яблочкова – учеба в Саратовской гимназии и в Николаевском военном училище в Петербурге, служба в Техническом гальваническом заведении в Кронштадте, работа на телеграфе Московско-Курской железной дороги, общение в Москве с ведущими физиками электротехниками России, активная и продуктивная изобретательская деятельность в России и во Франции, оказавшая огромное стимулирующее влияние на развитие систем электрического освещения на переменном токе во всем мире.

Все примечательные события тернистой жизни П. Н. Яблочкова показаны в соответствующем историческом интерьере. Главный герой предстает на страницах книги как «живой, настоящий, окруженный историческими личностями, историческими декорациями разных стран и городов XIX века, историческими деталями ушедшей эпохи» (так выразился в своем представлении книги ветеран энергетики Всеволод Иванович Лубков [1, с. 5]). Действительно, поражает галерея известных и менее известных людей, с которыми Яблочков встречался в России и за границей: от его коллег – до Российского императора, членов императорской фамилии и основоположника и приверженца теории «научного коммунизма». Роману присуща мастерская художественная «прорисовка» всех сюжетных картин и ситуаций – семейных, дружеских, творческих, чувств героя романа, а также



русской и зарубежной социальной, экономической и политической панорамы последней четверти XIX в. Насыщение книги живыми диалогами и стилизациями отражает богатое творческое воображение автора, способствующее появлению у читателя ощущения личного присутствия при описываемых событиях.

В своем изложении А. Бусс бережно следует научно выверенной биографической линии героя. Его жизнь была трудной, но необыкновенно содержательной и целеустремленной, начиная с самых ранних лет. Читая роман, можно еще раз убедиться, что не случайно именно Павел Николаевич Яблочков оказался в последней четверти XIX столетия на острие мировой электротехнической изобретательской мысли. Последнее обстоятельство отмечалось на Всероссийской научной школе-семинаре, проходившей в Саратовском университете в мае 2022 г., в год 175-летия со дня рождения П. Н. Яблочкова: заглавным был поставлен доклад «Мир обязан нашему соотечественнику» [7], в котором перипетии жизни и деятельности П. Н. Яблочкова были представлены с позиции теории целеустремленной деятельности (исходная ситуация – ресурсы – операторы действия – достигнутая цель

и «побочные» полезные «продукты»), приведшей Павла Николаевича к созданию первого в мире серийного мощного источника электрического освещения – «свечи Яблочкова», трансформаторной системы «деления света», генераторов переменного тока и других изобретений электроэнергетики и светотехники, обеспечивших мировой технический прогресс в этой области.

«Великая мечта» Павла Николаевича Яблочкова ассоциируется с его желанием увидеть «Россию электрической», ради этого он упорно трудился все годы, пошел на фантастические материальные траты, выкупив во Франции все свои патенты, буквально до последнего дня своей жизни занимался в Саратове разработкой источников электрического тока и схемами городского освещения.

Книга А. Бусса – серьезный вклад в дело сохранения и охраны национальной исторической памяти. Одно из ее представлений состоялось 21 декабря 2024 г., в канун Дня энергетика, в Информационном центре по атомной энергии (ИЦАЭ) в Саратове. А. Бусс подробно рассказал об истории создания книги в «ковидные» месяцы 2020 г. (это напоминает ситуацию с рассказчиками-оптимистами из знаменитого произведения



На презентации книги А. Бусса в ИЦАЭ, 21.12.2024 (фото ИЦАЭ)  
The presentation of A. Booss's book at the ICAE, 21.12.2024 (photo by ICAE)



Дж. Боккаччо). «Аккомпанемент» составили расширенная презентация «Мир обязан нашему соотечественнику» и фильм журналиста М. Кармановой о родных местах великого инженера-изобретателя в Саратовской губернии. Сотрудник ИЦАЭ И. Мартынов, представший в образе П. Н. Яблочкова, показал ряд опытов, демонстрирующих явление электромагнитной индукции.

...После смерти великого изобретателя его коллега и друг Владимир Николаевич Чиколев подытожил значимость его трудов фразой: «Мир обязан нашему соотечественнику Яблочкову». В 2024 г. в одной из экспозиций в Саратовском областном музее краеведения выставлен портрет П. Н. Яблочкова, где он изображен на фоне своей лаборатории в Париже. Автор картины – художник Леон Жардон. Портрет этот, написанный в 1890 г., Павел Николаевич привез из Франции на свою малую родину, в Саратов.

#### Список литературы

1. Бусс А. А. Великая мечта. Жизнеописание Павла Николаевича Яблочкова, изобретателя : в 2 т. Саратов : Издательство «Саратовский источник», 2023. Т. 1. 296 с. ; Т. 2. 288 с.
2. Аникин В. М. Имени П. Н. Яблочкова // Очерки истории физико-математического образования в Саратовском университете / под общ. ред. В. М. Аникина. Саратов : Издательство Саратовского университета, 2023. Вып. 5. С. 58–94.
3. Шателен М. А. Русские электротехники второй половины XIX века. Л. ; М. : Госэнергоиздат, 1949. 380 с.
4. Белькинд Л. Д. Павел Николаевич Яблочков: Жизнь и труды. М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1950. 380 с.
5. Павел Николаевич Яблочков: Труды. Документы. Материалы / сост.: проф. Л. Д. Белькинд. М. : Издательство Академии наук СССР, 1954. 464 с.
6. Плутарх. Сравнительные жизнеописания : в 3 т. М. : Издательство Академии наук СССР, 1963. Т. II. 548 с.
7. Аникин В. М. «Мир обязан нашему соотечественнику» // Взаимодействие сверхвысокочастотного

терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами : сб. статей Девятой Всероссийской научной школы-семинара / под ред. проф. Ал. В. Скрипаля. Саратов : Изд-во «Саратовский источник», 2022. С. 12–20.

#### References

1. Booss A. A. *Velikaya mehta. Zhizneopisanie Pavla Nikolaevicha Yablochkova, izobretatelya* [The Great Dream. Biography of Pavel Nikolaevich Yablochkov, inventor: in 2 volumes]. Saratov, Izdatel'stvo "Saratovskiy istochnik", 2023, vol. 1, 296 p. ; vol. 2, 288 p. (in Russian).
2. Anikin V. M. In the name of P. N. Yablochkov. *Ocherki istorii fiziko-matematicheskogo obrazovaniy v Saratovskom Universitete* [Anikin V. M., total ed. Essays on history of physics and mathematics education at the Saratov University]. Saratov, Saratov State University Publ., 2023, iss. 5, pp. 58–94 (in Russian).
3. Shatelen M. A. *Russkie elektrotehniki vtoroy poloviny XIX veka* [Russian electrical engineers of the second half of the 19th century]. Leningrad, Moscow, Gosenergoizdat, 1949. 380 p. (in Russian).
4. Belkind L. D. *Pavel Nikolaevich Yablochkov: Zhizn' i trudy* [Pavel Nikolaevich Yablochkov: Life and Works]. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat, 1950. 380 p.
5. *Pavel Nikolaevich Yablochkov: Trudy. Dokumenty. Materialy* [Belkind L. D., comp. Pavel Nikolaevich Yablochkov: Works. Documents. Materials]. Moscow, USSR Academy of Sciences Publ., 1954. 464 p. (in Russian).
6. Plutarch. *Sravnitel'nye zhizneopisaniya* [Comparative Biographies: in 3 volumes]. Moscow, USSR Academy of Sciences, 1963, vol. II. 548 p. (in Russian).
7. Anikin V. M. "The World Owes Our Compatriot". *Vzaimodeistvie sverkhvysokochastotnogo, teragertsovogo i opticheskogo izlucheniya s poluprovodnikovymi mikro- i nanostrukturami, metamaterialami i bioob"ektami: sbornik statei Devyatoy Vserossiiskoi nauchnoi shkoly-seminara* [Skripal' Al. V., ed. Interaction of Microwave, Terahertz and Optical Radiation with Semiconductor Micro- and Nanostructures, Metamaterials and Bioobjects: Collection of articles from the Eighth All-Russian scientific school-seminar]. Saratov, Izdatel'stvo "Saratovskiy Istochnik", 2022, pp. 12–20 (in Russian).

Поступила в редакцию 26.05.2025; одобрена после рецензирования 10.06.2025; принята к публикации 10.07.2025; опубликована 29.08.2025

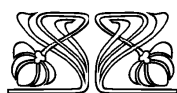
The article was submitted 26.05.2025; approved after reviewing 10.06.2025; accepted for publication 10.07.2025; published 29.08.2025



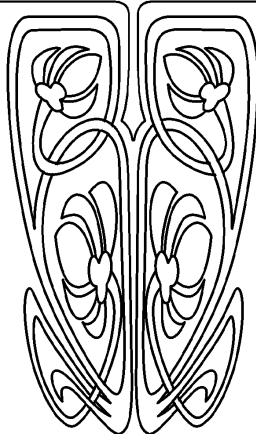


## PERSONALIA

### Памяти Николая Борисовича Скачкова (1945–2025)



## ПРИЛОЖЕНИЯ



24 мая 2025 г. после тяжелой и продолжительной болезни ушел из жизни Николай Борисович Скачков, доктор физико-математических наук, профессор, все годы после окончания в 1968 г. кафедры теоретической и ядерной физики физического факультета Саратовского государственного университета (СГУ) проработавший в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна).

Он родился в 1 марта 1945 г. в Ленинграде в семье Бориса Николаевича и Клавдии Васильевны Скачковых. В Саратове учился в школе и в университете. Уже в школьной характеристике Николая Скачкова (начинал он учебу в 1952 г. в 19-й школе, а в 1954 г. перешел в 42-ю, «английскую», школу с преподаванием ряда предметов на английском языке) ему давалась рекомендация для поступления именно на физический факультет СГУ. Он был участником математического, физического и радиотехнического школьных кружков, физического кружка в СГУ. (Кстати, его отец работал в радиотехнической области).

В 1962 г. Н. Б. Скачков поступил на отделение «Физика в народном хозяйстве» физического факультета Саратовского государственного университета (СГУ), отличившись перед этим на областной олимпиаде по математике. Дополнительный плюс в конкурсе на зачисление на кафедру теоретической физики дал и факт обучения в специализированной школе.

Важная деталь, характерная для совместной научно-образовательной деятельности ОИЯИ и СГУ: в течение последних двух лет обучения в университете, включая осенний семестр 1967/68 учебного года, Скачков проходил практику и готовил выпускную



дипломную работу непосредственно в ОИЯИ и дубненском филиале Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ). Защищал он дипломную работу дважды – и в ОИЯИ, и в СГУ. Ее тема – «Квазипотенциальный подход и разложение по релятивистским сферическим функциям» – определила общее направление последующих исследований Н. Б. Скачкова в области релятивистской квантовой механики. Научным руководителем работы был В. Г. Кадышевский, в то время руководитель сектора в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, будущий академик и директор ОИЯИ. Статья под одноименным названием «Quasi-potential approach and the expansion in relativistic spherical functions» была опубликована в 1968 г. в журнале Итальянского физического общества «Nuovo Cimento A». В секторе В. Г. Кадышевского и начинал свою работу в ОИЯИ Николай Борисович.

Вехами на блестящем научном пути Н. Б. Скачкова стали защиты им диссертаций: кандидатской «Некоторые применения Фурье-анализа на группе Лоренца в квазипотенциальной теории рассеяния» (1971) и докторской «Релятивистское описание связанных состояний и структурных свойств адронов в квазипотенциальном подходе» (1987). Творческое наследие Н. Б. Скачкова составляют 769 научных публикаций с общим числом цитирований 47540 (июль 2025 г., eLibrary). Он имеет фантастический наукометрический индекс Хирша, равный 97. Под его руководством защищены 13 кандидатских и 2 докторские диссертации по физико-математическим наукам.

С 1979 по 2022 г. Николай Борисович участвовал в работе международных научных проектов по изучению физики элементарных частиц: NA4, BCDMS, DELPHI/LEP, CMS/LHC, D0/FERMILAB, e+e–-коллайдер ILC, Panda/FAIR. В последнее время он возглавлял группу теоретико-феноменологического анализа экспериментальных данных в научно-экспериментальном отделе Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Дзелепова. Работа в ОИЯИ отмечена награждением Н. Б. Скачкова почетными наградами – ведомственным знаком «Ветеран атомной энергетики и промышленности», почетным дипломом и знаком «25 лет ОИЯИ», премиями ОИЯИ за лучшие научные работы. За многолетнее и плодотворное сотрудничество с болгарскими учеными Н. Б. Скачков был награжден престижным болгарским орденом «Кирилл и Мефодий» I степени.

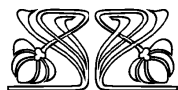
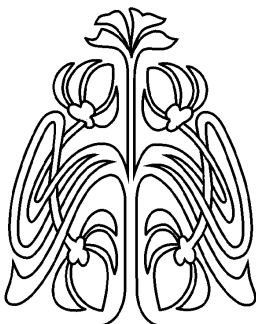
Научную деятельность Н. Б. Скачков с 1987 г. совмещал с преподаванием на кафедре физики элементарных частиц физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, где читал фундаментальные курсы «Квантовая теория поля» и «Положения стандартной теории элементарных частиц».

Николай Борисович Скачков очень много сделал для развития сотрудничества СГУ и ОИЯИ. Под его «крыло» в ОИЯИ попадали студенты, аспиранты и стажеры из СГУ. Как в феврале 2016 г. отмечал академик В. А. Матвеев в своем приветствии по случаю 70-летия физического факультета СГУ, «выпускники физфака СГУ успешно работают практически во всех лабораториях ОИЯИ и активно участвуют в решении актуальных научно-исследовательских задач, стоящих перед нашим институтом».

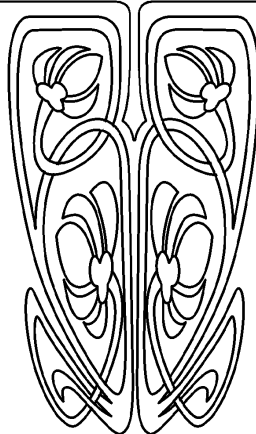
Н. Б. Скачков вспоминается как замечательный наставник, мудрость, терпение и преданность науке которого оставили глубокий след в деятельности его учеников. Он умел не только передавать им знания, но и вдохновлять на поиск, поддерживать в трудные моменты, искренне радоваться их успехам. В памяти коллег и близких Николай Борисович останется честным, благородным и обаятельным человеком, увлеченным ученым, преданным другом и любящим семьянином.

Редколлегия журнала  
«Известия Саратовского университета.  
Новая серия. Серия: Физика»





## ПОДПИСКА



### Подписка на печатную версию

Подписной индекс издания 36015.  
Оформить подписку на печатную версию  
можно в Интернет-каталоге  
ГК «Урал-Пресс» ([ural-press.ru](http://ural-press.ru)).  
Журнал выходит 4 раза в год.  
Цена свободная

Электронная версия журнала находится  
в открытом доступе ([fizika.sgu.ru](http://fizika.sgu.ru))

### Адрес Издательства

#### Саратовского университета (редакции):

410012, Саратов, Астраханская, 83

**Тел.:** +7(845-2) 51-29-94, 51-45-49, 52-26-89

**Факс:** +7(845-2) 27-85-29

**E-mail:** [publ@sgu.ru](mailto:publ@sgu.ru), [izdat@sgu.ru](mailto:izdat@sgu.ru)

### Адрес редколлегии серии:

410012, Саратов, Астраханская, 83,  
СГУ имени Н. Г. Чернышевского,  
физический факультет

**Тел./факс:** +7 (8452) 52-27-05

**E-mail:** [fizik@sgu.ru](mailto:fizik@sgu.ru)

**Website:** <https://fizika.sgu.ru>



ISSN 1817-3020 (Print). ISSN 2542-193X (Online)  
Известия Саратовского университета. Новая серия.  
Серия: Физика. 2025. Том 25, выпуск 3

## ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

### Новая серия

- Серия: Акмеология образования. Психология развития
- Серия: История. Международные отношения
- Серия: Математика. Механика. Информатика
- Серия: Науки о Земле
- Серия: Социология. Политология
- Серия: Физика**
- Серия: Филология. Журналистика
- Серия: Философия. Психология. Педагогика
- Серия: Химия. Биология. Экология
- Серия: Экономика. Управление. Право

