

ISSN 1817-3020 (Print)  
ISSN 2542-193X (Online)

# ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

## Новая серия

Серия: Физика  
2024  
Том 24  
Выпуск 4



IZVESTIYA OF SARATOV UNIVERSITY  
PHYSICS



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

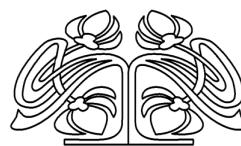
# ИЗВЕСТИЯ

## САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

### Новая серия

#### Серия Физика, выпуск 4

Продолжение «Известий Императорского Николаевского Университета» 1910–1918, «Ученых записок СГУ» 1923–1962,  
«Известий Саратовского университета. Новая серия» 2001–2004



Научный журнал

2024 Том 24

ISSN 1817-3020 (Print)

ISSN 2542-193X (Online)

Издается с 2005 года

## СОДЕРЖАНИЕ

**К 95-летней годовщине заслуженного профессора  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
Юрия Михайловича Романовского**

326

### Научный отдел

#### Теоретическая и математическая физика

**Фатеев И. С., Полежаев А. А.** Химерные состояния в системах супердиффузионно связанных нейронов

328

#### Оптика и спектроскопия. Лазерная физика

**Манькова А. А., Брандт Н. Н., Чикишев А. Ю.** Сравнительный анализ низкочастотных колебательных спектров нативных и денатурированных белков

340

#### Биофизика и медицинская физика

**Жорина Л. В., Толстой Е. А.** Математическое моделирование термографического изображения вен при варикозной болезни нижних конечностей

348

**Умеренков Д. А., Ермолинский П. Б., Луговцов А. Е., Дячук Л. И., Приезжев А. В.** Оптические измерения микрореологических параметров крови и анализ их связи с её вязкостью при сердечно-сосудистых заболеваниях

361

**Светлицына Н. А., Тучин В. В., Семенова Н. И.** Моделирование влияния осмотического давления на рост раковых клеток: роль размера области и длительности воздействия

374

#### Из истории физики

**Романовский А. Ю., Романовский М. Ю.** Юрий Михайлович Романовский – судьба, наука и встречи

384

**К 110-летию со дня рождения первого заведующего кафедрой  
физики твердого тела, профессора, доктора физико-математических наук  
Зинаиды Ивановны Кирьяшкиной**

396

### Научный отдел

#### Твердотельная электроника, микро- и наноэлектроника

**Скрипаль А. В., Пономарев Д. В., Волшаник М. А.** Управление резонансами в одномерной брэгговской структуре сверхвысокочастотного диапазона при использовании в качестве интерфейса слоя дистиллированной воды

398

**Михайлов А. И., Кожевников И. О., Митин А. В.** Исследование возможности реализации среднечастотного широкополосного генератора качающейся частоты на структуре полуизолирующего арсенида галлия

412

**Семёнов А. А., Вениг С. Б., Дронкин А. С.** Аналоговые модели базовых троичных логических элементов комбинационной логики

418

#### Радиофизика, электроника, акустика

**Ежов Д. М., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.** Коллективная динамика ансамблей радиотехнических моделей осцилляторов ФитцХью–Нагумо, связанных через хаб

429

### Методический отдел

**Цой В. И.** Динамическая редукция к стационарным состояниям при квантовых измерениях

442

Журнал «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия “Физика”» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Запись о регистрации СМИ ПИ № ФС77-76653 от 26 августа 2019 г.

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (категория К1, специальности: 1.3.3, 1.3.4, 1.3.5, 1.3.6, 1.3.11, 1.3.19, 1.5.2, 2.2.2). Журнал индексируется Scopus, RSCI, DOAJ

Подписной индекс издания 36015. Подпись на печатные издания можно оформить в Интернет-каталоге ГК «Урал-Пресс» ([ural-press.ru](http://ural-press.ru)). Журнал выходит 4 раза в год. Цена свободная. Электронная версия находится в открытом доступе ([fizika.sgu.ru](http://fizika.sgu.ru))

#### Директор издательства

Бучко Ирина Юрьевна

#### Редактор

Трубникова Татьяна Александровна /  
Дударева Светлана Сергеевна

#### Редактор-стилист

Агафонов Андрей Петрович

#### Верстка

Пермяков Алексей Сергеевич

#### Технический редактор

Каргин Игорь Анатольевич

#### Корректор

Агафонов Андрей Петрович

В оформлении издания использованы работы художника Соколова Дмитрия Валерьевича (13.11.1940–20.11.2023)

#### Адрес учредителя, издателя и издательства (редакции):

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83  
Тел.: +7(845-2) 51-29-94, 51-45-49,  
52-26-89

E-mail: [publ@sgu.ru](mailto:publ@sgu.ru), [izdat@sgu.ru](mailto:izdat@sgu.ru)

Подписано в печать 19.12.2024.

Подписано в свет 25.12.2024.

Выход в свет 25.12.2024.

Формат 60 × 84 1/8.

Усл. печ. л. 15.17 (16.25).

Тираж 100 экз. Заказ 145-Т.

Отпечатано в типографии  
Саратовского университета.

Адрес типографии:  
410012, Саратов, Б. Казачья, 112А

© Саратовский университет, 2024



## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Журнал публикует на русском и английском языках научные статьи по физике, содержащие новые результаты исследований, статьи учебно-методического характера, содержащие инновационную компоненту, статьи по методологии разделов физической науки, статьи, отражающие хронику научных мероприятий и важных событий в жизни физического сообщества.

Материалы, ранее опубликованные или представленные для публикации в другие журналы, к рассмотрению не принимаются. Рекомендуемый объем статьи – до 25 страниц текста, включая рисунки, таблицы и список литературы. На русском языке статья содержит: УДК, заглавие, инициалы и фамилии авторов, название их места работы, электронный адрес авторов, аннотацию (200–250 слов), ключевые слова, текст, благодарности и ссылки на гранты, список литературы.

На английском языке необходимо продублировать: заглавие, инициалы (имя – полностью) и фамилии авторов, структурированную аннотацию (250–600 слов), ключевые слова, список литературы (references). Для каждого автора указать ORCID.

Текст должен быть набран и напечатан через 1,5 интервала на бумаге формата А4 с полями 2,5 см, шрифт Times New Roman, размер шрифта текста – 14.

Текст статьи должен быть подписан всеми авторами.

Для публикации статьи необходимо загрузить на сайт журнала: текст статьи, оформленный согласно правилам журнала; направление от организации (отсканированное в формате pdf); лицензионный договор (отсканированный в формате pdf); экспертное заключение; согласие на обработку персональных данных.

Список литературы следует оформлять в соответствии с ГОСТ Р7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка». В списке литературы нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются. В библиографическом списке должны быть указаны только процитированные в статье работы.

Все рукописи, поступившие в редколлегию и соответствующие профилю журнала, проходят рецензирование, а затем редколлегия принимает решение о возможности их опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Более подробно с правилами для авторов и порядком рецензирования можно ознакомиться на сайте журнала: <http://fizika.sgu.ru>

Адрес редколлегии серии: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ имени Н. Г. Чернышевского, Институт физики

Тел./факс: +7 (8452) 52-27-05

E-mail: [fizik@sgu.ru](mailto:fizik@sgu.ru)

Website: <https://fizika.sgu.ru>

## CONTENTS

<b>On the 95th anniversary of the Honored Professor of Lomonosov Moscow State University Yuri Mikhailovich Romanovsky</b>	326
<b>Scientific Part</b>	
<b>Theoretical and Mathematical Physics</b>	
Fateev I. S., Polezhaev A. A. Chimera states in systems of superdiffusively coupled neurons	328
<b>Optics and Spectroscopy. Laser Physics</b>	
Mankova A. A., Brandt N. N., Chikishev A. Yu. Comparative analysis of low-frequency vibrational spectra of native and denatured proteins	340
<b>Biophysics and Medical Physics</b>	
Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical modeling of the lower limbs varicose veins thermographic image	348
Umerenkov D. A., Ermolinsky P. B., Lugovtsov A. E., Dyachuk L. I., Priezzhev A. V. Optical measurements of microrheological parameters of blood and analysis of their relationship with its viscosity in cardiovascular diseases	361
Svetlitsyna N. A., Tuchin V. V., Semenova N. I. Modelling the effect of osmotic pressure on cancer cell growth: The role of area size and duration of exposure	374
<b>From the History of Physics</b>	
Romanovsky A. Yu., Romanovsky M. Yu. Yuri M. Romanovsky – destiny, science, rendezvous	384
<b>On the 110th anniversary of the birth of the first head of the Solid State Physics Department, professor, doctor of physical and mathematical sciences Zinaida Ivanovna Kiryashkina</b>	
396	
<b>Scientific Part</b>	
<b>Solid-State Electronics, Micro- and Nanoelectronics</b>	
Skripal A. V., Ponomarev D. V., Volshanik M. A. Control of resonances in a one-dimensional bragg structure of the microwave range using a distilled water layer as an interface	398
Mikhailov A. I., Kozhevnikov I. O., Mitin A. V. Investigation of the possibility of implementing a mid-frequency broadband swept-frequency generator based on the structure of semi-insulating gallium arsenide	412
Semenov A. A., Venig S. B., Dronkin A. S. Analog models for ternary combinational logic elements	418
<b>Radiophysics, Electronics, Acoustics</b>	
Ezhov D. M., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Collective dynamics of ensembles of radio engineering models of FitzHugh–Nagumo oscillators coupled via a hub	429
<b>Methodological Part</b>	
Tsoy V. I. Dynamic reduction to stationary states in quantum measurements	442

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА  
«ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. НОВАЯ СЕРИЯ.  
СЕРИЯ: ФИЗИКА»**

**Главный редактор**

Короновский Алексей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**Заместители главного редактора**

Тучин Валерий Викторович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Саратов, Россия)

Никитов Сергей Аполлонович, доктор физ.-мат. наук, академик РАН (Москва, Россия)

**Ответственный секретарь**

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**Члены редакционной коллегии:**

- Аникин Валерий Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Бабков Лев Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Вадивасова Татьяна Евгеньевна, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Вениг Сергей Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Виницкий Сергей Ильич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Дубна, Россия)  
Горохов Александр Викторович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Самара, Россия)  
Давидович Михаил Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Дербов Владимир Леонардович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Дюбуа Арно, Ph.D., профессор Университета Париж-Сакле (Сент-Обен, Франция)  
Жу Дан, Ph.D., профессор Хуачжунского университета науки и технологий (Ухань, Китай)  
Захарова Анна Сергеевна, Dr. Habil, профессор Берлинского технического университета (Берлин, Германия)  
Ларин Кирилл Владимирович, Ph.D., профессор Хьюстонского университета (Хьюстон, США)  
Мельников Леонид Аркадьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Модельский Иосиф, Ph.D., профессор Варшавского Технологического университета (Варшава, Польша)  
Пирогов Юрий Андреевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Москва, Россия)  
Сербино Роберто, Ph.D., профессор Миланского университета (Милан, Италия)  
Скрипаль Александр Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Сухоруков Глеб Борисович, Ph.D., профессор Университета Королевы Марии (Лондон, Великобритания)  
Филимонов Юрий Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Хлебцов Николай Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)  
Чигринов Владимир Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор Гонг Конгского университета науки и технологии (Гонг Конг, Китай)  
Шараевский Юрий Павлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

**EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL  
“IZVESTIYA OF SARATOV UNIVERSITY. PHYSICS”**

**Editor-in-Chief – Aleksey A. Koronovskii (Saratov, Russia)**

**Deputy Editors-in-Chief – Valery V. Tuchin (Saratov, Russia))**

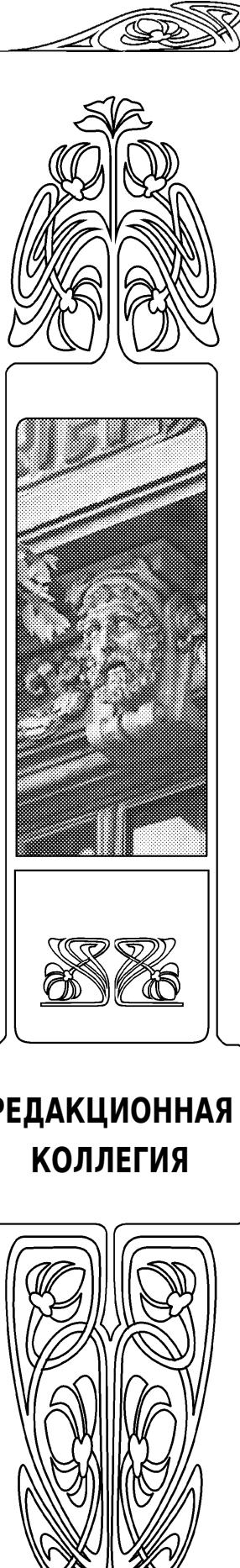
Sergey A. Nikitov (Moscow, Russia)

**Executive Secretary – Anatoly V. Skripal (Saratov, Russia)**

**Members of the Editorial Board:**

- Valery M. Anikin (Saratov, Russia)  
Lev M. Babkov (Saratov, Russia)  
Roberto Cerbino (Milan, Italy)  
Vladimir G. Chigrinov (Hong Kong, China)  
Michael V. Davidovich (Saratov, Russia)  
Vladimir L. Derbov (Saratov, Russia)  
Arnaud Dubois (Saint-Aubin, France)  
Yuri A. Filimonov (Saratov, Russia)  
Alexander V. Gorokhov (Samara, Russia)  
Nikolai G. Khlebtsov (Saratov, Russia)  
Kirill V. Larin (Houston, USA)

- Leonid A. Melnikov (Saratov, Russia)  
Joseph Modelska (Warsaw, Poland)  
Yuri A. Pirogov (Moscow, Russia)  
Yuri P. Sharaevsky (Saratov, Russia)  
Alexander V. Skripal (Saratov, Russia)  
Gleb B. Sukhorukov (London, UK)  
Tatyana E. Vadivasova (Saratov, Russia)  
Sergey I. Vinitsky (Dubna, Russia)  
Sergey B. Venig (Saratov, Russia)  
Anna S. Zakharova (Berlin, Germany)  
Dan Zhu (Wuhan, China)



## К 95-летней годовщине заслуженного профессора Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова Юрия Михайловича Романовского

В октябре этого года исполнилось 95 лет со дня рождения заслуженного профессора МГУ имени М. В. Ломоносова Юрия Михайловича Романовского (1929–2022). В четвертом выпуске журнала «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика» опубликованы статьи, посвящённые

этой годовщине – статьи учёных, сотрудничавших с Ю. М. Романовским по различным разделам физики и биофизики.

Юрий Михайлович родился 31 октября 1929 года, окончил физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, где и проработал большую часть своей жизни. Там же он защитил кандидатскую и докторскую диссертации.

С 1965 г. Ю. М. Романовский активно занимался математическим моделированием биологических процессов. Он известен в России и за ее пределами как один из основателей современной математической биофизики. Им была развита теория распределенных автоколебательных систем с диффузионными связями в приложении к проблемам автоволновых процессов в химических и биохимических реакциях в живых клетках, в частности, теория автоволновых течений протоплазмы в клетках, обладающих амёбoidной подвижностью.

Ю. М. Романовский инициировал развитие и применение лазерных методов к исследованию биологической подвижности на молекулярном и клеточном

уровнях. Им, его учениками и сотрудниками удалось экспериментально исследовать нестационарные колебательные и автоволновые процессы в живых клетках. Полученные результаты стали основой для построения серии математических моделей автоволновой внутриклеточной подвижности. Ю. М. Романовским были созданы и экспериментально изучены математические модели реакции живых клеток на световые и тепловые воздействия. Совместно с учениками им выполнен большой цикл работ по исследованию бегущих биопотенциалов, инициируемых локальным воздействием электромагнитного излучения на листья зеленых растений. Впервые в широком диапазоне от ультрафиолета до миллиметровых волн было изучено воздействие излучения на генерацию распространяющихся в растениях электрических импульсов.

Ю. М. Романовский внес существенный вклад в разработку концепции «белок-машина», предложенной группой российских ученых и ставшей за последние годы общепринятой в мировом научном сообществе. Используя методы квантовой механики и молекулярной динамики, Юрий Михайлович смог описать влияние движения по выделенным степеням свободы белковых молекул на соответствующую функциональную активность и тем самым внес большой вклад в выявление взаимосвязи «структура – функция» биологических макромолекул.

В последние годы тематика научных исследований Ю. М. Романовского была связана с созданием математических моделей для описания функционирования молекулярных наномашин (молекул ферментов). Предложенные им оригинальные подходы позволили провести расчеты их эффективности, а новые математические модели дали возможность исследовать элементарные стадии каталитических реакций с участием молекул ферментов.

На протяжении многих лет Юрий Михайлович тесно сотрудничал с Саратовским государственным университетом (СГУ), активно участвовал в работе журналов, научных конференциях и семина-



31.10.1929 – 23.08.2022

326



нарах, организованных СГУ. Был одним из основателей и членом редколлегии журнала «Прикладная нелинейная динамика» (серия «Известия вузов»), опубликовал большое количество статей в журналах, издаваемых СГУ.

В настоящем выпуске в различных разделах, которые очень хорошо отражают широкий круг научных интересов Ю. М. Романовского, представлены следующие статьи. В разделе *Теоретическая и математическая физика* опубликована работа коллег и учеников Ю. М. Романовского из Физического института им. П. Н. Лебедева РАН И. С. Фатеева и А. А. Полежаева на тему химерные состояния в системах супердиффузионно связанных нейронов. В разделе *Оптика и спектроскопия. Лазерная физика* представлена статья коллег и учеников Ю. М. Романовского из МГУ А. А. Маньковой, Н. Н. Брандта и А. Ю. Чикишева, в которой проведен сравнительный анализ низкочастотных колебательных спектров нативных и денатурированных белков. В разделе *Биофизика и медицинская физика* собраны три статьи его учеников и коллег: Л. В. Жориной и Е. А. Толстого (Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана) по математическому моделированию термографического изображения варикозной болезни нижних конечностей; Д. А. Умеренкова, П. Б. Ермолинского, А. Е. Луговцова, Л. И. Дячук и А. В. Приезжева (МГУ) на тему оптические измерения микрореологических параметров клеток крови и анализ их связи с её вязкостью при сердечно-сосудистых заболеваниях, а также Н. А. Светлицыной, В. В. Тучина и Н. И. Семеновой (СГУ), посвященная моделированию влияния осмотического давления на рост раковых клеток и выявлению роли размера области и длительности осмотического воздействия.

В разделе *История физики* представлены воспоминания сыновей Юрия Михайловича Романовского Александра и Михаила Романовских под названием «Юрий Михайлович Романовский – судьба, наука и встречи».

В заключение добавим, что Юрий Михайлович не только интересовался историей науки, но и написал несколько замечательных книг по исторической тематике. Назовем, например, написанную в соавторстве с отцами синергетики Хакеном, Эбелингом и Платом известную всем физикам книгу «Об истории синергетики. Общие принципы самоорганизации в природе и в обществе» [1], инициатором написания которой был именно он; прекрасную книгу о его однокашниках [2], которые «делали» физическую науку в XX и XXI веках, а также отметим его вклад в создание книги о советской военной мощи, к укреплению которой он имел прямое отношение [3].

Памяти Юрия Михайловича посвящена статья, опубликованная в журнале «Успехи физических наук» [4].

### Список литературы

1. Хакен Г., Плат П., Эбелинг В., Романовский Ю. Об истории синергетики. Общие принципы самоорганизации в природе и в обществе. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2017. 428 с.
2. Выпускники физфака МГУ им. М. В. Ломоносова 1952 года / сост. Ю. М. Романовский ; ред. Л. Б. Розенфельд. Изд. 2-е, доп. М. : Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 2017. 806 с.
3. Советская военная мощь от Сталина до Горбачева / под ред. А. В. Минаева. М. : Издательский дом «Военный парад», 1999. 624 с.
4. Аксентьев М. С., Гурия Г. Т., Иваницкий Г. Р., Макаров В. А., Полежаев А. А., Приезжев А. В., Ризниченко Г. Ю., Ритус В. И., Романовский М. Ю., Руденко О. В., Сысоев Н. Н., Тучин В. В. Памяти Юрия Михайловича Романовского // УФН. 2023. Т. 193, вып. 2. С. 229–230. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.01.039319>

*Приезжев Александр Васильевич,*  
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики и волновых процессов Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, [avp2@mail.ru](mailto:avp2@mail.ru)

*Тучин Валерий Викторович,*  
чл.-корр. РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и биофотоники, руководитель Научного медицинского центра СГУ имени Н. Г. Чернышевского; научный руководитель лаборатории биофотоники Национального исследовательского Томского государственного университета; заведующий лабораторией лазерной диагностики технических и живых систем Института проблем точной механики и управления ФИЦ «Саратовский научный центр РАН», [tuchinvv@mail.ru](mailto:tuchinvv@mail.ru)

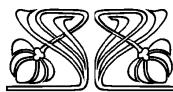
# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 328–339

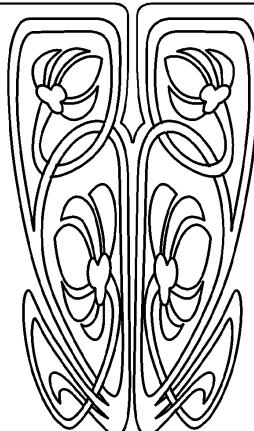
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 328–339

<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-328-339>, EDN: AKRGLX

Обзорная статья  
УДК 530.182



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ



## Химерные состояния в системах супердиффузионно связанных нейронов

И. С. Фатеев<sup>✉</sup>, А. А. Полежаев

Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук, Россия, 119991, г. Москва,  
Ленинский проспект, д. 53

Фатеев Илья Сергеевич, аспирант, высококвалифицированный младший научный сотрудник лаборатории нелинейной динамики и теоретической биофизики, [i.fateev@lebedev.ru](mailto:i.fateev@lebedev.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9255-7196>, AuthorID: 1245592

Полежаев Андрей Александрович, доктор физико-математических наук, высококвалифицированный главный научный сотрудник, [polezhayeva@lebedev.ru](mailto:polezhayeva@lebedev.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0276-5341>, AuthorID: 6181

**Аннотация.** Одни из самых интригующих коллективных явлений, которые могут наблюдаться в системах связанных осцилляторов различной природы, – это химерные состояния. Они характеризуются возникновением согласованной пространственной синхронизации и рассинхронизации в изначально однородной системе. В данной работе обсуждаются результаты исследований одномерной и двухмерной систем взаимодействующих нейронов, организованных на основе дробного оператора Лапласа и супердиффузионного кинетического механизма. Их использование существенно расширяет возможности описания химероподобных явлений с позиции классического реакционно-диффузионного подхода. Ввиду собственной математической лаконичности и способности воспроизвести почти все известные сценарии точечной нейронной активности, в качестве нелинейной части были использованы функции модели Hindmarsh–Rose. В обсуждаемых исследованиях демонстрируется, что одномерные и двухмерные системы двух- и трехкомпонентных реакционно-супердиффузионных уравнений, организованных на основе дробного оператора Лапласа, способны воспроизводить химерные состояния. Проанализированы динамические режимы в параметрическом пространстве параметров дробного оператора Лапласа, связанные с формообразующими особенностями сетей взаимодействующих нейронов. Обсуждаются параметрические области возникновения режимов синхронизации, режимов некогерентного поведения и химерных состояний. Результаты представленных исследований могут быть использованы в задачах вычислительных нейронаук и различных междисциплинарных исследований в качестве альтернативы существующим сетевым моделям.

**Ключевые слова:** химерные состояния, супердиффузия, дробный оператор Лапласа, системы взаимодействующих нейронов, сложные системы

**Благодарности:** Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

**Для цитирования:** Фатеев И. С., Полежаев А. А. Химерные состояния в системах супердиффузионно связанных нейронов // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 328–339. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-328-339>, EDN: AKRGLX

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)



Review

**Chimera states in systems of superdiffusively coupled neurons**

I. S. Fateev<sup>✉</sup>, A. A. Polezhaev

P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, 53 Leninskiy Prospekt, Moscow 119991, Russia

Ilya S. Fateev, i.fateev@lebedev.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9255-7196>

Andrey A. Polezhaev, polezhaevaa@lebedev.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0276-5341>

**Abstract.** **Background and Objectives:** One of the most intriguing collective phenomena, which arise in systems of coupled oscillators of different nature, are chimera states. They are characterized by the emergence of coordinated spatial synchronization and desynchronization, in an initially homogeneous system. **Materials and Methods:** This paper discusses the results of studies of one-dimensional and two-dimensional systems of interacting neurons organized on the basis of the fractional Laplace operator and the superdiffusion kinetic mechanism. Their use significantly extends the possibilities of describing chimera-like phenomena from the position of the classical reaction-diffusion approach. Due to mathematical brevity and its ability to reproduce almost all known scenarios of point neural activity, Hindmarsh–Rose model functions were used as a nonlinear part. **Results:** The studies under discussion demonstrate that one-dimensional and two-dimensional systems, two and three-component reaction-superdiffusion equations organized on the basis of the fractional Laplace operator are able to reproduce chimera states. Dynamic regimes in the parameter space of the fractional Laplace operator exponents associated with the shape-forming features of networks of interacting neurons have been analyzed. Parameter regions of synchronization modes, modes of incoherent behavior, and chimera states are discussed. **Conclusion:** The results of the presented studies can be used in computational neuroscience tasks and various interdisciplinary studies as an alternative to existing network models.

**Keywords:** chimera states, superdiffusion, fractional Laplace operator, systems of interacting neurons, complex systems

**Acknowledgements:** The work was supported by the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics “BASIS”.

**For citation:** Fateev I. S., Polezhaev A. A. Chimera states in systems of superdiffusively coupled neurons. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 328–339 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-328-339>, EDN: AKRGLX

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Системы взаимодействующих осцилляторов способны продуцировать сложную пространственно-временную динамику, связанную как с особенностями активации локальных элементов, так и с их формообразующей сетевой структурой. Важным примером данного динамического проявления могут считаться химерные состояния [1–3]. Их особенность заключается в согласованном существовании пространственно когерентных и некогерентных областей, формируемых в изначально однородной системе. Данное, во многом континтуитивное, коллективное явление было обнаружено в ансамблях фазовых [4], механических [5], оптических [6], химических [7] и, наконец, биологических осцилляторов, в частности нейронов [8–10].

На данный момент химерные состояния отождествляют с бамповыми режимами, которые связаны как с процессами обработки информации в коре головного мозга, однополушарным сном, а также многочисленными патологическими состояниями, возникающими из-за нарушения синхронизационной активности нейронов [11, 12]. Ввиду первоначально динамической природы данного явления, для более глубокого понимания процессов синхронизации, актуальной задачей является исследование различных динамических моделей

сетевых структур, в которых возможно возникновение химерных состояний.

С точки зрения биологических приложений, было рассмотрено широкое разнообразие всевозможных систем с различной динамикой активации локальных подсистем, организованных на основе непрерывных моделей нейронов, например: Hindmarsh–Rose, FitzHugh–Nagumo и Hodgkin–Huxley. С другой стороны, особое внимание также уделялось исследованиям различных конфигураций их соединений. В частности, подробно исследуются различные одномерные модели [13–16]. Они позволяют оценить влияние основных законов формирования связей на результирующую коллективную динамику. Пристальное внимание уделяется системам больших размерностей, в рамках которых могут формироваться более разнообразные паттерны коллективной активности. Среди важных примеров коллективной динамики можно выделить спиральные и кольцевые волны [17–19]. С нейрофизиологической точки зрения они могут быть отождествлены с обработкой информации и переводом памяти из краткосрочной формы в долгосрочную [20]. Важно, что именно двухмерные структуры проще сравнить с наблюдаемыми эмпирическими данными. Это обстоятельство указывает на особую важность их математического исследования. Более того,



именно в рамках систем больших размерностей уже наблюдали удивительные коллективные явления, сочетающие в себе свойства как спиральных и кольцевых волн, так и химерных состояний [21–23]. Следует также отметить исследования трехмерных систем, для которых существует еще большее разнообразие форм и структур, сочетающихся в себе особенности как когерентных, так и некогерентных динамических проявлений [24].

Дробно-дифференциальное исчисление – важный инструмент описания различных физических, химических, социальных и экономических явлений. С актуальными направлениями исследований, действующими аппаратом дробно-дифференциального исчисления, можно подробно ознакомиться в [25]. В частности, влияние дробных временных производных в уравнениях динамических систем оценивалось в перспективе задач синхронизации [26–28]. Степенные законы, лежащие в основе данных математических объектов, а также во многих смежных с задачами нейронаук областях [29–35], дают возможность эффективно использовать аппарат дробно-дифференциального исчисления в задачах математического моделирования. Дробные пространственные производные используются для формирования резко неоднородных сетей взаимодействующих элементов [36–38]. Обоснование применения супердиффузионного кинетического механизма к задачам коллективной динамики систем взаимодействующих нейронов можно найти в [39, 40].

В данной работе мы обсуждаем результаты исследований, в которых была предложена модель построения сети взаимодействующих нейронов на основе супердиффузионного кинетического механизма [15, 23]. В этой модели классический оператор Лапласа, формирующий локальный тип взаимодействия между элементами, был заменен на дробный оператор Лапласа. Данная замена позволила внедрить нелокальный и глобальный тип взаимодействия между элементами и задать направление для возможных вариаций и обобщений. В качестве нелинейных функций была использована нелинейная модель Hindmarsh–Rose, сочетающая в себе как математическую лаконичность, так и широкие возможности описания активационных свойств точечных нейронов.

## 1. Исследуемая модель и методы анализа

### 1.1. Модель супердиффузионной связи нейронов

Подобно исследованиям [9, 10], в работах [15, 23] была рассмотрена система реакционно-супер-

диффузионных уравнений

$$\begin{cases} \partial_t u(x, t) = -D_u(-\Delta)^{\alpha_u/2} u(x, t) + f_u(u, v, m), \\ \partial_t v(x, t) = -D_v(-\Delta)^{\alpha_v/2} v(x, t) + f_v(u, v), \\ \partial_t m(x, t) = f_m(u, m), \end{cases} \quad (1)$$

с нелинейными функциями, соответствующими модели Hindmarsh–Rose:

$$\begin{cases} f_u(u, v, m) = v - au^3 + bu^2 - m + I_{ext}, \\ f_v(u, v) = c - du^2 - v, \\ f_m(u, m) = r[s(u - u_0) - m]. \end{cases} \quad (2)$$

В состав системы (1) входит дробный оператор Лапласа  $-(-\Delta)^{\alpha_i/2}$ ,  $i = \{u, v\}$ , формирующий нелокальную связь между элементами соответствующих компонент системы. Исчерпывающую информацию о дробном операторе Лапласа можно получить в [41]. Для дальнейшего важно уточнить, что значение показателя  $\alpha_i = 2$ ,  $i = \{u, v\}$  соответствует классической диффузионной связи и локальному типу взаимодействия (взаимодействия лишь с ближайшими соседями), а система (1) сводится к классической реакционно-диффузионной задаче. Внедрение соединений сразу по двум компонентам определено несколькими соображениями. С одной стороны, необходимо ориентировать результаты обсуждаемых исследований на уже имеющиеся работы, в которых использовался нелокальный тип соединения по обеим компонентам [9, 10]. С другой стороны, имеется особая заинтересованность в обобщенном исследовании возникающих динамических режимов, в параметрическом пространстве показателей дробного оператора Лапласа ( $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$ ). Внедрение слабой связи по второй компоненте слаживает синхронизационный переход в пространстве ( $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$ ), позволяя более подробно отследить изменения в динамических режимах.

В одномерном случае, а также в присутствии уточнений, указанных в [38, 42], разностная схема аппроксимации, которая соответствует системе (1), может быть представлена в следующей форме:

$$\begin{cases} u_i^{k+1} = u_i^k + D_u r_u^{(x+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_u^{(j)} u_{i-j+1}^k + \\ + D_u r_u^{(x-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_u^{(j)} u_{i+j-1}^k + dt f_u(u_i^k, v_i^k, m_i^k), \\ v_i^{k+1} = v_i^k + D_v r_v^{(x+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_v^{(j)} v_{i-j+1}^k + \\ + D_v r_v^{(x-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_v^{(j)} v_{i+j-1}^k + dt f_v(u_i^k, v_i^k), \\ m_i^{k+1} = m_i^k + dt f_m(u_i^k, m_i^k). \end{cases} \quad (3)$$

С одной стороны, точное математическое описание разностной схемы аппроксимации двухмерного дробного оператора Лапласа является трудоемкой задачей. С другой стороны, для исследования сетевых структур, организованных на основе дробного кинетического механизма, можно воспользоваться следующей формой записи (см., например, [38, 43]):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{i,n}^{k+1} = u_{i,n}^k + \left[ D_u r_u^{(x+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_u^{(j)} u_{i-j+1,n}^k + \right. \\ \quad \left. + D_u r_u^{(x-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_u^{(j)} u_{i+j-1,n}^k \right] + \\ \quad + \left[ D_v r_v^{(y+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_v^{(j)} v_{i,n-j+1}^k + \right. \\ \quad \left. + D_v r_v^{(y-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_v^{(j)} v_{i,n+j-1}^k \right] + \\ \quad + dt f_u(u_{i,n}^k, v_{i,n}^k, m_{i,n}^k), \\ v_{i,n}^{k+1} = v_{i,n}^k + \left[ D_v r_v^{(x+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_v^{(j)} v_{i-j+1,n}^k + \right. \\ \quad \left. + D_v r_v^{(x-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_v^{(j)} v_{i+j-1,n}^k \right] + \\ \quad + \left[ D_u r_u^{(y+)} \sum_{j=0}^{l_+(i)} g_u^{(j)} u_{i,n-j+1}^k + \right. \\ \quad \left. + D_u r_u^{(y-)} \sum_{j=0}^{l_-(i)} g_u^{(j)} u_{i,n+j-1}^k \right] + \\ \quad + dt f_v(u_{i,n}^k, v_{i,n}^k), \\ m_{i,n}^{k+1} = m_{i,n}^k + dt f_m(u_{i,n}^k, v_{i,n}^k). \end{array} \right. \quad (4)$$

Система (4) подразумевает анизотропное соединение компонент по двум выделенным направлениям. Параметры дискретизации, а также весовые коэффициенты задаются следующими соотношениями для одномерной и двухмерной системы:

$$\begin{aligned} r_q^{(x+)} &= r_q^{(x-)} = -\frac{1}{2} \sec(\pi \alpha_q / 2) dt(dx)^{-\alpha_q}, \\ r_q^{(y+)} &= r_q^{(y-)} = -\frac{1}{2} \sec(\pi \alpha_q / 2) dt(dy)^{-\alpha_q}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$g_q^{(j)} = (-1)^j \binom{\alpha_q}{j} = \frac{(-1)^j \Gamma(\alpha_q + 1)}{\Gamma(\alpha_q - j + 1) \Gamma(j + 1)}, \quad (6)$$

в которых  $q = \{u, v\}$ .

В системах (3) и (4) индексы  $i$  и  $n$  связаны с пространственной дискретизацией по выделенным направлениям. Индекс  $k$  характеризует

временной торт, для которого рассматривается состояние распределенной системы. Следует дополнительно отметить, что разностная схема аппроксимации непрерывной реакционно-супердиффузационной задачи в общем случае имеет следующие верхние пределы суммирования:  $l_+(i) = i + 1$  и  $l_-(i) = X_{\max} - i + 1$  [42]. Основной задачей обсуждаемых исследований является изучение именно дискретной системы, организованной на основе взаимодействия супердиффузионного типа. Ввиду сравнительной малости весовых коэффициентов, ответственных за дальнодействие  $g^{(j)}$ , а также для организации периодических граничных условий в контексте излагаемых исследований, параметры, связанные с радиусом взаимодействия по выделенным направлениям, являются ограниченными и имеют следующие значения:  $l_+(i) = l_-(i) = 10$ . Коэффициенты  $D_u$  и  $D_v$  являются постоянными множителями, влияющими на силу взаимодействия. Значения параметров, определяющих нелинейную часть:  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = 1$ ,  $d = 5$ ,  $s = 4$ ,  $u_0 = -1.6$ . Значения параметров, связанных с кинетической частью:  $D_u = 10^{-4}$ ,  $D_v = 10^{-6}$ . В рамках одномерной задачи вычисления выполнялись при следующих параметрах дискретизации:  $dt = 0.01$  и  $dx = 0.005$ , а также  $dx = 0.005$  и  $T_{\max} = 2 \cdot 10^4$ . Для двухмерной задачи были использованы следующие значения:  $dt = 0.005$ ,  $dx = dy = 0.005$  при  $dx = 0.005$ ,  $X_{\max} = 100$  и  $T_{\max} = 3 \cdot 10^4$ .

Моделирование данной системы осуществлялось с использованием разделения по физическим процессам. Кинетическая часть рассчитывалась по явной разностной схеме, определенной в (3) и (4) для одномерного и двухмерного случаев соответственно. Отметим, что, несмотря на форму записи, которая соответствует методу Эйлера, для формирования более точного вклада реакционной части нелинейная составляющая рассчитывалась с помощью алгоритма Рунге–Кутты 4-го порядка. Для лаконичности дальнейшего изложения будем обозначать одномерную трехкомпонентную систему как **(1D UVM)**, а двухмерную трехкомпонентную систему как **(2D UVM)**.

## 1.2. Методы анализа химерных структур

Для анализа степени развития фазовой синхронизации реализованных структур, мы воспользуемся несколькими независимыми индикаторами. С целью сохранения лаконичности и общности дальнейшего изложения определения приведем для двухмерного случая. Выражения, определяющие указанные метрики для

одномерного случая, можно воспроизвести соответствующей редукцией, либо обратившись к представленным источникам.

Первым индикатором, отражающим уровень развития некогерентности, является *параметр локального порядка*. Для сохранения общности вычисление данного индикатора мы основываем на классическом реакционно-диффузионном подходе, описанном в [44]:

$$L_{i,n}^k = \left| \frac{1}{2d+1} \sum_{i',n' \in \Omega} \exp(\sqrt{-1}\phi_{i',n'}^k) \right|, \quad (7)$$

с соответствующей фазой, зависящей от состояния первой и второй компоненты рассматриваемой системы при условии медленной эволюции третьей компоненты ( $r \ll 1$  в (2)):

$$\phi_{i,n}^k = \arctan\left(\frac{v_{i,n}^k}{u_{i,n}^k}\right). \quad (8)$$

В выражении (7) параметр  $d = 2$  характеризует пространственную размерность реакционно-диффузионной системы. Область  $\Omega$  включает 4 элемента, расположенных вокруг центрального, а также сам центральный элемент с пространственными индексами  $i$  и  $n$ . Значение  $L_{i,n}^k \rightarrow 1$  соответствует режиму принадлежности нейрона с пространственными индексами  $i$  и  $n$  в  $k$ -й временной такт к когерентной группе, в то время как  $L_{i,n}^k \rightarrow 0$  характеризует полностью асинхронный режим для выделенного элемента.

Вторым параметром является *фактор синхронизации*, задающийся соотношением [45, 46]:

$$R = \frac{\langle [F^k]^2 \rangle_t - \langle F^k \rangle_t^2}{1/N^2 \sum_{i,n} (\langle [u_{i,n}^k]^2 \rangle_t - \langle u_{i,n}^k \rangle_t^2)}, \quad (9)$$

в котором

$$F^k = \frac{1}{N^2} \sum_{i,n} u_{i,n}^k. \quad (10)$$

Операция  $\langle \cdot \rangle_t$  означает усреднение по временной выборке. Значение фактора синхронизации  $R \rightarrow 1$  соответствует синхронному режиму. Аналогично, значение  $R \rightarrow 0$  характеризует некогерентный режим.

Последним параметром является *сила некогерентности* [47, 48]:

$$SI = 1 - \frac{1}{M^2} \sum_{p,q=1}^M s(p,q), \quad (11)$$

для которой определены следующие функции:

$$s(p,q) = H(\delta - \sigma(p,q)), \quad (12)$$

$$\sigma(p,q) = \sqrt{\left\langle \frac{1}{m^2} \sum_{i=\Omega(m,p)}^{pm} \sum_{n=\Omega(m,q)}^{qm} [W_{i,n}^k - \langle W \rangle_r^k]^2 \right\rangle_t}, \quad (13)$$

и

$$W_{i,n}^k = \sqrt{(u_{i,n}^k - u_{i+1,n}^k)^2 + (u_{i,n}^k - u_{i,n+1}^k)^2}. \quad (14)$$

В выражении (12)  $H(x)$  – функция Хевисайда,  $\delta$  – заранее определенное пороговое значение для стандартного отклонения  $\sigma(p,q)$  в (13), которое определяется на основе результирующих состояний системы. Операция  $\langle W \rangle_r^k$  в (13) означает усреднение по пространственной выборке величины  $W_{i,n}^k$  для  $k$ -го временного такта. Аргументы  $p, q = 1, 2, \dots, M$  связаны с разбиением исходной системы на соответствующие подсистемы, для которых, в случае симметричного разбиения, справедливы выражения:  $m = N/M$  и  $N = X_{\max} = Y_{\max}$ . Нижние пределы оператора суммирования определены как  $\Omega(m,q) = m(q-1) + 1$  и  $\Omega(m,p) = m(p-1) + 1$ .

Значение  $SI \rightarrow 1$  свидетельствует о развитом некогерентном режиме, в то время как значение  $SI \rightarrow 0$  справедливо для режима полной синхронизации.

## 2. Результаты

### 2.1. Случай двухкомпонентной системы

Прежде всего стоит проанализировать поведение двухкомпонентной системы для одномерного и двухмерного случаев:

$$\begin{cases} \partial_t u(x,t) = -D_u(-\Delta)^{\alpha_u/2} u(x,t) + f_u(u,v), \\ \partial_t v(x,t) = -D_v(-\Delta)^{\alpha_v/2} v(x,t) + f_v(u,v), \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} f_u(u,v) = v - au^3 + bu^2 + I_{ext}, \\ f_v(u,v) = c - du^2 - v. \end{cases} \quad (16)$$

По аналогии с ранее принятой нотацией обозначим одномерные и двухмерные двухкомпонентные системы как **(1D UV)** и **(2D UV)** соответственно.

Результаты, соответствующие двухкомпонентной одномерной цепочке взаимодействующих нейронов **(1D UV)**, основанной на разностной схеме (3) для значения внешнего ионного тока  $I_{ext} = 1.6$ , восстановлены по данным работы [15] и представлены на рис. 1. Рис. 1, а демонстрирует динамику развития пространственно-временных режимов в данной системе относительно единственного генерированного

набора равномерно распределенных на участке  $(-1, 1)$  начальных условий. Показано, что для локального типа взаимодействия при  $(\alpha_u = 2, \alpha_v = 2)$  в системе возникает синхронизация. В данном месте (и далее в работе) под синхронизацией понимается развитие именно фазовой синхронизации в системе. Внедрение взаимодействия супердиффузионного типа приводит к уменьшению масштаба пространственных структур. Рис. 1, б демонстрирует, что для комбинаций параметров  $(\alpha_u = 1.6, \alpha_v = 2)$  и  $(\alpha_u = 1.4, \alpha_v = 2)$  в системе возникает химерное состояние, которое далее переходит в аналог уединенного

состояния (*solitary state*) при  $(\alpha_u = 1.2, \alpha_v = 2)$ , отмеченного зеленым прямоугольником.

Рассмотрим случай двухмерной двухкомпонентной системы (2D UV) при  $I_{ext} = 1.7$ . Результаты восстановлены по данным работы [23] и продемонстрированы на рис. 2. Анализ, подобный предыдущему (см. рис. 2, а), показывает, что случаи  $(\alpha_u = 2, \alpha_v = 2)$  и  $(\alpha_u = 1.8, \alpha_v = 2)$  соответствуют режиму полной синхронизации. Пульсационный режим, приводящий к образованию волновых структур, реализуется в двухмерной системе при  $(\alpha_u = 1.6, \alpha_v = 2)$ . При  $(\alpha_u = 1.4, \alpha_v = 2)$  возникают химерные со-

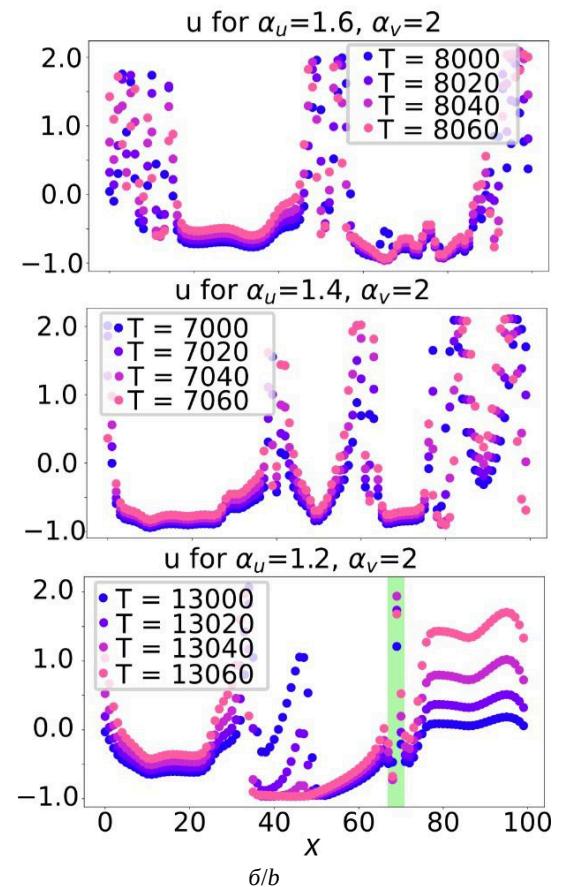
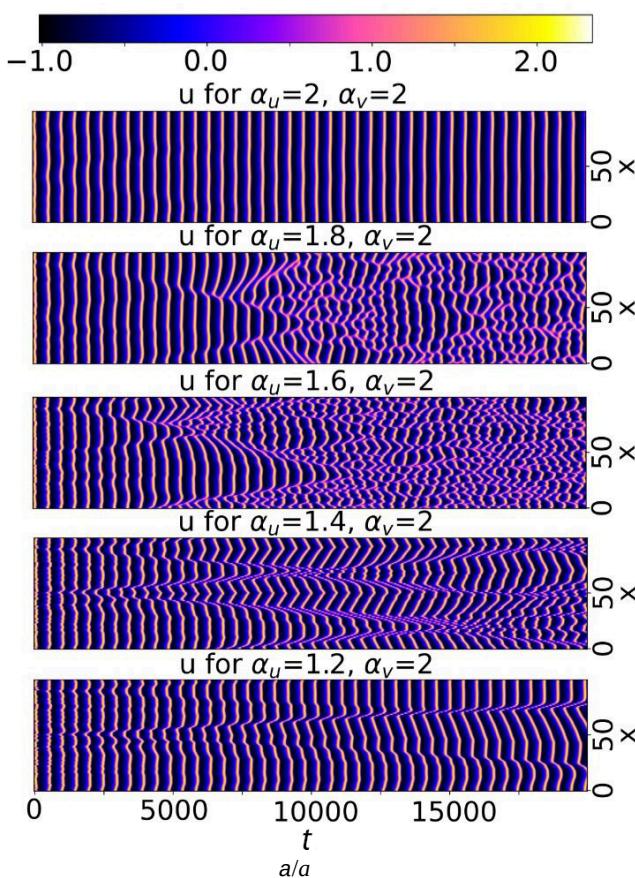


Рис. 1. Развитие химерных состояний для одномерной двухкомпонентной системы (1D UV) в зависимости от значения показателя  $\alpha_u \leq 2$  дробного оператора Лапласа первой компоненты при  $I_{ext} = 1.6$ : а – представлена пространственно-временная динамика системы для соответствующих показателей  $\alpha_u$  по первой компоненте и классической диффузии по второй  $\alpha_v = 2$ ; химеро-подобные структуры возникают для случаев  $\alpha_u = 1.6$  и  $\alpha_u = 1.4$ ; случай  $\alpha_u = 1.2$  демонстрирует явную рассинхронизацию лишь для единственного нейрона; б – представлены состояния данных систем для указанных моментов времени с выделенными областями синхронизационной активности и областями некогерентного поведения. Материалы восстановлены по данным работы [15] (цвет онлайн)

Fig. 1. Development of chimera states for the one-dimensional two-component system (1D UV) depending on the value of the exponent  $\alpha_u \leq 2$  of the fractional Laplace operator of the first component for  $I_{ext} = 1.6$ . Part (a) shows the spatiotemporal dynamics of the system for the corresponding exponents  $\alpha_u$  for the first component and classical diffusion for the second. Chimera-like structures arise for the cases:  $\alpha_u = 1.6$  and  $\alpha_u = 1.4$ . The case  $\alpha_u = 1.2$  shows a clear desynchronization for only a single neuron. Part (b) presents the states of these systems for the indicated time moments, with highlighted regions of synchronization activity and regions of incoherent behavior. The materials were reconstructed from the data of Ref. [15] (color online)

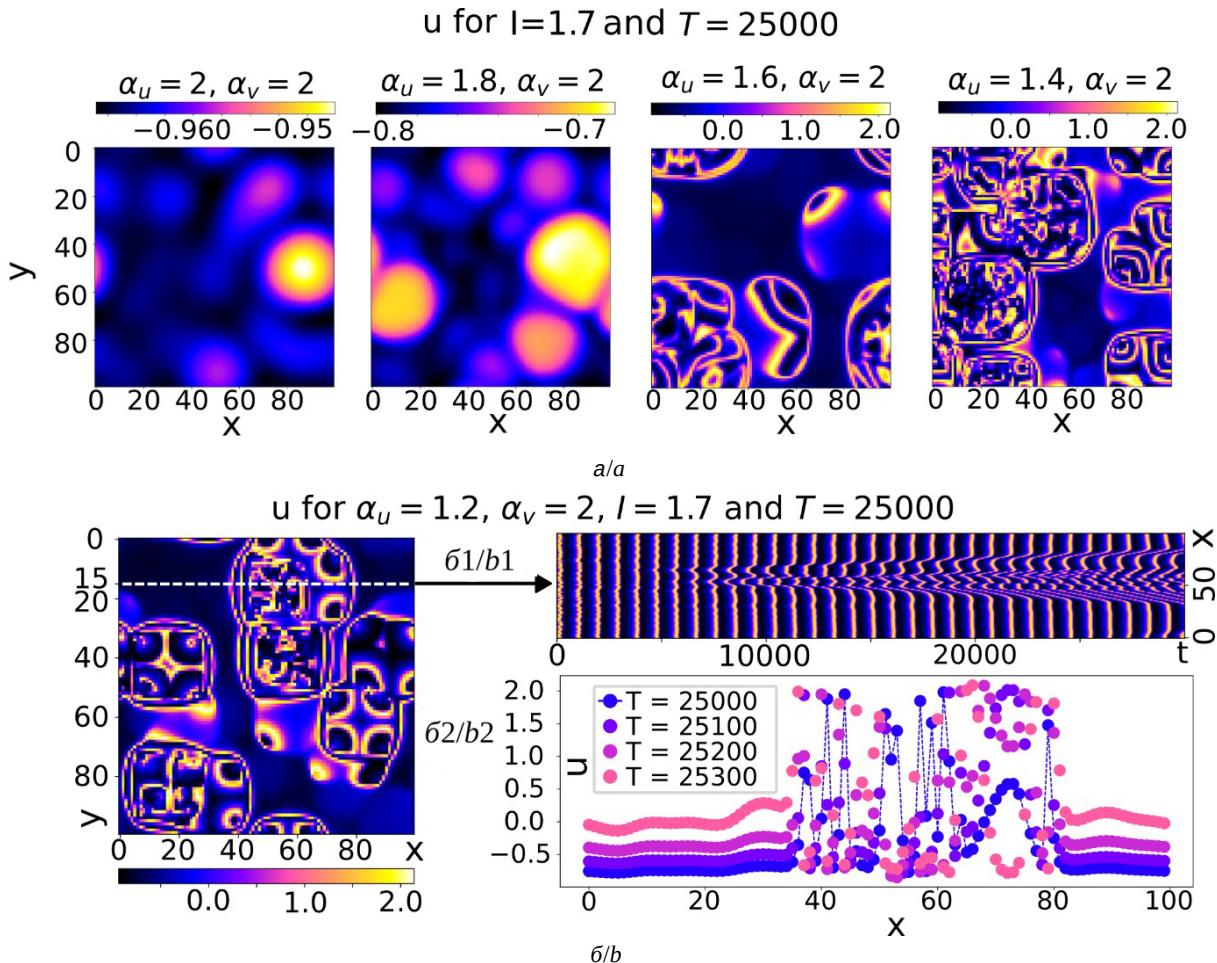


Рис. 2. Динамика двухмерной двухкомпонентной системы (2D UV) при  $I_{ext} = 1.7$  с дробным оператором Лапласа по первой компоненте  $\alpha_u < 2$  и классической диффузией по второй ( $\alpha_v = 2$ ): а и б – представлен переход от режима синхронизационной активности (при  $\alpha_u = 2$  и  $\alpha_u = 1.8$ ) к формированию химерных состояний (при  $\alpha_u = 1.4$  и  $\alpha_u = 1.2$ ) через промежуточный пульсационный режим для  $\alpha_u = 1.6$ . На фрагменте (б1) отображена динамика развития химерного состояния в одномерной подсистеме, приведенной на рис. б. На фрагменте (б2) представлено состояние данной одномерной подсистемы для соответствующих моментов времени. Материалы восстановлены по данным работы [23] (цвет онлайн)

Fig. 2. Dynamics of the two-dimensional two-component system (2D UV) with the fractional Laplace operator on the first component ( $\alpha_u < 2$ ) and classical diffusion on the second component ( $\alpha_v = 2$ ). Fragments (a) and (b) demonstrate the transition from the synchronization activity regime (at  $\alpha_u = 2$  and  $\alpha_u = 1.8$ ) to the formation of chimera states (at  $\alpha_u = 1.4$  and  $\alpha_u = 1.2$ ) through an intermediate pulsation regime for  $\alpha_u = 1.6$ . Fragment (b1) demonstrates the dynamics of chimera state development in the one-dimensional subsystem shown in fragment (b). Fragment (b2) shows the states of this one-dimensional subsystem for the corresponding time moments. The materials are reconstructed from the data of Ref. [23] (color online)

стояния. Подробный анализ динамики развития химерного состояния для случая ( $\alpha_u = 1.2, \alpha_v = 2$ ) представлен на рис. 2, б.

## 2.2. Динамические режимы в пространстве показателей дробного оператора Лапласа

Для отображения общих особенностей поведения системы в работах [15, 23] были изучены продуцируемые ею динамические режимы в пространстве показателей дробного оператора Лапласа ( $\alpha_u, \alpha_v$ ). Особенность данных показателей как параметров в том, что они заключают

в себе информацию как об асимптотике соединений между элементами, так и об удельных силах взаимного соединения между ними. В данной постановке единственный показатель дробного оператора Лапласа  $\alpha_i, i = \{u, v\}$ , является комбинацией классических параметров, для которых исследуется большинство сетевых моделей: радиуса и силы взаимодействия между элементами. Можно утверждать, что параметрическое пространство ( $\alpha_u, \alpha_v$ ) характеризует внутреннюю конфигурацию сетевой структуры для главной  $u$  и вспомогательной  $v$  компонент наряду с ко-

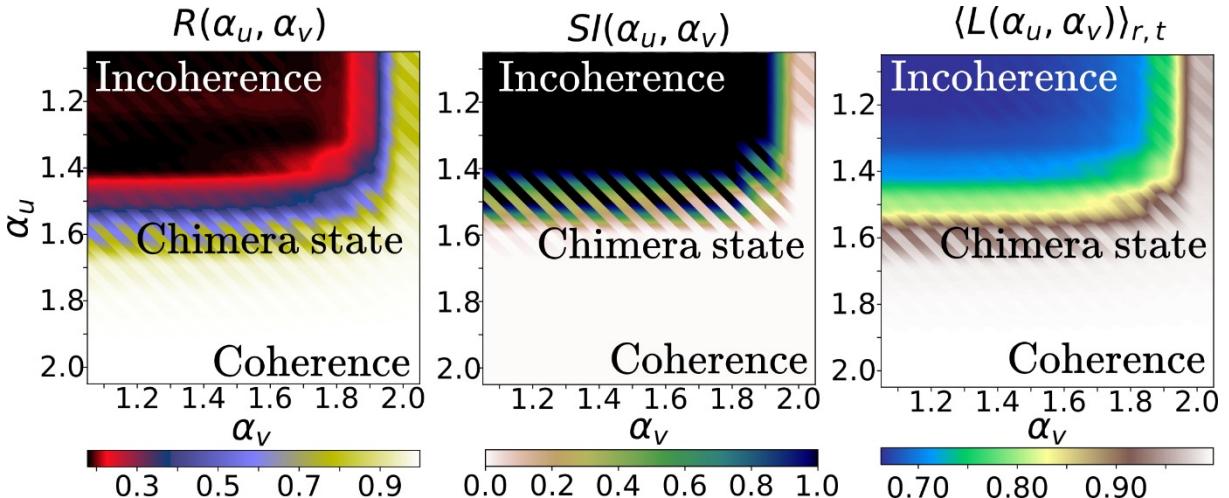


Рис. 3. Динамические режимы в пространстве показателей дробного оператора Лапласа ( $\alpha_u, \alpha_v$ ) на примере двухмерной двухкомпонентной системы (2D UV) при  $I_{ext} = 1.9$ . В качестве основных метрик используются (слева направо): фактор синхронизации  $R(\alpha_u, \alpha_v)$ , сила некогерентности  $SI(\alpha_u, \alpha_v)$ , усредненный по пространственно-временной области параметр локального порядка  $\langle L(\alpha_u, \alpha_v) \rangle_{r,t}$ . Светлая область характеризует параметрическое пространство с развитой синхронизацией, темный участок – область с развитой рассинхронизацией, промежуточная область – зона химерного состояния. Сетчатая структура рисунка отражает изменение в динамике для двух различных выборок начальных условий. Материалы восстановлены по данным работы [23] (цвет онлайн)

Fig. 3. Dynamical modes in the parameter space of the fractional Laplace operator ( $\alpha_u, \alpha_v$ ) of the two-dimensional two-component system (2D UV) for  $I_{ext} = 1.9$ . The following metrics are used (from left to right): synchronization factor  $R(\alpha_u, \alpha_v)$ , strength of incoherence  $SI(\alpha_u, \alpha_v)$ , and local order parameter  $\langle L(\alpha_u, \alpha_v) \rangle_{r,t}$  averaged over the space-time domain. The light area characterizes the parameter space with developed synchronization, the dark area – the area with developed desynchronization, the intermediate area – the chimera state zone. The grid structure of the figure reflects the change in dynamics for two different sets of initial conditions. The materials are reconstructed from the data of Ref. [23] (color online)

эффективентами диффузии ( $D_u, D_v$ ) и пределами оператора суммирования ( $l_+, l_-$ ).

На рис. 3 представлены динамические режимы, возникающие в рамках двухмерной двухкомпонентной системы (2D UV) в пространстве показателей дробного оператора Лапласа ( $\alpha_u, \alpha_v$ ) для трех различных метрик развития неоднородного состояния: фактора синхронизации  $R(\alpha_u, \alpha_v)$ , силы некогерентности  $SI(\alpha_u, \alpha_v)$  и усредненного по пространственно-временной области параметра локального порядка  $\langle L(\alpha_u, \alpha_v) \rangle_{r,t}$ . Использовалось следующее значение параметра внешнего ионного тока:  $I_{ext} = 1.9$ . Результаты восстановлены по данным работы [23].

Данные демонстрируют общий для всех используемых метрик переход от полной синхронизации к развитой некогерентности (при увеличении влияния дальнодействия и уменьшении влияния локально-взаимодействующих элементов при  $(\alpha_u \rightarrow 1.1, \alpha_v \rightarrow 1.1)$ ). При этом для части параметров наблюдается явная зависимость от выбранных начальных условий (сетчатая область рисунка), что характерно для химерных режимов.

### 2.3. Случай трехкомпонентной системы

Добавление третьей, медленно эволюционирующей компоненты  $m$  способно существенным образом расширить возможность описания динамических режимов точечного нейрона. В связи с важностью данной задачи рассмотрим двухмерную (2D UVM) трехкомпонентную систему и ее одномерную подсистему (1D UVM) (см. уравнение (4)). Результаты численного моделирования восстановлены по данным работы [23] и представлены на рис. 4.

Ряд фрагментов (см. рис. 4, а) демонстрируют поведение системы перед переходом к полной синхронизации при  $I_{ext} = 1.7$  и  $r = 0.01$  с образованием химеро-подобных структур. Поведение локальной системы при заданном наборе параметров соответствует переходу к осцилляциям пониженной частоты. Глобальная синхронизация возникает именно за счет локальной динамики данного перехода. Эволюция выделенной одномерной подсистемы, проявляющая данный процесс перехода, представлена на рис. 4, фрагмент а1. Продемонстрировано, что часть элементов системы синхронизируется позже остальных и демонстрируют неоднородность.

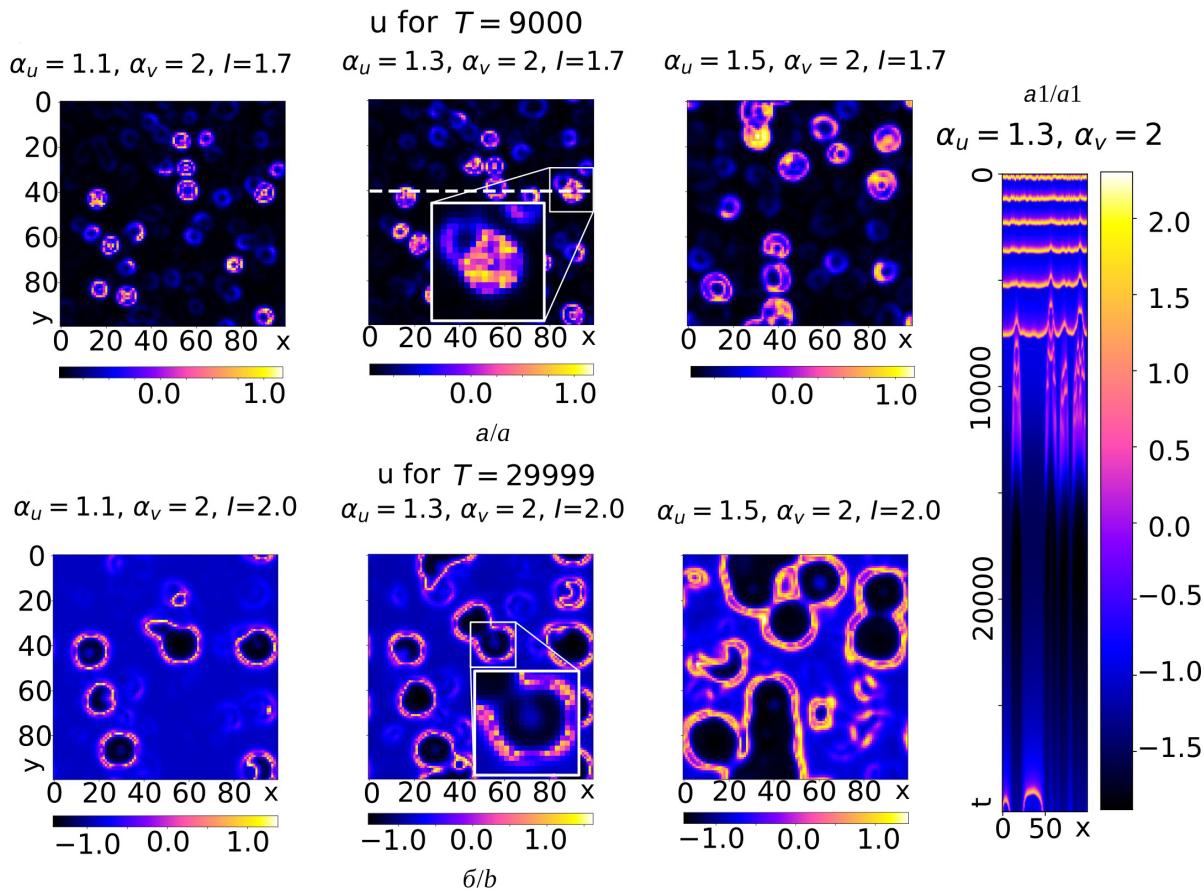


Рис. 4. Динамика трехкомпонентной двухмерной системы (2D UVM) для соответствующих показателей дробного оператора Лапласа: а – продемонстрировано развитие химерного состояния до перехода системы в режим общей синхронизации при параметре внешнего ионного тока  $I_{ext} = 1.7$  и  $r = 0.01$ ; динамика выделенной одномерной подсистемы для случая  $\alpha_u = 1.3$  и  $\alpha_v = 2.0$  представлена на фрагменте (а1); б – представлены кольцевые волновые химерные структуры, получающиеся после выхода системы из синхронизационного режима для соответствующего значения внешнего ионного тока  $I_{ext} = 2.0$  и  $r = 0.01$ . Материалы восстановлены по данным работы [23] (цвет онлайн)

Fig. 4. Dynamics of the three-component two-dimensional system (2D UVM) for the corresponding parameters of the fractional Laplace operator. Fragments (a) demonstrate the development of the chimera state before the transition of the system to the general synchronization regime for the parameter of the external ionic current  $I_{ext} = 1.7$  and  $r = 0.01$ . The dynamics of the separated one-dimensional subsystem for the case  $\alpha_u = 1.3$  and  $\alpha_v = 2.0$  is presented in fragment (a1). Fragments (b) show the target-wave chimera structures obtained after the system leaves the synchronization regime for the corresponding value of the external ion current  $I_{ext} = 2.0$  and  $r = 0.01$ . The materials are reconstructed from the data of Ref. [23] (color online)

Фрагменты на рис. 4, б соответствуют точечной динамике с серией, состоящей из двух спайков после переходного процесса при  $I_{ext} = 2.0$  и  $r = 0.01$ . Состояния системы после выхода из режима общей синхронизации демонстрируют образование кольцевых химер.

### Заключение

В данной работе обсуждаются основные результаты исследований, посвященных возникновению химерных состояний в одномерных и двухмерных системах супердиффузионно связанных нейронов [15, 23]. Показано, что внедрение дробного оператора Лапласа приводит к формированию нелокального типа взаимодействия

между элементами и существенно влияет на динамические особенности возникающих структур. В данной перспективе показатели дробного оператора Лапласа  $\alpha_u$  и  $\alpha_v$  являются универсальными параметрами, определяющими основные закономерности, по которым будет происходить передача взаимодействия между нейронами.

Для одномерных цепочек взаимодействующих нейронов продемонстрировано, что образование химерных структур связано с уменьшением показателя дробного оператора Лапласа по первой компоненте в присутствии классической диффузионной связи по второй компоненте. Аналогичное явление наблюдается и для двухмерной решетки супердиффузионно взаимодей-

ствующих нейронов, организованных на основе соединения анизотропного типа. Полученные результаты свидетельствуют, что для организации химерных состояний необходим баланс между влиянием ближайших и удаленных элементов. В рамках полученных реализаций предложенной системы удается однозначно сказать, что локальное взаимодействие (классического диффузионного типа) приводит к синхронизации системы, в то время как нелокальность является источником возмущения. Для супердиффузионного типа соединения имеется возможность эффективно комбинировать локальность и нелокальность, тем самым продуцируя в системе химеры.

Исследование динамических режимов в параметрическом пространстве показателей дробного оператора Лапласа, относящихся к заданным компонентам, несет дополнительную информацию о конфигурационных особенностях исследуемой сетевой структуры. Это возможно по причине того, что данный показатель определяет асимптотику соединений между элементами соответствующих ему компонент. В рамках описанных работ продемонстрирован переход от синхронизации к рассинхронизации в данном параметрическом пространстве. Указаны параметрические области, связанные с образованием химерных состояний.

Динамика трехкомпонентной системы также способна воспроизводить химерные состояния. В частности, развитие глобальной синхронизации, вызванное точечной динамикой одиночных нейронов, достигается в различные моменты времени для определенных кластеров распределенной одномерной подсистемы. Обнаружено, что до перехода к общей синхронизации в системе могут возникать химерные состояния, ограниченные по времени. Аналогично, после выхода из режима общей синхронизации в системе могут возникать временные кольцевые химеры.

Аппарат дробно-дифференциального исчисления является важным инструментом описания многочисленных явлений. В частности, результаты, представленные в соответствующих работах [15, 23], могут быть использованы для задач вычислительных нейронаук и других мультидисциплинарных областей в качестве альтернатив используемых сетевых моделей. Релевантность подхода, основанного на аппарате дробно-дифференциального исчисления, сопряжена с широким разнообразием аналитических методов анализа распределенных систем, с супердиффузионной кинетикой. Предложенные модели могут

быть экстраполированы на случай аномальной диффузии с дробной временной производной, отражающей не только свойство нелокальности, но еще и зависимость динамической системы от собственной истории. Грамотное использование последнего свойства может иметь значение для описания адаптационных свойств сетей различной природы.

### Список литературы / References

- Kuramoto Y., Battogtokh D. *Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators*. arXiv preprint cond-mat/0210694, 2002. <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0210694>
- Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators. *Physical Review Letters*, 2004, vol. 93, no. 17, pp. 174102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.174102>
- Zakharova A. *Chimera patterns in networks*. Switzerland, Springer, 2020. 233 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-21714-3>
- Maistrenko Y. L., Vasylchenko A., Sudakov O., Levchenko R., Maistrenko V. L. Cascades of multi-headed chimera states for coupled phase oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, vol. 24, no. 08, pp. 1440014. <https://doi.org/10.1142/S0218127414400148>
- Martens E. A., Thutupalli S., Fourrière A., Hallatschek O. Chimera states in mechanical oscillator networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2013, vol. 110, no. 26, pp. 10563–10567. <https://doi.org/10.1073/pnas.1302880110>
- Viktorov E. A., Habruseva T., Hegarty S. P., Huyet G., Kelleher B. Coherence and incoherence in an optical comb. *Physical Review Letters*, 2014, vol. 112, no. 22, pp. 224101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.224101>
- Tinsley M. R., Nkomo S., Showalter K. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators. *Nature Physics*, 2012, vol. 8, no. 9, pp. 662–665. <https://doi.org/10.1038/nphys2371>
- Bera B. K., Ghosh D., Lakshmanan M. Chimera states in bursting neurons. *Physical Review E*, 2016, vol. 93, no. 1, pp. 012205. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.012205>
- Wang Z., Xu Y., Li Y., Kapitaniak T., Kurths J. Chimera states in coupled Hindmarsh–Rose neurons with  $\alpha$ -stable noise. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2021, vol. 148, pp. 110976. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110976>
- Hizanidis J., Kanas V. G., Bezerianos A., Bountis T. Chimera states in networks of nonlocally coupled Hindmarsh–Rose neuron models. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, vol. 24, no. 03, pp. 1450030. <https://doi.org/10.1142/S0218127414500308>
- Majhi S., Bera B. K., Ghosh D., Perc M. Chimera states in neuronal networks: A review. *Physics of Life Reviews*, 2019, vol. 28, pp. 100–121. <https://doi.org/10.1016/j.plrev.2018.09.003>

12. Parastesh F., Jafari S., Azarnoush H., Shahriari Z., Wang Z., Boccaletti S., Perc M. Chimeras. *Physics Reports*, 2021, vol. 898, pp. 1–114. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.10.003>
13. Huo S., Tian C., Kang L., Liu Z. Chimera states of neuron networks with adaptive coupling. *Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 96, pp. 75–86. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-04774-4>
14. Bera B. K., Ghosh D. Chimera states in purely local delay-coupled oscillators. *Physical Review E*, 2016, vol. 93, no. 5, pp. 052223. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.052223>
15. Fateev I., Polezhaev A. Chimera states in a chain of superdiffusively coupled neurons. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2023, vol. 33, no. 10, pp. 103110. <https://doi.org/10.1063/5.0168422>
16. Kundu S., Ghosh D. Higher-order interactions promote chimera states. *Physical Review E*, 2022, vol. 105, no. 4, pp. L042202. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.105.L042202>
17. Qin H., Ma J., Wang C., Chu R. Autapse-induced target wave, spiral wave in regular network of neurons. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2014, vol. 57, pp. 1918–1926. <https://doi.org/10.1007/s11433-014-5466-5>
18. Jun M., He-Ping Y., Yong L., Shi-Rong L. Development and transition of spiral wave in the coupled Hindmarsh–Rose neurons in two-dimensional space. *Chinese Physics B*, 2009, vol. 18, no. 1, pp. 98–105. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/18/1/017>
19. Huang X., Xu W., Liang J., Takagaki K., Gao X., Wu J. Y. Spiral wave dynamics in neocortex. *Neuron*, 2010, vol. 68, no. 5, pp. 978–990. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2010.11.007>
20. Wu J. Y., Huang X., Zhang C. Propagating waves of activity in the neocortex: What they are, what they do. *The Neuroscientist*, 2008, vol. 14, no. 5, pp. 487–502. <https://doi.org/10.1177/1073858408317066>
21. Shepelev I. A., Bukh A. V., Muni S. S., Anishchenko V. S. Role of solitary states in forming spatiotemporal patterns in a 2D lattice of van der Pol oscillators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2020, vol. 135, pp. 109725. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109725>
22. Rybalova E., Bukh A., Strelkova G., Anishchenko V. Spiral and target wave chimeras in a 2D lattice of map-based neuron models. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2019, vol. 29, no. 10, pp. 101104. <https://doi.org/10.1063/1.5126178>
23. Fateev I., Polezhaev A. Chimera states in a lattice of superdiffusively coupled neurons. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, vol. 181, pp. 114722. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2024.114722>
24. Kasimatis T., Hizanidis J., Provata A. Three-dimensional chimera patterns in networks of spiking neuron oscillators. *Physical Review E*, 2018, vol. 97, no. 5, pp. 052213. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.052213>
25. Klages R., Radons G., Sokolov I. M. *Anomalous transport*. Weinheim, Wiley-VCH Verlag, 2008. 608 p. <https://doi.org/10.1002/9783527622979>
26. Ramakrishnan B., Parastesh F., Jafari S., Rajagopal K., Stamov G., Stamova I. Synchronization in a multiplex network of nonidentical fractional-order neurons. *Fractal and Fractional*, 2022, vol. 6, no. 3, pp. 169. <https://doi.org/10.3390/fractfract6030169>
27. Yan B., Parastesh F., He S., Rajagopal K., Jafari S., Perc M. Interlayer and intralayer synchronization in multiplex fractional-order neuronal networks. *Fractals*, 2022, vol. 30, no. 10, pp. 22401946. <https://doi.org/10.1142/S0218348X22401946>
28. Giresse T. A., Crepin K. T., Martin T. Generalized synchronization of the extended Hindmarsh–Rose neuronal model with fractional order derivative. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019, vol. 118, pp. 311–319. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.11.028>
29. Buzsáki G., Mizuseki K. The log-dynamic brain: How skewed distributions affect network operations. *Nature Reviews Neuroscience*, 2014, vol. 15, no. 4, pp. 264–278. <https://doi.org/10.1038/nrn3687>
30. Cossell L., Iacaruso M. F., Muir D. R., Houlton R., Sader E. N., Ko H., Hofer S. B., Mrsic-Flogel T. D. Functional organization of excitatory synaptic strength in primary visual cortex. *Nature*, 2015, vol. 518, no. 7539, pp. 399–403. <https://doi.org/10.1038/nature14182>
31. Song S., Sjöström P. J., Reigl M., Nelson S., Chklovskii D. B. Highly nonrandom features of synaptic connectivity in local cortical circuits. *PLoS Biology*, 2005, vol. 3, no. 3, pp. e68. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0030068>
32. Hilgetag C. C., Goulas A. Is the brain really a small-world network? *Brain Structure and Function*, 2016, vol. 221, pp. 2361–2366. <https://doi.org/10.1007/s00429-015-1035-6>
33. Beggs J. M., Plenz D. Neuronal avalanches in neocortical circuits. *Journal of Neuroscience*, 2003, vol. 23, no. 35, pp. 11167–11177. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.23-35-11167.2003>
34. Barabási A. L., Albert R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 1999, vol. 286, no. 5439, pp. 509–512. <https://doi.org/10.1126/science.286.5439.509>
35. Baronchelli A., Radicchi F. Lévy flights in human behavior and cognition. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2013, vol. 56, pp. 101–105. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2013.07.013>
36. Wardak A., Gong P. Fractional diffusion theory of balanced heterogeneous neural networks. *Physical Review Research*, 2021, vol. 3, no. 1, pp. 013083. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.013083>
37. Lee H. G. A second-order operator splitting Fourier spectral method for fractional-in-space reaction–diffusion equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2018, vol. 333, pp. 395–403. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.09.007>
38. Liu F., Turner I., Anh V., Yang Q., Burrage K. A numerical method for the fractional Fitzhugh–Nagumo monodomain model. *Anziam Journal*, 2012, vol. 54, pp. C608–C629. <https://doi.org/10.21914/anziamj.v54i0.6372>
39. Chen G., Gong P. A spatiotemporal mechanism of visual attention: Superdiffusive motion and theta oscillations of

- neural population activity patterns. *Science Advances*, 2022, vol. 8, no. 16, pp. Eab14995. <https://doi.org/10.1126/sciadv.abl4995>
40. Qi Y., Gong P. Fractional neural sampling as a theory of spatiotemporal probabilistic computations in neural circuits. *Nature Communications*, 2022, vol. 13, no. 1, pp. 4572. <https://doi.org/10.1038/s41467-022-32279-z>
41. Samko S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I. *Fractional integrals and derivatives: Theory and applications*. Switzerland, Gordon and Breach, 1993. 976 p.
42. Zhuang P., Liu F., Anh V., Turner I. Numerical methods for the variable-order fractional advection-diffusion equation with a nonlinear source term. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2009, vol. 47, no. 3, pp. 1760–1781. <https://doi.org/10.1137/080730597>
43. Liu F., Chen S., Turner I., Burrage K., Anh V. Numerical simulation for two-dimensional Riesz space fractional diffusion equations with a nonlinear reaction term. *Open Phys.*, 2013, vol. 11, no. 10, pp. 1221–1232. <https://doi.org/10.2478/s11534-013-0296-z>
44. Li B. W., Dierckx H. Spiral wave chimeras in locally coupled oscillator systems. *Physical Review E*, 2016, vol. 93, no. 2, pp. 020202. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.020202>
45. Garcia-Ojalvo J., Elowitz M. B., Strogatz S. H. Modeling a synthetic multicellular clock: Repressilators coupled by quorum sensing. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2004, vol. 101, no. 30, pp. 10955–10960. <https://doi.org/10.1073/pnas.0307095101>
46. Gonze D., Bernard S., Waltermann C., Kramer A., Herzog H. Spontaneous synchronization of coupled circadian oscillators. *Biophysical Journal*, 2005, vol. 89, no. 1, pp. 120–129. <https://doi.org/10.1529/biophysj.104.058388>
47. Gopal R., Chandrasekar V. K., Venkatesan A., Lakshmanan M. Observation and characterization of chimera states in coupled dynamical systems with nonlocal coupling. *Physical Review E*, 2014, vol. 89, no. 5, pp. 052914. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.89.052914>
48. Kundu S., Majhi S., Muruganandam P., Ghosh D. Diffusion induced spiral wave chimeras in ecological system. *The European Physical Journal Special Topics*, 2018, vol. 227, pp. 983–993. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2018-800011-1>

Поступила в редакцию 09.04.2024; одобрена после рецензирования 25.06.2024; принята к публикации 30.07.2024  
The article was submitted 09.04.2024; approved after reviewing 25.06.2024; accepted for publication 30.07.2024

# ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

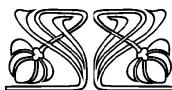
Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 340–347

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4. P. 340–347

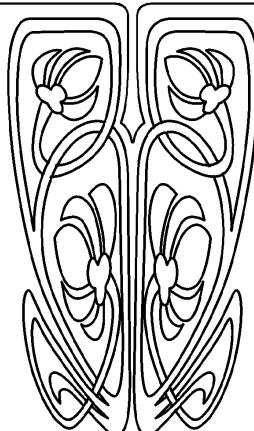
<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-340-347>, EDN: BGZOZH

Научная статья  
УДК 543.424.2



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ



## Сравнительный анализ низкочастотных колебательных спектров нативных и денатурированных белков

А. А. Манькова<sup>✉</sup>, Н. Н. Брандт, А. Ю. Чикишев

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Россия, 119991, г. Москва,  
ГСП-1, Ленинские горы, д. 1

Манькова Анна Александровна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник кафедры общей физики физического факультета, [mankova@physics.msu.ru](mailto:mankova@physics.msu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0583-2458>, Scopus AuthorID: 37081398700

Брандт Николай Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета, [brandt@physics.msu.ru](mailto:brandt@physics.msu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1100-9652>, ResearcherID: J-9616-20126

Чикишев Андрей Юрьевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета, [ach@ilc.msu.ru](mailto:ach@ilc.msu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7002-3775>, Scopus AuthorID: 55936209600

**Аннотация.** Изменения вторичной и третичной структур белковых молекул при термической денатурации приводят к изменениям их колебательных спектров. В диапазоне «отпечатков пальцев» проявляются колебания, соответствующие элементам первичной и вторичной структуры белка, в то время как в низкочастотном (НЧ) спектральном интервале ( $40\text{--}500\text{ cm}^{-1}$ ) могут наблюдаться моды колебаний крупных фрагментов, соответствующие более высоким уровням иерархии структуры белка. Проведено сравнение колебательных спектров двух белков (коллагена и химотрипсина), имеющих различные вторичные и третичные структуры, а также спектры термически денатурированных образцов этих белков в диапазоне «отпечатков пальцев» и НЧ диапазоне. Выявлены некоторые спектральные особенности, которые могут характеризовать изменения третичной структуры белковых молекул.

**Ключевые слова:** структура молекул белков, вторичная структура, третичная структура, химотрипсин, коллаген, спектроскопия комбинационного рассеяния

**Благодарности:** Работа выполнена с использованием оборудования, приобретенного за счет средств Программы развития МГУ имени М. В. Ломоносова.

**Для цитирования:** Манькова А. А., Брандт Н. Н., Чикишев А. Ю. Сравнительный анализ низкочастотных колебательных спектров нативных и денатурированных белков // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 340–347. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-340-347>, EDN: BGZOZH

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Comparative analysis of low-frequency vibrational spectra of native and denatured proteins**

A. A. Mankova<sup>✉</sup>, N. N. Brandt, A. Yu. Chikishev

Lomonosov Moscow State University, GSP-1 Leninskie Gory, Moscow 119991, Russia

Anna A. Mankova, [mankova@physics.msu.ru](mailto:mankova@physics.msu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0583-2458>, Scopus AuthorID: 37081398700

Nikolay N. Brandt, [brandt@physics.msu.ru](mailto:brandt@physics.msu.ru) <https://orcid.org/0000-0003-1100-9652>, ResearcherID: J-9616-20126

Andrey Yu. Chikishev, [ach@ilc.msu.ru](mailto:ach@ilc.msu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-7002-3775>, Scopus AuthorID: 55936209600

**Abstract.** *Background and Objectives:* Changes in the secondary and tertiary structures of protein molecules during thermal denaturation lead to changes in their vibrational spectra. Vibrations corresponding to elements of the primary and secondary structure of the protein are manifested in the fingerprint range, while vibrational modes of large fragments corresponding to higher levels of the protein structural hierarchy can be observed in the low-frequency ( $40\text{--}500\text{ cm}^{-1}$ ) spectral range. The purpose of this work is to reveal changes in the vibrational spectra of proteins resulting from denaturation that can be used to characterize changes in the protein structure. *Materials and Methods:* Two proteins (collagen and chymotrypsin) having different secondary and tertiary structures are studied using Raman spectroscopy. The experimental data are analyzed using bandpass filtering of the Fourier transforms of the spectral curves. *Results:* Vibrational spectra of two proteins (collagen and chymotrypsin) having different secondary and tertiary structures, as well as the spectra of thermally denatured samples of these proteins have been measured in the fingerprint and low-frequency ranges. Several low-frequency spectral features that can be used to characterize structural changes of protein molecules have been considered. A few bands may correspond to vibrations of tertiary structure elements (both in the low-frequency range and in the “fingerprint” range). *Conclusion:* A comparison of the vibrational spectra of native and denatured (superhelical) collagen, as well as native and denatured (globular) chymotrypsin shows that changes in the amide I and amide III bands sensitive to the secondary structure are supplemented with spectral changes in bands that are not assigned to elements of the secondary structure and can be related to changes at higher levels of structural hierarchy. Comparison of the low-frequency vibrational spectra indicates a lower sensitivity of presumably tertiary structure of the globular protein to denaturation.

**Keywords:** protein structure, secondary structure, tertiary structures, chymotrypsin, collagen, Raman spectroscopy

**Acknowledgements:** This work was supported in part by the Lomonosov Moscow State University Development Program.

**For citation:** Mankova A. A., Brandt N. N., Chikishev A. Yu. Comparative analysis of low-frequency vibrational spectra of native and denatured proteins. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 340–347 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-340-347>, EDN: BGZOZH

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Функциональная активность белков взаимосвязана со структурной динамикой, включающей в себя движение крупных доменов молекулы. Такие домены могут содержать упорядоченные фрагменты:  $\alpha$ -спиральные и  $\beta$ -структурные элементы. Молекулу белка можно охарактеризовать количественно на уровне первичной (последовательность аминокислот в цепочки полипептида) и вторичной структур. Однако, согласно текущим представлениям, третичная структура характеризуется лишь качественно – как взаимное расположение элементов вторичной структуры. Это обстоятельство затрудняет сравнение третичных структур различных белков. В современной литературе лишь некоторые экспериментальные работы были посвящены анализу третичных структур белковых молекул.

Методы КР спектроскопии широко применяются при изучении биологических молекул. За годы исследований накоплены обширные данные о колебательных спектрах белков. Опубликованы работы с информацией о соотнесении многих линий спектра колебаниям определенных функциональных групп. Существенный вклад в колебательные спектры вносят нормальные моды колебаний пептидных связей. Известно, что линии амид А, В, I–VII чувствительны к конформационным изменениям белковой молекулы [1, 2]. Наиболее интенсивные из них (линии амид

I, III) можно использовать для определения относительного содержания элементов вторичной структуры (см., например, [3, 4]). В предыдущих работах мы показали, что специфические взаимодействия (например, связывание субстрата) вызывают конформационные изменения, которые приводят к изменению колебательных спектров [5–7]. В частности, помимо изменений линий амид, наблюдаются изменения соотношений линий тирозинового дублета ( $830, 850\text{ cm}^{-1}$ ) и полос, характеризующих конформацию дисульфидных мостиков. Эти линии также являются конформационно чувствительными, так как известно, что соотношение интенсивностей линий тирозинового дублета зависит от количества скрытых и открытых гидроксильных групп, что определяется конформацией молекулы белка. Относительная интенсивность и положение линий КР спектра на частотах около  $510, 525$  и  $540\text{ cm}^{-1}$  показывают содержание дисульфидных мостиков в разных конформациях, также определяемое пространственной конфигурацией молекулы. Следовательно, даже при отсутствии существенных изменений вторичной структуры спектральные изменения в некоторых интервалах могут указывать на изменения на более высоких уровнях структурной иерархии.

Отсутствие общепринятых параметров, позволяющих количественно и/или качественно охарактеризовать третичную структуру, затрудняет анализ данных, полученных, в частности, метода-



ми колебательной спектроскопии. В работах [8] была предложена теория о смене знака хиральности при переходе между уровнями структурной иерархии молекулы белка. Авторы предлагают использовать ее для изучения трехмерной структуры белковых молекул: правые  $\alpha$ -спирали (вторичная структура), состоящие из L-аминокислот (первичная структура), могут образовывать левые суперспирали (третичная структура). Однако такой подход вряд ли может быть использован при изучении неспиральных белков. В последнее время достигнут значительный прогресс в разработке алгоритмов расчета трехмерных белковых структур на основе аминокислотной последовательности (см., например, [9]). Соответствующие результаты могут помочь в количественной оценке третичной структуры белков.

Несмотря на то, что в последние два десятилетия значительно возрос интерес к изучению НЧ ( $10\text{--}500\text{ cm}^{-1}$  или  $0,3\text{--}15\text{ THz}$ ) колебательных спектров белков [10–13], однозначных соотнесений линий НЧ спектра колебаниям молекулы до сих пор нет. Оценки и расчеты методами молекулярной динамики показывают, что колебания крупных фрагментов с массой в несколько сотен и тысяч а. е. м. могут проявляться в НЧ области спектра. Таким образом, соответствующие линии спектра могут быть чувствительны к изменениям третичной структуры.

Существует ряд работ, в которых авторы соотносят линии НЧ КР спектра молекул белков и полипептидов колебаниям элементов вторичной структуры. Так, расчёт колебаний  $\alpha$ -спиралей полиглицина [14] предсказывает появление характерных КР линий на частотах 79 и  $126\text{ cm}^{-1}$ , а колебания полипептидной цепи  $\alpha$ -спирального поли-L-аланина могут иметь частоту  $122\text{ cm}^{-1}$  [15]. В КР спектрах  $\alpha$ -спиральных белков (фиброногена, бычьего альбумина, коллагена, лизоцима) колебания наблюдаются в интервале  $130\text{--}190\text{ cm}^{-1}$  [10]. КР линии на частотах 135 и  $170\text{ cm}^{-1}$  были обнаружены в спектрах  $\alpha$ -спиральных белков, причём положение максимумов интенсивностей характерных линий изменялось в зависимости от последовательности аминокислотных остатков в полипептидной цепи белка [16]. Частота  $140\text{ cm}^{-1}$  в работе [17] отнесена к крутильным колебаниям суперспирали коллагена. В КР спектрах  $\alpha$ -спирального поли-L-аланина наблюдались линии на частотах  $163\text{ cm}^{-1}$  [18] и  $159\text{ cm}^{-1}$  [19], которые отнесены к крутильным колебаниям  $C_{\alpha}-C$  и  $N-C_{\alpha}$  и деформационным колебаниям  $C-N-C_{\alpha}$  и  $N-C_{\alpha}-C$  соответственно. Крутильные

колебания С-N группы также наблюдались в КР спектрах модельного N-метилацетамида на частоте  $190\text{ cm}^{-1}$  [20]. По данным работы [21], интервал  $159\text{--}167\text{ cm}^{-1}$  в КР спектрах лизоцима и бычьего альбумина может быть также отнесен к внеплоскостным изгибным колебаниям групп N-H или C=O, или крутильным колебаниям группы C-N.

Однако КР линии в интервале  $100\text{--}180\text{ cm}^{-1}$  также наблюдаются для белков с преобладающей концентрацией  $\beta$ -листов во вторичной структуре [22, 23]. Например, в работе [22] при сравнении КР спектров  $\beta$ -микроглобулина частоты  $80$  и  $170\text{ cm}^{-1}$  были отнесены к колебаниям  $\beta$ -листов в антипараллельной конформации, при этом колебания параллельных  $\beta$ -листов были отмечены на частоте  $110\text{ cm}^{-1}$ . В работах [23] в КР спектрах кристаллизованного лизоцима и его водного раствора частота  $\sim 160\text{ cm}^{-1}$  отнесена к деформационным колебаниям  $\beta$ -структур. Авторы основывались на результатах работы [14], в которой для  $\beta$ -формы полиглицина были рассчитаны частоты колебаний  $146$  и  $173\text{ cm}^{-1}$ .

Данные о полосе частот  $200\text{--}240\text{ cm}^{-1}$  подтверждают её принадлежность к колебаниям  $\alpha$ -спиральных структур. КР линии вблизи частоты  $\sim 200\text{ cm}^{-1}$  относят к колебаниям амид VII [24]. Колебания на частоте  $240\text{ cm}^{-1}$  в КР спектрах  $\alpha$ -спиральных лизоцима и миоглобина [25] характеризуют симметричные валентные или крутильные колебания полипептидной цепи. В КР спектрах  $\alpha$ -спирального поли-L-аланина [19] линия на частоте  $209\text{ cm}^{-1}$  была отнесена к деформационным колебаниям  $C-N-C_{\alpha}$  и внеплоскостным изгибным колебаниям C=O. В КР спектрах поли-L-аланина также наблюдаются линии на частотах  $212$  и  $216\text{ cm}^{-1}$  [26]. Частота  $217\text{ cm}^{-1}$  в КР спектрах полиглицина в  $\alpha$ -спиральной конформации [19] характеризует колебания  $C-N-C_{\alpha}$  и плоскостные изгибные колебания C=O. Линии на частоте  $\sim 220\text{ cm}^{-1}$  наблюдаются в КР спектрах бычьего альбумина [10, 21] и альбумина человека [10].

Отметим, что в большинстве процитированных работ указывается, что НЧ линии в колебательных спектрах определяются колебаниями остова белковой молекулы (связей типа C-N-C), что определяет важность исследования НЧ КР спектров белков при рассмотрении проблемы структура-функция.

В работе предпринята попытка анализа колебательных спектров белков с учетом возможного проявления линий, отвечающих третичной структуре молекулы и ее изменениям. Исследованы



спектры комбинационного рассеяния света глобулярного (химотрипсин) и фибриллярного (коллаген) белков, проводится сравнение спектров нативных и денатурированных белков.

### Материалы и методы

Спектры комбинационного рассеяния света измерены в спектральном интервале  $30\text{--}1800\text{ cm}^{-1}$  с разрешением  $5\text{ cm}^{-1}$  с использованием микроспектрометра Thermo Scientific DXR (Thermo Fisher Scientific, США) при длине волны возбуждения  $532\text{ nm}$  и мощности возбуждения до  $10\text{ mWt}$ .

В экспериментах использовали химотрипсин («Самсон мед») и коллаген (типа IV, «MP Biomedicals», США, CAS 9007-34-5). Термическую денатурацию проводили при температуре  $80^\circ\text{C}$  для водных растворов химотрипсина и коллагена, время денатурации составляло 90 и 10 мин соответственно [27]. Образцы представляли собой лиофилизованные порошки.

Обработка спектров проводилась следующим образом. Для определения спектральных особенностей в НЧ интервале применялось преобразование  $R(v)$  [28]. Затем для устранения фона и подавления шумовой компоненты применялся метод полосовой фильтрации Фурье-образов КР спектров. На рис. 1 представлен

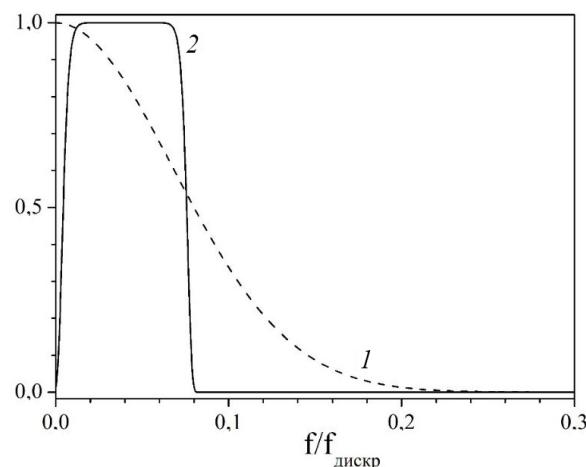


Рис. 1. Фурье-образ модельного спектра, содержащего уединенную гауссову линию с шириной по полувысоте  $5\text{ cm}^{-1}$  (1) и спектральная характеристика использованного полосового фильтра (2)

Fig. 1. Fourier transform of the model spectra containing a single Gaussian band with a FWHM of  $5\text{ cm}^{-1}$  (1) and the spectral characteristic of the bandpass filter (2)

Фурье-образ модельного спектра, содержащего уединенную гауссову линию с шириной по полувысоте  $5\text{ cm}^{-1}$ , что соответствует КР линии

фенилаланина на частоте  $1003\text{ cm}^{-1}$  (одной из самых узких линий в спектре белка) и спектральная характеристика использованного полосового супергауссового фильтра.

Результат обработки КР спектра химотрипсина по предложенной выше схеме представлен на рис. 2.

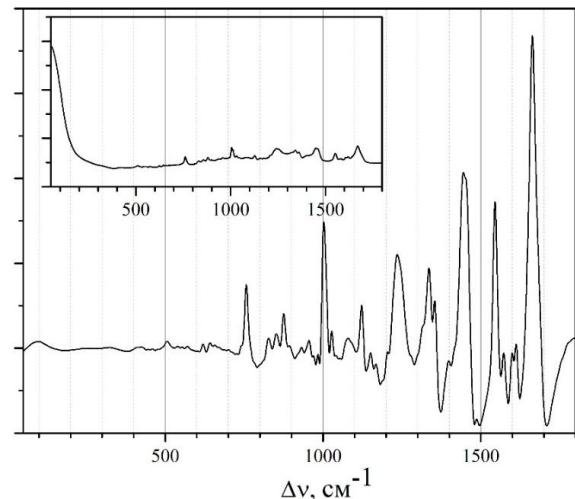


Рис. 2. Результат применения представления  $R(v)$  и полосовой фильтрации к спектру химотрипсина (показан на вставке)

Fig. 2. Results of the  $R(v)$  transform and bandpass filtering of the Raman spectrum of chymotrypsin (inset)

### Результаты и их обсуждение

На рис. 3 представлены спектры нативного и термически денатурированного коллагена. Коллаген состоит из трех лево закрученных спиралей

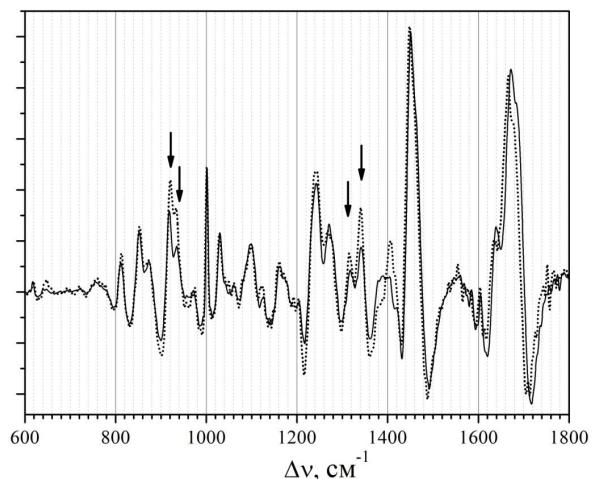


Рис. 3. КР спектры нативного (сплошная линия) и термически денатурированного (пунктирная линия) коллагена. Стрелками отмечены основные спектральные изменения

Fig. 3. Raman spectra of native (solid line) and thermally denatured (dotted line) collagen. The arrows show the main spectral changes



(элементов вторичной структуры), которые вместе образуют правозакрученную суперспираль (его третичную структуру) [29–31].

Изменения линий амид I ( $1600\text{--}1710\text{ см}^{-1}$ ) и амид III ( $1200\text{--}1300\text{ см}^{-1}$ ) могут быть вызваны незначительными изменениями вторичной структуры при денатурации. Обратим также внимание на изменения относительных интенсивностей двух полос с максимумами  $920$  и  $940\text{ см}^{-1}$  и двух полос с максимумами  $1314$  и  $1337\text{ см}^{-1}$ . В соответствии с существующими представлениями в этих спектральных интервалах проявляются колебания атомных групп  $\text{N}-\text{C}\alpha-\text{C}$ ,  $\text{C}-\text{C}$ ,  $\text{C}-\text{N}$ ,  $\text{C}-\text{C}\alpha-\text{H}$ ,  $\text{C}\alpha-\text{C}$  и  $\text{N}-\text{C}-\text{N}$  [32, 33, 4]. Такие колебания могут быть чувствительны к структурным изменениям белковой молекулы. Сходство спектральных полос, определяемых вторичной структурой, позволяет предположить, что наблюдаемые спектральные изменения вызваны различиями на более высоких уровнях иерархии структуры белка.

На рис. 4 сравниваются спектры комбинационного рассеяния нативного и термически денатурированного химотрипсина.

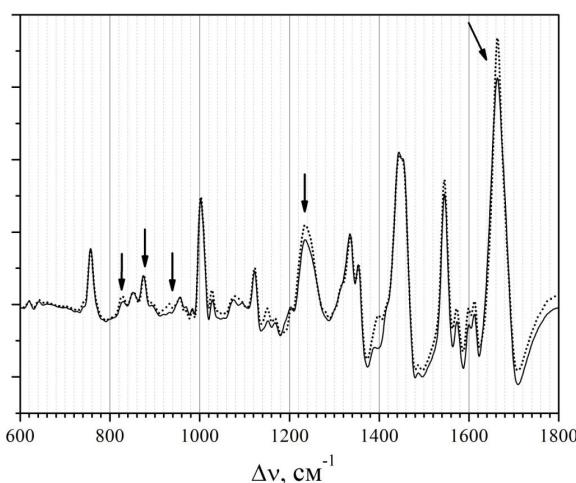
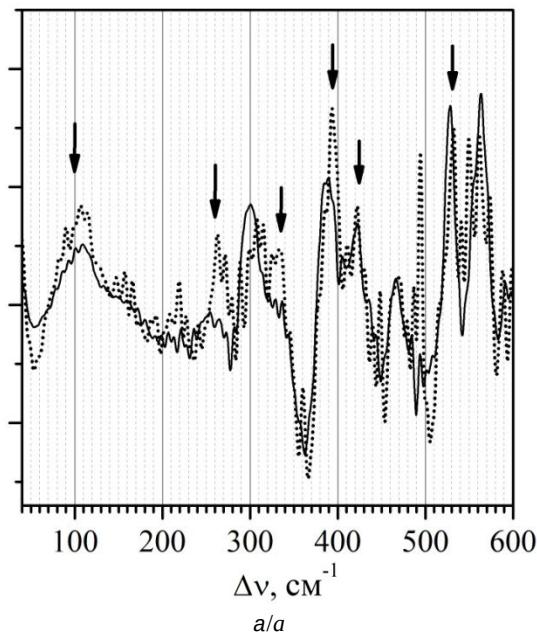


Рис. 4. КР спектры нативного (сплошная линия) и термически денатурированного (пунктирная линия) химотрипсина. Стрелками отмечены основные спектральные изменения

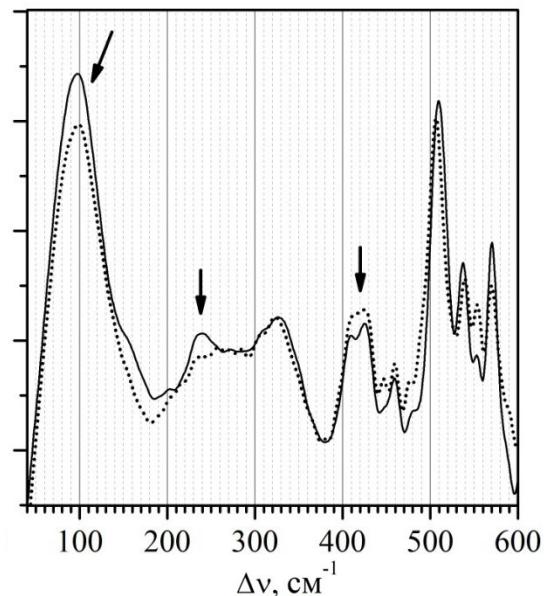
Fig. 4. Raman spectra of native (solid line) and thermally denatured (dotted line) chymotrypsin. The arrows show the main spectral changes

Изменения, наблюдаемые для линии амид I, указывают на изменения во вторичной структуре, возникающие в результате денатурации. Спектральные изменения относительных интенсивностей двух полос с максимумами  $920$  и  $940\text{ см}^{-1}$  дополняются изменениями тирозинового дублета ( $830$  и  $850\text{ см}^{-1}$ ).

На рис. 5, а представлены НЧ спектры комбинационного рассеяния нативного и денатурированного коллагена. Спектральные изменения в интервале  $60\text{--}200\text{ см}^{-1}$  могут быть следствием изменений вторичной структуры [10].



a/a



б/б

Рис. 5. КР спектры нативных (сплошные линии) и термически денатурированных (пунктирные линии) коллагена (а) и химотрипсина (б). Стрелками отмечены основные спектральные изменения

Fig. 5. Raman spectra of native (solid lines) and thermally denatured (dotted lines) collagen (a) and chymotrypsin (b). The arrows show the main spectral changes

Видно отличие интенсивностей и формы широких линий в спектрах обоих белков с центральным максимумом на частоте около  $100\text{ см}^{-1}$ .



В образовании водородных связей в белке может участвовать NH группа, причём характерная КР линия появляется в спектрах, например, N-метиляцетамида, альбумина и глобулина на частоте  $100\text{ cm}^{-1}$ , и монотонно уменьшается с увеличением температуры [34]. На этой же частоте могут происходить дыхательные колебания тройной суперспирали коллагена, зависящие также от степени его гидратации [17].

Отметим существенное отличие спектров коллагена и денатурированного коллагена в интервале  $200\text{--}360\text{ cm}^{-1}$ . Согласно литературным данным, линия на частоте  $327\text{ cm}^{-1}$  может быть отнесена к деформационным колебаниям полипептидной цепи или валентным колебаниям N-C [35]. Согласно [35], линия на частоте  $260\text{ cm}^{-1}$  может быть соотнесена с колебаниями C<sub>α</sub>-N-C. Линии на частотах  $\sim 300$  и  $\sim 330\text{ cm}^{-1}$  в КР спектрах поли-L-аланина и поли-L-аланилглицина в  $\beta$ -конформации отнесены к деформационным колебаниям C-N-C<sub>α</sub>, N-C<sub>α</sub>-C или плоскостным колебаниям C=O [36]. КР линии вблизи  $280$  и  $330\text{ cm}^{-1}$  наблюдались также в спектрах  $\beta$ -структурных химотрипсина, конканавалина и поли-L-лизина [10].

Изменяются также относительные интенсивности полос с максимумами на частотах  $390$  и  $420\text{ cm}^{-1}$ . В спектре денатурированного образца резко возрастает интенсивность линии на частоте  $490\text{ cm}^{-1}$ . Незначительные изменения относительных интенсивностей линий в интервале  $500\text{--}570\text{ cm}^{-1}$  свидетельствуют о малых изменениях конформаций дисульфидных мостиков.

НЧ спектры комбинационного рассеяния нативного и денатурированного химотрипсина

(рис. 5, б) отличаются в интервалах  $80\text{--}110$ ,  $200\text{--}360$  и  $380\text{--}440\text{ cm}^{-1}$ . Заметим, что эти отличия меньше, чем для спектров нативного и денатурированного коллагена, что может указывать на меньшую чувствительность третичной структуры глобулярного белка к денатурации.

В таблице собрана информация по спектральным линиям, обсуждаемым в работе.

## Выводы

Колебательная спектроскопия может быть использована для определения относительного содержания элементов вторичной структуры в белковой молекуле и изменений вторичной структуры, связанных с функциональной активностью. Однако конформационные изменения могут возникать и на более высоких (чем второй) уровнях иерархии структуры белка и, как любые структурные изменения, могут проявляться в колебательных спектрах. Дефицит методов описания третичной структуры затрудняет интерпретацию спектральных изменений. Тем не менее накопление соответствующих спектральных данных может помочь в анализе структурной иерархии. В связи с этим целесообразно изучать белки со сходной вторичной структурой и анализировать спектральные изменения, вызванные модификациями одной белковой молекулы (например, за счет денатурации).

Сравнение колебательных спектров нативного и денатурированного (суперспирального) коллагена, а также нативного и денатурированного (глобулярного) химотрипсина показывает, что изменения чувствительных к вторичной структуре

**Типы колебаний, соответствующие НЧ линиям КР спектров**  
**Types of vibrations corresponding to low-frequency lines of Raman spectra**

Волновые числа, $\text{cm}^{-1}$ / Wave number, $\text{cm}^{-1}$	Тип колебания / Assignment
135	N-H внеплоскостные изгибные колебания, C=O внеплоскостные изгибные колебания
260	C-N-C деформационные колебания, C=O плоскостные изгибные колебания, N-H внеплоскостные изгибные колебания
300	Деформационные колебания C-N-C <sub>α</sub> , N-C <sub>α</sub> -C, плоскостные колебания C=O
327	NCC деформационные колебания, NH внеплоскостные изгибные колебания, C=O плоскостные изгибные колебания
332	NCC колебания
437	То же
920	N-C <sub>α</sub> -C скелетные колебания, C-N, C-N-C <sub>α</sub> деформационные колебания
940	То же
1314	C-H деформационные колебания
1337	C-C <sub>α</sub> -H изгибные

полос амид I и амид III дополняются спектральными изменениями полос, традиционно не относимых к элементам вторичной структуры.

Низкочастотные полосы в колебательных спектрах могут быть обусловлены меж-, а не внутримолекулярными движениями, поскольку исследуются лиофилизированные порошки (микрокристаллы). Конформационные изменения на уровнях вторичной и третичной структуры могут влиять на параметры элементарных ячеек белкового микрокристалла. Даже если низкочастотные полосы связаны с межмолекулярными движениями, изменения вторичной и третичной структуры должны проявляться в колебательных спектрах.

На основании опубликованных данных и результатов проведенных экспериментов можно сделать предположение, что изменения НЧ КР спектров, связанные с денатурацией, определяются изменениями не только вторичной, но и третичной структуры белковых молекул.

Сравнение НЧ колебательных спектров указывает на меньшую чувствительность третичной структуры глобулярного белка к денатурации.

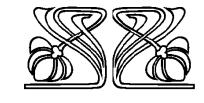
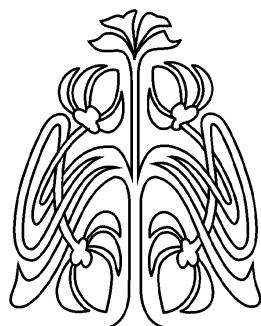
### Список литературы / References

1. Bandekar J. Amide modes and protein conformation. *Biochim. Biophys. Acta*, 1992, vol. 1120, no. 2, pp. 123–143.
2. Wen Z.-Q. Raman Spectroscopy of Protein Pharmaceuticals. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 2007, vol. 96, no. 11, pp. 2861–2878.
3. Susi H., Byler D. M. Fourier Deconvolution of the Amide I Raman Band of Proteins as Related to Conformation. *Applied Spectroscopy*, 1988, vol. 42, pp. 819–826.
4. Maiti N. C., Aperti M. M., Zagorski M. G., Carey P. R., Anderson V. E. Raman Spectroscopic Characterization of Secondary Structure in Natively Unfolded Proteins: r-Synuclein. *J. Am. Chem. Soc.*, 2004, vol. 126, pp. 2399–2408.
5. Brandt N. N., Chikishev A. Y., Sotnikov A. I., Savochkina Yu. A., Agapov I. I., Tonevitsky A. G. Ricin, ricin agglutinin, and the ricin binding subunit structural comparison by Raman spectroscopy. *J. Mol. Str.*, 2005, vol. 735, pp. 293–298.
6. Brandt N. N., Sakodinskaya I. K., Chikishev A. Y. A study of interaction between alpha-chymotrypsin and 18-crown-6 in organic solvents by raman spectroscopy. *Russian Journal of Physical Chemistry A*, 2001, vol. 75, no. 6, pp. 928–932.
7. Brandt N. N., Chikishev A. Yu., Greve J., Koroteev N. I., Otto C., Sakodinskaya I. K. Cars and raman spectroscopy of function related conformational changes of chymotrypsin. *J. Raman Spec.*, 2000, vol. 31, pp. 731–737.
8. Stovbun S. V., Skoblin A. A., Tverdislov V. A. Experimental observation of synergistic regularity of chirality sign change in hierarchies of biomimetic structures. *Biofizika [Biophysics]*, 2014, vol. 59, iss. 6, pp. 1079–1084. (in Russian).
9. Senior A. W., Evans R., Jumper J., Kirkpatrick J., Sifre L., Green T., Qin C., Tanikde A., Nelson A. W. R., Bridgland A., Penedones H., Petersen S., Simonyan K., Crossan S., Kohli P., Jones D. T., Silver D., Kavukcuoglu K., Hassabis D. Improved protein structure prediction using potentials from deep learning. *Nature*, 2020, vol. 577, pp. 706–710. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1923-7>
10. Balakhnina I. A., Brandt N. N., Chikishev A. Yu., Mankova A. A., Shpachenko I. G. Low-frequency vibrational spectroscopy of proteins with different secondary structures. *J. Biomed. Opt.*, 2017, vol. 22, no. 9, pp. 091509.
11. Mankova A. A., Brandt N. N., Chikishev A. Yu. Raman and FTIR spectroscopy in the THz frequency range in the study of protein structure. *Zurnal prikladnoj spektroskopii*, 2016, vol. 83, no. 6–16, pp. 714. EDN: ZBSQCR
12. Heilweil E. J., Plusquellec D. F. Terahertz Spectroscopy of Biomolecules. In: Susan L. Dexheimer, ed. *Terahertz Spectroscopy: Principles and Applications*. CRC Press, 2007, pp. 269–297.
13. Zakaria H. A. A review: Terahertz spectroscopy as a viable dynamic tool for protein and organic molecules characterization. *Malaysian Journal of Science*, 2015, vol. 34, no. 1, pp. 93–102.
14. Genzel L., Keilmann F., Martin T. P., Wintreling G., Yacoby Y., Fröhlich H., Makinen M. W. Low-frequency Raman spectra of lysozyme. *Biopolymers*, 1976, vol. 15, no. 1, pp. 219–225. <https://doi.org/10.1002/bip.1976.360150115>
15. Tipping M., Viras K., King T. A. Low-frequency dynamics of solid poly(L-alanine) from Raman spectroscopy. *Biopolymers*, 1984, vol. 23, no. 12, pp. 2891–2899. <https://doi.org/10.1002/bip.360231213>
16. Ronen M., Kalanoor B. S., Oren Z., Ron I., Tischler Y. R., Gerber D. Characterization of peptides self-assembly by low frequency Raman spectroscopy. *RSC Advances*, 2018, vol. 8, no. 29, pp. 16161–16170. <https://doi.org/10.1039/c8ra01232f>
17. Fontaine-Vive F., Merzel F., Johnson M. R., Kearley G. J. Collagen and component polypeptides: Low frequency and amide vibrations. *Chemical Physics*, 2009, vol. 355, no. 2–3, pp. 141–148. <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2008.12.005>
18. Lee S. H., Krimm S. Ab initio-based vibrational analysis of  $\alpha$ -poly(L-alanine). *Biopolymers*, 1998, vol. 46, no. 5, pp. 283–317. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0282\(19981015\)46:5<283::aid-bip2>3.0.co;2-1](https://doi.org/10.1002/(sici)1097-0282(19981015)46:5<283::aid-bip2>3.0.co;2-1)
19. Krimm S., Bandekar J. Vibrational Spectroscopy and Conformation of Peptides, Polypeptides, and Proteins. *Advances in Protein Chemistry*, 1986, vol. 38, pp. 181–364. [https://doi.org/10.1016/s0065-3233\(08\)60528-8](https://doi.org/10.1016/s0065-3233(08)60528-8)
20. Nielsen O. F., Bigio I. J., Olsen I., Berquier J. M. Low-frequency ( $20\text{--}400\text{ cm}^{-1}$ ) vibrational spectra of N-methylacetamide in the liquid state. *Chemical Physics Letters*, 1986, vol. 132, no. 6, pp. 502–506. [https://doi.org/10.1016/0009-2614\(86\)87112-3](https://doi.org/10.1016/0009-2614(86)87112-3)

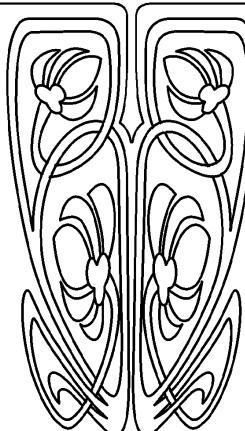
21. Brandt N. N., Chikishev A. Y., Mankova A. A., Sakodyn-skaya I. K. Effect of thermal denaturation, inhibition, and cleavage of disulfide bonds on the low-frequency Raman and FTIR spectra of chymotrypsin and albumin. *Journal of Biomedical Optics*, 2014, vol. 20, no. 5, pp. 051015 (1–6). <https://doi.org/10.1117/1.jbo.20.5.051015>
22. Shigeto S., Chang C. F., Hiramatsu H. Directly Probing Intermolecular Structural Change of a Core Fragment of  $\beta_2$ -Microglobulin Amyloid Fibrils with Low-Frequency Raman Spectroscopy. *The Journal of Physical Chemistry B*, 2017, vol. 121, no. 3, pp. 490–496. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcb.6b10779>
23. Kalanoor B. S., Ronen M., Oren Z., Gerber D., Tischler Y. R. New Method to Study the Vibrational Modes of Biomolecules in the Terahertz Range Based on a Single-Stage Raman Spectrometer. *ACS Omega*, 2017, vol. 2, no. 3, pp. 1232–1240. <https://doi.org/10.1021/acsomega.6b00547>
24. Kuhar N., Sil S., Umapathy S. Potential of Raman spectroscopic techniques to study proteins. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, 2021, vol. 258, pp. 119712. <https://doi.org/10.1016/j.saa.2021.119712>
25. Eaves J. D., Fecko C. J., Stevens A. L., Peng P., Tokmakoff A. Polarization-selective femtosecond Raman spectroscopy of low-frequency motions in hydrated protein films. *Chemical Physics Letters*, 2003, vol. 376, no. 1–2, pp. 20–25. [https://doi.org/10.1016/s0009-2614\(03\)00890-x](https://doi.org/10.1016/s0009-2614(03)00890-x)
26. Itoh K., Shimanouchi T. Breathing vibration of poly-L-alanine  $\alpha$ -helix. *Biopolymers*, 1971, vol. 10, no. 8, pp. 1419–1420. <https://doi.org/10.1002/bip.360100812>
27. Bozec L., Odlyha M. Thermal Denaturation Studies of Collagen by Microthermal Analysis and Atomic Force Microscopy. *Biophys. J.*, 2011, vol. 101, no. 1, pp. 228–236.
28. Lund P. A., Nielsen O. F., Praestgaard E. Comparison of the depolarized rayleigh-wing scattering and far-infrared absorption in molecular liquids. *Chemical Physic.*, 1978, vol. 28, no. 1–2, pp. 167–173.
29. Djabourov M., Leblond J., Papon P. Gelation of aqueous gelatin solutions. I. Structural investigation. *J. Phys. France*, 1988, vol. 49, pp. 319–332.
30. Shoulders M. D., Raines R. T. Collagen structure and stability. *Annual Review of Biochemistry*, 2009, vol. 78, pp. 929–958.
31. Fidler A. L., Boudko S. P., Rokas A., Hudson B. G. The triple helix of collagens – an ancient protein structure that enabled animal multicellularity and tissue evolution. *Journal of Cell Science*, 2018, vol. 131, iss. 7, article no. 203950. <https://doi.org/10.1242/jcs.203950>
32. Rygula A., Majzner K., Marzec K. M., Kaczor A., Pilarczyk M., Baranska M. Raman spectroscopy of proteins: A review. *Journal of Raman Spectroscopy*, 2013, vol. 44, no. 8, pp. 1061–1076.
33. Lypez-Peca I., Leigh B. S., Schlamadinger D. E., Kim J. E. Insights into Protein Structure and Dynamics by Ultraviolet and Visible Resonance Raman Spectroscopy. *Biochemistry*, 2015, vol. 54, no. 31, pp. 4770–4783.
34. Colaianni S. E. M., Nielsen O. F. Low-frequency Raman spectroscopy. *Journal of Molecular Structure*, 1995, vol. 347, pp. 267–283. [https://doi.org/10.1016/0022-2860\(95\)08550-f](https://doi.org/10.1016/0022-2860(95)08550-f)
35. Fanconi B. Low-frequency vibrational spectra of some homopolypeptides in the solid state. *Biopolymers*, 1973, vol. 12, no. 12, pp. 2759–2776. <https://doi.org/10.1002/bip.1973.360121210>
36. Moore W. H., Krimm S. Vibrational analysis of peptides, polypeptides, and proteins. II.  $\beta$ -Poly(L-alanine) and  $\beta$ -poly(L-alanyl glycine). *Biopolymers*, 1976, vol. 15, no. 12, pp. 2465–2483. <https://doi.org/10.1002/bip.1976.360151211>

Поступила в редакцию 28.06.2024; одобрена после рецензирования 22.07.2024; принятая к публикации 30.07.2024  
The article was submitted 28.06.2024; approved after reviewing 22.07.2024; accepted for publication 30.07.2024

# БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА



**НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ**



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 348–360

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 348–360

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHNYOS

Научная статья  
УДК 004.94:616.1

## Математическое моделирование термографического изображения вен при варикозной болезни нижних конечностей

Л. В. Жорина<sup>✉</sup>, Е. А. Толстой

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет) (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Жорина Лариса Валерьевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики, [larisaval@mstu.ru](mailto:larisaval@mstu.ru), <https://orcid.org/0009-0003-5898-8808>, AuthorID: 504700

Толстой Егор Александрович, бакалавр, [tolstoy.ea@mail.ru](mailto:tolstoy.ea@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0001-3641-0840>, AuthorID: 1247326

**Аннотация.** Выполнено математическое моделирование термограммы задней поверхности голени человека при наличии варикозной болезни. Для моделирования процессов теплового переноса с учётом кровотока в биологических тканях использовалось дифференциальное уравнение теплопроводности. Биологические ткани за исключением сосудов при этом задавались слоями, границы которых были определены по результатам рентгеновской компьютерной томографии. В качестве венозных сосудов рассмотрены включения, по форме отображающие анатомическое строение поверхностных и магистральных вен, которые расположены непосредственно в основных тканевых слоях. Полученное распределение теплоты качественно похоже на реальные ИК термограммы, что позволяет считать выполненное моделирование успешным. Проведено численное моделирование процесса распространения теплоты в голени с целью исследования вопроса о зависимости вызываемого варикозной болезнью вен нижних конечностей изменения температуры на задней поверхности голени от максимальной глубины залегания поверхностных и магистральных варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды. Сделан анализ возможности регистрации таких изменений температуры современным ИК термографом. Сравнение с экспериментальными результатами, имеющимися в литературе, показало, что выполненное математическое моделирование имитирует начальные стадии варикозной болезни вен нижних конечностей.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, варикозная болезнь вен нижних конечностей, медицинская инфракрасная термография, термодиагностика

**Для цитирования:** Жорина Л. В., Толстой Е. А. Математическое моделирование термографического изображения вен при варикозной болезни нижних конечностей // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 348–360. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHNYOS

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Mathematical modeling of the lower limbs varicose veins thermographic image

L. V. Zhorina<sup>✉</sup>, E. A. Tolstoy

Bauman Moscow State Technical University (Bauman MSTU), 5/1 2<sup>nd</sup> Bauman St., Moscow 105005, Russia

Larisa V. Zhorina, larisaval@bmstu.ru, <https://orcid.org/0009-0003-5898-8808>, AuthorID: 504700  
Egor A. Tolstoy, tolstoy.ea@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-3641-0840>, AuthorID: 1247326

**Abstract.** *Background and Objectives:* The high prevalence of varicose veins of the lower limbs (VVLL) emphasizes the importance of accurate and timely diagnosis of this pathology. Methods for diagnosing VVLL include, among others, infrared thermography (IRT), which is the safest method. It allows surface temperature mapping with a high spatial resolution. *The purpose* of this work is to mathematically model the distribution of heat along the back surface of the human shin in the presence of VVLL, compare the obtained distribution with the results of IRT, as well as study the effect of model parameters on the simulation results and assess the possibility of detecting varicose veins using IRT. **Methods:** A differential equation of thermal conductivity was used to simulate heat transfer processes taking into account blood flow in biological tissues. Biological tissues were defined in layers, the boundaries of which were determined based on the results of X-ray computed tomography. Inclusions reflecting the anatomical structure of the superficial and main veins, which are located directly in the main tissue layers, are considered as venous vessels. Numerical modeling of the process of heat propagation in the shin was carried out in order to investigate the dependence of the temperature change caused by VVLL on the posterior surface of the shin on the maximum depth of varicose veins, their diameters, their surface temperature, perfusion rate, and ambient temperature. The analysis of the possibility of recording such temperature changes with a modern IR thermograph is made. **Results:** Computational experiments to assess the influence of model parameters on the thermal picture of the surface of the back of the shin have shown that the created mathematical model provides sufficient agreement with the results of real thermographic studies. Most of the temperature dependences obtained in the calculations are consistent or do not contradict real studies. **Conclusion:** A comparison with experimental results available in the literature has shown that the performed mathematical modeling simulates the initial stages of VVLL.

**Keywords:** mathematical modeling, varicose veins of the lower limbs, medical infrared thermography, thermal diagnostics

**For citation:** Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical modeling of the lower limbs varicose veins thermographic image. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 348–360 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHNYOS

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Хронические заболевания вен (ХЗВ) обнаружены у 83.6% обследованных людей из 20 стран мира. Высокая распространенность ХЗВ в нашей стране (около 70%) подчеркивает важность точной и своевременной диагностики этой патологии. Патогенез ХЗВ, в основном изученный в отношении варикозной болезни вен нижних конечностей (ВБВНК), является комплексным и многофакторным процессом. К настоящему времени сложились следующие представления о механизмах развития ВБВНК. Развивающиеся в венах нижних конечностей нарушения характера кровотока вызывают в конечном счёте особый воспалительный процесс, приводящий к перестройке стенки вен и венозных клапанов и заканчивающийся их трансформацией одновременно с изменениями на уровне макроциркуляции [1–5]. Указанные события сопровождаются необратимыми изменениями в окружающих тканях и системах организма, повышением температуры в месте воспаления.

К инструментальным методам диагностики ХЗВ относятся ультразвуковое ангиосканирование (дуплексное сканирование), которое в значительной степени является «операторозависимым» методом, дополнительные методы: ультразвуковая допплерография, плеизомография, рентгеноконтрастная и радионуклидная флюбография, МРТ-венография, КТ-венография, а так-

же инфракрасная термография (ИКТ), являющаяся самым безопасным методом. ИКТ позволяет проводить температурное картирование поверхности с высоким пространственным разрешением. Локальные изменения температуры на поверхности биологической ткани, фиксируемые на термограммах, дают представление о патологическом нарушении в данной области в текущий момент времени. ИКТ может быть использована как дополнительный вид диагностики ХЗВ и ее осложнений при наблюдении за динамикой воспалительного процесса в тканях, а также в оценке эффективности лечебных мероприятий. Оптимальной ролью для этого метода диагностики может быть скрининг, поскольку он прост, не требует знания деталей анатомии, неинвазивен [3, 6–8].

Последнее время получает распространение моделирование, описывающее температурные изменения внутри тканей, регистрируемые при патологиях, в основном опухолях [9–12]. Математическое моделирование позволяет уточнить физические процессы переноса теплоты, происходящие в организме, в том числе определить физические связи параметров кровоснабжения и температуры конечности человека [13].

Целью данной работы является математическое моделирование распределения теплоты по задней поверхности голени человека при наличии ВБВНК (термограммы), сопоставление



полученного распределения с результатами ИКТ, а также исследование влияния параметров модели на результаты моделирования и оценка возможности обнаружения варикозной болезни при использовании ИКТ.

### Современное состояние исследований пациентов с ВБВНК

Термограммы пациентов с ВБВНК показывают увеличение температурных значений на 3–4°C в области поражённых участков [14–17]. Область гипертермии при этом отчётливо повторяет сосудистые контуры (рис. 1, а). При помощи ИКТ также возможно осуществлять визуализацию глубоких магистральных деформированных вен, которые явно не выделяются при визуальном обследовании пациентов с ВБВНК. Сравнительные

термографические и ультразвуковые исследования подтверждают возможность визуализировать варикозные участки вен нижних конечностей на глубине 2.0–2.5 см от поверхности тела [5]. Частота совпадения диагнозов ультразвукового и термографического обследования с клиническим заключением врача в одной и той же группе пациентов составила около 75%. В то же время даже считающееся на сегодня лучшим из доступных методов ультразвуковое ангиосканирование обладает высокой чувствительностью и низкой специфичностью, т. е. венозная патология может быть «выявлена» у здоровых лиц. К тому же ультразвуковое исследование не позволяет в полной мере оценить состояние мягких тканей нижней конечности, поскольку в основном оценивает движение крови по магистральным сосудам. Вместе с тем ИКТ как метод динамического наблюдения за состоянием мягких тканей после лечения во многом уникален и даёт интегральную оценку состояния кровенаполнения сосудов кожи, мышц и подкожной клетчатки, а это является основной зоной максимальных нарушений венозного оттока у больных ВБВНК [6].

Разнонаправленность указанных во введении процессов при варикозной болезни приводит к значительному снижению скорости перфузии периферического кровотока, в окружающих сосуды мягких тканях накапливается кровь, температура которой ниже нормальных значений, а в сосудистой стенке возникает сильный воспалительный процесс, который идентифицируется на термографических изображениях как локальное повышение температуры.

### Материалы и методы

Для моделирования термодинамических процессов при развитии ВБВНК рассмотрим трехмерную задачу теплопроводности. Распределение температуры по задней поверхности голени человека будем моделировать в норме и при варикозной патологии. Разрабатываемая модель должна отражать морфологическое строение задней поверхности голени человека. Для построения модели использованы сканы голени человека, полученные по результатам рентгеновской компьютерной томографии (РКТ) в формате DICOM. С помощью инструментов постобработки РКТ сканов Materialise Mimics (Materialise, Бельгия) удалось определить границы тканевых слоёв голени за исключением сосудов и получить их твердотельные объемные модели, которые

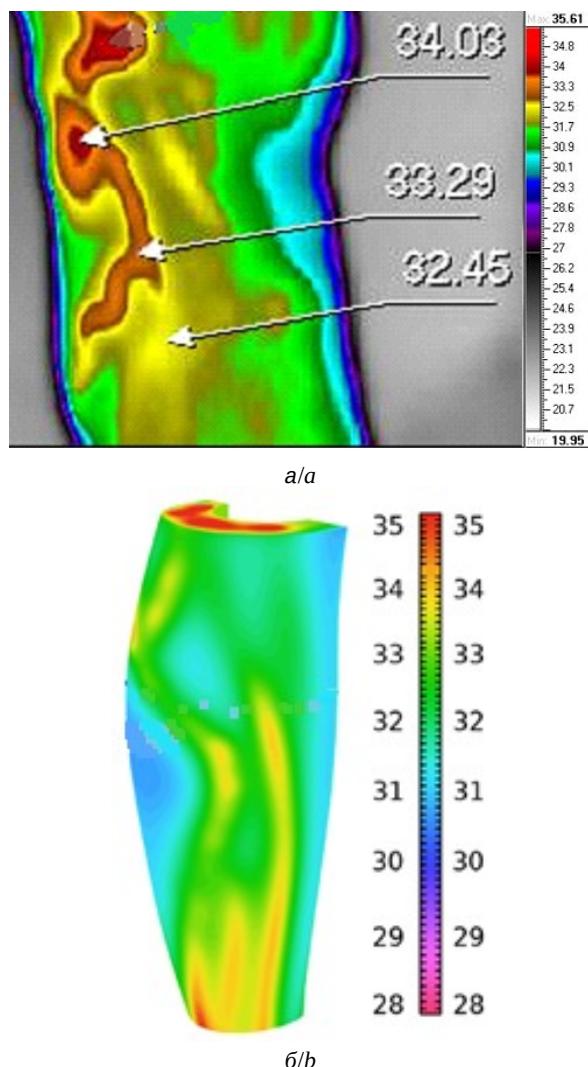


Рис. 1. Термографические изображения ВБВНК [15] (а), результат моделирования (б) (цвет онлайн)

Fig. 1. Thermographic images of varicose veins [15] (a), simulation result (b) (color online)

были рассмотрены нами как геометрические области математического моделирования. Было выделено три слоя: кожный, жировой и мышечный слой.

Геометрические параметры разработанной модели таковы: высота 300 мм, максимальная ширина 130 мм, максимальная толщина 90 мм. Для упрощения математического моделирования биологические ткани задней поверхности голени представим в виде набора слоёв [4, 5]: кожный, жировой и мышечный слой. Каждому слою модели припишем такие же теплофизические свойства (плотность, удельная теплоёмкость, теплопроводность), как и у биологических тканей, для которых они определялись. В качестве венозных сосудов рассмотрим включения, по форме отображающие анатомическое строение поверхностных вен диаметром 4 мм и магистральных вен диаметром 8 мм, которые расположены непосредственно в тканевых слоях и соответствуют промежуточному типу расположения венозных сосудов.

Основные теплофизические процессы и источники теплоты, включённые в математическую модель: 1) тепловое распределение во внутренних тканях нижних конечностей смоделируем, задав в качестве источника теплоты температуру и тепловой поток от задней поверхности мышечного слоя; 2) теплоту от периферического кровотока в тканях, поверхностных и магистральных вен зададим с помощью управляющих параметров уравнения теплопроводности (скорость перфузии, плотность крови, температура крови, теплоёмкость крови); 3) энергию, выделяющуюся в результате клеточного метаболизма, учтём в виде параметра  $Q_{met}$  ( $\text{Вт}/\text{м}^3$ ) в уравнении теплопроводности. Также при моделировании учтём основные причины возникновения градиента температур при варикозной болезни вен:

- воспалительные процессы, происходящие в стенках поражённых сосудов, учтём в виде повышенной температуры на поверхности варикозной вены;
- венозный застой крови учтём, понизив температуру тканей.

Учёт кровеносной системы в континуальной модели теплопереноса происходит путем осределения эффекта большого числа кровеносных сосудов в рассматриваемой области биологических тканей и введением скорости перфузии  $\omega_b$  ( $1/\text{с}$ ).

Для описания процессов теплового переноса с учётом кровотока в биологических тканях

используем дифференциальное уравнение теплопроводности (биотепловое уравнение Пеннеса):

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \nabla^2 T = \rho_b \omega_b C_b (T_b - T) + Q_{met}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность материала,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $C$  – удельная теплоёмкость материала,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;  $\rho_b$  – плотность крови,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $C_b$  – удельная теплоёмкость крови,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;  $T_b$  – температура крови,  $\text{К}$ ;  $T$  – локальная температура ткани,  $\text{К}$ .

Для полного математического описания модели зададим начальные и граничные условия ( $\Omega(x, y, z)$  – соответствующая область задания условий).

1. Начальное условие, задающее температуру модели в момент времени  $t = 0$ , которую будем считать температурой окружающей среды:

$$T|_{t=0} = T_0 = 21^\circ\text{C}. \quad (2)$$

2. Граничные условия для задней поверхности мышечного слоя (температура тела увеличивается от поверхности к ядру [18]):

$$T|_\Omega = 33^\circ\text{C}. \quad (3)$$

Поверхностная плотность теплового потока на задней поверхности мышечного слоя

$$q|_\Omega = -\lambda \left. \frac{\partial}{\partial n} \right|_\Omega = 700 \text{ Вт}/\text{м}^2. \quad (4)$$

3. Граничные условия на поверхности кожного слоя. Закон Стефана–Больцмана ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ):

$$q|_\Omega = \epsilon \sigma (T^4 - T_0^4), \quad (5)$$

где  $\epsilon = 0.9$  – коэффициент излучения,  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана

Уравнение Ньютона – Рихмана ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ):

$$q|_\Omega = \alpha (T - T_0), \quad (6)$$

где  $\alpha = 0.6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  – коэффициент теплоотдачи.

4. Граничное условие на поверхности вен учитывает воспалительные процессы в сосудистой стенке варикозного сосуда.

Температура на поверхности здоровой вены  $T|_\Omega = 36.6^\circ\text{C}$ .

Температура на поверхности варикозной вены  $T|_\Omega = 37.5^\circ\text{C}$ .

Описанные параметры были заданы в среде численного моделирования «COMSOL Multiphysics» (COMSOL, Швеция), в результате чего была решена система дифференциальных уравнений методом конечных элементов. Данный программный пакет предоставляет большие



возможности для моделирования. Использованы следующие два интерфейса, предназначенные для моделирования теплопередачи: интерфейс bioheat transfer, который решает уравнение (1) для биологических тканей, используя приближение Пеннеса; интерфейс heat transfer in solids and fluids, который позволяет рассчитать поле температуры в случае, когда в расчетной области осуществляется перенос теплоты за счет теплопроводности и конвекции. Результаты моделирования, приведённые ниже, представлены для модельной системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия (при  $t \rightarrow \infty$ ). Теплофизические параметры модели [4, 5, 10, 18–20] представлены в таблице.

## Результаты и их обсуждение

Для моделирования термограммы на поверхности биологической ткани в норме и при патологии сосудов нижних конечностей рассмотрим четыре модели (рис. 2, а): первая модель соответствует отсутствию патологических изменений сосудов нижних конечностей (1); вторая – патологии поверхностной вены (2); третья – патологии магистральной (глубокой) вены (3); четвёртая – патологии поверхностных и магистральных сосудов (4). По заданным математическим параметрам для всех четырёх моделей были получены распределения температуры по поверхности (рис. 2, б), они качественно совпадают с наблюдаемыми термографическими изображениями ВБВНК (см. рис. 1).

Следующая часть работы посвящена численному моделированию процесса распространения теплоты в голени с целью исследования вопроса о зависимости вызываемого ВБВНК изменения температуры на задней поверхности голени, которое может быть зарегистрировано ИК термографом, от максимальной глубины залегания

варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды.

Для исследования влияния глубины залегания варикозных вен рассмотрим модель варикозного расширения двух вен. На поверхности модели отметим  $j = 30$  точек для магистральной вены и  $i = 30$  точек для поверхностной вены, находящихся в проекционной связи с магистральным и поверхностным варикозными сосудами соответственно, а также точку  $C$  (рис. 3, а, б). Точку  $C$  выберем так, чтобы она не находилась в проекционной связи ни с одной веной (рис. 3, в). Значение температуры в данной точке будет являться референсным, т. е. относительно данного значения будет рассматриваться изменение температуры  $\Delta T$  в точках поверхности, лежащих над точками  $i$  и  $j$ .

Для каждой из точек  $j$  были определены расстояния  $h_1$  от поверхности до центра магистральной вены и величина изменения температуры  $\Delta T_{M,j}$ :

$$\Delta T_{M,j} = T_j - T_C, \quad (7)$$

где  $T_j$  – текущее значение температуры в точках поверхности вдоль проекции магистральной варикозной вены;  $T_C = 31.25^\circ\text{C}$  – значение температуры в референсной точке  $C$ . Для точек  $i$  были определены расстояния  $h_2$  от поверхности до центра поверхностной варикозной вены и величина изменения температуры  $\Delta T_{s,i}$ :

$$\Delta T_{s,i} = T_i - T_C, \quad (8)$$

где  $T_i$  – текущее значение температуры в точках поверхности вдоль проекции поверхностной варикозной вены. Полученные массивы точек были аппроксимированы полиномом четвёртой степени (рис. 4).

Теплофизические параметры модели  
Thermophysical parameters of the model

Параметр / Parameter	Мышцы / Muscle	Жир / Adipose	Кожа / Skin	Норма / No pathology	Патология / Pathology
$\rho$ , $\text{kg}/\text{m}^3$	1040	938	1100	1059	1059
$C$ , $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	3543	2430	3390	3850	3850
$\lambda$ , $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$	0.464	0.200	0.235	0.492	0.492
$\rho_b$ , $\text{kg}/\text{m}^3$	1059	1059	1059	1059	1059
$C_b$ , $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	3850	3850	3850	3850	3850
$T_b$ , $^\circ\text{C}$	33.0	32.0	31.0	36.6	36.6
$Q_{met}$ , $\text{W}/\text{m}^3$	684.2	368.3	368.1	1190	1190
$\omega_b$ , $1/\text{s}$	0.0005	0.000425	0.0018	0.01	0.00001

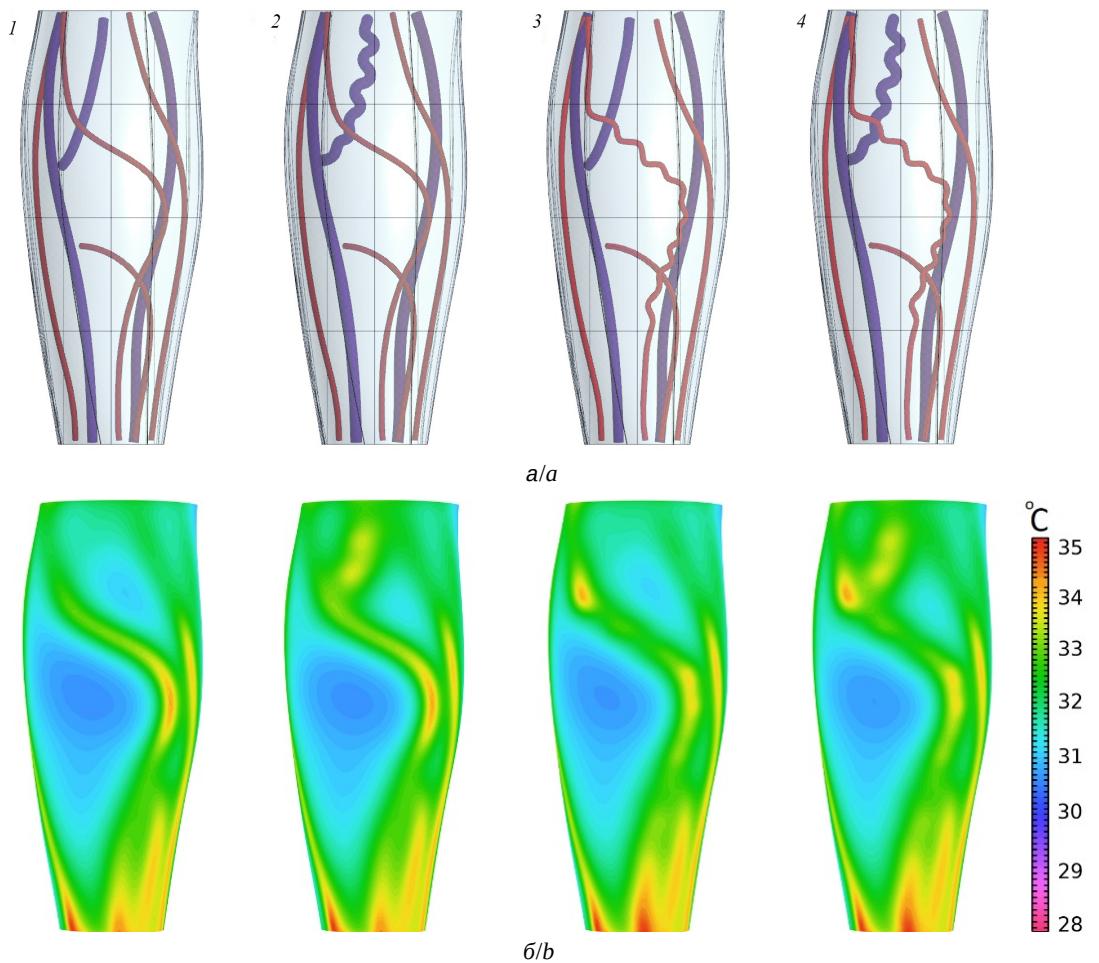


Рис. 2. Модели сосудов нижних конечностей (а): 1 – нормальные венозные сосуды, 2 – патология поверхностной вены, 3 – патология магистральной вены, 4 – патология поверхностной и магистральной вен; соответствующие смоделированные термографические изображения (б) (цвет онлайн)

Fig. 2. Models of the lower limbs vessels (a): 1 – normal venous vessels, 2 – pathology of the superficial vein, 3 – pathology of the main vein, 4 – pathology of the superficial and main veins; corresponding simulated thermographic images (b) (color online)

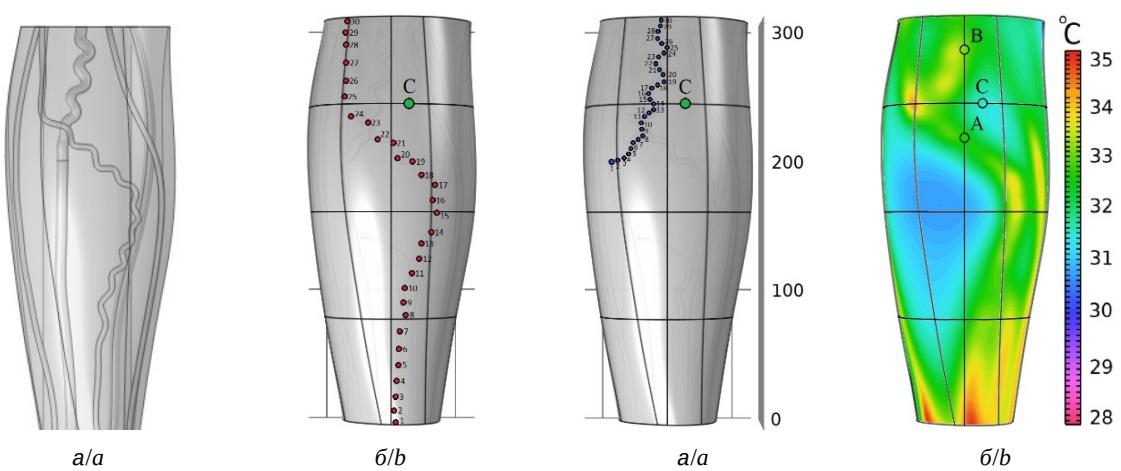


Рис. 3. Модель для исследования влияния параметров: а – расположение точек *i* на поверхности над варикозной поверхностной веной; б – расположение точек *j* над варикозной магистральной веной; в – термограмма модели и расположение точек А, В и С на поверхности (цвет онлайн)

Fig. 3. Model for studying the influence of parameters: *a* – the location of points *i* on the surface above the varicose superficial vein; *b* – the location of points *j* above the varicose main vein; *c* – thermogram of the model and the location of points *A*, *B* and *C* on the surface (color online)

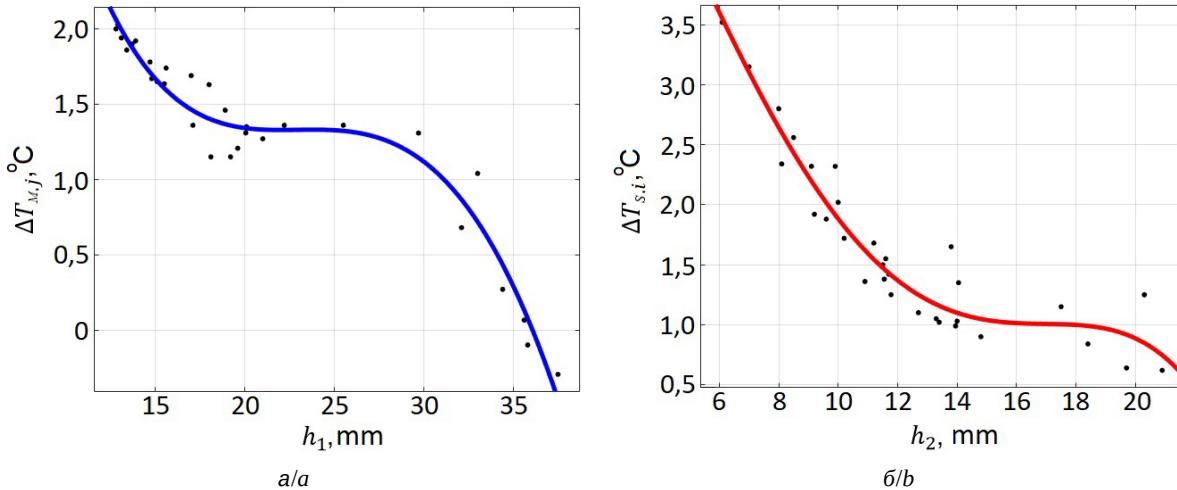


Рис. 4. Зависимость  $\Delta T_{M,j}$  от глубины залегания  $h_1$  варикозной магистральной вены (а), зависимость  $\Delta T_{s,i}$  от глубины залегания  $h_2$  варикозной поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 4. Dependence of  $\Delta T_{M,j}$  on the varicose main vein depths  $h_1$  (a), dependence of  $\Delta T_{s,i}$  on the varicose superficial vein depths  $h_2$  (b) (color online)

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 4, показывает общее снижение температуры на поверхности модели при увеличении глубины залегания варикозного сосуда. Полиномиальная аппроксимация имеет плато на обеих температурных зависимостях, причем значения глубины залегания варикозных сосудов, соответствующие данным плато, отличаются в 2 раза, как и диаметры варикозных сосудов. Во всех 30 точках, выбранных вдоль проекции поверхностной вены, температура оказалась выше референсного значения, следовательно, исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о том, что при рассмотренных значениях глубины залегания поверхностная варикозная вена может быть обнаружена на термографических изображениях современных термографов, температурное разрешение которых составляет 0.1 К и менее. В 28 из 30 точек температура вдоль проекции магистральной варикозной вены оказалась выше референсной, а в 2 точках – ниже. Последнее указывает на то, что согласно данной модели глубоколежащие вены могут не отображаться на термограммах.

Далее на поверхности модели отметим три точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (см. рис. 3, в) так, чтобы точка  $A$  располагалась на поверхности в проекционной связи с поверхностной варикозной веной, точка  $B$  располагалась на поверхности в проекционной связи с магистральной варикозной веной. Точку  $C$  оставим без изменений как референсное значение, т. е. относительно данного значения бу-

дет рассматриваться изменение температуры  $\Delta T$  в точках  $A$  и  $B$  при изменении параметров.

Для исследования температурного градиента в области проекции варикозных вен на поверхность будем проводить варьирование параметров модели и анализировать последующее изменение температуры  $\Delta T$  в точках  $A$  и  $B$ . Для поверхностной варикозной вены величину разности температур задаётся уравнением

$$\Delta T_s = T_A - T_C, \quad (9)$$

где  $T_A$  – текущее значение температуры в точке  $A$ . Для магистральной варикозной вены величину разности температур рассчитываем по формуле

$$\Delta T_M = T_B - T_C, \quad (10)$$

где  $T_B$  – текущее значение температуры в точке  $B$ .

Результаты полиномиальной аппроксимации расчётов влияния величины диаметров варикозных вен на разность температур  $\Delta T_M$  и  $\Delta T_s$  отображены на рис. 5, а и 5, б соответственно. Анализ зависимостей, приведенных на рис. 5, позволяет сделать вывод о почти линейном увеличении температурных значений на поверхности модели при увеличении диаметров варикозных вен. Отклонение от линейной зависимости может быть вызвано изменением положения варикозных вен относительно тепловых источников в модели. Дополнительно отметим, что для обоих графиков температурные значения в точках  $A$  и  $B$  выше референсного значения температуры в точке  $C$  при рассмотренных диаметрах варикозных вен.

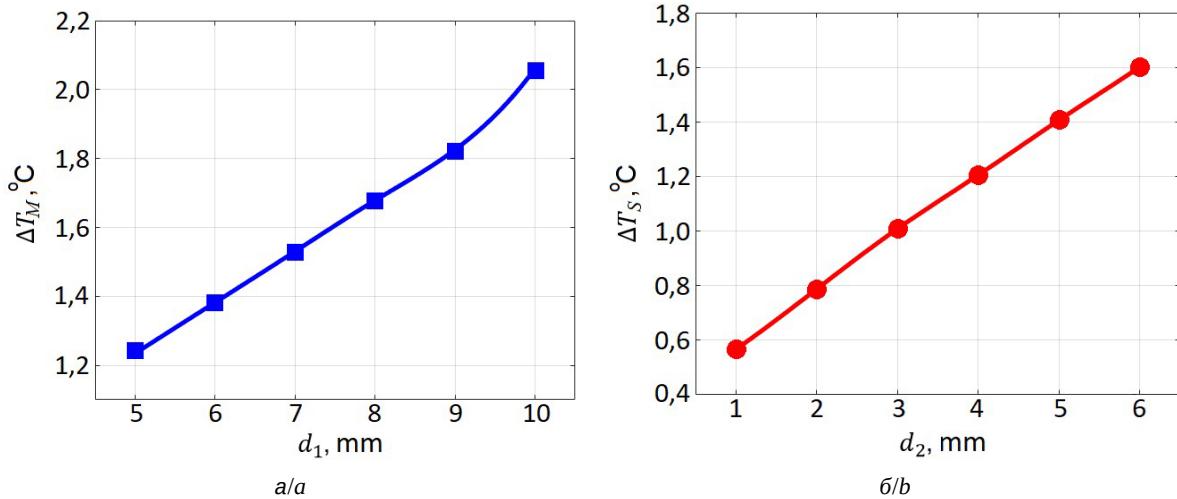


Рис. 5. Зависимость  $\Delta T_M$  от диаметра  $d_1$  варикозной магистральной вены (а), зависимость  $\Delta T_s$  от диаметра  $d_2$  варикозной поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 5. Dependence of  $\Delta T_M$  on the varicose main vein diameter  $d_1$  (a), the dependence of  $\Delta T_s$  on the varicose superficial vein diameter  $d_2$  (b) (color online)

Это говорит о том, что в области варикозных вен с заданными параметрами на термографических изображениях можно увидеть отчётливые участки гипертермии при условии, что термограф имеет температурное разрешение 0.1 К и менее.

Воспалительный процесс моделировался температурными граничными условиями на поверхности варикозных вен, которые и изменялись для исследования их влияния на тепловые процессы (рис. 6). Видно, что температурные значения на поверхности модели линейно растут при увеличении температуры на поверхности

варикозных вен. На обоих графиках температурные значения в точках A и B получились выше референсного значения температуры в точке C. Значит, согласно данной модели в области варикозных вен на термографических изображениях, полученных с помощью современных термографов, можно увидеть отчётливые участки гипертермии.

Уравнение (1) включает в себя параметры кровотока для учёта теплового потока, приносимого кровью. Для корректного исследования влияния параметров кровотока моделирование

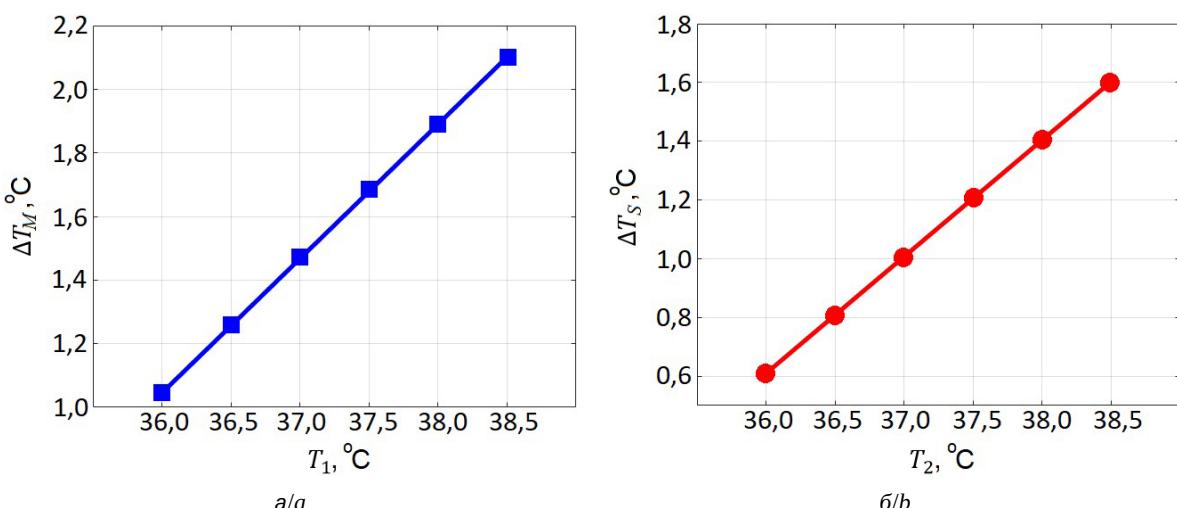


Рис. 6. Зависимость  $\Delta T_M$  от температуры на поверхности  $T_1$  варикозной магистральной вены (а), зависимость  $\Delta T_s$  от температуры на поверхности  $T_2$  поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 6. Dependence of  $\Delta T_M$  on the surface temperature  $T_1$  of the varicose vein (a), dependence of  $\Delta T_s$  on the surface temperature  $T_2$  of the superficial vein (b) (color online)



проводилось без учёта температурных граничных условий на поверхности варикозных вен.

Скорость перфузии характеризует объёмный расход крови, проходящий через ткани организма, а также сосуды. При его варьировании величины  $\Delta T_s$  и  $\Delta T_M$  рассчитывались по формулам (9) и (10). Полученные числовые массивы значений отображены на графиках в логарифмическом масштабе с использованием полиномиальной аппроксимации (рис. 7). Рассчитанные зависимости характеризуются схожим возрастанием изменения температуры при увеличении коэффициента перфузии от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$  1/с. За пределами данного диапазона наблюдается сходимость зависимостей к конкретным температурным значениям с выходом на плато. Следовательно, на тепловые процессы исследуемой модели оказывает наибольшее влияние изменение скорости перфузии в диапазоне от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$  1/с. Также нужно заметить, что в обоих случаях на поверхности модели в точках A и B при уменьшении значения скорости перфузии до некоторого значения градиент температуры отсутствует ( $\Delta T_M$  и  $\Delta T_s$  равны нулю). Из этого следует, что при таких значениях скорости перфузии обсуждаемой модели варикозные вены могут не визуализироваться на термографических изображениях. Ниже обозначенных значений скорости перфузии температура на проекциях вен на поверхность становится менее референсного значения в точке C, что говорит о возможном возникновении гипотермии в областях вдоль контура варикозных вен на термограммах. В этом случае варикозные вены

на термограммах должны быть видны в «негативном» изображении.

В качестве параметра внешней среды определим температуру окружающей среды  $T_a$ . Для исследования её влияния рассмотрим модель варикозного расширения двух вен и модель нормы. На поверхности моделей отметим те же три точки A, B, C (см. рис. 3, в). Заметим, что при изменении температуры окружающей среды  $T_a$  температура в точке C также будет меняться, поэтому в формулы (9) и (10) будем подставлять её значение, соответствующее текущей температуре  $T_a$ . На одном графике построим две зависимости разности температур  $\Delta T_M$  от температуры окружающей среды  $T_a$  (рис. 8, а), на другом – две зависимости разности температур  $\Delta T_s$  (рис. 8, б): квадратными маркерами показаны зависимости для модели с варикозным расширением двух вен, круглыми – для модели с нормальными венами.

Из рис. 8 видно, что с ростом температуры окружающей среды наблюдается уменьшение разности температур  $\Delta T_M$  и  $\Delta T_s$  как для варикозных, так и для нормальных вен. Данные результаты могут свидетельствовать о том, что видимость вен при проведении термографических исследований нижних конечностей прямо зависит от температуры окружающей среды, другими словами при низких значениях температуры окружающей среды вены на термограммах будут видны лучше, чем при более высоких значениях. Необходимость проведения медицинской диагностики при низких комнатных температурах указана в инструкциях к медицинским

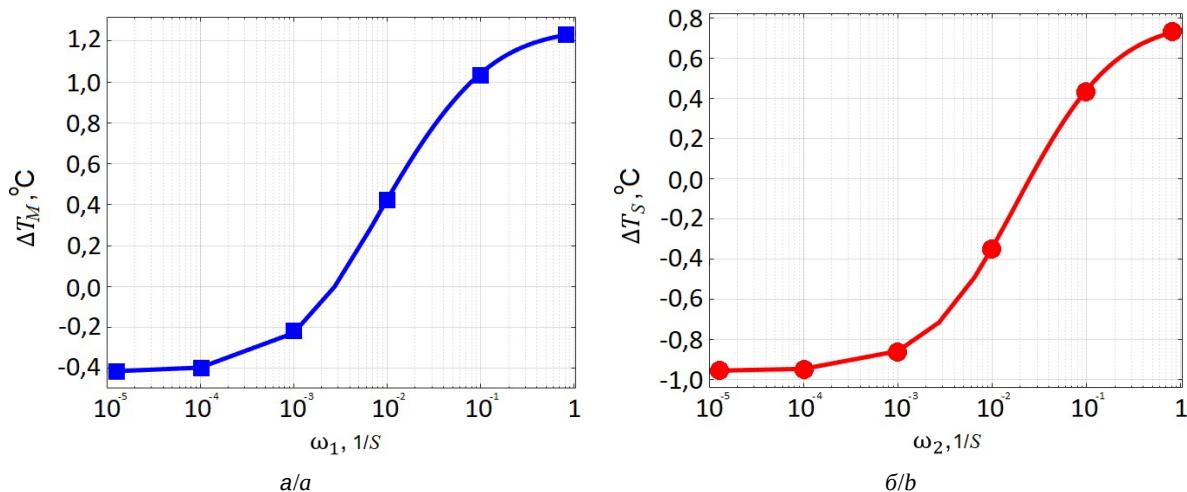


Рис. 7. Зависимость  $\Delta T_M$  от скорости перфузии  $\omega_1$  для магистральной варикозной вены (а), зависимость  $\Delta T_s$  от скорости перфузии  $\omega_2$  для поверхностной варикозной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 7. Dependence of  $\Delta T_M$  on the perfusion coefficient  $\omega_1$  for the main varicose vein (a), dependence of  $\Delta T_s$  on the perfusion coefficient  $\omega_2$  for the superficial varicose vein (b) (color online)

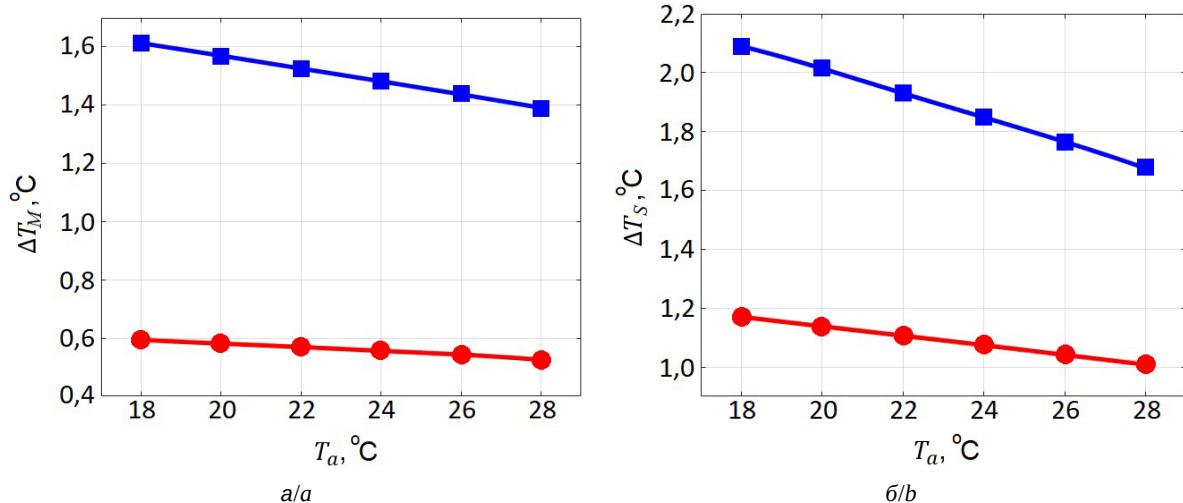


Рис. 8. Зависимость  $\Delta T_M$  от температуры окружающей среды  $T_a$  для магистральных варикозной (■) и нормальной (●) вен (а), зависимость  $\Delta T_s$  от  $T_a$  для поверхностных варикозной (■) и нормальной (●) вен (б) (color online)

Fig. 8. Dependence of  $\Delta T_M$  on the ambient temperature  $T_a$  for main varicose (■) and normal (●) veins (a), dependence of  $\Delta T_s$  on  $T_a$  for superficial varicose (■) and normal (●) veins (b) (color online)

термографам и проверена экспериментально [21]. Показано [17] снижение качества диагностики при росте  $T_a$ : у здоровых лиц увеличение температуры внешней среды приводило к прямо пропорциональному линейному изменению температуры на термограммах (коэффициент корреляции от 0.6 до 0.48). При ВБВНК клинических классов С1-3 коэффициент корреляции повышался существенно (от 0.86 до 0.74), у больных с ВБВНК С4-6 коэффициент корреляции между температурой на термограммах и температурой внешней среды несколько снижался и составил от 0.78 до 0.54 в зависимости от зоны измерения.

На наш взгляд разность температур  $\Delta T_s$  на рис. 8 для поверхностных варикозной и нормальной вен при увеличении температуры окружающей среды уменьшается сильнее, чем разность температур  $\Delta T_M$  для магистральных варикозной и нормальной вен, из-за того, что поверхностная вена под точкой A находится ближе к поверхности (12.25 мм), чем магистральная вена под точкой B (16.25 мм).

По данным медицинских исследований [13], у пациентов со стадиями ВБВНК, не сопровождающимися выраженной хронической венозной недостаточностью, не отмечается повышения температуры в глубоких тканях, но имеется достоверное увеличение температуры на термограммах по медиальной поверхности голени в проекции варикозно-расширенных вен. Из этих данных следует, что проведенное моделирование имитирует начальные стадии ВБВНК. Таким образом имеется возможность обнаружения

ВБВНК методами ИК термографии, начиная с её начальной стадии.

### Заключение

Выполнено математическое моделирование тепловых процессов, имеющих место при варикозной болезни нижних конечностей. Новизна исследования состоит в создании имитационной пространственной модельной системы, отражающей патологические процессы сосудистой системы в аспекте термографии. Разработанная модель задней поверхности голени позволяет описать развитие ВБВНК с точки зрения тепловых процессов методами математического моделирования исходя из учёта физических процессов в биологических системах. Смоделированные термограммы качественно совпадают с результатами реальных термографических исследований пациентов с ВБВНК.

Вычислительные эксперименты по оценке влияния параметров модели (максимальной глубины залегания варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды) на термограмму поверхности задней части голени показали, что полученные при расчётах температурные зависимости согласуются или не противоречат реальным исследованиям.

Разработанная модель предоставляет возможность сопоставлять и верифицировать изображения, полученные при термографических исследованиях пациентов, что может позволить

расширить возможности математической постобработки термограмм.

### Список литературы

1. Студеникова В. В., Севергина Л. О., Коровин И. А., Рапонорт Л. М., Кручинов Г. Е., Новиков И. А. Ультраструктурная характеристика механизмов варикозной трансформации вен различной локализации // Архив патологии. 2020. Т. 82, № 6. С. 16–23. <https://doi.org/10.17116/patol20208206116>
2. Черняго Т. Ю., Фомина В. С., Федык О. В., Яшкян М. Н. Методы оценки функционального состояния эндотелия у пациентов с варикозной болезнью вен нижних конечностей: перспективы лечебной тактики // Вестник Национального медико-хирургического Центра им. Н. И. Пирогова. 2021. Т. 16, № 1. С. 145–150. <https://doi.org/10.25881/BPNMSC.2021.17.48.028>
3. Vodovotz L., Zamora R., Barclay D. A., Vodovotz Y., Yin J., Bitner J., Florida J., Avgerinos E. D., Sachdev U. Inflammatory signals and network connections implicate cell-mediated immunity in chronic venous insufficiency // Ann. Transl. Med. 2021. Vol. 9, № 22. P. 1643. <https://doi.org/10.21037/atm-21-688>
4. Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical Modeling of the Thermographic Image of the Lower Limbs Varicose Disease in Humans // 2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings. 2023. P. 1150–1154. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347608>
5. Zhorina L. V., Tolstoy E. A., Shishkin Yu. V. Thermography of Lower Limbs Varicose Veins: Mathematical Modeling // 2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Computational Technologies in Cognitive Science, Genomics and Biomedicine, CSGB Proceedings. 2023. P. 79–84. <https://doi.org/10.1109/CSGB60362.2023.10329626>
6. Замечник Т. В., Овчаренко Н. С., Ларин С. И., Лосев А. Г. Изучение надёжности комбинированной термографии как метода диагностики состояния вен нижних конечностей // Флебология. 2010. Т. 4, № 3. С. 23–26.
7. Сергеев А. Н., Морозов А. М., Чарыев Ю. О., Беляк М. А. О возможности применения медицинской термографии в клинической практике // Профилактическая медицина. 2022. Т. 25, № 4. С. 82–88. <https://doi.org/10.17116/profmed20222504182>
8. Dahlmanns S., Reich-Schupke S., Schollemann F., Stückler M., Leonhardt S., Teichmann D. Classification of chronic venous diseases based on skin temperature patterns // Physiol. Meas. 2021. Vol. 42, № 4. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/abf020>
9. Bosque J. J., Calvo G. F., Pérez-García V. M., Navarro M. C. The interplay of blood flow and temperature in regional hyperthermia: A mathematical approach // R. Soc. Open Sci. 2021. Vol. 8. Article number 201234. <https://doi.org/10.1098/rsos.201234>
10. Hristov J. Bio-heat models revisited: Concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization approaches // Front. Phys. Sec. Statistical and Computational Physics. 2019. Vol. 7. Article number 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
11. Sedankin M. K., Leushin V. Y., Gudkov A. G., Vesnin S. G., Sidorov I. A., Agasieva S. V., Markin A. V. Mathematical Simulation of Heat Transfer Processes in a Breast with a Malignant Tumor // Biomed. Eng. 2018. Vol. 52. P. 190–194. <https://doi.org/10.1007/s10527-018-9811-2>
12. Zhorina L. V., Manucharyan F. V., Tolstoy E. A., Plokhikh A. I., Shishkin Y. V. Development of a Breast Mock-up for Thermographic Diagnostics // 2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings. 2023. P. 1260–1264. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347819>
13. Жеребцова А. И. Аналитический обзор математических моделей взаимосвязи параметров кровоснабжения и кожной температуры // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2015. № 5. С. 104–113.
14. Иваницкий Г. Р., Деев А. А., Крестьева И. Б., Хижняк Е. П., Хижняк Л. Н. Разработка методов определения стадий облитерирующего атеросклероза сосудов и ранней диагностики варикозной болезни с применением современных матричных инфракрасных систем // Материалы конференции «Фундаментальные науки – медицине» (Москва, 2007) / РАН. М. : Слово, 2007. С. 69–70.
15. Компания ООО «ИРТИС» : [сайт]. URL: <http://m.irtis.ru/oblasti-primeneniya/> (дата обращения: 29.04.2024).
16. Воловик М. Г., Долгов И. М., Муравина Н. Л. Тепловизионная скрининг-диагностика. Болезни системы кровообращения. Варикозное расширение вен нижних конечностей. Флебит. Тромбофлебит: атлас термограмм. М. : ИНФРА-М, 2020. 91 с. <https://doi.org/10.12737/1159602>
17. Замечник Т. В., Ларин С. И., Стерн Н. А., Овчаренко Н. С., Андриянов А. Ю. Результаты термографии тканей голеней у больных варикозной болезнью в зависимости от температуры окружающей среды // Флебология. 2008. Т. 2, № 1. С. 10–13.
18. Лучаков Ю. И., Камышев Н. Г., Шабанов П. Д. Перенос тепла кровью: сопоставление расчетных и экспериментальных данных // Обзоры по клинической фармакологии и лекарственной терапии. 2009. Т. 7, № 4. С. 3–20.
19. Dixon A. K., Bowden D. J., Ellis H., Logan B. M. Human Sectional Anatomy: Atlas of body sections, CT and MRI images. 4th ed. Boca Raton: CRC Press, 2015. 288 p.
20. Xu F., Lu T. J., Seffen K. A. Biothermomechanical behavior of skin tissue // Acta Mech. Sinica. 2008. Vol. 24. P. 1–23.
21. Ivanitsky G. R., Khizhnyak E. P., Deev A. A., Khizhnyak L. N. Thermal imaging in medicine: A comparative study of infrared systems operating in wavelength ranges of 3–5 and 8–12 μm as applied to diagnosis // Dokl. Biochem. Biophys. 2006. Vol. 407, March–April. P. 59–63. <https://doi.org/10.1134/S1607672906020049>



## References

1. Studennikova V. V., Severgina L. O., Korovin I. A., Rapoport L. M., Krupinov G. E., Novikov I. A. Ultrastructural characteristics of the mechanisms of varicose transformation of veins of different localization. *Arkhiv patologii* [Russian Journal of Archive of Pathology], 2020, vol. 82, no. 6, pp. 16–23 (in Russian). <https://doi.org/10.17116/patol20208206116>
2. Chernyago T. Yu., Fomina V. S., Fedyk O. V., Yashkin M. N. Assessment methods of the functional state of the endothelium in patients with varicose veins of the lower extremities: Perspectives of treatment. *Vestnik Natsional'nogo mediko-khirurgicheskogo Tsentra im. N. I. Pirogova* [Bulletin of Pirogov National Medical & Surgical Center], 2021, vol. 16, no. 1, pp. 145–150 (in Russian). <https://doi.org/10.25881/BPNMSC.2021.17.48.028>
3. Vodovotz L., Zamora R., Barclay D. A., Vodovotz Y., Yin J., Bitner J., Florida J., Avgerinos E. D., Sachdev U. Inflammatory signals and network connections implicate cell-mediated immunity in chronic venous insufficiency. *Ann. Transl. Med.*, 2021, vol. 9, no. 22, pp. 1643. <https://doi.org/10.21037/atm-21-688>
4. Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical Modeling of the Thermographic Image of the Lower Limbs Varicose Disease in Humans. *2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings*, 2023, pp. 1150–1154. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347608>
5. Zhorina L. V., Tolstoy E. A., Shishkin Yu. V. Thermography of Lower Limbs Varicose Veins: Mathematical Modeling. *2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Computational Technologies in Cognitive Science, Genomics and Biomedicine, CSGB Proceedings*, 2023, pp. 79–84. <https://doi.org/10.1109/CSGB60362.2023.10329626>
6. Zamechnik T. V., Ovcharenko N. S., Larin S. I., Losev A. G. Reliability assessment of combined thermography as a method for the characteristic of the lower limb venous system. *Flebologiya* [Journal of Venous Disorders], 2010, vol. 4, no. 3, pp. 23–26 (in Russian).
7. Sergeev A. N., Morozov A. M., Charyev Yu. O., Belyak M. A. On the possibility of using medical thermography in clinical practice. *Profilakticheskaya meditsina* [Russian Journal of Preventive Medicine], 2022, vol. 25, no. 4, pp. 82–88 (in Russian). <https://doi.org/10.17116/profmed20222504182>
8. Dahlmanns S., Reich-Schupke S., Schollemann F., Stückler M., Leonhardt S., Teichmann D. Classification of chronic venous diseases based on skin temperature patterns. *Physiol. Meas.*, 2021, vol. 42, no. 4. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/abf020>
9. Bosque J. J., Calvo G. F., Pérez-García V. M., Navarro M. C. The interplay of blood flow and temperature in regional hyperthermia: A mathematical approach. *R. Soc. Open Sci.*, 2021, vol. 8, article no. 201234. <https://doi.org/10.1098/rsos.201234>
10. Hristov J. Bio-Heat Models Revisited: Concepts, Derivations, Nondimensionalization and Fractionalization Approaches. *Front. Phys., Sec. Statistical and Computational Physics*, 2019, vol. 7, article no. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
11. Sedankin M. K., Leushin V. Y., Gudkov A. G., Vesnin S. G., Sidorov I. A., Agasieva S. V., Markin A. V. Mathematical Simulation of Heat Transfer Processes in a Breast with a Malignant Tumor. *Biomed. Eng.*, 2018, vol. 52, pp. 190–194. <https://doi.org/10.1007/s10527-018-9811-2>
12. Zhorina L. V., Manucharyan F. V., Tolstoy E. A., Plokikh A. I., Shishkin Y. V. Development of a Breast Mock-up for Thermographic Diagnostics. *2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings*, 2023, pp. 1260–1264. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347819>
13. Zhrebtssova A. I. An analytical review of mathematical models of relationship between blood perfusion and skin temperature parameters. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Technics and Technology], 2015, no. 5, pp. 104–113 (in Russian).
14. Ivanitsky G. R., Deev A. A., Kresteva I. B., Khizhnyak E. P., Khizhnyak L. N. Development of methods for determining the stages of obliterating vascular atherosclerosis and early diagnosis of varicose veins using modern matrix infrared systems. *Materialy konferentsii “Fundamental’nye nauki – meditsine”*. RAN [Proceedings of the Conference “Basic Sciences – Medicine”]. RAS. Moscow, Slovo, 2007, pp. 69–70 (in Russian).
15. Company LLC “IRTIS”. Website. Available at: <http://m.irtis.ru/oblasti-primeneniya/> (accessed April 29, 2024).
16. Volovik M. G., Dolgov I. M., Muravina N. L. *Teplovizionnaya skrining-diagnostika. Bolezni sistemy krovoobrashcheniya. Varikoznoe rasshirenie ven nizhnikh konechnostey. Flebit. Tromboflebit: atlas termogramm* [Thermal imaging screening diagnostics. Diseases of the circulatory system. Varicose veins of lower extremities. Phlebitis. Thrombophlebitis. Atlas of thermograms]. Moscow, INFRA-M, 2020. 91 p. (in Russian). <https://doi.org/10.12737/1159602>
17. Zamechnik T. V., Larin S. I., Stern N. A., Ovcharenko N. S., Andriyanov A. Iu. Results of lower leg thermography in patients with primary varicosis depending on ambient temperature. *Flebologiya* [Journal of Venous Disorders], 2008, vol. 2, no. 1, pp. 10–13 (in Russian).
18. Luchakov Yu. I., Kamyshev N. G., Shabanov P. D. Heat transfer in blood vessels: Comparison experimental and mathematical data. *Obzory po klinicheskoy farmakologii i lekarstvennoy terapii* [Reviews on clinical pharmacology and drug therapy], 2009, vol. 7, no. 4, pp. 3–20 (in Russian).



19. Dixon A. K., Bowden D. J., Ellis H., Logan B. M. *Human Sectional Anatomy: Atlas of body sections, CT and MRI images.* 4th ed. Boca Raton, CRC Press, 2015. 288 p.
20. Xu F., Lu T. J., Seffen K. A. Biothermomechanical behavior of skin tissue. *Acta Mech. Sinica*, 2008, vol. 24, pp. 1–23.
21. Ivanitsky G. R., Khizhnyak E. P., Deev A. A., Khizhnyak L. N. Thermal imaging in medicine: A comparative study of infrared systems operating in wavelength ranges of 3–5 and 8–12  $\mu\text{m}$  as applied to diagnosis. *Doklady Biochemistry and Biophysics*, 2006, vol. 407, March–April, pp. 59–63. <https://doi.org/10.1134/S1607672906020049>

Поступила в редакцию 07.06.2024; одобрена после рецензирования 13.07.2024; принята к публикации 30.07.2024  
The article was submitted 07.06.2024; approved after reviewing 13.07.2024; accepted for publication 30.07.2024



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 361–373

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 361–373

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-361-373>, EDN: BXMCHU

Научная статья  
УДК 535.8:612.114

## Оптические измерения микрореологических параметров крови и анализ их связи с её вязкостью при сердечно-сосудистых заболеваниях



Д. А. Умеренков<sup>✉</sup>, П. Б. Ермолинский, А. Е. Луговцов, Л. И. Дячук, А. В. Приезжев

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Россия, 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1

Умеренков Данила Алексеевич, магистрант кафедры квантовой электроники физического факультета, umerenkov.da19@physics.msu.ru, <https://orcid.org/0009-0005-7239-5106>, AuthorID: 1255710

Ермолинский Петр Борисович, аспирант кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета, ermoliniskiy.pb15@physics.msu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4688-2307>

Луговцов Андрей Егорович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета, anlug1@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5222-8267>, AuthorID: 154636

Дячук Лариса Ивановна, кандидат медицинских наук, заведующий кардиологическим отделением стационара Медицинского научно-образовательного центра, cardio-heart@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0368-9408>

Приезжев Александр Васильевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета, avp2@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4216-7653>, AuthorID: 190705

**Аннотация.** Реология крови и перфузия тканей и органов определяются многими параметрами, такими как вязкость крови, агрегация и деформируемость эритроцитов, агрегация тромбоцитов. При различных сердечно-сосудистых заболеваниях (ССЗ) эти параметры могут меняться. Целью данной работы было исследование взаимосвязи между вязкостью цельной крови и микрореологическими параметрами крови у пациентов с ишемической болезнью сердца (ИБС), фибрillationей предсердий (ФП) и хронической сердечной недостаточностью. Было показано, что для пациентов с ФП наблюдается отрицательная корреляция ( $r = -0.39$ ) между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов. Однако для пациентов с ИБС наблюдается обратная (положительная) ( $r = 0.37$ ), по сравнению с пациентами с ФП, корреляция между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов. Это может говорить о том, что при различных заболеваниях могут наблюдаться противоположные корреляции между вязкостью крови и её микрореологическими параметрами. Также для пациентов с ИБС и ФП наблюдались положительные корреляции между индексом агрегации эритроцитов (см. определение ниже), скоростью агрегации тромбоцитов и средним радиусом их агрегатов ( $r = 0.41\text{--}0.45$ ). То есть при увеличении агрегации эритроцитов также повышаются параметры, характеризующие скорость агрегации тромбоцитов. Полученные результаты выявили новые данные о корреляции между вязкостью цельной крови и микрореологическими параметрами как эритроцитов, так и тромбоцитов у пациентов с ССЗ, поскольку долгое время считалось, что именно тромботическое звено гемостаза главным образом определяет вязкость крови. Они могут послужить важными предварительными данными для выяснения взаимосвязи между характеристиками крови в контексте ССЗ.

**Ключевые слова:** агрегация, эритроциты, тромбоциты, вязкость, деформируемость, сердечно-сосудистые заболевания

**Благодарности:** Все эксперименты, проведенные методами вискозиметрии, лазерной агрегометрии и эктактометрии, а также приобретение расходных материалов, забор и сдача крови, разработка протоколов, получение разрешения этического комитета выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-45-00027). Измерения вязкости цельной крови производились на ротационном вискозиметре Lamy Rheology RM100 CP1000 (Lamy Rheology Instruments, Франция), приобретенном в рамках программы развития МГУ имени М. В. Ломоносова.

**Для цитирования:** Умеренков Д. А., Ермолинский П. Б., Луговцов А. Е., Дячук Л. И., Приезжев А. В. Оптические измерения микрореологических параметров крови и анализ их связи с её вязкостью при сердечно-сосудистых заболеваниях // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 361–373. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-361-373>, EDN: BXMCHU

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Optical measurements of microrheological parameters of blood and analysis of their relationship with its viscosity in cardiovascular diseases**

D. A. Umerenkov<sup>✉</sup>, P. B. Ermolinsky, A. E. Lugovtsov, L. I. Dyachuk, A. V. Priezzhev

Lomonosov Moscow State University, GSP-1 Leninskie Gory, Moscow 119991, Russia

© Умеренков Д. А., Ермолинский П. Б., Луговцов А. Е., Дячук Л. И.,  
Приезжев А. В., 2024



Danila A. Umerenkov, umerenkov.da19@physics.msu.ru, <https://orcid.org/0009-0005-7239-5106>, AuthorID: 1255710

Petr B. Ermolinskiy, ermolinskiy.pb15@physics.msu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4688-2307>

Andrei E. Lugovtsov, anlug1@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5222-8267>, AuthorID: 154636

Larisa I. Dyachuk, cardio-heart@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0368-9408>

Alexander V. Priezzhev, avp2@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4216-7653>, AuthorID: 190705

**Abstract. Background and Objectives:** Blood plays a key role in supplying oxygen to the body tissues and transporting various substances throughout the body. Thus, the parameters characterizing blood flow reflect the quality of blood functionality. Current research assumes that microrheological changes, including the properties of red blood cells and platelets, may play an important role in the development and progression of CVD. Changes in these parameters can lead to disturbances in blood circulation, contributing to the development and progression of atrial fibrillation. This emphasizes the need for an integrated approach to studying the relationship between blood viscosity and microrheology and the functional status of patients with CVD. Understanding this relationship can help in the development of new methods for diagnosing and treating CVD and other socially significant and age-associated diseases. **Materials and Methods:** Whole blood viscosity measurements were performed on a Lamy Rheology RM100 CP1000 rotational viscometer. Quantitative assessment of erythrocyte aggregation was carried out using the diffuse light scattering method implemented in the RheoScan-AnD300 device. The deformability of erythrocytes was measured using the laser ektacytometry method, which is also implemented in the RheoScan device. The parameters of platelet aggregation kinetics were assessed from the light scattering signal from a suspension of these cells using an ALAT-2 laser platelet aggregation analyzer. **Results:** It has been shown that in patients with various cardiovascular diseases the relationship between the viscosity of whole blood and the microrheological parameters that characterize it is altered. Moreover, this relationship is expressed differently in different groups of patients depending on the concrete type of CVD. It has also been found that the relationship between blood viscosity and blood microrheological parameters becomes less pronounced for patients with CVD compared to the control group of healthy individuals. **Conclusion:** This paper examines the correlations between the whole blood viscosity and the microrheological parameters of blood for patients with CVD. The obtained results contribute to better understanding and demonstrate the relationship between the microrheological parameters of blood and its viscosity, which may be used in clinical studies and to adjust patient treatment protocols after additional statistical validation.

**Keywords:** aggregation, erythrocytes, platelets, blood viscosity, deformability, cardiovascular diseases

**Acknowledgments:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-45-00027). Whole blood viscosity measurements were performed on a Lamy Rheology RM100 CP1000 rotational viscometer (Lamy Rheology Instruments, France), purchased as a part of the Lomonosov Moscow State University Development Program.

**For citation:** Umerenkov D. A., Ermolinsky P. B., Lugovtsov A. E., Dyachuk L. I., Priezzhev A. V. Optical measurements of microrheological parameters of blood and analysis of their relationship with its viscosity in cardiovascular diseases. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 361–373 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-361-373>, EDN: BXMCHU

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Кровь играет ключевую роль в снабжении тканей организма кислородом и транспортировке различных веществ по организму [1]. Таким образом, параметры, характеризующие кровоток, отражают качество функциональности крови. При низких скоростях сдвига ( $< 100 \text{ с}^{-1}$ ) на вязкость крови в первую очередь влияет агрегация эритроцитов, тогда как при высоких скоростях сдвига ( $> 100 \text{ с}^{-1}$ ) – гематокрит крови, деформируемость эритроцитов и вязкость плазмы [2, 3]. Агрегация эритроцитов представляет собой обратимый процесс формирования линейных, напоминающих внешним видом монетные столбики, и более сложных двух- и трёхмерных структур [4]. Деформация (изменение формы) эритроцитов также обратима и играет решающую роль в микроциркуляции, поскольку эритроциты проходят через терминальные капилляры, средний диаметр которых меньше линейных размеров эритроцита [5]. Агрегация тромбоцитов, процесс, при котором тромбоциты прикрепляются друг к другу в местах повреждения сосудов, давно признан критическим для

образования гемостатической пробки и тромбоза [6].

Отклонение показателей вязкости крови, агрегации тромбоцитов и эритроцитов, деформируемости эритроцитов от нормального состояния может быть следствием патологических процессов в организме [7–10]. Аномальная агрегация тромбоцитов и эритроцитов могут влиять на тромботические события, способствуя гемолизу, тромбозу, тромбофилии, воспалению и окклюзии микрососудов [11].

По данным Всемирной организации здравоохранения, заболевания сердечно-сосудистой системы являются ведущей причиной смертности во всем мире [12]. Современные исследования показывают, что микрореологические изменения, включая свойства эритроцитов и тромбоцитов, могут играть важную роль в развитии и прогрессировании хронической сердечной недостаточности (ХСН) и ишемической болезни сердца (ИБС), которые характеризуются недостаточной перфузией тканей и органов, повышенной утомляемостью страдающих ими людей и задержкой жидкости в их организме [13, 14].



Эти изменения оказывают значительное влияние на микроциркуляцию, общее периферическое сопротивление сосудов и кровообращение в целом [15]. Деформируемость эритроцитов, их способность к агрегации и адгезии к эндотелиальным клеткам стенок кровеносных сосудов важны для поддержания нормальной гемодинамики на микрососудистом уровне [16, 17]. Изменения этих параметров могут приводить к нарушениям в кровообращении, способствуя развитию и прогрессированию фибрillation (ФП), заключающейся в нарушении ритма работы сердца и сопровождающейся гемодинамическими расстройствами [18]. Это подчеркивает необходимость комплексного подхода к изучению взаимосвязи между вязкостью и микрореологией крови и функциональным статусом пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями (ССЗ) [19]. Понимание этой взаимосвязи может помочь в вопросе разработки новых методов диагностики и терапии ССЗ и других социально-значимых и возрастно-ассоциированных заболеваний [20, 21].

Данная работа посвящена анализу взаимосвязи между микрореологическими параметрами крови, измеренными оптическими методами, и её вязкостью у пациентов с ССЗ, такими как ИБС, ХСН и ФП.

## 1. Материалы и методы

### Пациенты и подготовка образцов

Всего в исследовании принимали участие 87 пациентов с различными ССЗ. Все пациенты были разбиты на 3 группы в зависимости от поставленного диагноза: группа с ФП, группа с ХСН, группа с ИБС. Данные исследуемых групп ( $N$  – число пациентов) представлены в табл. 1.

Пробы крови забирались натощак из локтевой вены пациента или здорового донора в пробирки объемом 4 мл с антикоагулянтами ЭДТА К2 или ЭДТА К3. Все пациенты были проинформированы о цели исследования и дали информированное согласие в соответствии с Хельсинской декларацией Всемирной медицинской ассоциации. Исследование одобрено Этническим комитетом Медицинского научно-образовательного центра ФГБНУ им. М. В. Ломоносова (протокол № 6/23 от 16.10.2023). Эксперименты проводились в течение 6 часов после забора крови – все это время агрегационные и деформационные свойства эритроцитов остаются

относительно стабильными [22]. В связи с тем, что основной целью работы является исследование взаимосвязи между вязкостью цельной крови и её микрореологическими параметрами, у пациентов с различными ССЗ и в связи со сложностью набора достаточной для исследования группы здоровых доноров в возрасте 65–80 лет, в качестве контрольной (референсной) группы выступали здоровые доноры в возрасте 20–30 лет (без хронических заболеваний).

Таблица 1 / Table 1  
Параметры исследуемых групп  
Parameters of the studied groups

Группа / Group	$N$	$N$ мужчин / N of males	$N$ женщин / N of females	Mean age $\pm$ SD
ФП / AF	35	19	16	$70 \pm 7$
ИБС / CHD	29	18	11	$72 \pm 8$
ХСН / CHF	23	16	7	$77 \pm 8$
Контрольная группа / Control group	12	9	3	$24 \pm 3$

### Вискозиметрия

Измерения вязкости цельной крови производились на ротационном вискозиметре Lamy Rheology RM100 CP1000 (Lamy Rheology Instruments, Франция), приобретенном в рамках программы развития МГУ имени М. В. Ломоносова. Все измерения проводились при комнатной температуре ( $T = 22^\circ$ ), при скорости сдвига  $1000 \text{ с}^{-1}$ . Вязкость при таком высоком сдвиговом напряжении в первую очередь зависит от гематокрита, вязкости плазмы и деформируемости эритроцитов [23].

### Лазерная агрегометрия эритроцитов

Количественная оценка агрегации эритроцитов проводилась с использованием метода диффузного светорассеяния, реализованного в приборе RheoScan-AnD300 (RheoMediTech, Республика Корея) [24, 25]. В этом методе регистрируется кинетика интенсивности света, рассеянного образцом цельной крови при освещении лазерным лучом ( $\lambda = 635 \text{ нм}$ ,  $P = 1.5 \text{ мВт}$ ). Для измерения гидродинамической прочности агрегатов эритроцитов и параметров спонтанной агрегации эритроцитов использовали два типа одноразовых кювет.

Для измерения гидродинамической прочности агрегатов эритроцитов образец цельной



крови помещался в резервуар, соединенный с другим резервуаром тонким микроканалом (толщина  $\approx 200$  мкм), и регистрировалась интенсивность обратно-рассеянного света при прохождении по нему цельной крови с монотонно уменьшающейся скоростью (рис. 1, а). Под действием высокого сдвигового напряжения агрегаты эритроцитов распадаются на более мелкие агрегаты или отдельные эритроциты. При уменьшении напряжения сдвига начинает преобладать процесс спонтанной агрегации эритроцитов. Согласно теории светорассеяния, чем больше размер частиц относительно длины волны, тем больше света рассеивается вперед и под малыми углами, и отношение интенсивностей света, рассеянного вперед / назад, увеличивается [26]. Таким образом, изменения интенсивности обратно рассеянного света соответствуют изменению среднего размера агрегатов эритроцитов в микроканале. Точка максимальной интенсивности обратно рассеянного света представляет собой баланс между процессами агрегации и дезагрегации и соответ-

ствует критическому сдвиговому напряжению (critical shear stress – CSS), которое характеризует гидродинамическую прочность агрегатов эритроцитов. Критическое время ( $T_{\text{крит}}$ ) соответствует конкретному моменту, когда достигается баланс между агрегацией и дезагрегацией эритроцитов (рис. 1, а).

Кинетика агрегации эритроцитов оценивалась путем регистрации кинетики интенсивности прямого рассеяния света (рис. 1, б). В этом случае цельная кровь помещалась в кювету со встроенным тонким металлическим стержнем, приводимым во вращательное движение под действием внешнего магнитного поля. При этом внутри кюветы создаются сдвиговые напряжения потока крови, которые разрушают образовавшиеся агрегаты до состояния полной дезагрегации. Когда стержень останавливается, измеряется кинетика спонтанной агрегации эритроцитов и рассчитывается несколько параметров: индекс агрегации (aggregation index – AI), характеристическое время агрегации эритроцитов ( $T_{1/2}$ ), параметр агрегации эритроцитов (AMP)

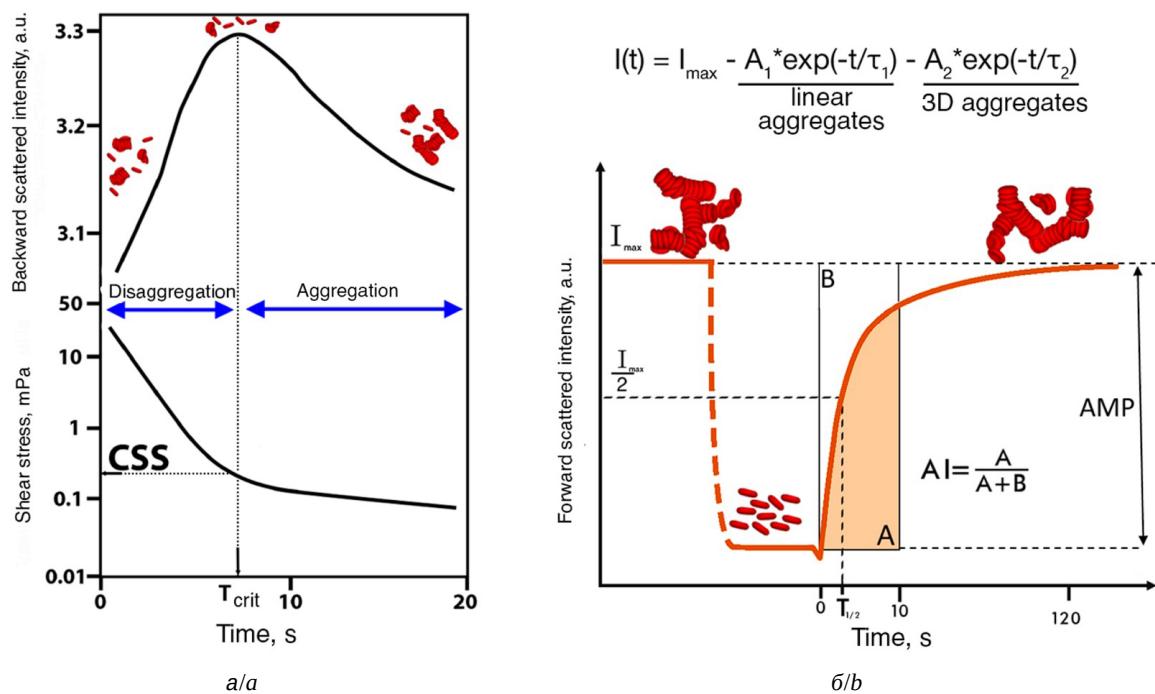


Рис. 1. Сдвиговое напряжение в микроканале как функция времени (а) (внизу); интенсивность обратно рассеянного света от слоя крови в микроканале как функция времени (а) (вверху). Интенсивность рассеянного вперед света от образца цельной крови в камере как функция времени в процессе спонтанной агрегации эритроцитов (б). AI – индекс агрегации, AMP – параметр агрегации эритроцитов (цвет онлайн)

Fig. 1. Shear stress in a microchannel as a function of time (a) (bottom); intensity of backscattered light from the blood layer in the microchannel as a function of time (a) (top). Intensity of forward scattered light from a whole blood sample in the chamber as a function of time during spontaneous red blood cell aggregation (b), AI – aggregation index; AMP – erythrocyte aggregation parameter (color online)

[27, 28]. AI характеризует спонтанную агрегацию эритроцитов в первые 10 с после начала процесса агрегации (см. рис. 1, б). Параметр AMP указывает на разницу в рассеянном свете между неагрегированным и полностью агрегированным состоянием эритроцитов.  $T_{1/2}$  характеризует время достижения интенсивности рассеянного света, соответствующей половине максимальной. Чем больше агрегация эритроцитов, тем выше значения параметров AI, AMP и тем ниже значение параметра  $T_{1/2}$ . Кроме того, кривая ( $t > 0$ ) была аппроксимирована двойной экспонентой (см. уравнение на рис. 1, б). При этом  $\tau_1$  соответствует характерному времени образования линейных агрегатов эритроцитов, тогда как  $\tau_2$  соответствует характерному времени образования трехмерных агрегатов эритроцитов.

### Лазерная дифрактометрия

Деформируемость эритроцитов измерялась с помощью метода лазерной эктацитометрии, который также реализован в приборе RheoScan (RheoMediTech, Республика Корея) [29]. В этом методе анализируются дифракционные картины, полученные от разбавленной суспензии эритроцитов в потоке при освещении лазерным лучом ( $\lambda = 635$  нм,  $P = 1.5$  мВт). По мере удлинения эритроцитов за счет напряжения сдвига, возникающего в результате разницы давлений на концах микроканала, дифракционная картина от клеток также вытягивается, что позволяет рассчитать индекс деформируемости (deformability index – DI) (см. рис. 2, а). Это обеспечивает количественную меру способности клеток деформироваться при различных напряжениях сдвига.

### Лазерная турбидиметрия тромбоцитов

Параметры кинетики агрегации тромбоцитов оценивались по сигналу светорассеяния от суспензии этих клеток с помощью лазерного анализатора агрегации тромбоцитов АЛАТ-2 (НПФ «Биола», Россия) при индукции их агрегации аденоzinидифосфатом (АДФ) в концентрации 1 и 5 мкМ в обогащенной тромбоцитами плазме (ОТП). В ходе измерений регистрировалась агрегатограмма – временная зависимость интенсивности света, прошедшего в прямом направлении через слой ОТП. По данной зависимости рассчитывались степень агрегации (максимальный сигнал светопропускания в течение

5 мин), скорость агрегации (максимальный наклон кривой светопропускания в течение 5 мин) и средний радиус светорассеивающих частиц (тромбоцитарных агрегатов) в отн. ед. по оценке флюктуации плотности плазмы (рис. 3).

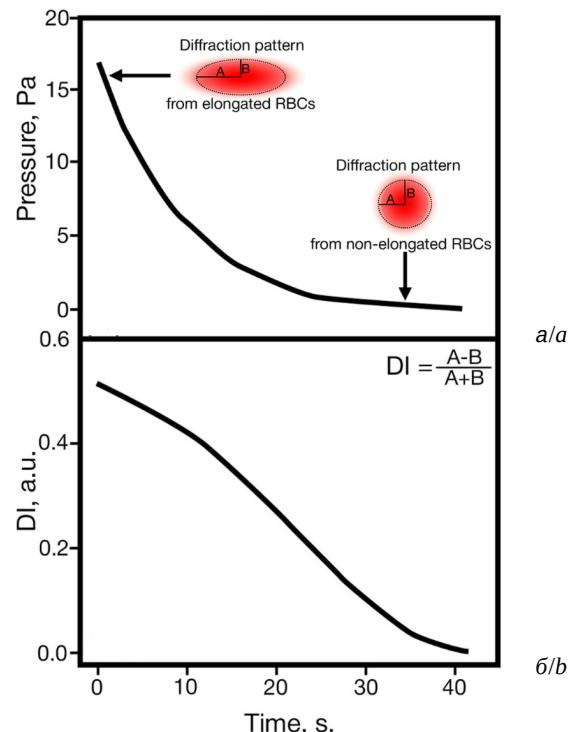


Рис. 2. Индекс деформируемости (DI) как функция времени (а); разница давлений на концах микроканала в микрокамере в зависимости от времени (б) (цвет онлайн)

Fig. 2. Deformability index (DI) as a function of time (a); pressure difference at the ends of the microchannel in the microchamber as a function of time (b) (color online)

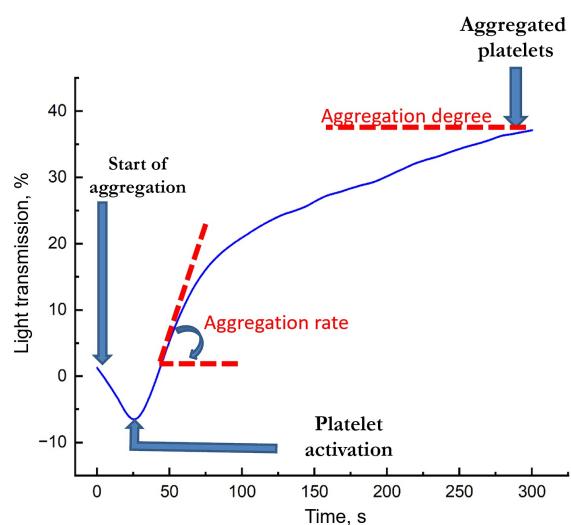


Рис. 3. Пример агрегатограммы, получаемой под действием АДФ (цвет онлайн)

Fig. 3. Example of an aggregation diagram obtained under the influence of ADP (color online)



## 2. Результаты и их обсуждение

### Вязкость крови, агрегация и деформируемость эритроцитов

Сравнение полученных параметров для групп пациентов с ФП, ХСН и ИБС представлены на рис. 4, 5. Статистически значимых различий для вязкости цельной крови (при скорости сдвига =  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) между исследуемыми группами не наблюдалось (рис. 4). Однако средние значения вязкости при высокой скорости сдвига для каждой группы, которые составляют 7–7.5 мПа·с, значительно превышают стандартный (нормальный) диапазон 3.5–5.5 мПа·с, определенный многими научными группами [1]. Также для всех групп наблюдалось значительное увеличение AI ( $p < 0.01$ ) (рис. 6) по сравнению с контрольной группой. Статистически значимых различий гематокрита между группами не наблюдалось (см. рис. 5).

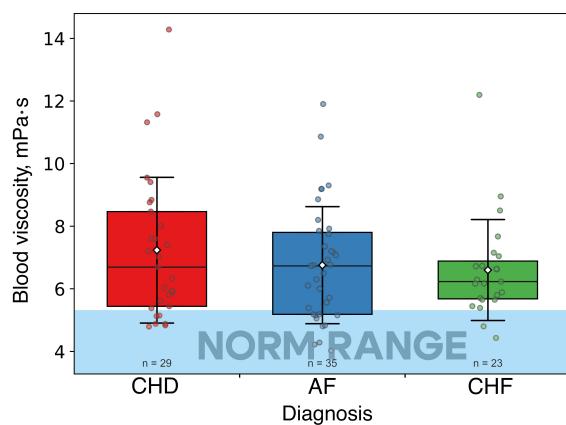


Рис. 4. Вязкость цельной крови (при скорости сдвига =  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) для трех исследуемых групп пациентов. Каждая точка на рисунке соответствует среднему значению для одного пациента. Нижний и верхний края прямоугольника соответствуют первому (Q1) и третьему (Q3) квартилю и линия внутри прямоугольника соответствует медиане. Погрешности представляют собой стандартное отклонение. Точка ромба – среднее значение. Диапазон нормы определялся по [1] (цвет онлайн)

Fig. 4. Viscosity of whole blood (at the shear rate equal to  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) for the three studied groups of patients. Each point in the figure corresponds to the average value for one patient. The lower and upper edges of the rectangle correspond to the first (Q1) and third (Q3) quartile and the line inside the rectangle corresponds to the median. The error bars represent standard deviations. The rhombus point is the average value. The normal range was determined according to Ref. [1] (color online)

На рис. 6 представлены значения параметра AI для трех исследуемых групп пациентов и контрольной группы. Полученные результаты показывают, что AI значительно выше для каждой из групп в сравнении с контрольной

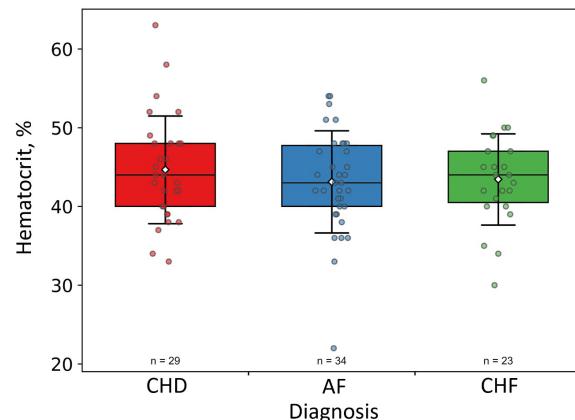


Рис. 5. Гематокрит для трёх исследуемых групп пациентов. Каждая точка на рисунке соответствует среднему значению для одной пробы. Нижний и верхний края прямоугольника соответствуют первому (Q1) и третьему (Q3) квартилю и линия внутри прямоугольника соответствует медиане. Погрешности представляют собой стандартное отклонение. Точка ромба – среднее значение (цвет онлайн)

Fig. 5. Hematocrit for the three studied groups of patients. Each point in the figure corresponds to the average value for one sample. The lower and upper edges of the rectangle correspond to the first (Q1) and third (Q3) quartile and the line inside the rectangle corresponds to the median. The error bars represent standard deviation. The rhombus point is the average value (color online)

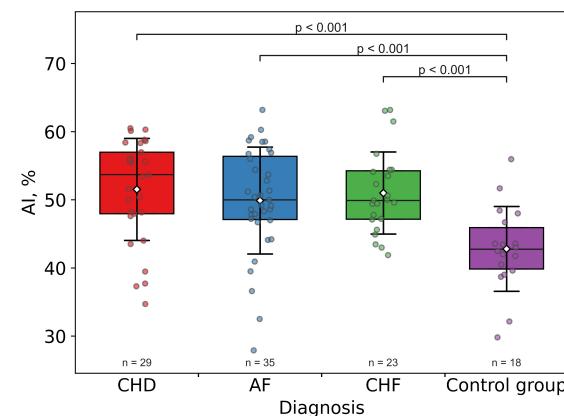


Рис. 6. Параметр AI для трёх исследуемых групп пациентов и контрольной группы. Каждая точка на рисунке соответствует среднему значению для одной пробы. Нижний и верхний края прямоугольника соответствуют первому (Q1) и третьему (Q3) квартилю и линия внутри прямоугольника соответствует медиане. Погрешности представляют собой стандартное отклонение. Точка ромба – среднее значение. Диапазон нормы определялся с помощью контрольной группы (цвет онлайн)

Fig. 6. AI parameter for the three studied groups of patients and for the control group. Each point in the figure corresponds to the average value for one sample. The lower and upper edges of the rectangle correspond to the first (Q1) and third (Q3) quartile and the line inside the rectangle corresponds to the median. The error bars represent standard deviations. The rhombus point is the average value. The normal range was determined using the control group (color online)



группой ( $p < 0.01$ ). Это означает, что агрегация эритроцитов у пациентов с ССЗ повышена так же, как и вязкость крови. Статистически значимых различий между группами пациентов не наблюдалось.

Другие параметры, характеризующие агрегацию эритроцитов, такие как AMP,  $T_{1/2}$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , CSS, также статистически значимо различаются по сравнению с контрольной группой ( $p < 0.05$ ).

Деформируемость эритроцитов статистически значимо ниже для пациентов с ИБС по сравнению с контрольной группой при сдвиговых напряжениях в 1 и 3 Па ( $p < 0.05$ ). Для остальных групп и сдвиговых напряжений статистически значимых различий параметра DI не наблюдалось (табл. 2).

Таблица 2 / Table 2

**Параметры деформируемости эритроцитов для исследуемых групп при различных сдвиговых напряжениях (Па). Представлены средние значения  $\pm$  станд. откл.**

**Parameters of erythrocyte deformability for the studied groups at various shear stresses (Pa). Mean values are presented  $\pm$  std. dev.**

Группа / Group	DI (1 Па), а.у.	DI (3 Па), а.у.	DI (10 Па), а.у.	DI (20 Па), а.у.
ФП / AF	0.17 $\pm$ $\pm 0.04$	0.32 $\pm$ $\pm 0.03$	0.43 $\pm$ $\pm 0.02$	0.5 $\pm$ $\pm 0.02$
ИБС / CHD	0.12 $\pm$ $\pm 0.02$	0.25 $\pm$ $\pm 0.03$	0.45 $\pm$ $\pm 0.02$	0.51 $\pm$ $\pm 0.02$
XCH / CHF	0.18 $\pm$ $\pm 0.03$	0.33 $\pm$ $\pm 0.04$	0.46 $\pm$ $\pm 0.03$	0.5 $\pm$ $\pm 0.02$
Контрольная группа/ Control group	0.18 $\pm$ $\pm 0.02$	0.32 $\pm$ $\pm 0.02$	0.46 $\pm$ $\pm 0.03$	0.51 $\pm$ $\pm 0.01$

### Статистический анализ данных

Для обработки данных и построения графиков использовались программы, написанные на Python. Прямоугольные диаграммы на рис. 4–6 показывают значения от первого квартиля (Q1) до третьего квартиля (Q3) и линию медианы. Каждая точка на этих рисунках соответствует среднему значению для не менее трех измерений параметров AI, AMP и  $T_{1/2}$  и не менее семи измерений вязкости и CSS для каждого образца крови. Погрешности представляют собой стандартные отклонения со средними значениями (белые точки) в центре. Оценка статистической значимости производилась по U-критерию Манна–Уитни. Две группы считались различными статистически значимо, если значение  $p$  было меньше 0.05. Для определения

статистической взаимосвязи между различными параметрами использовался коэффициент корреляции Пирсона. Корреляция считается слабой, если абсолютное значение коэффициента находится в пределах от 0.3 до 0.5 и сильной, если она превышает 0.5.

### Корреляции между вязкостью крови и её микрореологическими параметрами для трёх исследуемых групп

Микроциркуляция крови в терминальных капиллярах и кровоток в крупных сосудах играют решающую роль в функционировании системы кровообращения. Вязкость цельной крови является ключевым свойством, определяющим её текучесть. При некоторых заболеваниях, например, как на рис. 4, вязкость крови может быть повышенна. Чтобы понять основные причины повышенной вязкости, важно проанализировать корреляцию между вязкостью и микрореологическими характеристиками крови. Эти характеристики, включая деформируемость и агрегацию эритроцитов и тромбоцитов, отвечают за свойства крови на уровне клеточных взаимодействий. Установив такие корреляции, мы можем получить представление о факторах, способствующих изменениям кровотока. Кроме того, эти результаты могут иметь клиническое значение, поскольку направленное изменение микрореологических параметров, влияющих на кровоток, потенциально может помочь скорректировать повышенную вязкость крови.

На рис. 7–9 представлены коэффициенты корреляции Пирсона между вязкостью цельной крови и её микрореологическими показателями для пациентов с ФП, ИБС и XCH. Видно, что существуют определенные различия в коэффициентах корреляции между агрегационными свойствами эритроцитов и тромбоцитов, а также деформационными свойствами эритроцитов, вязкостью и микрореологическими свойствами крови для различных групп пациентов. Интересно, что вязкость цельной крови при высокой скорости сдвига ( $1000 \text{ с}^{-1}$ ) положительно коррелирует с параметром AI ( $r = 0.33\text{--}0.39$ ) и отрицательно коррелируют ( $r = -0.33$ ) с временным параметром агрегации эритроцитов  $T_{1/2}$ . Также важно отметить, что для пациентов с ФП наблюдается отрицательная корреляция ( $r = -0.39$ ) между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов (рис. 7). Это означает, что чем меньше деформируемость эритроцитов, тем вы-

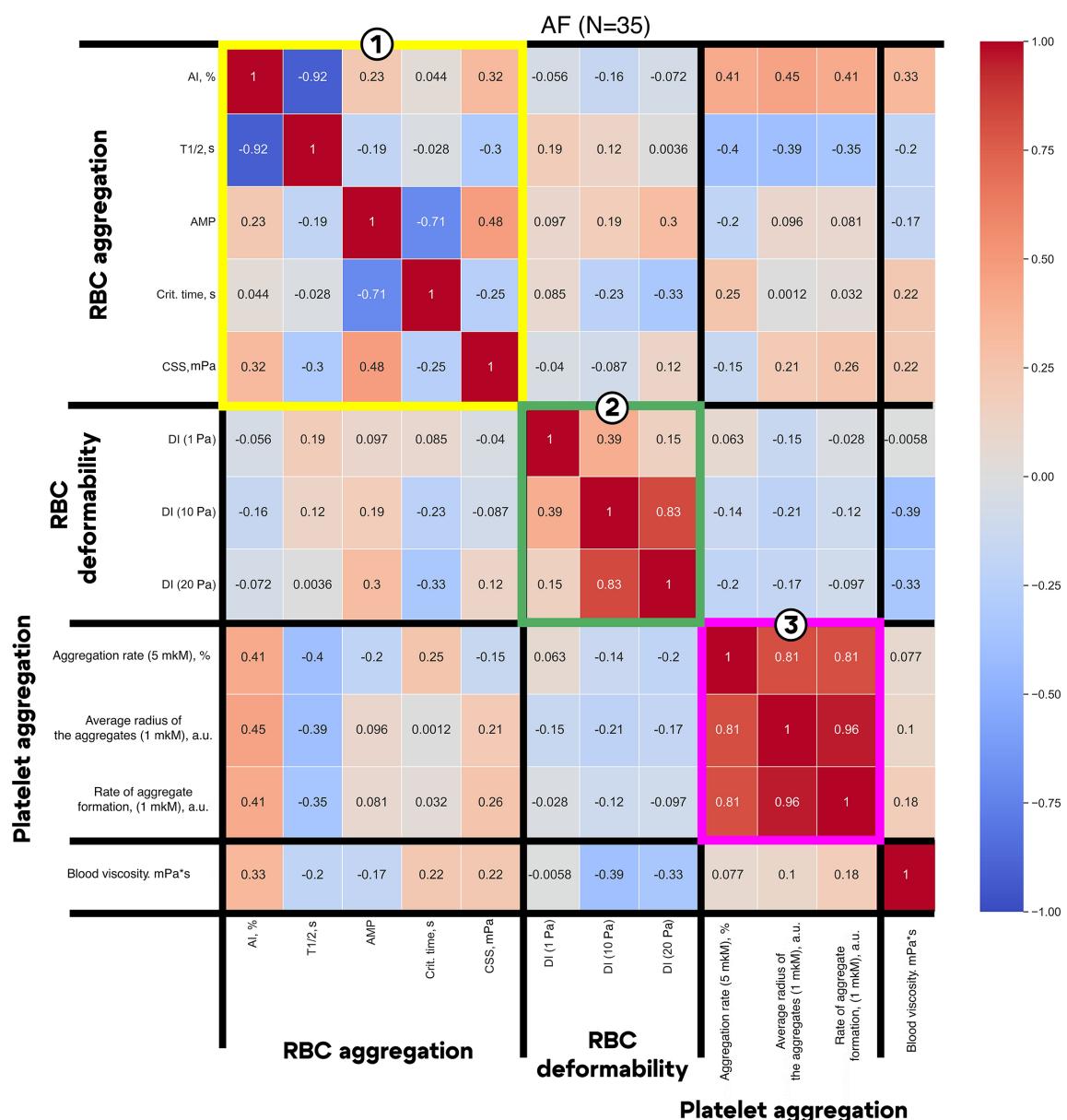


Рис. 7. Корреляции между вязкостью цельной крови (при скорости сдвига =  $1000 \text{ с}^{-1}$ ), и микрореологическими параметрами крови у пациентов с ФП. Корреляции между параметрами характеризуются коэффициентом корреляции Пирсона. Корреляционная матрица разделена на 4 группы параметров: агрегацию эритроцитов, деформируемость эритроцитов, агрегацию тромбоцитов и вязкость крови. Кроме того, корреляции между параметрами агрегации эритроцитов обозначены желтой рамкой (1); корреляции между параметрами деформируемости эритроцитов обозначены зеленой рамкой (2); корреляции между параметрами вязкости и микрореологическими параметрами крови обозначены пурпурными рамками (3) (цвет онлайн)

Fig. 7. Correlations between whole blood viscosity (at the shear rate equal to  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) and microrheological parameters of blood in patients with AF. Correlations between parameters are characterized by the Pearson correlation coefficient. The correlation matrix is divided into 4 groups of parameters: erythrocyte aggregation, erythrocyte deformability, platelet aggregation and blood viscosity. In addition, correlations between erythrocyte aggregation parameters are indicated by a yellow frame (1); correlations between erythrocyte deformability parameters are indicated by a green frame (2); correlations between viscosity parameters and microrheological parameters are indicated by purple boxes (3) (color online)

ше вязкость крови, что соответствует общей концепции [1]. Однако для пациентов с ИБС наблюдается обратная (положительная) ( $r = 0.37$ ), по сравнению с пациентами с ФП, корреляция

между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов (рис. 8). Таким образом, можно сделать вывод, что при различных заболеваниях могут наблюдаться противоположные корреляции

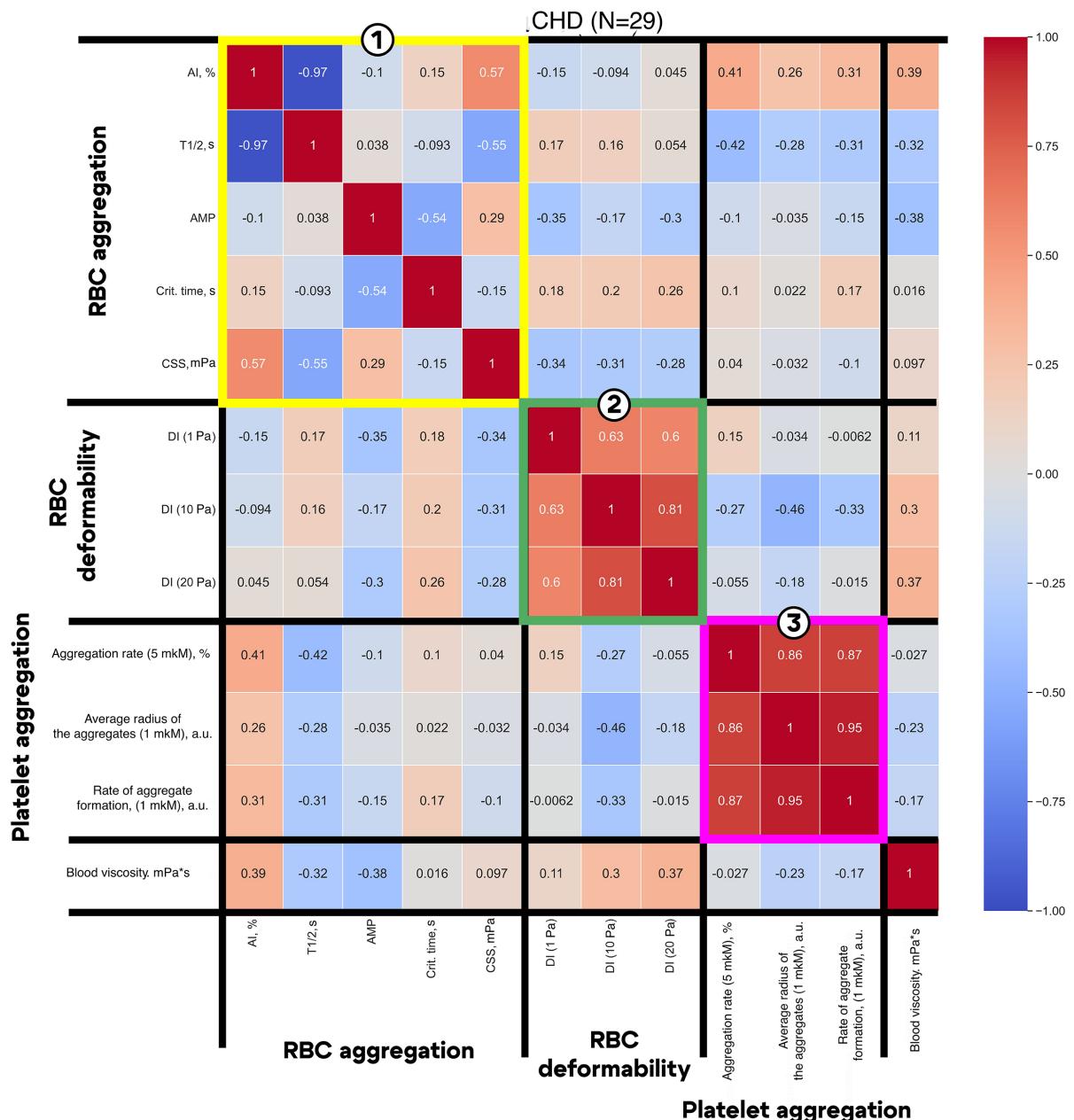


Рис. 8. Корреляции между вязкостью цельной крови (при скорости сдвига =  $1000 \text{ с}^{-1}$ ) и микрореологическими параметрами крови у пациентов с ИБС. Обозначения см. рис. 7 (цвет онлайн)

Fig. 8. Correlations between whole blood viscosity (at the shear rate equal to  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) and microrheological parameters of blood in patients with CHD. Designations similar to Fig. 7 (color online)

между вязкостью крови и её микрореологическими параметрами.

Для всех трёх групп наблюдается положительная корреляция между параметрами CSS и AI ( $r = 0.32\text{--}0.57$ ) (см. рис. 7–9). Это означает, что у больных ССЗ, чем выше агрегация, тем выше гидродинамическая прочность агрегатов эритроцитов. Также для пациентов с ИБС и ФП можно заметить положительную корреляцию

между AI, скоростью агрегации тромбоцитов и средним радиусом агрегатов ( $r = 0.41\text{--}0.45$ ). То есть при увеличении агрегации эритроцитов также повышаются параметры, характеризующие скорость агрегации тромбоцитов.

На рис. 10 представлены коэффициенты корреляции Пирсона между микрореологическими параметрами эритроцитов, характеризующими их агрегацию и деформируемость в крови до-

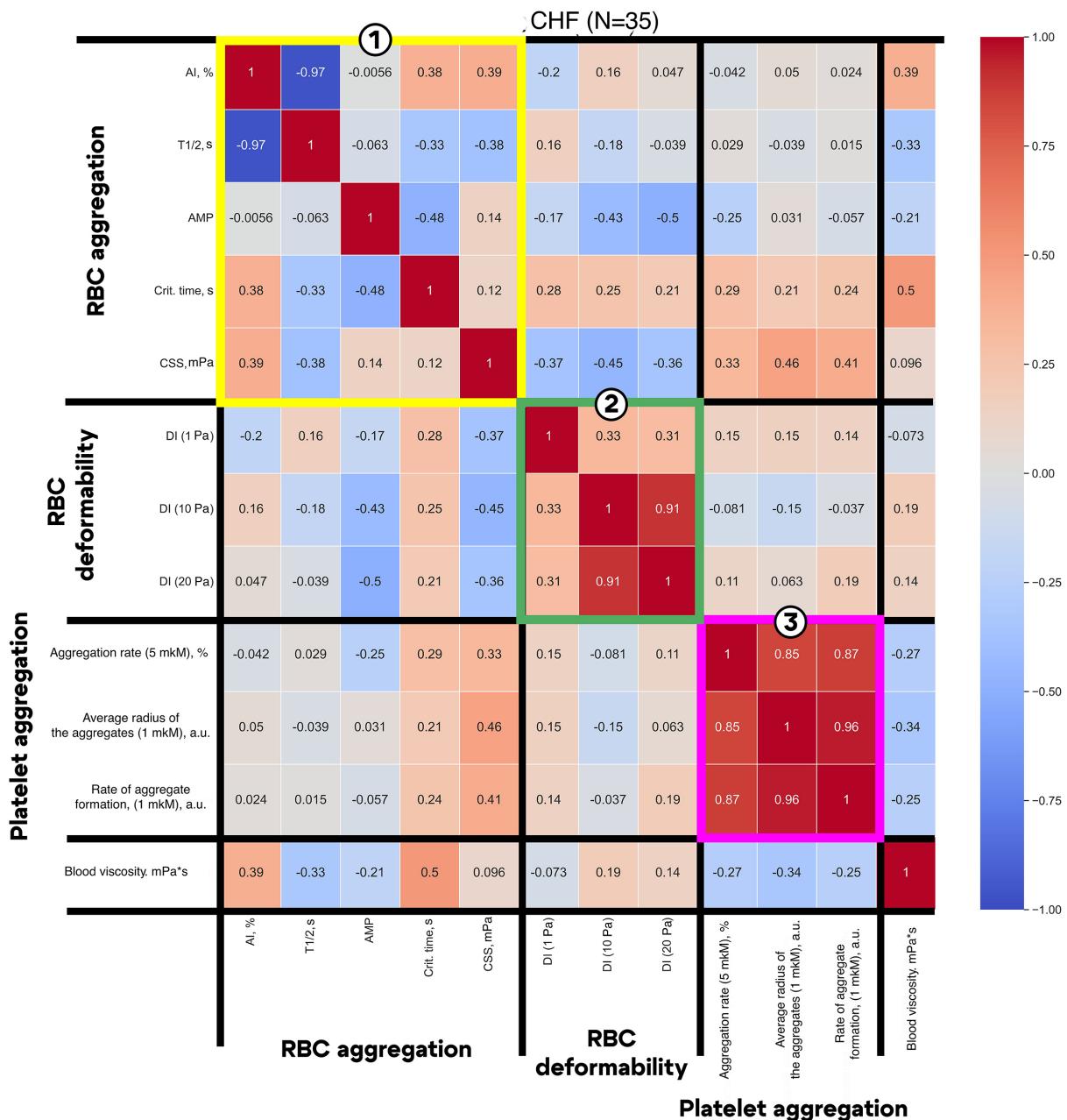


Рис. 9. Корреляции между вязкостью цельной крови (скорость сдвига =  $1000 \text{ с}^{-1}$ ) и микрореологическими параметрами у пациентов с ХСН. Обозначения см. рис. 7 (цвет онлайн)

Figure 9. Correlations between whole blood viscosity (the shear rate is  $1000 \text{ s}^{-1}$ ) and microrheological parameters in patients with CHF. Designations similar to Fig. 7 (color online)

норов из контрольной группы. Можно отметить сильную связь между параметрами, характеризующими агрегацию и деформируемость эритроцитов, что менее выражено для пациентов с ФП, ИБС и ХСН. Согласно рис. 10, чем выше деформируемость эритроцитов при низких сдвиговых напряжениях DI 1 (Па), тем ниже индекс агрегации эритроцитов AI ( $r = -0.64$ ). При этом связь между временными параметра-

ми, характеризующими агрегацию эритроцитов ( $T_{1/2}$ ,  $\tau_1$ ), и параметрами, характеризующими деформируемость эритроцитов (DI), ещё более сильная ( $r = 0.49\text{--}0.71$ ). Можно сделать вывод, что для крови доноров из контрольной группы наблюдается более высокая связь между деформируемостью и агрегацией эритроцитов по сравнению с тремя исследуемыми группами пациентов, что может быть связа-

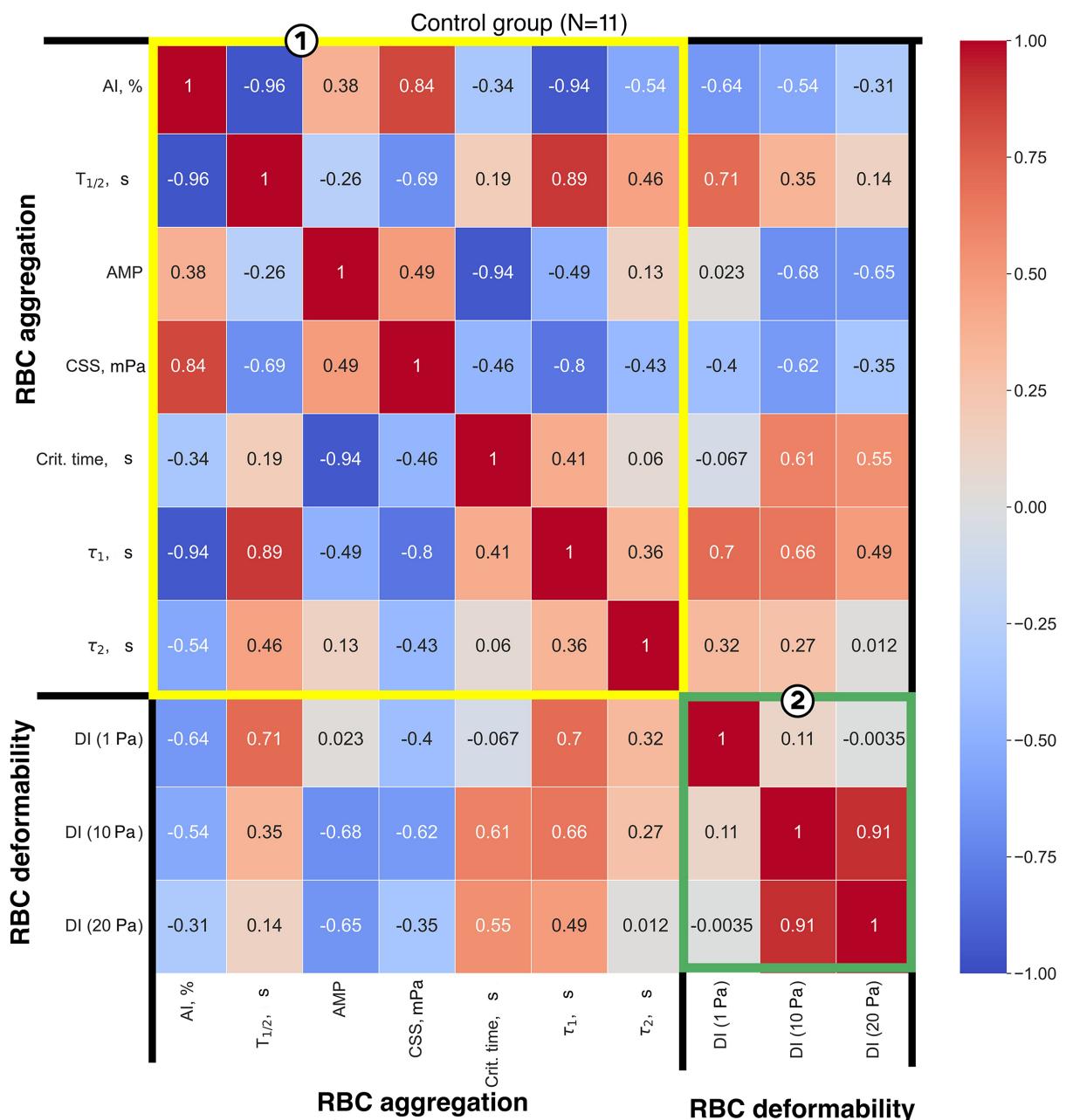


Рис. 10. Корреляции между микрореологическими параметрами эритроцитов для контрольной группы. Корреляции между параметрами агрегации эритроцитов обозначены желтой рамкой (1); корреляции между параметрами деформируемости эритроцитов обозначены зеленой рамкой (2) (цвет онлайн)

Fig. 10. Correlations between microrheological parameters of erythrocytes for the control group. Correlations between erythrocyte aggregation parameters are indicated by yellow frame (1); correlations between erythrocyte deformability parameters are indicated by green frame (2) (color online)

но с изменением микрореологических свойств крови, связанных с заболеванием, а также вследствие принимаемой ими терапии.

### Заключение

В данной работе рассмотрены корреляции между вязкостью цельной крови и микрореологическими параметрами крови для пациентов

с ССЗ. Важно отметить, что для пациентов с ФП наблюдается отрицательная корреляция ( $r = -0.39$ ) между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов (см. рис. 7). Это означает, что чем меньше деформируемость эритроцитов, тем выше вязкость крови, что соответствует общей концепции [1]. Однако для пациентов с ИБС наблюдается обратная (положительная)

( $r = 0.37$ ), по сравнению с пациентами с ФП, корреляция между вязкостью крови и деформируемостью эритроцитов (см. рис. 8). Таким образом, можно сделать вывод, что при различных заболеваниях могут наблюдаться противоположные корреляции между вязкостью крови и её микрореологическими параметрами.

Для всех трёх групп наблюдается положительная корреляция между параметрами CSS и AI ( $r = 0.32\text{--}0.57$ ) (см. рис. 7–9). Это означает, что у больных ССЗ, чем выше агрегация, тем выше гидродинамическая прочность агрегатов эритроцитов. Также для пациентов с ИБС и ФП можно заметить положительную корреляцию между AI, скоростью агрегации тромбоцитов и средним радиусом агрегатов ( $r = 0.41\text{--}0.45$ ). То есть при увеличении агрегации эритроцитов также повышаются параметры, характеризующие скорость агрегации тромбоцитов.

Статистически значимых различий для вязкости цельной крови (при скорости сдвига =  $1000 \text{ с}^{-1}$ ) между исследуемыми группами не наблюдалось (см. рис. 4). Однако средние значения вязкости при высокой скорости сдвига для каждой группы, которые составляют  $7\text{--}7.5 \text{ мPa}\cdot\text{s}$ , значительно превышают стандартный (нормальный) диапазон  $3.5\text{--}5.5 \text{ мPa}\cdot\text{s}$ , определенный многими научными группами [1]. Также для всех групп наблюдалось значительное увеличение AI ( $p < 0.01$ ) (см. рис. 6) по сравнению с контрольной группой.

Также важно отметить, что корреляционная связь между микрореологическими параметрами клеток крови, а также её вязкостью более сильно выражена для контрольной группы в сравнении с исследуемыми группами пациентов ( $|r| \geq 0.7$ ). Это также нетрудно заметить по большей яркости тепловой карты корреляционных профилей, представленных на рис. 7–10, что может быть связано с изменением микрореологических свойств крови пациентов, связанных с заболеванием, а также вследствие принимающей ими терапии.

Полученные результаты способствуют лучшему пониманию и демонстрируют взаимосвязи между микрореологическими параметрами крови и её вязкостью, что может быть использовано при клинических исследованиях и для корректировки протоколов лечения пациентов.

## Список литературы/References

- Nader E., Skinner S., Romana M., Fort R., Lemonne N., Guillot N., Connes P. Blood rheology: Key parameters,

impact on blood flow, role in sickle cell disease and effects of exercise. *Frontiers in Physiology*, 2019, vol. 10, article no. 1329 (1–10). <https://doi.org/10.3389/fphys.2019.01329>

- Chien S. Determinants of blood viscosity and red cell deformability. *Scandinavian Journal of Clinical and Laboratory Investigation*, 1981, vol. 41, pp. 7–12.
- Baskurt O. K., Meiselman H. J. Blood rheology and hemodynamics. *Seminars in Thrombosis and Hemostasis*, 2003, vol. 29, pp. 435–450. <https://doi.org/10.1055/s-2003-44551>
- Meiselman H. J. Red blood cell aggregation: 45 years being curious. *Biorheology*, 2009, vol. 46, pp. 1–19. <https://doi.org/10.3233/BIR-2009-0522>
- Baskurt O., Neu B., Meiselman H. J. *Red blood cell aggregation*. CRC Press, 2011. 318 p. <https://doi.org/10.1201/b11221>
- Filkova A. A., Martyanov A. A., Garzon Dasgupta A. K., Panteleev M. A., Sveshnikova A. N. Quantitative dynamics of reversible platelet aggregation: Mathematical modelling and experiments. *Scientific Reports*, 2019, vol. 9, article no. 6217 (1–9). <https://doi.org/10.1038/s41598-019-42701-0>
- Maslianitsyna A., Ermolinskiy P., Lugovtsov A., Pigurenko A., Sasonko M., Gurfinkel Y., Priezzhev A. Multimodal diagnostics of microrheologic alterations in blood of coronary heart disease and diabetic patients. *Diagnostics*, 2021, vol. 11, article no. 76 (1–8). <https://doi.org/10.3390/diagnostics11010076>
- Lowe G. D. O., Lee A. J., Rumley A., Price J. F., Fowkes F. G. R. Blood viscosity and risk of cardiovascular events: The Edinburgh Artery Study. *British Journal of Haematology*, 1997, vol. 96, pp. 168–173. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2141.1997.8532481.x>
- Gori T., Wild P. S., Schnabel R., Schulz A., Pfeiffer N., Blettner M., Münz T. The distribution of whole blood viscosity, its determinants and relationship with arterial blood pressure in the community: Cross-sectional analysis from the Gutenberg Health Study. *Therapeutic Advances in Cardiovascular Disease*, 2015, vol. 9, pp. 354–365. <https://doi.org/10.1177/1753944715589887>
- Porro B., Conte E., Zaninoni A., Bianchi P., Veggia F., Barbieri S., Andreini D. Red blood cell morphodynamics: A new potential marker in high-risk patients. *Frontiers in Physiology*, 2021, vol. 11, article no. 603633 (1–11). <https://doi.org/10.3389/fphys.2020.603633>
- Fowlkes S., Murray C., Fulford A., De Gelder T., Siddiq N. Myeloproliferative neoplasms (MPNs)—Part 1: An overview of the diagnosis and treatment of the “classical” MPNs. *Canadian Oncology Nursing Journal*, 2018, vol. 28, pp. 262–268. <https://doi.org/10.5737/23688076284262268>
- World Health Organization*. 2023. *The top 10 causes of death*. Available at: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/the-top-10-causes-of-death> (accessed July 9, 2024).
- Tikhomirova I., Petrochenko E., Muravyov A., Malyshcheva Y., Petrochenko A., Yakusevich V., Oslyakova A. Microcirculation and blood rheology abnormalities in



- chronic heart failure. *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 2017, vol. 65, pp. 383–391. <https://doi.org/10.3233/CH-16206>
14. Wei K., Kaul S. The coronary microcirculation in health and disease. *Cardiology Clinics*, 2004, vol. 22, pp. 221–231. <https://doi.org/10.1016/j.ccl.2004.02.005>
  15. Del Buono M. G., Montone R. A., Camilli M., Carbone S., Narula J., Lavie C. J., Crea F. Coronary microvascular dysfunction across the spectrum of cardiovascular diseases: JACC state-of-the-art review. *Journal of the American College of Cardiology*, 2021, vol. 78, pp. 1352–1371. <https://doi.org/10.1016/j.jacc.2021.07.042>
  16. Guizouarn H., Barshtein G. Red Blood Cell Vascular Adhesion and Deformability. Vol. II. *Frontiers in Physiology*, 2022, vol. 13, article no. 849608 (1–13). <https://doi.org/10.3389/fphys.2022.849608>
  17. Mohaisen T., Proniewski B., Targosz-Korecka M., Bar A., Kij A., Bulat K., Chlopicki S. Temporal relationship between systemic endothelial dysfunction and alterations in erythrocyte function in a murine model of chronic heart failure. *Cardiovascular Research*, 2022, vol. 118, pp. 2610–2624. <https://doi.org/10.1093/cvr/cvab306>
  18. Goette A., Bukowska A., Lillig C. H., Lendeckel U. Oxidative stress and microcirculatory flow abnormalities in the ventricles during atrial fibrillation. *Frontiers in Physiology*, 2012, vol. 3, article no. 236 (1–6). <https://doi.org/10.3389/fphys.2012.00236>
  19. Klimczak-Tomania D., de Bakker M., Bouwens E., Akkerhuis K. M., Baart S., Rizopoulos D., Kardys I. Dynamic personalized risk prediction in chronic heart failure patients: A longitudinal, clinical investigation of 92 biomarkers (Bio-SHiFT study). *Scientific Reports*, 2022, vol. 12, article no. 2795 (1–10). <https://doi.org/10.1038/s41598-022-06698-3>
  20. Tromp J., Ouwerkerk W., van Veldhuisen D. J., Hillege H. L., Richards A. M., van der Meer P., Voors A. A. A systematic review and network meta-analysis of pharmacological treatment of heart failure with reduced ejection fraction. *Heart Failure*, 2022, vol. 10, pp. 73–84. <https://doi.org/10.1016/j.jchf.2021.09.004>
  21. Bhatt A. S., Vaduganathan M., Ibrahim N. E. Personalizing Comprehensive Disease-Modifying Therapy: Obstacles and Opportunities. *Heart Failure*, 2022, vol. 10, pp. 85–88. <https://doi.org/10.1016/j.jchf.2021.10.008>
  22. Uyuklu M., Cengiz M., Ulker P., Hever T., Tripette J., Connes P., Baskurt O. K. Effects of storage duration and temperature of human blood on red cell deformability and aggregation. *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 2009, vol. 41, pp. 269–278. <https://doi.org/10.3233/CH-2009-1178>
  23. Cho Y. I., Cho D. J. Hemorheology and microvascular disorders. *Korean Circulation Journal*, 2011, vol. 41, pp. 287–295. <https://doi.org/10.4070/kcj.2011.41.6.287>
  24. Shin S., Yang Y., Suh J. S. Measurement of erythrocyte aggregation in a microchip stirring system by light transmission. *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 2009, vol. 41, pp. 197–207. <https://doi.org/10.3233/CH-2009-1172>
  25. Semenov A. N., Lugovtsov A. E., Shirshin E. A., Yakimov B. P., Ermolinskiy P. B., Bikmulina P. Y., Priezzhev A. V. Assessment of fibrinogen macromolecules interaction with red blood cells membrane by means of laser aggregometry, flow cytometry, and optical tweezers combined with microfluidics. *Biomolecules*, 2020, vol. 10, article no. 1448 (1–20). <https://doi.org/10.3390/biom10101448>
  26. Lopatin V. N., Priezzhev A. V., Aponasenko A. D., Shepelevich N. V., Lopatin V. V., Pozhilenkova P. V., Prostakova I. V. *Metody svetorasseyaniya v analize dispersnykh biologicheskikh sred* [Methods of light scattering in the analysis of dispersed biological media]. Moscow, FIZMATLIT, 2004. 384 p. (in Russian).
  27. Lugovtsov A. E., Gurinkel Y. I., Ermolinskiy P. B., Maslyanitsina A. I., Dyachuk L. I., Priezzhev A. V. Optical assessment of alterations of microrheologic and microcirculation parameters in cardiovascular diseases. *Biomedical Optics Express*, 2019, vol. 10, pp. 3974–3986. <https://doi.org/10.1364/BOE.10.003974>
  28. Semenov A., Lugovtsov A., Ermolinskiy P., Lee K., Priezzhev A. Problems of red blood cell aggregation and deformation assessed by laser tweezers, diffuse light scattering and laser diffractometry. *Photonics*, 2022, vol. 9, pp. 238. <https://doi.org/10.3390/photonics9040238>
  29. Baskurt O. K., Hardeman M. R., Uyuklu M., Ulker P., Cengiz M., Nemeth N., Meiselman H. J. Comparison of three commercially available ektacytometers with different shearing geometries. *Biorheology*, 2009, vol. 46, pp. 251–264. <https://doi.org/10.3233/BIR-2009-0536>

Поступила в редакцию 09.07.2024; одобрена после рецензирования 10.09.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 09.07.2024; approved after reviewing 10.09.2024; accepted for publication 20.09.2024



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 374–383

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 374–383

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-374-383>, EDN: CIRYXU

Научная статья

УДК 530.182:616.5:616.006



## Моделирование влияния осмотического давления на рост раковых клеток: роль размера области и длительности воздействия

Н. А. Светлицына<sup>1✉</sup>, В. В. Тучин<sup>1,2,3,4</sup>, Н. И. Семенова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>Институт биохимии им. А. Н. Баха, Федеральный исследовательский центр РАН «Фундаментальные основы биотехнологии», Россия, 119071, г. Москва, Ленинский просп., д. 33

<sup>3</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет, Россия, 634050, г. Томск, пр-т Ленина, д. 36

<sup>4</sup>Институт проблем точной механики и управления ФИЦ «Саратовский научный центр РАН», Россия, 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, д. 24

Светлицына Надежда Артуровна, аспирант кафедры оптики и биофотоники, ассистент кафедры физики открытых систем, nadyasvetiknadya@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0004-3095-8268>, AuthorID: 1236616

Тучин Валерий Викторович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, <sup>1</sup>заведующий кафедрой оптики и биофотоники Института физики, руководитель Научного медицинского центра; <sup>2</sup>ведущий научный сотрудник; <sup>3</sup>научный руководитель лаборатории биофотоники, <sup>4</sup>заведующий лабораторией лазерной диагностики технических и живых систем, tuchinvv@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7479-2694>, AuthorID: 20243

Семенова Надежда Игоревна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики, старший научный сотрудник лаборатории биомедицинской фотоакустики, nadya.i.semenova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9180-3030>, AuthorID: 850757

**Аннотация.** Одним из новых и эффективных методов лечения рака кожи и других пролиферативных заболеваний, таких как псориаз, является фототерапия, при этом из-за многократного рассеяния действующих световых волн существует проблема ограничения проникновения излучения в глубину ткани. Эту проблему можно решить с помощью введения оптических просветляющих агентов, многие из которых являются гиперосмотическими. В свою очередь, действие гиперосмотических агентов может вызывать побочные эффекты, обусловленные возникновением дополнительного внешнего давления, которое может как увеличивать, так и уменьшать скорость пролиферации раковых клеток. В данной работе проводится численное моделирование двумерной модели слоя эпидермальных клеток на базальной мемbrane в условиях воздействия дополнительного внешнего давления. Исследуется влияние размера области локализации дополнительного давления, его величины и длительности воздействия на пролиферацию раковых клеток в области бинарной поверхности, состоящей из здоровых и раковых клеток. Определены параметры, при которых происходит замедление скорости пролиферации раковых клеток. Показано, что наиболее выраженное замедление происходит при введении дополнительного давления 2 кПа в области 1×1 мм (размер всей системы 2×2 мм). Исследования проводились при двукратном и пятикратном увеличении давления в выбранной области (2 кПа и 5 кПа). Также рассматриваются влияние момента введения дополнительного давления и его длительность.

**Ключевые слова:** меланома, оптическое просветление, диагностика опухолей, гиперосмотические агенты, паттерны Тьюринга, гидродинамическая модель

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания (проект № FSRR-2023-0007).

**Для цитирования:** Светлицына Н. А., Тучин В. В., Семенова Н. И. Моделирование влияния осмотического давления на рост раковых клеток: роль размера области и длительности воздействия // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 374–383. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-374-383>, EDN: CIRYXU

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Modelling the effect of osmotic pressure on cancer cell growth: The role of area size and duration of exposure

Н. А. Светлицына<sup>1✉</sup>, В. В. Тучин<sup>1,2,3,4</sup>, Н. И. Семенова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>A. N. Bach Institute of Biochemistry, Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences "Fundamentals of Biotechnology", 33 Leninsky Prospekt, Moscow 119071, Russia

<sup>3</sup>Tomsk State University, 36 Lenin Ave., Tomsk 634050, Russia

<sup>4</sup>Institute of Precision Mechanics and Control, Federal Research Center "Saratov Scientific Center of the Russian Academy of Sciences", 24 Rabochaya St., Saratov 410028, Russia

Nadezhda A. Svetlitsyna, nadyasvetiknadya@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0004-3095-8268>, AuthorID: 1236616

Valery V. Tuchin, tuchinvv@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7479-2694>, AuthorID: 20243

Nadezhda I. Semenova, nadya.i.semenova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9180-3030>, AuthorID: 850757

**Abstract.** **Background and Objectives:** One of the new and effective methods for treating skin cancer and other proliferative diseases, such as psoriasis, is phototherapy, but there is a problem of limiting the penetration of radiation into the depths of the tissue caused by the multiple scattering of the light waves. This problem can be solved by introducing optical clearing agents, many of which are hyperosmotic. In turn, the action of hyperosmotic agents can cause side effects that are induced by the appearance of additional external pressure, which can both increase and decrease the proliferation rate of cancer cells. **Materials and Methods:** In this work, numerical simulations of a two-dimensional model of an epidermal cell layer on a basal membrane under conditions of additional external pressure are performed. The paper studies the influence of the size of the area of localization of additional pressure, its magnitude and duration of exposure on the proliferation of cancer cells in the area of a binary surface consisting of healthy and cancer cells. **Results:** Studies were carried out at twofold and fivefold increase of pressure in the selected area (2 kPa and 5 kPa). The influence of the moment of introduction of additional pressure and its duration is also considered in this work. We have determined the parameters at which the rate of cancer cell proliferation slows down. It has been shown that the most pronounced inhibition occurs when applying an additional pressure of 2 kPa in the 1×1 mm region (the size of the entire system is 2×2 mm). The studies were carried out at a twofold and fivefold increase in pressure in the selected area (2 kPa and 5 kPa). Here we have also studied the effect of the duration of exposure if its introduction began at different moments  $t_0$  of Phase 1. It has been shown that for  $t_0 = 240$  the dependence of area covered by cancer cells  $\Phi$  on the duration of short-term pressure is nonlinear, and for  $t_0 = 400$  this dependence is linear, and the longer impact causes the slowdown of  $\Phi$  growth.

**Keywords:** melanoma, optical clearing, tumor diagnosis, hyperosmotic agents, Turing patterns, hydrodynamic model

**Acknowledgments:** This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of a state assignment (project No. FSRR-2023-0007).

**For citation:** Svetlitsyna N. A., Tuchin V. V., Semenova N. I. Modelling the effect of osmotic pressure on cancer cell growth: The role of area size and duration of exposure. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 374–383 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-374-383>, EDN: CIRYXU

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

В настоящее время рак кожи остается самым распространенным видом рака у людей [1]. Самый агрессивный и устойчивый к лечению [2, 3] вид рака кожи – меланома. И хотя меланома является одной из самых редких, она приводит к большему количеству смертей по сравнению с другими видами рака кожи [4, 5]. Ежегодно от меланомы умирают более 55 тысяч людей, и это число продолжает расти [6].

Одним из наиболее распространенных методов лечения меланомы является хирургическое лечение, т. е. резекция раковых клеток [1], однако этот метод сопровождается большим риском местного рецидива [7]. Стандартными методами лечения рака кожи являются также химиотерапия и радиотерапия, которые уничтожают активно пролиферирующие клетки [8–10]. Основным недостатком этих методов лечения является их неизбирательность, что неизбежно может приводить к повреждению здоровых клеток [11].

В последние десятилетия появились новые методы лечения рака, такие как иммунотерапия и антиangiогенная терапия [12], недостатки которых заключаются в дорогоизнне используемых препаратов и зачастую необходимости их комбинирования с другими методами [13].

К современным методам лечения злокачественных опухолей относятся фотодинамическая (ФДТ) и фототермическая терапии (ФТТ) [14]. Они наиболее безопасны, так как позволяют локально и селективно воздействовать на раковые клетки, что, в свою очередь, позволяет максимально снизить повреждающее воздействие на здоровые клетки организма. Существенной сложностью при лечении рака с помощью ФДТ и ФТТ является ограниченное по глубине проникновение излучения из-за его многократного рассеяния в тканях [14].

Простым и удобным методом повышения глубины проникновения оптического излучения является оптическое просветление биоткани, заключающееся во введении во внутритканевое пространство биосовместимых жидкостей (оптических просветляющих агентов) с достаточно высоким показателем преломления [15, 16]. В качестве таких просветляющих агентов часто используются гиперосмотические агенты, введение которых сопровождается созданием дополнительного внешнего осмотического давления по отношению к давлению, возникающему за счет деления клеток в ограниченном пространстве. В связи с этим, чтобы оценить побочные эффекты при использовании таких агентов, важно иссле-



давать влияние создаваемого ими осмотического давления на пролиферацию раковых клеток в опухоли.

Было показано, что на пролиферацию раковых клеток влияет возникающее в процессе роста опухоли повышенное давление [17], вызванное тем, что раковые клетки размножаются и растут, вытесняя здоровые. При этом высокое давление внутри опухолевой области снижает пролиферацию раковых клеток и ускоряет процесс апоптоза клеток [18–22]. Это связано с тем, что под действием давления оттесняются капилляры, которые являются поставщиками питательных веществ в опухоль, ограничивая её питание.

В последние годы появилось несколько работ по исследованию влияния осмотического давления на меланому кожи [23–26], в некоторых из них было показано, что осмотическое давление может приводить к замедлению роста меланомы, а в других, наоборот, – к ускорению роста.

Проведение таких экспериментальных исследований в лабораторных условиях на животных с перевитыми опухолями или на натурных клеточных моделях является очень ресурсоемкой и времязатратной задачей. Поэтому особый интерес представляет поиск адекватных математических моделей, позволяющих провести численное моделирование и изучить особенности влияния осмотического давления, а затем провести апробацию результатов в экспериментах с клеточными сфероидами.

Ещё в 2003 г. Юрий Михайлович Романовский с соавторами [27] писали о том, что современная теоретическая работа по физике и биофизике должна содержать математическое моделирование, чтобы быть востребованной научным сообществом. Только с помощью соотвествия математической модели, основанной на законах физики, химии и биологии, можно претендовать на объективность результатов и делать точные и надежные количественные и качественные предсказания в биофизических исследованиях [28]. В отдельных главах этих классических монографий [27, 28] рассматриваются основные моменты построения математических моделей процессов роста клеток и их популяций. Авторы настоящей статьи глубоко чтят и широко используют в своей работе научное наследие выдающегося биофизика Ю. М. Романовского и горды тем, что принимают участие в юбилейном выпуске журнала, посвященного 95-летию Юрия Михайловича.

Данная статья направлена на исследование особенностей введения дополнительного давления на рост раковых клеток. Исследуемая модель построена на основе двумерной модели, предложенной в работе [29], которая использует формирование паттернов Тьюринга в гидродинамической модели и описывает двумерный слой эпидермальных клеток на базальной мембране. В этой работе приводится детальный вывод системы уравнений и обосновываются значения параметров. Полученные режимы и скорость изменения преобладания количества раковых клеток над здоровыми были соотнесены с клиническими данными и показали хорошее соответствие. В наших работах [30–32] была предложена модификация данной системы, которая усложнена введением дополнительного внешнего давления на определенную область выбранной плоскости.

Экспериментальные данные показали, что наличие дополнительного давления позволяет замедлить пролиферацию раковых клеток, однако этот эффект может зависеть от размера области воздействия давления, времени начала воздействия, длительности воздействия и т. д. В данной статье приводятся результаты численного моделирования, позволяющие оценить влияние создаваемого внешнего осмотического давления на рост раковых клеток при вариации размера области воздействия (раздел 2) и длительности кратковременного воздействия (раздел 3).

## 1. Исследуемая система

В данной работе исследуемая модель рассматривается как двумерная система, у которой геометрическая ориентация на плоскости задается с помощью двумерного вектора  $r = (r_x, r_y)$ . Данная модель является бинарной и может содержать только здоровые и раковые клетки. При этом она показывает не конкретные отдельные клетки, а позволяет судить только о вероятности преобладания раковых клеток или здоровых в выбранной области на плоскости. Для описания преобладания раковых клеток на определенном участке в пространстве и времени вводится величина  $\varphi(r, t)$ . Эта величина изменяется от 0 до 1. Для задания роста числа раковых клеток используется логистическое уравнение, которое часто применяется для описания бинарной популяционной динамики [29]:

$$\Gamma(\varphi) = \gamma\varphi \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_\infty}\right), \quad (1)$$

где  $\gamma > 0$  – скорость роста раковых клеток,  $\phi_\infty = 0.8$  – максимальное преобладание раковых клеток в любой области рассматриваемой поверхности.

Далее для гидродинамического описания модели будут использованы средние локальные скорости, определяющие формирование паттернов, включающих в себя раковые и здоровые клетки:  $v(r, t)$ . Тогда безразмерная форма рассматриваемой модели может быть записана с помощью следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\phi \cdot v) + L \nabla^2 \mu + \Gamma(\phi), \\ \Omega \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \eta \nabla^2 v - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma - \zeta v. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\mu$  – химический потенциал,  $\Sigma$  – тензор напряжений, задающиеся как

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{\alpha \beta} \left[ \ln \frac{\phi}{1-\phi} + \chi(1-2\phi) \right] - \frac{\kappa}{\Omega} \nabla^2 \phi, \\ \Sigma &= -\frac{\kappa}{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial r_x} \frac{\partial \phi}{\partial r_y}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\chi$ ,  $\kappa$ ,  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  – это безразмерные параметры модели,  $p$  – местное давление, описываемое с помощью уравнения Пуассона. Изначально в модели, предложенной в работе [29], внутреннее давление представляло собой скалярную величину  $p$ , а наличие возможных направлений формирования паттернов определялось при помощи локальных гидродинамических скоростей  $v$ . Для сохранения общности дополнительное давление в данной работе вводится при помощи коэффициента  $\Omega$ , который позволяет изменять имеющееся скалярное давление  $p$  в большую или меньшую сторону. Таким образом,  $\Omega$  – параметр, управляющий введением дополнительного давления в выбранной области системы.

Все вышеперечисленные переменные приведены в безразмерном виде. Переход от размерной к безразмерной форме уравнения описан в работах [30, 31].

Для вычисления частных производных в процессе моделирования система рассматривается как двумерная клеточная решетка размером  $200 \times 200$  с безразмерным расстоянием между звеньями решетки, равным единице, как это было сделано в [31]. Это соответствует физическому размеру  $2 \times 2$  мм.

Численное моделирование проводилось в среде Matlab при помощи метода численного интегрирования Эйлера с шагом интегрирования по безразмерному времени  $h = 0.01$ . Ранее

нами были рассмотрены и другие значения шага интегрирования, однако выбранное значение является золотой серединой между скоростью моделирования и точностью вычислений. Выбор меньших значений шага интегрирования приводит к аналогичным результатам, но значительно замедляет вычисления. Частные пространственные производные первого порядка в  $(i, j)$  звеньях решетки вычисляются методом двусторонней разности [29]. В процессе моделирования использовалась программа собственной разработки на основе [33].

Начальные значения вектора скорости задавались произвольно, но удовлетворяя условию несжимаемости  $\nabla \cdot v = 0$ . Начальное значение  $\phi_0$  в каждой точке двумерного пространства задавалось равным 0.3 с небольшой вариацией порядка  $10^{-8}$ . Таким образом, в системе уже имеется некоторое малое количество раковых клеток, и заложена возможность их дальнейшего развития в любой точке пространства.

Фиксированные параметры задавались как в [30–32]:  $\gamma = 3 \cdot 10^{-3}$ ,  $\chi = 2.5$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\eta = 1$ ,  $\zeta = 0$ , что позволяет интерпретировать результаты численного моделирования следующим образом. При рассмотрении двумерной решетки размером  $200 \times 200$  размер поверхности соответствует двумерной поверхности эпидермиса кожи размером  $2 \times 2$  мм. При шаге интегрирования  $h = 0.01$  время  $t = 100$ , включающее 10000 шагов интегрирования, соответствует примерно 2 часам 25 минутам. Выбранные фиксированные параметры соответствуют общему давлению  $\Pi \approx 10^3$  Па. Более точное управление давлением в некоторых областях достигается при помощи изменения параметра  $\Omega$ . Если его значение равно единице, то в выбранной точке плоскости давление неизменно, но в остальных случаях этот параметр приводит к дополнительному давлению  $\Omega P$ .

Для анализа эволюции системы и роста областей, пораженных раковыми клетками, будут использоваться мгновенные пространственные снимки значений величины  $\phi$  в разные моменты времени. На рис. 1 эти мгновенные снимки отражают формирование сине-желтых паттернов в разные моменты времени  $t$ , при этом синий цвет соответствует областям с преобладанием здоровых клеток, а желтый – раковых. Для того чтобы количественно оценить динамику, была введена характеристика  $\Phi$  – степень преобладания количества раковых клеток в определенный момент времени (degree of cancer cells predominance). Эта



величина вычисляется как среднее значение  $\varphi$ , усредненное по всей поверхности в выбранный момент времени.

В работе [32] было показано, что изменение степени преобладания раковых клеток происходит нелинейным образом (рис. 1, а). Этую зависимость можно условно разделить на две фазы. Первая фаза (до  $t = 2000$ , что соответствует

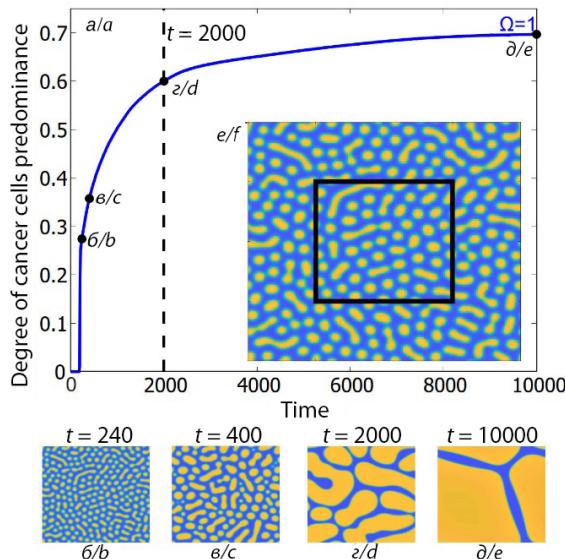


Рис. 1. Эволюция модели (2) без дополнительного давления: а – показано, как изменяется степень преобладания раковых клеток  $\Phi$  в течение безразмерного времени. Обозначения (б–е) на этом графике совпадают с мгновенными пространственными снимками переменных  $\varphi$  в эти моменты времени (в–е). На фрагменте (е) черным квадратом показана область, в которую вводится дополнительное давление [40] (цвет онлайн)

Fig. 1. Evolution of the model (2) without additional pressure: а shows how the degree of cancer cells predominance  $\Phi$  is changed during the dimensionless time. The notations б–е in this graph coincide with the spatial snapshots of variables  $\varphi$  at these time points shown in the same top panels. The black square in panel (е) shows the area where additional pressure is introduced. Similar figure has been published in our article [40] (color online)

48 часам) характеризуется активным увеличением степени преобладания раковых клеток  $\Phi$ . Это можно связать с увеличением числа раковых клеток и их активным делением. Вторая фаза (после  $t = 2000$ ) характеризуется более медленным ростом  $\Phi$  с выходом к некоторому значению насыщения. Скорее всего, в этой фазе уже не происходит такого активного деления клеток, но уже появившиеся клетки активно растут, отсюда происходит захват большей «территории». Также было проведено исследование влияния периодичности введения дополнительного давления на пролиферацию раковых клеток

в каждой из фаз [32]. Результаты показали, что, варьируя параметры системы, можно добиться положительных результатов в узком интервале параметров.

## 2. Изменение размеров области локализации дополнительного давления

На рис. 2 показаны результаты изменения размера области, на которую оказывается дополнительное давление во время первой фазы. Оно было введено в виде двукратного увеличения давления с  $\Omega = 2$  в центральной квадратной области размером  $10 \times 10$ ,  $50 \times 50$  и  $100 \times 100$ .

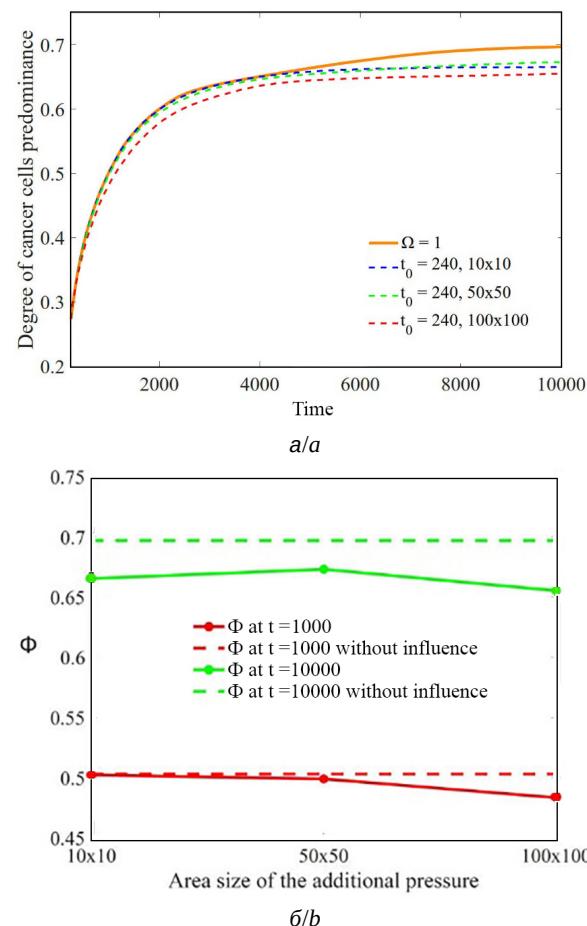


Рис. 2. Эволюция модели (1)–(3) с дополнительным давлением  $\Omega = 2$  в центральной части размером  $10 \times 10$ ,  $50 \times 50$  и  $100 \times 100$  начиная с времени  $t_0 = 240$ : а – эволюция степени преобладания раковых клеток  $\Phi$  в течение безразмерного времени; б – значения  $\Phi$  в моменты времени  $t = 1000$  (красный, нижний график) и  $t = 10000$  (зеленый, верхний график) (цвет онлайн)

Fig. 2. Evolution of the model (1)–(3) with additional pressure set by  $\Omega = 2$  in the central part of size  $10 \times 10$ ,  $50 \times 50$  and  $100 \times 100$  starting from  $t_0 = 240$ : а shows the evolution of predominance of cancer cells  $\Phi$  depending on dimensionless time; б shows  $\Phi$  values at time  $t = 1000$  (red bottom) and  $t = 10000$  (green top) (color online)

На рис. 2, а показана эволюция степени преобладания раковых клеток  $\Phi$  за безразмерное время для невозмущенного случая (оранжевая кривая) и после введения дополнительного давления, начиная с времени  $t_0 = 240$  в области  $10 \times 10$  (синяя пунктирная кривая),  $50 \times 50$  (зеленая пунктирная кривая) и  $100 \times 100$  (красная пунктирная кривая). Степень преобладания раковых клеток  $\Phi$  вычислялась как среднее арифметическое по всем значениям  $\varphi$  в рассматриваемый момент времени.

Из рис. 2, а видно, что введение дополнительного давления (как и его отсутствие) в любом случае приводит к росту степени преобладания раковых клеток  $\Phi$ , но, варьируя размеры области локализации давления, можно этот рост замедлить. Для большей наглядности во вложенном фрагменте рис. 2, б представлены значения  $\Phi$  в моменты времени  $t = 10^3$  (зеленые точки) и  $t = 10^4$  (красные точки), соответствующие первой и второй фазе роста клеток, для трех размеров области введения давления. Пунктирные линии тех же цветов на рис. 2, б показывают случаи, когда дополнительное давление не вводилось.

Также из рис. 2, а видно, что уже при небольшом размере области введения давления  $10 \times 10$  наблюдается замедление скорости пролиферации раковых клеток, но существенные отличия от невозмущенного случая наблюдаются во второй фазе. Зависимости, полученные для площадок  $10 \times 10$  и  $50 \times 50$ , практически совпадают. Поэтому можно сделать вывод, что даже небольшой области воздействия достаточно для замедления пролиферации, но эффект будет заметен только во второй фазе, после времени 2000. Наиболее выраженное замедление скорости пролиферации раковых клеток в обеих фазах происходит при большем размере области ( $100 \times 100$ ). В связи с этим в следующем разделе будет рассмотрено введение дополнительного давления только на участке данного размера.

### 3. Влияние длительности воздействия в первой фазе

На рис. 3 показаны результаты изменения длительности введения кратковременного дополнительного давления во время первой фазы. Оно было введено в виде пятикратного увеличения давления с  $\Omega = 5$  в центральной области размером  $100 \times 100$ . В этом разделе рассматривается как влияние момента введения дополнительного давления по отношению к эволюции самой системы, так и длительность введения дополнительного давления. На рис. 3, а показана

эволюция степени преобладания раковых клеток  $\Phi$  за безразмерное время для невозмущенного случая (оранжевая кривая) и после введения дополнительного давления, начиная с времени  $t_0 = 240$  (сплошная линия) и  $t_0 = 400$  (пунктирная линия) на промежуток времени, равный  $\Delta t = 25$  (синяя кривая),  $\Delta t = 50$  (зеленая кривая) и  $\Delta t = 100$  (красная кривая). Безразмерная длительность  $\Delta t = 25$  соответствует примерно 30 минутам.

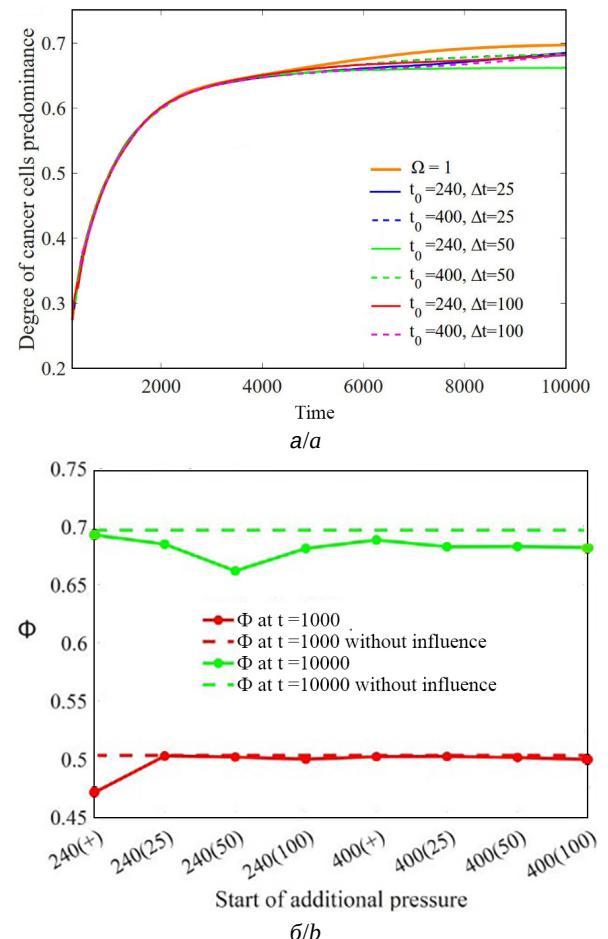


Рис. 3. Эволюция модели (1)–(3) с дополнительным давлением  $\Omega = 5$  в центральной части размером  $100 \times 100$ : а – эволюция степени преобладания раковых клеток  $\Phi$ ; б – значения  $\Phi$  в моменты времени  $t = 1000$  (красный, нижний) и  $t = 10000$  (зеленый, верхний) для разных начальных времен введения и длительностей дополнительного давления (цвет онлайн)

Fig. 3. Evolution of the model (1)–(3) with additional pressure set by  $\Omega = 5$  in the central part of size  $100 \times 100$ : a shows the evolution of predominance of cancer cells  $\Phi$  depending on dimensionless time; b shows  $\Phi$  values at time  $t = 1000$  (red bottom) and  $t = 10000$  (green top) for different additional pressure introduction time and duration (color online)

Из рис. 3, а, аналогично рис. 2, а, видно, что введение дополнительного давления (как и его отсутствие) в любом случае приводит к росту



степени преобладания раковых клеток  $\Phi$ , но в некоторых случаях этот рост может быть замедлен. Обозначения «(25)», «(50)», «(100)» соответствуют кратковременному дополнительному давлению, т. е. когда дополнительное давление вводится на протяжении временных интервалов  $\Delta t = 25$ ,  $\Delta t = 50$ ,  $\Delta t = 100$ , а затем выключается. Под кратковременным осмотическим давлением, которое является внешним по отношению к внутреннему давлению, возникающему за счет деления клеток, понимается то, что его можно регулировать, подавая гиперосмотический агент на область пролиферации клеток и убирая его (вымывая физиологическим раствором, который является изоосмолярным по отношению к живым клеточным структурам). Этот процесс можно реализовать в течение нескольких секунд или минут. А деление клеток – это относительно медленный процесс, занимающий сотни минут и часы.

Можно заметить, что при увеличении длительности введения кратковременного дополнительного давления во время первой фазы, начиная с момента времени  $t_0 = 400$ , значение  $\Phi$  уменьшается более заметно. В то время как для  $t_0 = 240$  зависимость имеет нелинейный характер, что может быть связано с тем, что  $t_0 = 240$  является моментом, когда  $\Phi$  резко увеличивается.

Также необходимо отметить, что введение кратковременного давления, как правило, приводит к заметным изменениям на длительной дистанции. То есть результат введения кратковременного давления проявляется во второй фазе. Этот результат количественно может немного отличаться в зависимости от момента введения давления, но качественно остается неизменным. Введение долговременного давления также существенно зависит от момента введения давления. Например, для момента  $t_0 = 400$  существенных изменений на наблюдалось ни в первой фазе, ни во второй, а введение давления в момент  $t_0 = 240$  привело к наиболее выраженному замедлению в первой фазе, но к концу второй фазы этот эффект сводится на нет, приближая значение  $\Phi$  практически к тому же уровню, что и для невозмущенного случая.

## Заключение

В данной работе была рассмотрена система, позволяющая моделировать поведение раковых клеток в эпидермальном слое кожи при введении дополнительного осмотического давления. Было рассмотрено распространение и эволюция

раковых клеток как в рамках мгновенных пространственных снимков переменной  $\varphi$ , которая показывает отношение раковых клеток ко всем клеткам в выбранной части двумерной решетки, так и при помощи усредненной по всей решетке степени преобладания раковых клеток  $\Phi$ . При исследовании влияния размера области локализации воздействия было выявлено, что наилучший результат достигается при размере области  $100 \times 100$  ( $1 \times 1$  мм) в сравнении с областями  $10 \times 10$  и  $50 \times 50$ . В работе также изучалось влияние длительности воздействия, если его введение начиналось в разные моменты  $t_0$  первой фазы. Было показано, что для  $t_0 = 240$  зависимость  $\Phi$  от длительности кратковременного давления имеет нелинейный характер, а для  $t_0 = 400$  эта зависимость является линейной, причем чем дольше длится воздействие – тем сильнее замедляется рост  $\Phi$ .

Важно отметить, что полученные результаты имеют более общий характер и могут быть использованы при построении моделей фототерапии и других пролиферативных заболеваний, таких как псориаз, для которых широко используется фототерапия в виде ПУФА или УФБ терапии (311 нм) [34], где остро стоит вопрос о доставке УФ излучения типа А (длинноволнового) или узкополосного типа Б (средневолнового) к базальному слою кожи на фоне сильного рассеяния света. В этом случае перспективно использовать оптические просветляющие агенты на основе глицерина, которые обладают не только высоким оптическим пропусканием в УФ области спектра [35], но и значительным осмотическим эффектом.

## Список литературы

1. Wang Ch., Zeng Y., Chen K.-F., Lin J., Yuan Q., Jiang X., Wu G., Wang F., Jia Y.-G., Li W. A self-monitoring microneedle patch for light-controlled synergistic treatment of melanoma // Bioactive Materials. 2023. № 27. P. 58–71. <https://doi.org/10.1016/j.bioactmat.2023.03.016>
2. Apalla Z., Nashan D., Weller R. B., Castellsague X. Skin cancer: Epidemiology, disease burden, pathophysiology, diagnosis, and therapeutic approaches // Dermatol. Ther. 2017. Vol. 7. P. 5–19. <https://doi.org/10.1007/s13555-016-0165-y>
3. Lo J. A., Fisher D. E. The melanoma revolution: From UV carcinogenesis to a new era in therapeutics // Science. 2014. Vol. 346, № 6212. P. 945–949. <https://doi.org/10.1126/science.1253735>
4. Saginala K., Barsouk A., Aluru J. S., Rawla P., Barsouk A. Epidemiology of melanoma // Med. Sci. 2021. Vol. 9, № 63. <https://doi.org/10.3390/medsci9040063>

5. Бахарева Ю. О., Тараканова В. О., Рубаняк М. Ю., Каменских Е. М. Меланома кожи (C43): анализ тенденций заболеваемости и смертности в свете пандемии COVID-19, молекулярная эпидемиология // Вопросы онкологии. 2023. Т. 69, № 4. С. 631–638. <https://doi.org/10.37469/0507-3758-2023-69-4-631-638>
6. Schadendorf D., Berking C., Griewank K. G., Gutzmer R., Hauschild A., Stang A., Roesch A., Ugurel S. Melanoma // The Lancet. 2018. Vol. 392. P. 971–984. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(18\)31559-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(18)31559-9)
7. Poklepovic A. S., Luke J. J. Considering adjuvant therapy for stage II melanoma // Cancer. 2020. Vol. 12, № 6. P. 116–1174. <https://doi.org/10.1002/cncr.32585>
8. Shirzadfar H., Riahi S., Ghaziasgar M. S. Cancer imaging and brain tumor diagnosis // Journal of Bioanalysis & Biomedicine. 2017. Vol. 9, № 1. <https://doi.org/10.4172/1948-593X.1000e149>
9. Shirzadfar H., Khanahmadi M. Current approaches and novel treatment methods for cancer and radiotherapy // International Journal of Biosensors & Bioelectronics. 2018. Vol. 4, № 5. P. 224–229. <https://doi.org/10.15406/ijbsbe.2018.04.00131>
10. Blackadar C. B. Historical review of the causes of cancer // World J Clin Oncol. 2016. Vol. 7, № 1. P. 54–86. <https://doi.org/10.5306/wjco.v7.i1.54>
11. Li Q., Lei X., Zhu J., Zhong Y., Yang J., Wang J., Tan H. Radiotherapy/Chemotherapy-Immunotherapy for Cancer Management: From Mechanisms to Clinical Implications // Oxidative Medicine and Cellular Longevity. 2023. Vol. 22. P. 1–9. <https://doi.org/10.1155/2023/7530794>
12. Tandle A., Blazer D., Libutti S. Antiangiogenic gene therapy of Cancer: Recent developments // Journal of Translational Medicine. 2024. Vol. 2, № 22. <https://doi.org/10.1186/1479-5876-2-22>
13. Kuznetsov M., Kolobov A. Antiangiogenic Therapy Efficacy Can Be Tumor-Size Dependent, as Mathematical Modeling Suggests // Mathematics. 2024. № 12. P. 353 (1–15). <https://doi.org/10.20944/preprints202312.1177.v1>
14. Kong C., Chen X. Combined Photodynamic and Photochemical Therapy and Immunotherapy for Cancer Treatment: A Review // International Journal of Nanomedicine. 2022. Vol. 17. P. 6427–6446. <https://doi.org/10.2147/IJN.S388996>
15. Тучина Д. К., Меерович И. Г., Синдеева О. А., Жердева В. В., Казачкина Н. И., Соловьев И. Д., Савицкий А. П., Богданов мл. А. А., Тучин В. В. Перспективы мультимодальной визуализации биологических тканей с использованием флуоресцентного имиджинга // Квантовая электроника. 2021. Т. 51, № 2. С. 104–117.
16. Tuchin V. V., Zhu D., Genina E. A. Handbook of Tissue Optical Clearing: New Prospects in Optical Imaging. Boca Raton, FL : Taylor & Francis Group LLC ; CRC Press, 2022. 688 p.
17. Ye Y., Lin J. Fingering Instability Accelerates Population Growth of a Proliferating Cell Collective // Physical Review Letters. 2024. № 132. P. 018402 (1–7). <https://doi.org/10.1101/2023.05.28.542614>
18. Helmlinger G., Netti P., Lichtenheld H., Melder R., Jain R. Solid stress inhibits the growth of multicellular tumor spheroids // Nat. Biotechnol. 1997. Vol. 15. P. 778–783. <https://doi.org/10.1038/nbt0897-778>
19. Alessandri K., Sarangi B. R., Gurchenkov V. V., Sinha B., Kießling T. R., Fetler L., Rico F., Scheuring S., Lamaze C., Simon A. Cellular capsules as a tool for multicellular spheroid production and for investigating the mechanics of tumor progression *in vitro* // Proc. Natl. Acad. Sci. 2013. Vol. 110, № 37. P. 14843–14848. <https://doi.org/10.1073/pnas.1309482110>
20. Delarue M., Hartung J., Schreck C. F., Gniewek P., Hu L., Herminghaus S., Hallatschek O. Self-driven jamming in growing microbial populations // Nat. Phys. 2016. Vol. 12, № 8. P. 762–766. <https://doi.org/10.1038/nphys3741>
21. Rizzuti F., Mascheroni P., Arcucci S., Ben-M'erie Z., Prunet A., Barentin C., Rivi'ere C., Delanoë-Ayari H., Hatzikirou H., Guillermet-Guibert J., Delarue M. Mechanical control of cell proliferation increases resistance to chemotherapeutic agents // Phys. Rev. Lett. 2020. Vol. 125, № 12. P. 128103 (1–7). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.128103>
22. Alric B., Formosa-Dague C., Dague E., Holt L., Delarue M. Macromolecular crowding limits growth under pressure // Nat. Phys. 2022. Vol. 18, № 4. P. 411–416. <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01506-1>
23. Liedekerke P. V., Neitsch J., Johann T., Alessandri K., Nasoy P., Drasdo D. Quantitative cell-based model predicts mechanical stress response of growing tumor spheroids over various growth conditions and cell lines // PLoS Comput. Biol. 2019. Vol. 15. P. e1006273 (1–44). <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1006273>
24. Nürnberg E., Vitacolonna M., Klicks J., von Molitor E., Cesetti T., Keller F., Bruch R., Ertongur-Fauth T., Riedel K., Scholz P., Lau T., Schneider R., Meier J., Hafner M., Rudolf R. Routine optical clearing of 3d-cell cultures: Simplicity forward // Frontiers in Molecular Biosciences. 2020. Vol. 7. P. 1–19. <https://doi.org/10.3389/fmolb.2020.00020>
25. Gunasingh G., Browning A., Haass N. Rapid optical clearing for high-throughput analysis of tumour spheroids // Preprints. 2022. Vol. 186. P. 1–8. <https://doi.org/10.20944/preprints202111.0488.v1>
26. Gayathri K., Puja L., Sebastian J., Sivakumar K., Mishra R. Understanding the combined effects of high glucose induced hyper-osmotic stress and oxygen tension in the progression of tumourigenesis: From mechanism to anti-cancer therapeutics // Cells. 2023. Vol. 12, № 6. P. 825 (1–30). <https://doi.org/10.3390/cells12060825>
27. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 402 с.
28. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическая биофизика. М. : Наука, 1984. 304 с.
29. Hoshino T., Liu M.-W., Wu K.-A., Chen H.-Y., Tsuruyama T., Komura S. Pattern formation of skin cancers: Effects of cancer proliferation and hydrodynamic interactions // Phys. Rev. E. 2019. Vol. 99, № 3. P. 032416. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.032416>



30. Семенова Н. И., Тучин В. В. Влияние осмотического давления на раковые клетки в трехмерной клеточной решетке и клеточном сфероиде // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 4. С. 559–570. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2021-29-4-559-570>
31. Semenova N., Tuchin V. V. 3D models of the dynamics of cancer cells under external pressure // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2021. Vol. 31, № 8. P. 083122 (1–8). <https://doi.org/10.1063/5.0056764>
32. Svetliitsyna N., Semenova N., Tuchin V. V. Conditions of acceleration and deceleration of the cancer cell growth under osmotic pressure // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2024. Vol. 34, № 2. P. 0211024 (1–6). <https://doi.org/10.1063/5.0189550>
33. Программа для моделирования роста меланомы на двумерной поверхности эпидермиса в условиях осмотического и механического давления. Семенова Н. И., Светлицына Н. А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665951. Заявка № 2023665233. Дата поступления 23.07.2023. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 24 июля 2023 г.
34. Phototherapy for Psoriasis [сайт]. URL: <https://www.psoriasis.org/phototherapy/> (дата обращения: 29.06.2024).
35. Selifonov A., Selifonova E., Tuchin V. V. Effect of e-liquid on the optical properties of the gingival mucosa: Ex vivo studies // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. 2023. Vol. 29, iss. 4. P. 7100808 (1–8). <https://doi.org/10.1109/JSTQE.2023.3259244>
- Ugurel S. Melanoma. *The Lancet*, 2018, vol. 392, pp. 971–984. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(18\)31559-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(18)31559-9)
7. Poklepovic A. S., Luke J. J. Considering adjuvant therapy for stage II melanoma. *Cancer*, 2020, vol. 12, no. 6, pp. 116–1174. <https://doi.org/10.1002/cncr.32585>
8. Shirzadfar H., Riahi S., Ghaziasgar M. S. Cancer imaging and brain tumor diagnosis. *Journal of Bioanalysis & Biomedicine*, 2017, vol. 9, no. 1. <https://doi.org/10.4172/1948-593X.1000e149>
9. Shirzadfar H., Khanahmadi M. Current approaches and novel treatment methods for cancer and radiotherapy. *International Journal of Biosensors & Bioelectronics*, 2018, vol. 4, no. 5, pp. 224–229. <https://doi.org/10.15406/ijbsbe.2018.04.00131>
10. Blackadar C. B. Historical review of the causes of cancer. *World J Clin Oncol*, 2016, vol. 7, no. 1, pp. 54–86. <https://doi.org/10.5306/wjco.v7.i1.54>
11. Li Q., Lei X., Zhu J., Zhong Y., Yang J., Wang J., Tan H. Radiotherapy/Chemotherapy-Immunotherapy for Cancer Management: From Mechanisms to Clinical Implications. *Oxidative Medicine and Cellular Longevity*, 2023, vol. 22, pp. 1–9. <https://doi.org/10.1155/2023/7530794>
12. Tandle A., Blazer D., Libutti S. Antiangiogenic gene therapy of Cancer: Recent developments. *Journal of Translational Medicine*, 2024, vol. 2, no. 22. <https://doi.org/10.1186/1479-5876-2-22>
13. Kuznetsov M., Kolobov A. Antiangiogenic Therapy Efficacy Can Be Tumor-Size Dependent, as Mathematical Modeling Suggests. *Mathematics*, 2024, no. 12, pp. 353 (1–15). <https://doi.org/10.20944/preprints202312.1177.v1>
14. Kong C., Chen X. Combined Photodynamic and Photothermal Therapy and Immunotherapy for Cancer Treatment: A Review. *International Journal of Nanomedicine*, 2022, vol. 17, pp. 6427–6446. <https://doi.org/10.2147/IJN.S388996>
15. Tuchina D. K., Sindeeva O. A., Tuchin V. V., Meerovich I. G., Zherdeva V. V., Kazachkina N. I., Solov'ev I. D., Savitsky A. P., Bogdanov A. A. Prospects for multimodal visualisation of biological tissues using fluorescence imaging. *Quantum Electronics*, 2021, vol. 51, no. 2, pp. 104–117. <https://doi.org/10.1070/QEL17512>
16. Tuchin V. V., Zhu D., Genina E. A. *Handbook of Tissue Optical Clearing: New Prospects in Optical Imaging*. Boca Raton, FL, Taylor & Francis Group LLC, CRC Press, 2022. 688 p.
17. Ye Y., Lin J. Finger Instability Accelerates Population Growth of a Proliferating Cell Collective. *Physical Review Letters*, 2024, no. 132, pp. 018402 (1–7). <https://doi.org/10.1101/2023.05.28.542614>
18. Helmlinger G., Netti P., Lichtenbeld H., Melder R., Jain R. Solid stress inhibits the growth of multicellular tumor spheroids. *Nat. Biotechnol.*, 1997, vol. 15, pp. 778–783. <https://doi.org/10.1038/nbt0897-778>
19. Alessandri K., Sarangi B. R., Gurchenkov V. V., Sinha B., Kießling T. R., Fetler L., Rico F., Scheuring S.,

## References

- Wang Ch., Zeng Y., Chen K.-F., Lin J., Yuan Q., Jiang X., Wu G., Wang F., Jia Y.-G., Li W. A self-monitoring microneedle patch for light-controlled synergistic treatment of melanoma. *Bioactive Materials*, 2023, no. 27, pp. 58–71. <https://doi.org/10.1016/j.bioactmat.2023.03.016>
- Apalla Z., Nashan D., Weller R. B., Castellsague X. Skin cancer: Epidemiology, disease burden, pathophysiology, diagnosis, and therapeutic approaches. *Dermatol. Ther.*, 2017, vol. 7, pp. 5–19. <https://doi.org/10.1007/s13555-016-0165-y>
- Lo J. A., Fisher D. E. The melanoma revolution: From UV carcinogenesis to a new era in therapeutics. *Science*, 2014, vol. 346, no. 6212, pp. 945–949. <https://doi.org/10.1126/science.1253735>
- Saginala K., Barsouk A., Aluru J. S., Rawla P., Barsouk A. Epidemiology of melanoma. *Med. Sci.*, 2021, vol. 9, no. 63. <https://doi.org/10.3390/medsci9040063>
- Bakhareva Y. O., Tarakanova V. O., Rubanyak M. Yu., Kamenskikh E. M. Melanoma of the skin (C43): Analysis of morbidity and mortality trends in the light of the COVID-19 pandemic, molecular epidemiology. *Voprosy Onkologii*, 2023, vol. 69, no. 4, pp. 631–638 (in Russian). <https://doi.org/10.37469/0507-3758-2023-69-4-631-638>
- Schadendorf D., Berking C., Griewank K. G., Gutzmer R., Hauschild A., Stang A., Roesch A., Ugurel S. Melanoma. *The Lancet*, 2018, vol. 392, pp. 971–984. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(18\)31559-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(18)31559-9)
- Poklepovic A. S., Luke J. J. Considering adjuvant therapy for stage II melanoma. *Cancer*, 2020, vol. 12, no. 6, pp. 116–1174. <https://doi.org/10.1002/cncr.32585>
- Shirzadfar H., Riahi S., Ghaziasgar M. S. Cancer imaging and brain tumor diagnosis. *Journal of Bioanalysis & Biomedicine*, 2017, vol. 9, no. 1. <https://doi.org/10.4172/1948-593X.1000e149>
- Shirzadfar H., Khanahmadi M. Current approaches and novel treatment methods for cancer and radiotherapy. *International Journal of Biosensors & Bioelectronics*, 2018, vol. 4, no. 5, pp. 224–229. <https://doi.org/10.15406/ijbsbe.2018.04.00131>
- Blackadar C. B. Historical review of the causes of cancer. *World J Clin Oncol*, 2016, vol. 7, no. 1, pp. 54–86. <https://doi.org/10.5306/wjco.v7.i1.54>
- Li Q., Lei X., Zhu J., Zhong Y., Yang J., Wang J., Tan H. Radiotherapy/Chemotherapy-Immunotherapy for Cancer Management: From Mechanisms to Clinical Implications. *Oxidative Medicine and Cellular Longevity*, 2023, vol. 22, pp. 1–9. <https://doi.org/10.1155/2023/7530794>
- Tandle A., Blazer D., Libutti S. Antiangiogenic gene therapy of Cancer: Recent developments. *Journal of Translational Medicine*, 2024, vol. 2, no. 22. <https://doi.org/10.1186/1479-5876-2-22>
- Kuznetsov M., Kolobov A. Antiangiogenic Therapy Efficacy Can Be Tumor-Size Dependent, as Mathematical Modeling Suggests. *Mathematics*, 2024, no. 12, pp. 353 (1–15). <https://doi.org/10.20944/preprints202312.1177.v1>
- Kong C., Chen X. Combined Photodynamic and Photothermal Therapy and Immunotherapy for Cancer Treatment: A Review. *International Journal of Nanomedicine*, 2022, vol. 17, pp. 6427–6446. <https://doi.org/10.2147/IJN.S388996>
- Tuchina D. K., Sindeeva O. A., Tuchin V. V., Meerovich I. G., Zherdeva V. V., Kazachkina N. I., Solov'ev I. D., Savitsky A. P., Bogdanov A. A. Prospects for multimodal visualisation of biological tissues using fluorescence imaging. *Quantum Electronics*, 2021, vol. 51, no. 2, pp. 104–117. <https://doi.org/10.1070/QEL17512>
- Tuchin V. V., Zhu D., Genina E. A. *Handbook of Tissue Optical Clearing: New Prospects in Optical Imaging*. Boca Raton, FL, Taylor & Francis Group LLC, CRC Press, 2022. 688 p.
- Ye Y., Lin J. Finger Instability Accelerates Population Growth of a Proliferating Cell Collective. *Physical Review Letters*, 2024, no. 132, pp. 018402 (1–7). <https://doi.org/10.1101/2023.05.28.542614>
- Helmlinger G., Netti P., Lichtenbeld H., Melder R., Jain R. Solid stress inhibits the growth of multicellular tumor spheroids. *Nat. Biotechnol.*, 1997, vol. 15, pp. 778–783. <https://doi.org/10.1038/nbt0897-778>
- Alessandri K., Sarangi B. R., Gurchenkov V. V., Sinha B., Kießling T. R., Fetler L., Rico F., Scheuring S.,

- Lamaze C., Simon A. Cellular capsules as a tool for multicellular spheroid production and for investigating the mechanics of tumor progression *in vitro*. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 2013, vol. 110, no. 37, pp. 14843–14848. <https://doi.org/10.1073/pnas.1309482110>
20. Delarue M., Hartung J., Schreck C. F., Gniewek P., Hu L., Herminghaus S., Hallatschek O. Self-driven jamming in growing microbial populations. *Nat. Phys.*, 2016, vol. 12, no. 8, pp. 762–766. <https://doi.org/10.1038/nphys3741>
  21. Rizzuti F., Mascheroni P., Arcucci S., Ben-M'eriem Z., Prunet A., Barentin C., Rivi'ere C., Delanoë-Ayari H., Hatzikirou H., Guillermot-Guibert J., Delarue M. Mechanical control of cell proliferation increases resistance to chemotherapeutic agents. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, vol. 125, no. 12, pp. 128103 (1–7). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.128103>
  22. Alric B., Formosa-Dague C., Dague E., Holt L., Delarue M. Macromolecular crowding limits growth under pressure. *Nat. Phys.*, 2022, vol. 18, pp. 411–416. <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01506-1>
  23. Liedekerke P. V., Neitsch J., Johann T., Alessandri K., Nassoy P., Drasdo D. Quantitative cell-based model predicts mechanical stress response of growing tumor spheroids over various growth conditions and cell lines. *PLoS Comput. Biol.*, 2019, vol. 15, pp. e1006273 (1–44). <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1006273>
  24. Nürnberg E., Vitacolonna M., Klicks J., von Molitor E., Cesetti T., Keller F., Bruch R., Ertongur-Fauth T., Riedel K., Scholz P., Lau T., Schneider R., Meier J., Hafner M., Rudolf R. Routine optical clearing of 3d-cell cultures: Simplicity forward. *Frontiers in Molecular Biosciences*, 2020, vol. 7, pp. 1–19. <https://doi.org/10.3389/fmolb.2020.00020>
  25. Gunasingh G., Browning A., Haass N. Rapid optical clearing for high-throughput analysis of tumour spheroids. *Preprints*, 2022, vol. 186, pp. 1–8. <https://doi.org/10.20944/preprints202111.0488.v1>
  26. Gayathri K., Puja L., Sebastian J., Sivakumar K., Mishra R. Understanding the combined effects of high glucose induced hyper-osmotic stress and oxygen tension in the progression of tumourigenesis: From mechanism to anti-cancer therapeutics. *Cells*, 2023, vol. 12, no. 6, pp. 825 (1–30). <https://doi.org/10.3390/cells12060825>
  27. Romanovsky Y. M., Stepanova N. V., Chernavsky D. S. *Matematicheskoe modelirovaniye v biofizike* [Mathematical modelling in biophysics]. Moscow, Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2003. 402 p. (in Russian).
  28. Romanovsky Y. M., Stepanova N. V., Chernavsky D. S. *Matematicheskay biofizika* [Mathematical Biophysics]. Moscow, Nauka, 1984. 304 p. (in Russian).
  29. Hoshino T., Liu M.-W., Wu K.-A., Chen H.-Y., Tsuruyama T., Komura S. Pattern formation of skin cancers: Effects of cancer proliferation and hydrodynamic interactions. *Phys. Rev. E*, 2019, vol. 99, no. 3, pp. 032416. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.032416>
  30. Semenova N., Tuchin V. V. Impact of osmotic pressure on cancer cells in a three-dimensional cellular lattice and cell spheroid. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, vol. 29, no. 4, pp. 559–570 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2021-29-4-559-570>
  31. Semenova N., Tuchin V. V. 3D models of the dynamics of cancer cells under external pressure. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2021, vol. 31, no. 8, pp. 083122 (1–8). <https://doi.org/10.1063/5.0056764>
  32. Svetlitsyna N., Semenova N., Tuchin V. V. Conditions of acceleration and deceleration of the cancer cell growth under osmotic pressure. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2024, vol. 34, no. 2, pp. 0211024 (1–6). <https://doi.org/10.1063/5.0189550>
  33. Program for modeling melanoma growth on two-dimensional epidermis surface under conditions of osmotic and mechanical pressure. Semenova N. I., Svetlitsyna N. A. Certificate of state registration of computer program No. 2023665951. Application No. 2023665233. Date of receipt July 23, 2023. Registered in the Register of Computer Programs July 24, 2023.
  34. Phototherapy for Psoriasis. Site. Available at: <https://www.psoriasis.org/phototherapy/> (accessed June 29, 2024).
  35. Selifonov A., Selifonova E., Tuchin V. V. Effect of e-liquid on the optical properties of the gingival mucosa: Ex vivo studies. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2023, vol. 29, iss. 4, pp. 7100808 (1–8). <https://doi.org/10.1109/JSTQE.2023.3259244>

Поступила в редакцию 08.07.2024; одобрена после рецензирования 01.10.2024; принята к публикации 15.10.2024  
The article was submitted 08.07.2024; approved after reviewing 01.10.2024; accepted for publication 15.10.2024

## ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 384–395  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 384–395  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-384-395>, EDN: EKUUBO

Научная статья  
УДК 53(470+571)+929 Романовский

### Юрий Михайлович Романовский – судьба, наука и встречи

А. Ю. Романовский<sup>1</sup>✉, М. Ю. Романовский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «НТР», Россия, 127521, г. Москва, 12-й проезд Марьиной Рощи, д. 9, стр. 1

<sup>2</sup>АНО Национальный центр физики и математики, Россия, 607182, г. Саров, ул. Парковая, д. 1, стр. 3

Романовский Александр Юрьевич, кандидат экономических наук, менеджер по развитию, [alex\\_romanovsky@mail.ru](mailto:alex_romanovsky@mail.ru)

Романовский Михаил Юрьевич, доктор физико-математических наук, доцент, заместитель директора, [MYRomanovsky@rosatom.ru](mailto:MYRomanovsky@rosatom.ru)

**Аннотация.** Статья представляет собой воспоминания о Юрии Михайловиче Романовском (1929–2022) – биофизике с мировым именем, почетном профессоре МГУ, этапах его жизни, научной и личной судьбе – его сыновей Михаила и Александра. Описывается становление Ю. М. Романовского как ученого и личности, влияние на него семьи, однокурсников, старших сподвижников и друзей, представлявших цвет советской и российской науки за последние 60 лет, а также его личный вклад в мировую науку – особенно в математическую биофизику. Много внимания уделено его научно-общественной деятельности: от председателя жилищного кооператива ученых и преподавателей МГУ до составления биографий выпускников физического факультета МГУ, внесших неоценимый вклад в развитие научного и промышленного потенциала нашей страны. Отмечена его активная деятельность, способствовавшая развитию сотрудничества МГУ и СГУ в области биофизики и нелинейной динамики.

**Ключевые слова:** биография, наука, биофизика, Ю. М. Романовский

**Для цитирования:** Романовский А. Ю., Романовский М. Ю. Юрий Михайлович Романовский – судьба, наука и встречи // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 384–395. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-384-395>, EDN: EKUUBO

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Yuri M. Romanovsky – destiny, science, rendezvous**

А. Yu. Romanovsky<sup>1</sup>✉, М. Yu. Romanovsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup>NTR LLC, 9, b. 1 12th passage of Mar'ina Roscha, Moscow 127521, Russia

<sup>2</sup>National Center for Physics and Mathematics, 1, b. 3 Parkovaya St., Sarov 607182, Russia

A. Yu. Romanovsky, [alex\\_romanovsky@mail.ru](mailto:alex_romanovsky@mail.ru)

M. Yu. Romanovsky, [MYRomanovsky@rosatom.ru](mailto:MYRomanovsky@rosatom.ru)

**Abstract.** The article is a recollection of Yuri Mikhailovich Romanovsky, a world-famous biophysicist, Honorary Professor of Lomonosov Moscow State University, the stages of his life, scientific and personal destiny, of his sons – Mikhail and Alexander. The development of Yu. M. Romanovsky as a scientist and personality, the influence on him of his family, classmates, senior associates and friends, who represented the best people of Soviet and Russian science over the past 60 years, are described, as well as his personal contribution to world science – especially to mathematical biophysics. Much attention is paid to his scientific and social activities – from the chairman of the housing cooperative of scientists and teachers of Lomonosov



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ



Moscow State University to the collector of biographies of graduates of the Physics Department of Lomonosov Moscow State University, who made a huge contribution to the development of the scientific and industrial potential of our country. His enormous role in the development of cooperation between Lomonosov Moscow State University and Saratov State University in the field of biophysics and nonlinear dynamics is also presented.

**Keywords:** biography, science, biophysics, Yu. M. Romanovsky

**For citation:** Romanovsky A. Yu., Romanovsky M. Yu. Yuri M. Romanovsky – destiny, science, rendezvous. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 384–395 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-384-395>, EDN: EKUUBO

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Эта статья – воспоминание о Юрии Михайловиче Романовском, этапах его жизни, его научной и личной судьбе. Мы – два его сына, Михаил и Александр, – прожили большую часть его жизни вместе с ним.

Юрий Михайлович родился в Москве, в большом доме № 6 по Климентовскому переулку. Этот дом имел имя собственное – «Бабаневка», строил его купец Михаил Иванович Бабанев, архитектором был Эрнст-Рихард Карлович Нирнзее – известный московский строитель первых московских многоэтажек. Юрий Михайлович родился в этом доме 31 октября 1929 г., семья его составляла четыре человека вместе с ним: отец Михаил Алексеевич, мать Софья Юльевна и старшая сестра Александра.

Отец – Михаил Алексеевич Романовский (1891–1954) – окончил в 1918 г. Высшее коммерческое училище, сейчас это Плехановский университет. Его специальностью была экономика, и он впоследствии состоялся как один из первых профессиональных чиновников – организаторов российской науки. Михаил Алексеевич последовательно работал на самых разных должностях. Наиболее заметная должность – учений секретарь высшей аттестационной комиссии (ВАК). В дальнейшем он перешел в Президиум Академии наук СССР и работал у академика О. Ю. Шмидта. Последняя его должность – представитель Академии наук в Западно-Сибирском и Восточно-Сибирском филиалах АН СССР. Таким образом, он имел прямое отношение к организации Сибирского отделения Академии наук, но не дожил до организации СО АН СССР: Михаил Алексеевич скончался в 1954.

Михаил Алексеевич происходил из семьи священников, малая родина этой семьи – Борисоглебский уезд Воронежской губернии (ныне Тамбовская область), село Черняное. У Михаила Алексеевича было одиннадцать братьев и сестер, несколько братьев погибло в Великую Отечественную войну. Как самый старший в семье, Михаил Алексеевич был освобожден от воин-

ской повинности. Но осенью 1941 г. он был зачислен в народное ополчение и ушел на фронт обороны Москвы. Однако по ходатайству уполномоченного Государственного комитета обороны СССР по науке С. В. Кафтanova его отзывали из армии, в результате он в эту войну так и не воевал, а был направлен работать в Академию наук СССР. А вот в Первую мировую войну Михаил Алексеевич воевал в чине офицера и в известном Брусиловском прорыве в 1916 г. познакомился со своей будущей женой Софьей Юльевной Штернман (1890–1966), которая была военным врачом.

Биография Софьи Юльевны тоже крайне интересна. Она по происхождению из семьи земских врачей, родилась в городе Лозовая Харьковской губернии, окончила гимназию. Но в силу того, что по вероисповеданию она числилась иудейкой, на нее действовал ценз оседлости, и поступить в Московский университет или другой центральный университет России ей было очень трудно. Тогда ее отец отправил в 1910 г. трех своих детей – Софью с братом и сестрой – в Париж, где они поступили учиться в Сорbonну на медицинский факультет. Софья Юльевна училась там до начала Первой мировой войны. После начала войны она добровольцем пошла в качестве зауряд-врача в Русский экспедиционный корпус, работала и с ранеными французами, познакомилась, в частности, с молодым капитаном Шарлем де Голлем. Позже при ротации Русского экспедиционного корпуса в начале 1916 г. она вернулась в Россию.

В 1918 г. у Михаила Алексеевича и Софьи Юльевны родилась дочь Александра, и они переехали в Москву, где года с двадцать первого – двадцать второго поселились в квартире на Климентовском. Немного об Александре Михайловне. Она прожила очень долгую жизнь (1918–2008). По образованию была инженер-металлург, прошла в войну эвакуацию и работу на металлургическом заводе на Урале. У нее была непростая личная жизнь, вырастила двоих сы-



Михаил Алексеевич Романовский в студенческой форме (1910-е гг.)

Michael A. Romanovsky in student uniform (1910s)



Софья Юльевна Штернман (в будущем Романовская) в медицинской форме (Париж, начало 1910-х гг.)

Sofia Yu. Shternman (in future Romanovskaya) in medical uniform (Paris, early 1910s)

новей, наших старших двоюродных братьев – Павла и Михаила. В общем, она была очень достойным человеком. Мы с ней всегда пересекались на даче, которую построил в подмосковном Кратово Михаил Алексеевич со своим отцом. Первым годом жизни на даче был 1941 г., соответственно, Юрий Михайлович был тогда еще мальчишкой, а Александра Михайловна уже была замужем за первым мужем. Он (инженер-металлург) работал вместе с ней и трагически погиб – был убит на работе, по-видимому, диверсантами.

Возвращаемся к матери Юрия Михайловича – Софье Юльевне Штернман. Она завершила медицинское образование в России, защитила кандидатскую диссертацию по специальности педиатрия. Специализация была редкая – детская санитария и гигиена. Софья Юльевна имела довольно много публикаций, в том числе популярного характера. В той довоенной обстановке, в войну и сразу после войны такие книги представляли довольно большую ценность как

руководство к действию – санитарно-гигиеническая ситуация в стране была отнюдь не ровная. Ее книжки в 1952 г. были переведены на китайский язык – там тоже с гигиеной было не очень хорошо. Работала Софья Юльевна всю жизнь в Институте педиатрии Российской академии медицинских наук.

Юрий Михайлович пошел в школу в Замоскворечье, школа стояла на улице Бахрушина. Проучился там до войны несколько лет (потом в ней учились наши старшие двоюродные братья). В конце 1941 г. после возвращения из армии Михаил Алексеевич с Софьей Юльевной и младшим сыном были эвакуированы в Томск.

В эвакуации Юрий Михайлович вел дневник, куда заносил происходящие события, например освобождение наших городов. Зимой 1942–1943 гг. идут записи про Сталинград и другие города. Естественно, жизнь в эвакуации в Томске была нелегкая, работали и Михаил Алексеевич, и Софья Юльевна, и еще отец ходил в школу. Конечно, эвакуация довольно сильно



отложилась у него в памяти. Он про эвакуацию подробно не рассказывал, но упоминал часто. Рассказывал, что где-то в начале 1942 г. по карточкам им неожиданно выдали почти килограмм горького шоколада, который он растягивал на мечты.

Семья вернулась в Москву в 1943 г. Юрий Михайлович снова идет в школу, а после ее окончания в 1947 г. поступает в Московский университет и начинает учиться еще в старом здании физического факультета. О выборе физфака Юрий Михайлович вспоминал так: «Почему же я выбрал физфак? Моим коњком была химия, именно химия. Любимым моим учителем был школьный учитель-химик Павел Александрович Глариозов. Он требовал от нас научного подхода как на обычных занятиях, так и в настоящей школьной лаборатории. Приходилось много чего титровать, выпаривать, назубок знать систематику органических соединений и т. д. и т. п. Так вот, решение пойти на физфак определилось тремя причинами. Во-первых, годом раньше на физфак поступила моя дачная подруга Ольга Смирнова, в которую я был влюблена. Во-вторых, сам я рассудил, что, окончив физфак, смогу работать в любой области, хотя бы в той же химии. И в-третьих, я находился под впечатлением книги про атомную бомбу – «Ярче тысячи солнц», автором которой являлся, кажется, Юнг. Как я узнал позже, многие мои сокурсники пошли на физфак, прочитав именно ее.

Что же до меня, то тем летом 1947 г. я сдал 11 экзаменов на аттестат зрелости и еще 8 одинаково сложных конкурсных экзаменов (включая химию и немецкий язык) на физфак МГУ, в среднем все на «4». По письменной алгебре получил «5», будучи единственным отличником в своем варианте! Это все и определило»\*.

Физфак размещался там, где сейчас находится Институт радиотехники и электроники РАН – прямо на Моховой, в глубине, и выходит на Манежную площадь. Физический факультет строился в начале XX в., сдан был в 1901 г. именно как здание физического факультета МГУ. На курс набрали больше трехсот пятидесяти человек, и, конечно, среди них оказалось очень много фронтовиков. В последние годы жизни Юрий Михайлович практически в одиночку собрал и написал книгу о своем курсе [1]. Завершили обучение около 300 человек, из которых 5 человек стали академиками, еще 5 – членами-

корреспондентами, а 36 – лауреатами Ленинских, Государственных и других премий. Все эти люди оказали на него сильнейшее влияние. У него появились на физическом факультете близкие друзья, про которых он много нам рассказывал, и, собственно, один из нас (Михаил) всех их знал. «Главных» друзей на курсе было три человека. Они в значительной степени сформировали его как физика, и, наверное, как человека тоже.

Михаил Львович Цетлин (1924–1966), фронтовик, орденоносец, продолжил обучение в МГУ с 1947 г. после демобилизации и оказался на том же курсе, что и Юрий Михайлович. Он, благодаря своей общительности и дружелюбию, быстро стал душой курса. Впоследствии – родоначальник теории конечных автоматов, родоначальник настоящей биокибернетики, если угодно, это был советский Норберт Винер. К сожалению, он скончался молодым в середине 1960-х гг., не дожив даже до пятидесяти лет. Это был великий человек, для Юрия Михайловича очень большой авторитет.

С одним своим другом они весь период обучения на физфаке просидели за одной партой. Это Олег Владимирович Богданкович (1928–2001), впоследствии – известнейший физик, сотрудник Физического института им. П. Н. Лебедева АН СССР, родоначальник исследования эффекта люминесценции под действием электронных пучков, доктор наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР. Настоящий ученый-экспериментатор, он любые работы, будь то сварочные, слесарные, плотницкие или токарные, выполнял на профессиональном уровне. Одно время он был научным «фаворитом» Н. Г. Басова. В 1964 г. совместно с Н. Г. Басовым и А. Г. Девятковым создал первый лазер на основе CdS с возбуждением пучком быстрых электронов. В 1966 г. вместе с Н. Г. Басовым и А. С. Насибовым предложил новый принцип лазерного проекционного телевидения. После ухода из ФИАНа Олег Владимирович длительное время работал во ВНИИ метрологической службы Госстандарта СССР, размещавшемся в Андреевском монастыре, который находится рядом с Российской академией наук (Ленинский пр-т, 32А).

Еще одним человеком, который очень сильно повлиял на Юрия Михайловича как на ученого, был Руслан Леонтьевич Стратонович. Наверное, это был главный статистический физик

\*Здесь и далее авторами статьи приводятся фрагменты из дневников Юрия Михайловича Романовского.



в мире второй половины – конца XX в. Его результатами ученые пользуются очень активно. Не все ссылаются, конечно, поскольку на наших неохотно ссылаются на Западе, хотя Р. Л. Стратонович там много публиковался. В соавторстве с Русланом Леонтьевичем Юрий Михайлович написал несколько статей, на некоторые ссылаются до сих пор.

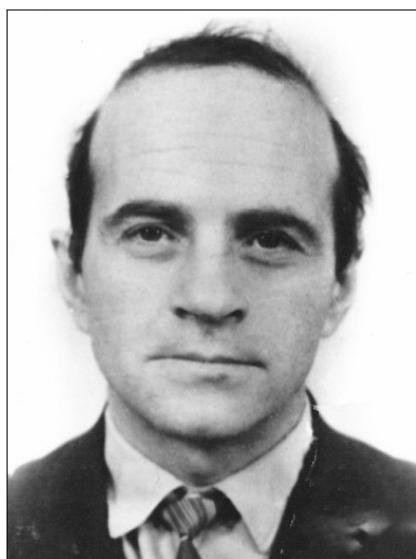
Таким образом, по-видимому, под влиянием Р. Л. Стратоновича Юрий Михайлович был по молодости статистическим радиофизиком. Научным руководителем дипломной работы у него был профессор К. Ф. Теодорчик, известнейший радиофизик, он многих выучил – в его же группе, например, Сергея Александровича Ахманова (1929–1991). Впоследствии Юрий Михайлович работал в должности профессора на кафедре, которой заведовал С. А. Ахманов. С многими из тех людей, с которыми он «прошел» физический факультет, Юрий Михайлович потом и дальше шел по жизни и в науке.

Распределение после вуза было тогда обязательным. Юрий Михайлович был распределен в НИИ автоприборов, где он познакомился со своей будущей женой и нашей матерью Лией Михайловной Андриановой. Отработав в НИИ автоприборов по распределению три года, он восстановил старые связи и вернулся на кафедру физического факультета МГУ к Сергею Павловичу Стрелкову, очень известному механику, одному из отцов теории колебаний.

Под руководством С. П. Стрелкова Юрий Михайлович защитил в 1961 г. кандидатскую диссертацию «Колебания упругого самолета под действием атмосферной турбулентности», остался на физическом факультете МГУ и стал, как он выражался, «турбулизатором» (это от турбулентности, которой он тогда занимался).

Какие были в молодости (и позднее) увлечения у Юрия Михайловича? Одно из увлечений, наверное, достаточно традиционное для прошлой молодежи конца сороковых – начала пятидесятых годов, это походы, в основном водные, по стране. Он с друзьями – М. Л. Цетлиным, О. В. Богданкевичем – и с будущей женой О. В. Богданкевича путешествовал по Уралу, Алтаю, по рекам Белой, Бие, Каме, Чусовой, по озеру Селигер. Юрий Михайлович и нас приучил к байдарочным походам. С его подачи Михаил завел себе первую байдарку. Юрий Михайлович ездил с нами в различные туристические лагеря.

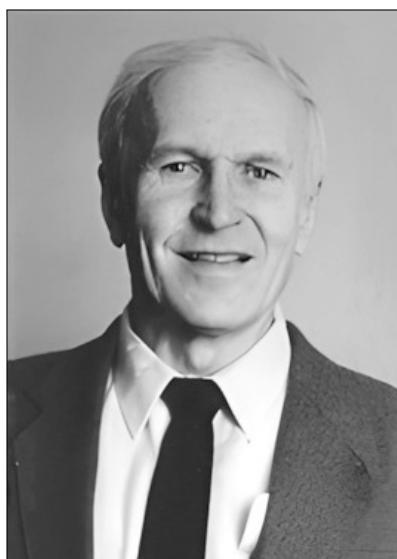
Другое увлечение родилось чуть позже под влиянием младшего поколения. Наши старшие двоюродные братья начали собирать марки, за ними, будучи мальчишкой, стал собирать Михаил. Юрий Михайлович в молодости тоже собирал марки, но коллекция тогда была, видимо, не очень большая, и была утрачена. А уже по примеру мальчишек он начал собирать марки всерьез и собрал довольно обширную коллекцию. Интересами в филателии у него были марки России и Советского Союза. Кроме того, во вре-



М. Л. Цетлин  
Mikhail L. Zetlin



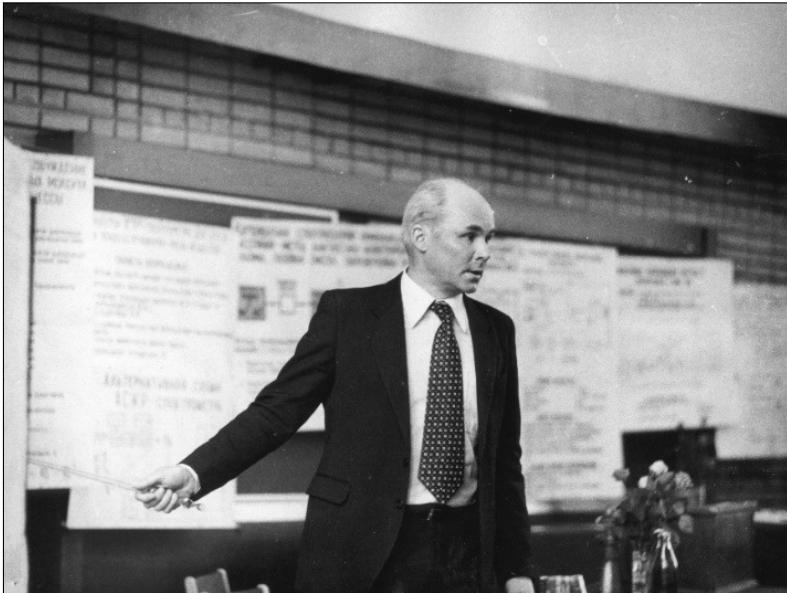
О. В. Богданкевич  
Oleg V. Bogdankevich



Р. Л. Стратонович  
Ruslan L. Stratovich



С. П. Стрелков  
Sergei P. Strelkov



С. А. Ахманов  
Sergei A. Akhmanov

мя и после поездки на Кубу он стал собирать и коллекцию марок Кубы. Надо сказать, что самых дорогих экземпляров, типа консульского полтинника РСФСР, у него не было. Еще он собирал «искусство» – очень любил ту серию картин на марках, которая регулярно выпускалась во Франции. Когда мы начали ездить за границу, в ту же Францию и другие страны, мы всегда ему эти марки привозили. Филателия тогда в Советском Союзе в силу его «герметичности» была неким окном в мир.

Большим жизненным этапом для Юрия Михайловича стала командировка на Кубу. В 1968 г. он был в составе группы преподавателей МГУ отряжен в Гаванский университет, где полгода преподавал физику. Он обехал всю Кубу. На эту командировку пришелся пик его увлечения фотографией. Он и до Кубы хорошо фотографировал, причем самым простым фотоаппаратом – ФЭД-2, со вкусом выбирая сюжеты. Он нас всегда учили, что на фотографии обязательно должен быть человек, то есть фотография без людей никому, в общем, не нужна – это уже не фотография, а открытка, открытку можно купить в киоске. О Кубе у Юрия Михайловича осталось много воспоминаний и много друзей, среди коллег отца на Кубе были очень интересные люди. Упомянем только одного из них – героя Советского Союза Георгия Федоровича Тимушева (1922–1997). Яркий человек, крупный ученый, в прошлом депутат Верховного Совета СССР, он был постарше отца, героически прошел войну. Несомненно,

он значительно повлиял на мировоззрение Юрия Михайловича.

После Кубы к нему пришло новое увлечение. Он стал ездить на Север, познакомился с новыми людьми. Среди его знакомых был великий русский поэт Николай Рубцов. Но они общались очень недолго – Рубцов трагически погиб. Юрий Михайлович даже имел некую недвижимость на Вологодчине. Его любимое место было даже не Вологда, не Великий Устюг – города, а поселок Тотьма. Он провел на Севере довольно много лет, ездил в отпуск летом. Продолжалось это, наверное, лет пятнадцать. Образовались там у него друзья, он этих людей любил, потому что люди русского Севера немножко другие. Северный русский крестьянин вообще не понимал, кто такие начальники – жили всегда, надеясь только на себя, условия суровые, зима длинная, даже советская власть выкорчевывать суть характера северного русского крестьянина не смогла. Наверное, Юрий Михайлович это и ценил.

О семье. В НИИ автоприборов он познакомился со своей будущей женой Лией Михайловной Андриановой (1926–2023), это наша мама. Она сохранила свою фамилию, доставшуюся ей от ее матери – революционерки Екатерины Петровны Андриановой. Отец и мать Лии Михайловны были расстреляны (отец – в 1937 г., мать по так называемому «второму» списку – в октябре 1942 г.), и ее удочерила тетка – Надежда Петровна с мужем Михаилом Петровичем Вагиным. Лия Михайловна в 1949 г. окончила МЭИ,



работала по распределению на заводе «Электроприбор» в г. Куйбышеве, а с 1952 г. перевелась в московский НИИ автотехники.

Свадьба родителей состоялась в январе 1955 г., привел Юрий Михайлович нашу маму на Климентовский. В трех комнатах жили мы четверо с отцом и матерью, Александра Михайловна, ее муж и два наших старших двоюродных брата. Была жива бабушка, Софья Юльевна, нянька Матрена Фоминична. Нас было десять человек в трех комнатах, и еще трое человек было соседей, они жили в отдельной комнате – бабушка, дочка и внучка.

На фотографии наша мама. На другой фотографии четыре брата. Совсем маленький, который сидит на шее у Михаила (наш младший двоюродный брат, сын Александры Михайловны Романовской), – это Александр, рядом стоит старший двоюродный брат Павел, ниже – Михаил, ученик первого класса. Двоюродные – школьники старших классов.

В 1964 г. мы вчетвером переехали в новый район на улицу маршала Тухачевского, дом 31. Дом вместе с соседним был одним из первых кооперативов, которые были организованы в Москве в Московском университете, и Юрий Михайлович был председателем правления этого кооператива. Как мы помним, это была довольно тяжелая работа (председательство), потому что надо было доставать бетонные блоки, электрику, разные стройматериалы. Председательская доля предполагала и разбор жалоб. Были такие:

«... и вот доводим до Вашего сведения, что наши соседи за стеной все время очень громко разговаривают по-французски и печатают на машинке тоже по-французски...». Оба дома были благополучно выстроены в 1964 г. и до сих пор стоят. Во время румынского землетрясения 1977 г. до Москвы дошло колебание в 2-3 балла. В соседней строящейся 16-этажке фундамент в одном месте дал трещину, заселение отложили почти на год. А в наших домах благодаря расположению и фундаменту, о блоках которого отец хлопотал, – хоть бы что.

Поскольку это был университетский кооператив, там образовалось довольно интересное общество. Из знаковых персон, например, там владел квартирой, правда, недолго, Г. Х. Попов, впоследствии мэр Москвы, тогда он был молодым человеком. Проживали известный поэт В. Н. Корнилов, искусствовед М. О. Чудакова. Владел квартирой сын писателя И. А. Ефремова Алан. Он был старше одного из нас (Михаила) лет на десять–пятнадцать. А. И. Ефремов был очень интересным человеком, по профессии инженер-гидростроитель. Он объехал весь мир, строил гидроэлектростанции, живо рассказывал о разных случаях в Камбодже, Иордании. Образовались прочные семейные дружеские связи с семьей Лидии Александровны и Олега Михайловича Фаворовых и семьей Елены Беловны и Александра Ефимовича Аграчевых. Все тусовки, праздники, часто и отпуска мы проводили вместе. Когда собирались все, то столы накрывали



Лия Михайловна Андрианова, середина 1960-х гг. Сыновья и племянники: Михаил с младшим сыном Александром на плечах, справа – Павел, перед ними – сын Михаил. Начало 1964 г., Климентовский

Lia M. Andrianova, mid-1960s. Sons and nephews: Michael with the youngest son Alexander on his shoulders, Pavel on the right, son Michael in front of them. The beginning of 1964, Klimentovsky



лись на три этажа. Появлялись такие «медийные» персоны, как Е. С. Гинзбург, Т. Л. Мотылева.

Важное место в жизни Юрия Михайловича занимала дача в Крагово, недалеко от платформы Казанской железной дороги «Отдых». Она была построена, как говорилось выше, его отцом Михаилом Алексеевичем в 1939–1941 гг., и первым летом, началом «дачной» жизни, было лето 1941 г. Дача стала домом для уже четырех поколений Романовских. Последнюю реконструкцию на даче провели в 2015–2016 гг. Александр вместе в двоюродным братом Павлом выстроили на месте старого дома большой зимний коттедж. Летом 2016 г. аккурат на 90-летие нашей мамы Лии Михайловны, родители въехали в новый дом и с удобством расположились в комнатах первого этажа. Родители фактически постоянно жили на даче все свои последние годы и дни. Юрий Михайлович принимал очень деятельное участие в новой масштабной стройке и обустройстве нового дома.

*О науке, учителях, соратниках и учениках.* Руководителем дипломной работы отца был профессор К. Ф. Теодорчик, известный радиофизик и исследователь магнитных явлений. Но, конечно, настоящим учителем Юрия Михайловича в физике (и жизни), был, как уже говорилось, до конца своих дней Сергей Павлович Стрелков (1905–1974). Этот человек оказал очень большое влияние на научную судьбу и просто судьбу Юрия Михайловича. Сергей Павлович был русским интеллигентом еще дореволюционного закала, хотя он 1905 года рождения. Он был одним из отцов-разработчиков теории флаттера, теории шимми. Его учебниками – «Механика» и «Введение в теорию колебаний» – студенты, аспиранты и ученые пользуются уже почти 80 лет. У Сергея Павловича, а он работал и в ЦАГИ, была дача в Жуковском, по другой стороне Казан-

ской железной дороги от платформы «Отдых» и от нашей дачи. Иногда отец ходил туда пешком и брал с собой Михаила. Именно С. П. Стрелков перебросил мостик от статистической радиофизики, чем Юрий Михайлович занимался до того, к теме кандидатской диссертации и шире – к изучению турбулентности. Последняя была связана с работами Юрия Михайловича по движению тел в жидкости (долгие годы закрытыми, только в конце 1990-х гг. стало возможным опубликовать некоторые достижения тех лет [2]).

Еще одним старшим товарищем, который оказал большое влияние на Юрия Михайловича, был Юрий Васильевич Шарвин (1919–1990), впоследствии академик АН СССР и самый главный экспериментатор-разработчик традиционных сверхпроводников. По-видимому, все сверхпроводящие устройства, которые есть сейчас, например, большой адронный коллайдер, стелларатор Wendelstein 7-X и многие другие, опираются на разработки именно Ю. В. Шарвина.

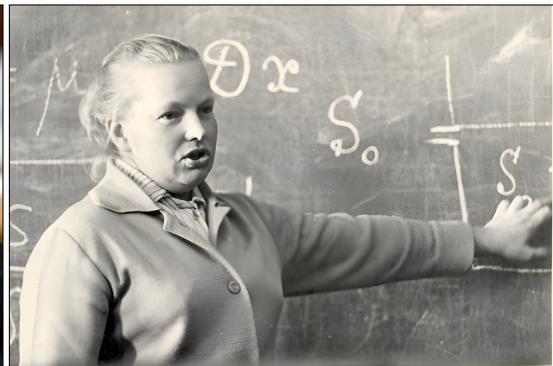
Огромное влияние на Юрия Михайловича оказали его соратники, с которыми он стал одним из отцов математической биофизики. С Натальей Вячеславовной Степановой (1930–1995) он познакомился на физфаке, она закончила МГУ на год позже, с Дмитрием Сергеевичем Чернавским (1926–2016), завсектром теоротдела ФИАН – в середине 1960-х гг. В это же время под влиянием академика Н. Д. Иерусалимского – чистого, вообще говоря, микробиолога, который тоже имел вкус к математике – Юрий Михайлович переходит от изучения турбулентности к работам по биофизике и публикует вместе с Н. В. Степановой и Д. С. Чернавским книгу «Что такое математическая биофизика?» [3]. Следует отметить, что в 1960-х гг. биофизика была описательной наукой, собирающей в «общий мешок» разрозненный набор биологических



Ю. В. Шарвин в молодости  
Yuri V. Sharvin in his youth



Д. С. Чернавский  
Dmitry S. Chernavsky



Н. В. Степанова  
Nataliya V. Stepanova



фактов, которые изучали методами общей физики. А три соавтора сделали первую (и достаточно плодотворную, как оказалось) попытку математизировать предмет, и дальше дело пошло: уже появились действительно математические теории, например теория работы молекулы АТФ.

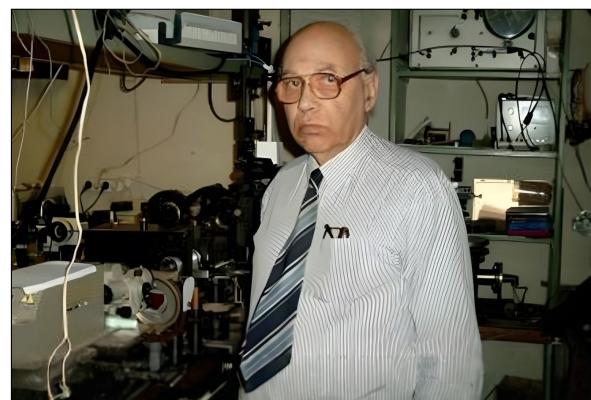
Большая часть жизни Юрия Михайловича происходила на физфаке Московского университета. Отец водил на физфак Михаила, а затем Александра – там было очень интересно. Его рабочим местом была комната 242 (прямо напротив Северной физической аудитории физфака), где у него был старинный стол (стол потом переехал в корпус нелинейной оптики и стоит там до сих пор). В комнате 242 были очень примечательные соседи. Там располагалась фотолаборатория, где хозяином был немолодой уже фотолаборант Сергей Борисович по прозвищу «Пузатрон» (он не обижался). Это был фронтовик с непростой судьбой. Вторым ярким человеком в комнате 242 был ученый с мировым именем Юрий Львович Климонтович (1924–2002). Юрий Львович, наряду с Р. Л. Стратоновичем, создал современную статистическую физику, это можно утверждать совершенно ответственно. Многие советские начальники на физфаке в годы «застоя» «скрипели зубами»: Ю. Л. Климонтович был очень известен в мире, и ему раз в неделю приходило не менее одного письма от ученых из-за рубежа (начальникам не приходило ничего). А последним «жителем» 242-й была Полина Соломоновна Ланда (1931–2022), много сделавшая в теории нелинейных колебаний, описании переходов «хаос-порядок» и в других физических задачах.



Ю. Л. Климонтович  
Yuri L. Klimontovich

Одним из близких друзей отца на кафедре был Виктор Иванович Шмальгаузен (1934–2019).

Здесь уместно рассказать о работе Юрия Михайловича на юге – сначала с базой в Феодосии, потом в Сухуми. С Виктором Ивановичем они занимались на юге, в Черном море, работами по гидроакустике. Задачи были чисто военные, в частности, занимались они расчетом динамики подводных объектов и их обнаружением. Работали они не с торпедами, не с подводными лодками, а с подводными ракетами. И случались иногда с этими ракетами разные «эпизоды»: например, когда ракета, вместо того чтобы пойти на мишень в глубине моря, вынырнула на поверхность, взлетела и пошла курсом на корабль, с которого они вели наблюдение. В общем, В. И. Шмальгаузен успел прыгнуть в море с борта, а Юрий Михайлович не успел. Ракета прошла в пяти метрах над палубой.



В. И. Шмальгаузен  
Viktor I. Shmal'gauzen

В 1975 г. Юрий Михайлович защитил докторскую диссертацию на тему «Автоколебательные системы с диффузионными связями», которая объединила его деятельность и как радиофизика и как биофизика. С защитой связана история его взаимоотношений с административным, партийным и неформальным руководством физфака. С администрацией – в первую очередь с деканом Василием Степановичем Фурсовым (1910–1998) (они работали на одной кафедре) и с его заместителями отношения были хорошие. Конфликт при защите диссертации возник с одним из неформальных лидеров физфака – известным физиком А. А. Власовым, который резко высказался против. Заметим, что в те годы защита докторских диссертаций в МГУ происходила только на одном диссертационном совете, и волны от этого конфликта разошлись широко. Диссертацию ВАК утвердил только через год.

Профессором Юрий Михайлович стал в 1982 г. и 40 лет состоял в этой должности,

став еще почетным профессором МГУ. Для него университет – и физический факультет, кафедра, одна из лучших кафедр факультета, – были местом сильнейшего притяжения. Это передавалось его ученикам. Всегда было огромное количество учеников, то ли 26, то ли 27 защищенных кандидатов наук, несколько докторов наук, среди прямых учеников – несколько членов РАН. В этом смысле Юрий Михайлович был крайне успешен, хотя про учеников мы слышали массу разных разговоров – в основном он их ругал. Вспоминается один из его разговоров с его другом и соседом, тоже профессором физфака Леонидом Николаевичем Рацковичем (1931–2021), известнейшим физиком-кристаллографом и товарищем по филателистическим увлечениям. Юрий Михайлович об очередном своем аспиранте кипятится: «Разгильдяй, статью не пишет, диссертацию не пишет» и т. п. Леонид Николаевич его спрашивает: «А что, твои аспиранты сами пишут свои диссертации?». Юрий Михайлович продолжает кипятиться: «Да, разгильдяи, непонятно, чем заняты». На что Леонид Николаевич

говорит: «А я всем своим аспирантам сам пишу диссертации...».

Значительное место в жизни Юрия Михайловича заняло сотрудничество с его немецкими коллегами, многие из которых были его настоящими друзьями. Еще в советские времена он свел знакомство с известнейшим немецким физиком, тогда работавшим в Ростоке, – Вернером Эбелингом, с его коллегами, в первую очередь с Лутцем Шиманским-Гаером (1950–2020). С ними он провел массу интереснейших работ, опубликовал несколько монографий, разошедшихся по миру.

На протяжении многих лет Юрий Михайлович тесно сотрудничал с Саратовским государственным университетом им. Н. Г. Чернышевского (СГУ), будучи одним из основателей и, в дальнейшем, членом редколлегии журнала «Прикладная нелинейная динамика» (серия «Известия вузов»), где в 1994–2015 гг. было опубликовано 8 его статей, в том числе анонс книги о Р. Л. Стратоновиче и воспоминания о Ю. Л. Климонтовиче, обзоры, биофизические работы. Юрий Михайлович часто приезжал в Са-



Юрий Михайлович Романовский со своими немецкими (и не только) друзьями. Слева направо, в первом ряду: Л. Шиманский-Гаер, В. Эбелинг, Ю. Л. Климонтович, Д. Кремп; во втором ряду: Э. Кемп, Г. Рёпке, В. С. Анищенко, Ю. М. Романовский

German friends (and not only) of Yuri Mikhailovich Romanovsky. From left to right in the first row: L. Schimansky-Geier, V. Ebeling, Yu. L. Klimontovich, D. Kremp; in the second row: E. Kemp, G. Repke, V. S. Anishchenko, Yu. M. Romanovsky

ратов на научные мероприятия, был очно знаком с рядом физиков СГУ, участвовал в рецензировании диссертаций, защищавшихся в СГУ. Научное сотрудничество у него всегда переходило в личную дружбу и на многие годы. Все его саратовские коллеги часто появлялись у него дома и помимо научных дискуссий интересовались его коллекцией уникальных конвертов, а иногда и пополняли эту коллекцию, как говорит В. В. Тучин. Одна из его статей, написанная совместно с В. В. Тучиным и опубликованная в вышеупомянутом журнале [4], была посвящена юбилею его ученика Александра Васильевича Приезжева, с которым их объединяла не только наука, но и многолетнее сотрудничество с СГУ как в деле подготовки кадров высшей квалификации – в качестве членов совета или оппонентов, так и в организации конференций, школ, лекционных программ.

Юрий Михайлович глубоко знал синергетическую науку в мире, в нашей стране и в Саратове. Достаточно вспомнить его замечательную книгу, написанную в соавторстве с отцами синергетики – Хакеном, Эбелингом и Платом «Об истории синергетики. Общие принципы самоорганизации в природе и в обществе» [5]. В шестой главе Юрий Михайлович делает прекрасный обзор синергетических школ России и посвящает целый раздел СГУ, где подробно описывает исторические истоки развития синергетики в СГУ и основные достижения лидеров научных школ. Он детально представляет научную школу Дмитрия Ивановича Трубецкова по нелинейной динамике, которая получила признание как ведущая научная школа России. Отмечает научную школу Валерия Викторовича Тучина, которая также получила признание как ведущая научная школа России, и определяет ее как когерентное излучение в биофотонике. Далее представляет научную школу «Радиофизика и нелинейная динамика» Вадима Семеновича Анищенко, также получившую официальный статус ведущей научной школы России, в становлении которой сам принимал непосредственное участие (в начале 1980-х гг. по инициативе и при поддержке профессоров МГУ Ю. Л. Климонтовича и Ю. М. Романовского на кафедре радиофизики СГУ была создана лаборатория нелинейной динамики под научным руководством В. С. Анищенко). Как пишет Юрий Михайлович, успешной работе коллектива во многом способствовали постоянный интерес

и многолетняя всесторонняя поддержка ее деятельности со стороны профессора В. Эбелинга. Он также отмечает, что в настоящем столетии, а именно в 2000 г., научные школы В. С. Анищенко, В. В. Тучина и Д. И. Трубецкова объединились и был создан «Центр нелинейной динамики и биофизики». Завершается раздел таблицей, где приведены имена лидеров Саратовской школы синергетиков, а именно: В. С. Анищенко, Б. П. Безручко, Т. Е. Вадивасова, А. В. Иванов, А. А. Короновский, С. П. Кузнецова, А. Н. Павлов, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, Ю. П. Шараевский, В. В. Тучин, В. П. Рябухо.

Невозможно в рамках статьи рассказать о многих интересных людях с кем встречался, работал и дружил Юрий Михайлович, о его родственниках, о многом другом – для этого нужен, наверное, большой том воспоминаний. Что же главное? Конечно, Юрий Михайлович опубликовал несколько десятков монографий, более трехсот печатных работ, из которых полномасштабных фундаментальных статей порядка сотни [6, 7] – это очень много. Работал он всю жизнь до последнего дня, воспитал огромное количество учеников, многих вывел в физики, воспитал и нас. Это была правильная, настоящая жизнь, и нужно сказать: дай Бог нам, и не только нам, прожить такую жизнь, и всем – попробуйте прожить лучше.

### Список литературы

1. Выпускники физфака МГУ им. М. В. Ломоносова 1952 года / сост. Ю. М. Романовский ; ред. Л. Б. Розенфельд. Изд. 2-е, доп. М. : Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 2017. 806 с. URL: <http://upmsu.phys.msu.ru/1952/1952book.pdf> (дата обращения: 30.08.2024).
2. Советская военная мощь от Сталина до Горбачева / под ред. А. В. Минаева. М. : Издательский дом «Военный парад», 1999. 624 с. URL: <https://rabkrin.org/sovetskaya-voennaya-moshh-ot-stalina-do-gorbacheva-1999-kniga/> (дата обращения: 30.08.2024).
3. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Что такое математическая биофизика. М. : Просвещение, 1971. 136 с. (Кинетические модели в биофизике).
4. Романовский Ю. М., Тучин В. В. К юбилею Александра Васильевича Приезжева // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2017. Т. 17, вып. 2. С. 121–126. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2017-17-2-121-126>
5. Хакен Г., Плат П., Эбелинг В., Романовский Ю. Об истории синергетики. Общие принципы самоорганизации в природе и в обществе. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2017. 428 с.

6. Публикации Романовского Ю. М. URL: <https://istina.ipmnet.ru/workers/858196/publications/> (дата обращения: 30.08.2024).
7. Аксентьева М. С., Гурия Г. Т., Иванецкий Г. Р., Макаров В. А., Полежаев А. А., Приезжев А. В., Ризниченко Г. Ю., Ритус В. И., Романовский М. Ю., Руденко О. В., Сысоев Н. Н., Тучин В. В. Памяти Юрия Михайловича Романовского // УФН. 2023. Т. 193, вып. 2. С. 229–230. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.01.039319>
3. Romanovsky Yu. M., Stepanova N. V., Chernavsky D. S. *What is Mathematical Biophysics. Kinetic Models in Biophysics.* Moscow, Prosveshchenie, 1971. 136 p. (in Russian).
4. Romanovsky Yu. M., Tuchin V. V. To the Anniversary of Alexander Vasilyevich Priezzhev. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2017, vol. 17, iss. 2, pp. 121–126 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2017-17-2-121-126>
5. Haken G., Plath P., Ebeling W., Romanowski Y. *About the History of Synergy. General Principles of Self-organization in Nature and Society.* Moscow, Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2017. 428 p. (in Russian).
6. Publications of Romanovsky Yu. M. Available at: <https://istina.ipmnet.ru/workers/858196/publications/> (accessed August 30, 2024) (in Russian).
7. Aksentieva M. S., Guria G. T., Ivanitsky G. R., Makarov V. A., Polezhaev A. A., Priezzhev A. V., Riznichenko G. Yu., Ritus V. I., Romanovsky M. Yu., Rudenko O. V., Sysoev N. N., Tuchin V. V. In memory of Yuri Mikhailovich Romanovsky. *Physics-Uspekhi*, 2023, vol. 66, iss. 2, pp. 215–216 (in Russian). <https://doi.org/10.3367/UFNe.2023.01.039319>

## References

1. Romanovsky Yu. M., comp., Rosenfeld L. B., ed. 1952-year *Graduates of the Faculty of Physics of Lomonosov Moscow State University.* 2nd ed., suppl. Moscow, Physics Faculty of Lomonosov Moscow State University, 2017. 806 p. Available at: <http://upmsu.phys.msu.ru/1952/1952book.pdf> (accessed August 30, 2024) (in Russian).
2. Minaev A. V., ed. *Soviet Military Power from Stalin to Gorbachev.* Moscow, Izdatel'skii dom "Voennyi parad", 1999. 624 p. Available at: <https://rabkrin.org/sovetska-ya-voennaya-moshh-ot-stalina-do-gorbacheva-1999-kniga/> (accessed August 30, 2024) (in Russian).

Поступила в редакцию 30.07.2024; одобрена после рецензирования 30.08.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 30.07.2024; approved after reviewing 30.08.2024; accepted for publication 20.09.2024



## К 110-летию со дня рождения первого заведующего кафедрой физики твердого тела, профессора, доктора физико-математических наук Зинаиды Ивановны Кирьяшкиной

10 мая 2024 года исполнилось 110 лет со дня рождения Зинаиды Ивановны Кирьяшкиной – советского хозяйственного, государственного и политического деятеля, организатора науки и образования, известного ученого, заслуженного деятеля науки РСФСР, доктора физико-математических наук, профессора, первой заведующей кафедрой физики твердого тела Саратовского ордена Трудового Красного знамени государственного университета им. Н. Г. Чернышевского (СГУ) [1, 2].



10.05.1914 – 15.01.1985

В этом выпуске журнала «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика» опубликованы научные статьи сотрудников кафедры физики твердого тела, работавших под руководством З. И. Кирьяшкиной, слушавших её лекции в Саратовском университете.

Свою жизнь в науке З. И. Кирьяшкина начала в Саратовском государственном университете им. Н. Г. Чернышевского на кафедре общей физики в должности ассистента. Научные интересы Зинаиды Ивановны формировались под влиянием известного учёного в области физики полупроводников ближайшего сотрудника А. Ф. Иоффе – Владимира Пантелеимоновича Жузе, работавшего с 1935 г. в должности доцента кафедры общей физики СГУ.

Работая ассистентом кафедры общей физики, Зинаида Ивановна вела лекционную часть курсов общей физики на биологическом факультете, раздел курса общей физики на физическом и механико-математическом факультетах (оптика и введение в современную физику) и курс «Физика полупроводников» на физическом факультете для студентов, специализирующихся в этой области.

В специальной научной лаборатории полупроводников, образованной в 1941 г. под руководством В. П. Жузе и руководимой с 1944 г. Зинаидой Ивановной, были выполнены получившие широкую известность работы по изме-

рению диэлектрической проницаемости полупроводников, по созданию совместно с Д. И. Биленко, В. Е. Орловым и Ю. В. Бураковым полупроводниковых детекторов с рекордными на протяжении нескольких десятилетий характеристиками (по рабочей частоте и чувствительности).

Изобретение нового типа детектора сделало коллектив, работавший под руководством Зинаиды Ивановны, известным среди широкого круга разработчиков радиоаппаратуры и позволило обеспечить выпуск серии детекторных и смесительных диодов в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах радиоволн для предприятий радиоэлектронной промышленности городов Москвы, Ленинграда, Горького, Харькова, Киева, Тулы, Саратова.

В 1957 г. приказом Министра ВО СССР была создана проблемная лаборатория полупроводников, научным руководителем которой стала З. И. Кирьяшина.

С начала своего существования и в последующий период в лаборатории выполнялись важнейшие НИР, открываемые по Постановлениям Министерства ВО СССР и Совета Министров СССР.

С 1973 г. Зинаида Ивановна стала научным руководителем отдела физики полупроводников Научно-исследовательского института механики и физики СГУ, в состав которого, кроме лаборатории полупроводников, вошла лаборатория микроэлектроники, организованная в качестве проблемной в 1962 г. под руководством доцента кафедры физики твердого тела Д. И. Биленко.



В 1951 г. Зинаида Ивановна была назначена заведующей кафедрой физики твердого тела. В этой должности она проработала до 1985 года.

З. И. Кирьяшкина была инициатором развития в СГУ исследований в области контактных явлений в полупроводниках. Работу в этом направлении возглавлял доцент кафедры теоретической и ядерной физики Л. И. Баранов.

Известность кафедре физики твердого тела СГУ как ведущему педагогическому коллективу придали разработанные по инициативе Зинаиды Ивановны впервые в СССР программы курсов, по которым проводилась подготовка студентов, обучающихся в университетах по специальности «Физика полупроводников и диэлектриков» (1979 г.). Авторами программы этих курсов были Л. И. Баранов, сотрудники кафедры З. И. Орнатская, Д. И. Биленко, В. Ф. Названов, А. М. Свердлова.

Зинаида Ивановна была организатором и председателем секции физики полупроводников и диэлектриков Методического совета Минвуза СССР.

Развитие научно-педагогического коллектива, руководимого Зинаидой Ивановной, привело к образованию на его основе в 1981 г. кафедры физики полупроводников, которую возглавил ее ученик профессор Б. Н. Климов.

Зинаида Ивановна обладала огромным талантом организатора, который сочетался с личной скромностью, беззаветным и бескорыстным служению делу развития образования и научных исследований, которому она посвятила свою жизнь, принципиальностью и интеллигентностью.

С 1952 по 1955 г. и с 1974 по 1976 г. З. И. Кирьяшкина работала в должности декана физического факультета СГУ.

Зинаида Ивановна в 1958 г. была выдвинута и избрана депутатом Совета Союза Верховного Совета СССР 5-го созыва. В 1971 г. она избиралась делегатом 24 съезда КПСС. Трудовая деятельность Зинаиды Ивановны по достоинству была оценена Правительством СССР. В 1961 г. она была награждена Орденом «Знак Почета». В 1971 г. – Орденом Ленина – высшей правительской наградой СССР. Зинаида Ивановна была награждена медалями «За доблестный труд в годы Великой Отечественной войны», «В ознаменование 100-летия со дня рождения В. И. Ленина», «Тридцать лет Победы в Великой Отечественной войне 1941–1945 гг.». В 1980 г. ей было присвоено звание «Заслуженный деятель науки РСФСР».

Зинаида Ивановна сумела заложить основы Саратовской школы физики полупроводников и полупроводниковой электроники. Под ее руководством было защищено более 25 кандидатских и 1 докторская диссертации. Многие из ее сотрудников и учеников впоследствии стали докторами наук, среди них Б. Н. Климов, Д. А. Усанов, В. Ф. Названов, А. Г. Роках, А. М. Свердлова, Ал. В. Скрипаль, Ан. В. Скрипаль, С. Б. Вениг, А. И. Михайлов, С. С. Горбатов, А. А. Семёнов и многие другие.

Объединённый научно-педагогический коллектив, основу которого составляют сегодня ученики Зинаиды Ивановны, продолжает свое дальнейшее развитие в области микроэлектроники и наноэлектроники, твердотельной электроники СВЧ, медицинской физики, материаловедения, осуществляя подготовку специалистов по направлению бакалавриата и магистратуры «Электроника и наноэлектроника», кадров высшей квалификации по специальности «Электронная компонентная база микро- и наноэлектроники, квантовых устройств». Специалисты этого профиля востребованы промышленными предприятиями нашей страны, в том числе предприятиями г. Саратова.

### Список литературы

1. Усанов Д. А. Зинаида Ивановна Кирьяшкина (1914–1985). К 100-летию со дня рождения // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. Отдельный оттиск. 2014. Т. 14. С. 5–7.
2. Усанов Д. А., Аникин В. М. Саратовские научные и педагогические школы по физике (к 80-летию образования Саратовской области) // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 178–190.

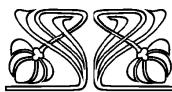
Александр Владимирович Скрипаль,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой физики твердого тела

# ТВЕРДОТЕЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА, МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКА

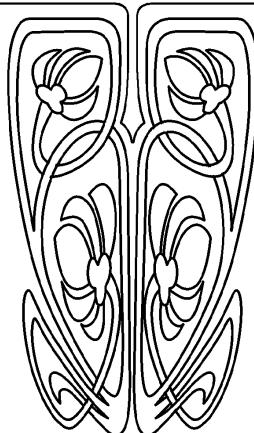
Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 398–411  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 398–411

<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-398-411>, EDN: GJKOUQ

Научная статья  
УДК 621.372.2



## НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ



### Управление резонансами в одномерной брэгговской структуре сверхвысокочастотного диапазона при использовании в качестве интерфейса слоя дистиллированной воды

А. В. Скрипаль<sup>✉</sup>, Д. В. Пономарев, М. А. Волшаник

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Скрипаль Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики твердого тела, skripala\_v@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7448-4560>, AuthorID: 36844

Пономарев Денис Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики твердого тела, rponomarev87@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7822-937X>, AuthorID: 561183

Волшаник Мария Алексеевна, аспирант кафедры физики твердого тела, trimar97@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0001-1726-8586>, AuthorID: 1256016

**Аннотация.** Теоретически и экспериментально исследовано возникновение фотонных таммовских резонансов в запрещенных зонах одномерного сверхвысокочастотного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса структуры, содержащей слой дистиллированной воды, характеризующейся высоким значением действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости в трехсантиметровом диапазоне длин волн. На основании результатов компьютерного моделирования с использованием метода матрицы передачи и эксперимента доказана возможность управления фотонными резонансами Тамма с помощью изменения как толщины слоя дистиллированной воды, так и величины воздушного зазора между фотонным кристаллом и слоем воды. Установлено, что при увеличении толщины слоя дистиллированной воды наблюдаются осцилляции частоты и амплитуды таммовского резонанса как в первой, так и во второй запрещенной зоне одномерной брэгговской структуры сверхвысокочастотного диапазона, затухающие при большой толщине слоя воды. При этом наибольшая амплитуда таммовского резонанса достигается для каждой толщины слоя воды при определенном значении воздушного зазора.

**Ключевые слова:** брэгговские структуры, сверхвысокочастотный диапазон, фотонные таммовские состояния, интерфейс, слой дистиллированной воды

**Благодарности:** Работа выполнена в рамках гранта РНФ № 25-22-00199.

**Для цитирования:** Скрипаль А. В., Пономарев Д. В., Волшаник М. А. Управление резонансами в одномерной брэгговской структуре сверхвысокочастотного диапазона при использовании в качестве интерфейса слоя дистиллированной воды // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 398–411. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-398-411>, EDN: GJKOUQ

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)



Article

**Control of resonances in a one-dimensional bragg structure of the microwave range using a distilled water layer as an interface**

A. V. Skripal<sup>✉</sup>, D. V. Ponomarev, M. A. Volshanik

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Alexander V. Skripal, skripala\_v@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7448-4560>, AuthorID: 36844

Denis V. Ponomarev, ponomarev87@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7822-937X>, AuthorID: 561183

Maria A. Volshanik, trimar97@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0001-1726-8586>, AuthorID: 1256016

**Abstract.** *Background and Objectives:* The methods to control the characteristics of microwave devices on photonic crystals are based on the high sensitivity of resonance states in the forbidden band to the creation of volume defect in the periodic structure and the features of its interface. The appearance of surface photonic Tamm states in microwave photonic crystals adjacent to the electromagnetic radiation absorber layer can be considered as interface states. Currently, there is an increasing interest in the possibility of using structures containing polar liquids, such as water, both in the form of continuous layers and in the form of individual periodically located drops as an absorber of electromagnetic energy in microwave technology, since water in the microwave range is characterized by both a significant value of the real part of the complex permittivity and an imaginary part of the complex permittivity. At the same time, microwave absorbers based on water-containing structures, compared to more traditional materials based on layers with high electrical conductivity, have a number of advantages, such as biocompatibility, availability, ease of adjustment, optical transparency. The appearance of analogs of photonic Tamm states is also possible in the presence of an interface in the form of a polar liquid layer characterized by a positive value of the real part of the complex permittivity and a significant value of the imaginary part of the complex permittivity. When choosing a polar liquid as an absorber, it is necessary to take into account that both the real and imaginary parts of the permittivity significantly depend on the frequency of the probing microwave signal. For the appearance of photonic Tamm states in a photonic crystal with an interface in the form of a polar liquid layer, the imaginary part of the complex permittivity of which is several orders of magnitude smaller than this value for metal nanolayers, the thickness of the liquid layer should be of the same order of the wavelength of electromagnetic radiation, unlike conducting nanolayers. In this case, the electric field of the electromagnetic wave turns out to be partially localized in the liquid layer. In this regard, it is of interest to carry out theoretical and experimental research of the resonance characteristics of microwave photonic crystals associated with the effect of the appearance of photonic Tamm states in the forbidden band, depending on the parameters of the interface based on a structure containing water in the form of a continuous layer. **Materials and Methods:** To carry out the research of Tamm states, a photonic crystal consisting of alternating layers of two types of dielectrics was created. Its last layer was separated from the distilled water layer by a thin dielectric film. The distance between the film and the last layer of the photonic crystal could be adjusted. A vector network analyzer was used to measure frequency characteristics in the frequency range of 7–13 GHz. **Results:** It has been established that with an increase of thickness of the distilled water layer, oscillations of the frequency and amplitude of the Tamm resonance are observed both in the first and in the second forbidden bands of the one-dimensional microwave Bragg structure, damping at a large thickness of the water layer. In this case, the greatest amplitude of the Tamm resonance is achieved for each thickness of the water layer at a certain value of the air gap. **Conclusion:** Based on the results of computer modeling using the transfer matrix method and experiment, the possibility to control photonic Tamm resonances by changing both the thickness of the distilled water layer and the size of the air gap between the photonic crystal and the water layer has been established.

**Keywords:** Bragg structures, microwave range, photonic Tamm states, interface, distilled water layer

**Acknowledgements:** This work was carried out within the framework of the Russian Science Foundation, Grant No. 25-22-00199.

**For citation:** Skripal A. V., Ponomarev D. V., Volshanik M. A. Control of resonances in a one-dimensional bragg structure of the microwave range using a distilled water layer as an interface. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 398–411 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-398-411>, EDN: GJKOUQ

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

В основе методов управления характеристиками СВЧ-устройств на основе фотонных кристаллов [1–6] лежит высокая чувствительность резонансных состояний в запрещенной зоне к созданию объемных нарушений периодичности брэгговской структуры (возникновение дефектных мод) [7–11] и особенностям ее интерфейса [12, 13].

В качестве интерфейсных состояний можно рассматривать возникновение поверхностных фотонных таммовских состояний в СВЧ фотонных кристаллах, граничащих со слоем поглотителя электромагнитного излучения, вы-

полненного в виде проводящего нанослоя, при определенных значениях толщин и удельных электропроводностей этого слоя, комплексная диэлектрическая проницаемость которого обладает отрицательной действительной частью и значительной величиной мнимой части относительной диэлектрической проницаемости [12, 13]. Такое интерфейсное состояние характеризуется возникновением ярко выраженного резонанса в фотонной запрещенной зоне. Отметим, что поверхностное таммовское состояние как состояние возникающее на границе фотонного кристалла и однородного слоя или слоя металло-диэлектрического нанокомпозита, характеризу-



ющихся отрицательной диэлектрической проницаемостью (проводящая среда на частотах ниже плазменной), описывается в довольно большом числе работ при рассмотрении свойств фотонных кристаллов в оптическом диапазоне частот [14–24]. Поскольку характерной особенностью фотонного таммовского состояния является локализация электрического поля электромагнитной волны внутри фотонного кристалла вблизи интерфейса фотонного кристалла, то изменение параметров слоя фотонного кристалла, прилегающего к интерфейсу, и характеристик самого интерфейса может приводить к изменению характеристик фотонного таммовского резонанса.

В случае, когда фотонный кристалл граничит с проводящим слоем, толщина которого на много порядков меньше длины волны электромагнитного излучения в СВЧ-диапазоне, изменение электропроводности и толщины проводящего слоя не приводит к изменению частоты таммовского резонанса, а только к изменению его амплитуды [12, 13]. При этом управление частотой таммовского резонанса возможно только изменением структуры интерфейса, например, характеристик слоя фотонного кристалла, прилегающего к проводящему слою.

В настоящее время усилился интерес к возможности применения в микроволновой технологии в качестве поглотителя электромагнитной энергии структур, содержащих полярные жидкости, например, воду, как в виде сплошных слоев, так и в виде отдельных периодически расположенных капель [25], поскольку вода в СВЧ-диапазоне характеризуется значительной величиной как действительной части комплексной диэлектрической проницаемости, так и мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости. При этом отмечается, что поглотители электромагнитного излучения микроволнового диапазона на основе водосодержащих структур по сравнению с более традиционными материалами на основе слоев с высокой электропроводностью [6, 7, 26–29], обладают рядом преимуществ, таких как биосовместимость, доступность, простота настройки, оптическая прозрачность [25, 30].

Однако возникновение аналогов фотонных таммовских состояний возможно и при наличии интерфейса в виде слоя полярной жидкости, характеризующейся положительной величиной действительной части комплексной диэлектрической проницаемости и значительной величиной мнимой части комплексной

диэлектрической проницаемости [31]. При выборе в качестве поглотителя полярную жидкость [32] необходимо учитывать, что как действительная, так и мнимая части диэлектрической проницаемости существенно зависят от частоты зондирующего СВЧ-сигнала. Например, в диапазоне частот от 7 до 13 GHz мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости этилового спирта не превышает 5 единиц, в то время как для воды эта величина принимает значения от 25 до 35 единиц.

Для возникновения фотонных таммовских состояний в фотонном кристалле с интерфейсом в виде слоя полярной жидкости, мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости которой на несколько порядков меньше этой величины для металлических нанослоев, толщина слоя жидкости должна быть одного порядка с длиной волны электромагнитного излучения в отличие от проводящих нанослоев. В этом случае электрическое поле электромагнитной волны оказывается частично локализованным и в слое жидкости.

В связи с этим представляет интерес теоретическое и экспериментальное исследование резонансных характеристик сверхвысокочастотных фотонных кристаллов, связанных с эффектом возникновения фотонных таммовских состояний в запрещенной зоне, в зависимости от параметров интерфейса на основе структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя.

## 1. Компьютерное моделирование управления характеристиками таммовских резонансов

В диапазоне частот 7–13 GHz исследованы СВЧ фотонные кристаллы на основе прямоугольного волновода с диэлектрическим заполнением: в виде периодически чередующихся слоев керамики  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (нечетные слои,  $\epsilon = 9.6$ , толщина 0.5 mm) и тефлона (четные слои,  $\epsilon = 2.0$ , толщина 18 mm). Фотонные кристаллы состояли из 11 слоев, слои полностью заполняли попаречное сечение волновода.

К фотонному кристаллу примыкал отрезок волновода, заполненный сплошным слоем дистиллированной воды, толщиной  $d$ . Слой воды отделялся от последнего слоя фотонного кристалла тонкой тефлоновой пленкой ( $\epsilon = 2.0$ ) толщиной 30 nm. Дополнительно между пленкой и последним слоем фотонного кристалла создавался воздушный зазор, толщина  $L$  которого регулировалась (рис. 1).

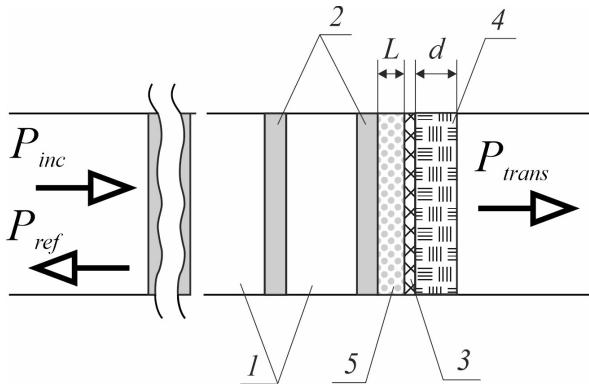


Рис. 1. Конструкция одномерного СВЧ фотонного кристалла с поглотителем электромагнитного излучения СВЧ-диапазона на основе структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя, в качестве интерфейса: 1 – слой тefлона, 2 – слой  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 3 – пленка тefлона, 4 – слой дистиллированной воды, 5 – воздушный зазор

Fig. 1. Design of a one-dimensional microwave photonic crystal with an interface layer as microwave electromagnetic radiation absorber based on a water-containing structure in the form of a continuous layer: 1 – Teflon layer, 2 –  $\text{Al}_2\text{O}_3$  layer, 3 – Teflon film, 4 – distilled water layer, 5 – air gap

Для расчета частотных зависимостей коэффициентов отражения  $S_{11}(f)$  и коэффициента прохождения  $S_{21}(f)$  электромагнитной волны использовалась матрица передачи слоистой структуры с различными значениями постоянной распространения электромагнитных волн волны  $\gamma_i$  и  $\gamma_{i+1}$  при учете распространения в волноводе только волны основного типа  $H_{10}$  [1, 33–35]:

$$\mathbf{T}(z_{j,j+1}) = \begin{pmatrix} \gamma_{j+1} + \gamma_j e^{((\gamma_{j+1}-\gamma_j) z_{j,j+1})} & \gamma_{j+1} - \gamma_j e^{((\gamma_{j+1}+\gamma_j) z_{j,j+1})} \\ \frac{\gamma_{j+1} - \gamma_j}{2\gamma_{j+1}} e^{(-(\gamma_{j+1}+\gamma_j) z_{j,j+1})} & \frac{\gamma_{j+1} + \gamma_j}{2\gamma_{j+1}} e^{(-(\gamma_{j+1}-\gamma_j) z_{j,j+1})} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

которая связывает коэффициенты  $A_j$ ,  $B_j$  и  $A_{j+1}$ ,  $B_{j+1}$ , определяющие амплитуды падающих и отраженных волн по обе стороны от границы  $z_{j,j+1}$ , соотношением

$$\begin{pmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{pmatrix} = \mathbf{T}(z_{j,j+1}) \cdot \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Коэффициенты отражения  $S_{11}$  и прохождения  $S_{21}$  электромагнитной волны, взаимодействующей со слоистой структурой, определяли через элементы матрицы передачи  $\mathbf{T}_N$  с помощью соотношений:

$$S_{11} = -\frac{\mathbf{T}[2,1]}{\mathbf{T}[2,2]}, \quad S_{21} = \frac{\mathbf{T}[1,1]\mathbf{T}[2,2] - \mathbf{T}_N[1,2]\mathbf{T}[2,1]}{\mathbf{T}[2,2]}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}[1,1] & \mathbf{T}[1,2] \\ \mathbf{T}[2,1] & \mathbf{T}[2,2] \end{pmatrix} = \prod_{j=N}^0 \mathbf{T}_{j,(j+1)} = \mathbf{T}(z_{N,N+1}) \cdot \mathbf{T}(z_{N-1,N}) \dots \mathbf{T}(z_{1,2}) \cdot \mathbf{T}(z_{0,1}) \quad (4)$$

– матрица передачи слоистой структуры, состоящей из  $N$  слоев.

Постоянные распространения электромагнитной волны  $\gamma_0$ ,  $\gamma_d$ ,  $\gamma_{\text{жид}}$  соответственно в пустом волноводе, в диэлектрических слоях и в слое полярной жидкости, полностью заполняющих волновод по поперечному сечению, были рассчитаны с использованием выражений:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0}, \\ \gamma_d &= \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - \omega^2 \epsilon_d \epsilon_0 \mu_0}, \\ \gamma_{\text{жид}} &= \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - \omega^2 \epsilon_{\text{жид}}^* \epsilon_0 \mu_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\epsilon_{\text{жид}}^*$  – комплексная диэлектрическая проницаемость слоя полярной жидкости,  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота электромагнитной волны;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные;  $\epsilon_d$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя.

Частотная зависимость комплексной диэлектрической проницаемости  $\epsilon^*(f)$  дистиллированной воды определялась на основе модели двухчастотной дебаевской релаксации [32, 36–40]:

$$\epsilon^*(f) = \epsilon_\infty + \frac{\Delta\epsilon_1}{1 + i2\pi f\tau_1} + \frac{\Delta\epsilon_3}{1 + i2\pi f\tau_3}, \quad (6)$$

где  $\epsilon_\infty = 3.96$  – оптическая диэлектрическая проницаемость,  $\Delta\epsilon_1 = 72.15$  и  $\Delta\epsilon_3 = 2.14$  – амплитуды релаксации,  $\tau_1 = 8.32$  пс и  $\tau_3 = 0.39$  пс – времена релаксации [32].

Для выяснения особенностей проявления и возможности управления фотонными таммовскими резонансами в структуре одномерного СВЧ фотонного кристалла с интерфейсом в виде поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона на основе структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя (см. рис. 1), был выполнен расчет коэффициента прохождения и отражения в диапазоне частот 7–13 GHz.



Как следует из результатов расчета, на АЧХ фотонных кристаллов как в первой, так и во второй запрещенных зонах на частотах  $f_{\text{Tamm}1}$  и  $f_{\text{Tamm}2}$  возникают таммовские резонансы, положение которых зависит от толщины слоя дистиллированной воды (рис. 2, а, б).

При увеличении толщины слоя дистиллированной воды наблюдается монотонное уменьшение частоты  $f_{\text{Tamm}1}$  таммовского резонанса в первой запрещенное зоне в диапазоне толщин 0–2.0 мм (см. рис. 3, а) и частоты  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй запрещенной зоне в диапазоне толщин 0–1.2 мм

(см. рис. 3, б). Дальнейшее увеличение слоя воды приводит к затухающим осцилляциям частоты таммовского резонанса.

Изменение амплитуд коэффициентов отражения таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$  в первой и  $S_{11\text{Tamm}2}$  во второй запрещенных зонах с увеличением толщины слоя воды представлены на рис. 4. Как следует из представленных результатов, с увеличением толщины  $d$  слоя воды наблюдаются осцилляции амплитуды таммовских резонансов, затухающие при большой толщине слоя воды. При этом осцилляции амплитуды там-

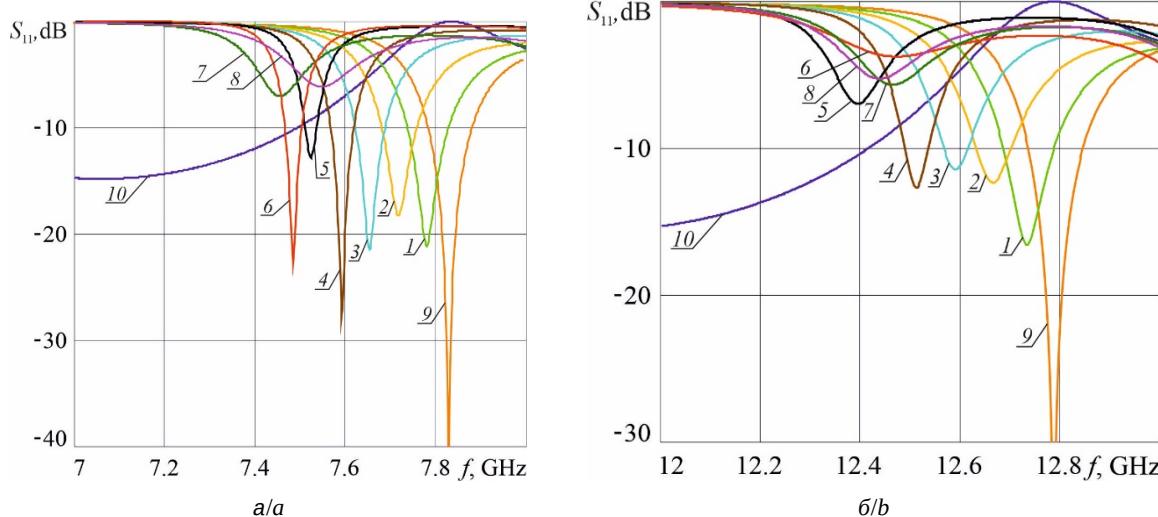


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициента отражения  $S_{11}$  в первой (а) и второй (б) запрещенных зонах 11-слойного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона в виде слоя дистиллированной воды различной толщины  $d$ , мм: 1 – 0.04, 2 – 0.1, 3 – 0.2, 4 – 0.4, 5 – 1.0, 6 – 1.5, 7 – 2.0, 8 – 2.5, 9 и 10 ( $S_{21}$ ) – при отсутствии слоя воды;  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 2. Frequency dependences of the reflection coefficient  $S_{11}$  in the first (a) and second (b) forbidden bands of an 11-layer photonic crystal using as an interface an absorber of microwave electromagnetic radiation in the form of a distilled water layer of different thickness  $d$ , mm: 1 – 0.04, 2 – 0.1, 3 – 0.2, 4 – 0.4, 5 – 1.0, 6 – 1.5, 7 – 2.0, 8 – 2.5, 9 and 10 ( $S_{21}$ ) – without the water layer;  $L = 0.0$  mm (color online)

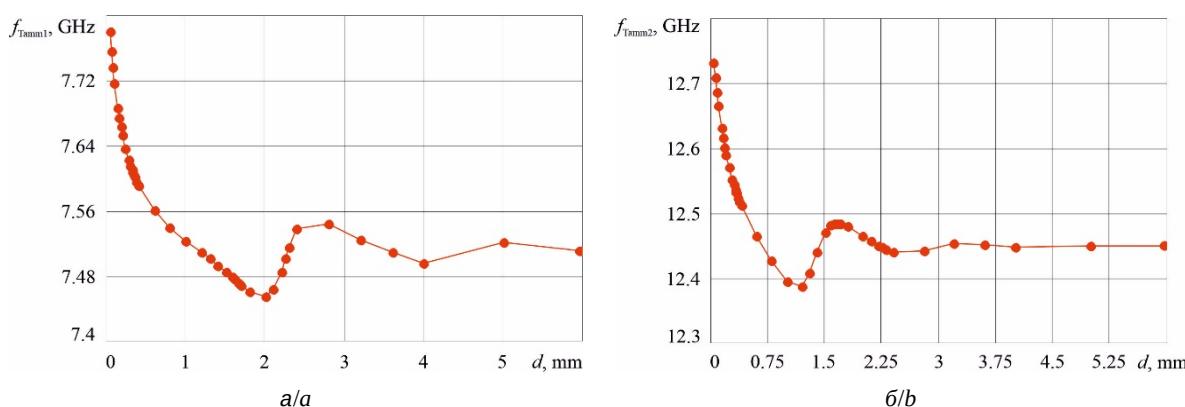


Рис. 3. Зависимости частоты таммовского резонанса  $f_{\text{Tamm}1}$  в первой (а) и  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй (б) запрещенных зонах от толщины  $d$  слоя воды.  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 3. Dependences of the Tamm resonance frequency  $f_{\text{Tamm}1}$  in the first (a) and  $f_{\text{Tamm}2}$  in the second (b) forbidden bands on the thickness  $d$  of the water layer.  $L = 0.0$  mm (color online)



мовых резонансов во второй запрещенной зоне значительно меньше.

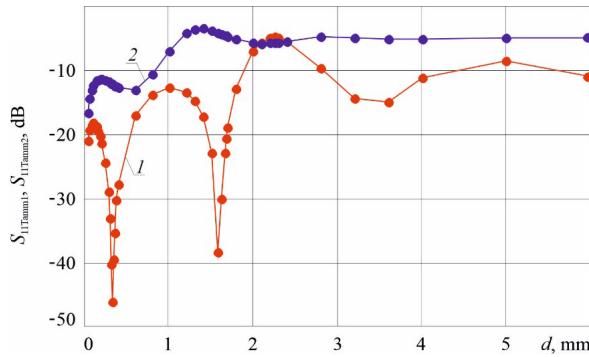


Рис. 4. Зависимости амплитуд коэффициентов отражения таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$  в первой и  $S_{11\text{Tamm}2}$  во второй запрещенных зонах от толщины  $d$  слоя воды.  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 4. Dependences of the amplitudes of the reflection coefficients of the Tamm resonance  $S_{11\text{Tamm}1}$  in the first and  $S_{11\text{Tamm}2}$  in the second forbidden bands on the thickness  $d$  of the water layer.  $L = 0.0$  mm (color online)

Особенности характеристик фотонных таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах фотонного кристалла в зависимости от толщины слоя воды могут быть представлены в виде диаграммы в координатах амплитуда ( $S_{11\text{Tamm}}$ ) – частота ( $f_{\text{Tamm}}$ ) (рис. 5, а, б), которая может быть названа «фазовым портретом таммовского резонанса». При этом каждая точка диаграммы соответствует определенной толщине  $d$  слоя воды.

Управление частотой и амплитудой таммовских резонансов достигалось изменением структуры интерфейса: созданием воздушного зазора

между тефлоновой пленкой и последним слоем фотонного кристалла.

Как следует из результатов расчета АЧХ фотонного кристалла, представленных на рис. 6, а, б, увеличение воздушного зазора  $L$  между пленкой и последним слоем фотонного кристалла при фиксированной толщине  $d$  слоя воды приводит к смещению частоты таммовского резонанса в область более низких значений как в первой, так и во второй запрещенных зонах (сдвиг частоты во второй запрещенной зоне более чем в два раза превосходит аналогичный сдвиг в первой запрещенной зоне).

Изменение частоты и амплитуды таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах с увеличением воздушного зазора между пленкой и последним слоем фотонного кристалла представлены на рис. 7 и 8. Как следует из представленных результатов (см. рис. 7, а, б), с увеличением величины воздушного зазора наблюдается монотонное уменьшение частоты таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах. При этом в первой запрещенной зоне эта зависимость в диапазоне зазоров от 0 до 4.5 мм является линейной.

В то же время амплитуды таммовских резонансов с увеличением воздушного зазора изменяются немонотонно как в первой, так и во второй запрещенных зонах (см. рис. 8), что свидетельствует о возможности регулировки глубины таммовского резонанса изменением величины  $L$  воздушного зазора при фиксированной толщине  $d$  слоя воды.

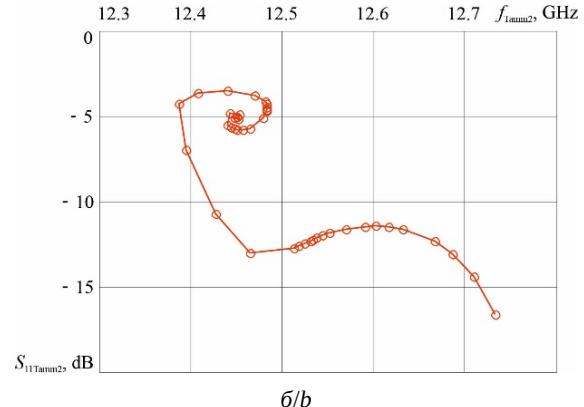
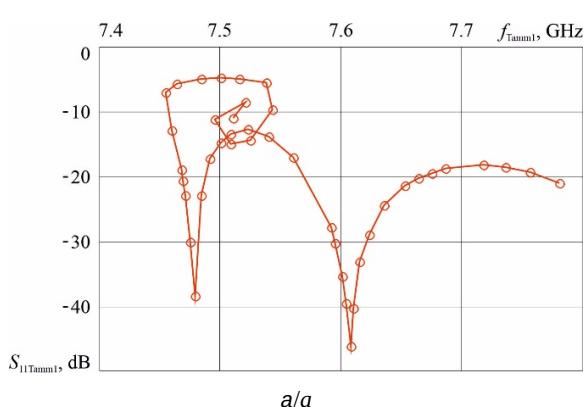


Рис. 5. Диаграмма амплитуда – частота таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$ ,  $f_{\text{Tamm}1}$  в первой (а) и  $S_{11\text{Tamm}2}$ ,  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй (б) запрещенных зонах фотонного кристалла, каждая точка которой соответствует определенной толщине  $d$  слоя воды.  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 5. Amplitude – frequency diagram of the Tamm resonance  $S_{11\text{Tamm}1}$ ,  $f_{\text{Tamm}1}$  in the first (a) and  $S_{11\text{Tamm}2}$ ,  $f_{\text{Tamm}2}$  in the second (b) forbidden bands of the photonic crystal, each point of which corresponds to a certain thickness  $d$  of the water layer.  $L = 0.0$  mm (color online)

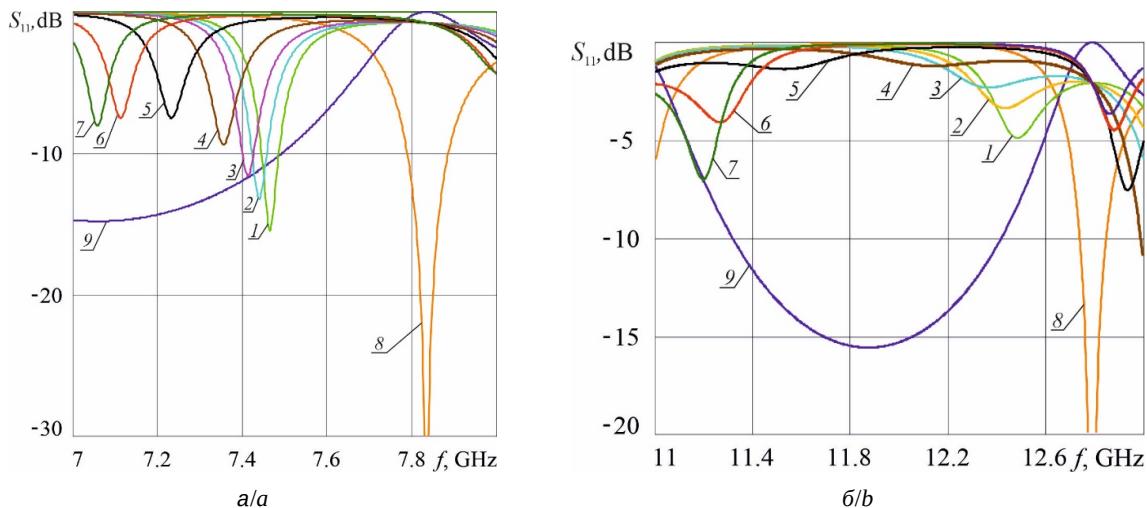


Рис. 6. Частотные зависимости коэффициента отражения  $S_{11}$  в первой (а) и второй (б) запрещенных зонах 11-слойного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона в виде слоя дистиллированной воды толщиной  $d = 1.75$  мм при различных значениях воздушного зазора  $L$ , мм: 1 – 0, 2 – 0.25, 3 – 0.5, 4 – 1.0, 5 – 2.0, 6 – 3.0, 7 – 3.5, 8 и 9 ( $S_{21}$ ) – при отсутствии слоя воды (цвет онлайн)

Fig. 6. Frequency dependences of the reflection coefficient  $S_{11}$  in the first (a) and second (b) forbidden bands of an 11-layer photonic crystal when using as an interface an absorber of electromagnetic radiation of the microwave range in the form of a distilled water layer with the thickness  $d = 1.75$  mm at different values of the air gap  $L$ , mm: 1 – 0, 2 – 0.25, 3 – 0.5, 4 – 1.0, 5 – 2.0, 6 – 3.0, 7 – 3.5, 8 and 9 ( $S_{21}$ ) – without the water layer (color online)

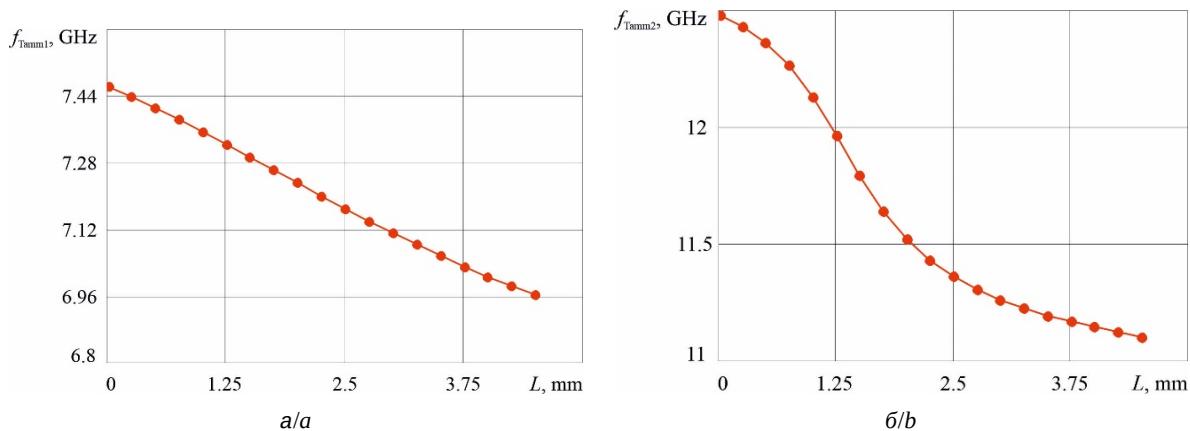


Рис. 7. Зависимости частоты таммовского резонанса  $f_{\text{Tamm}1}$  в первой (а) и  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй (б) запрещенных зонах от величины  $L$  воздушного зазора между пленкой и последним слоем фотонного кристалла.  $d = 1.75$  мм (цвет онлайн)

Fig. 7. Dependences of the Tamm resonance frequency  $f_{\text{Tamm}1}$  in the first (a) and  $f_{\text{Tamm}2}$  in the second (b) forbidden bands on the value  $L$  of the air gap between the film and the last layer of the photonic crystal.  $d = 1.75$  mm (color online)

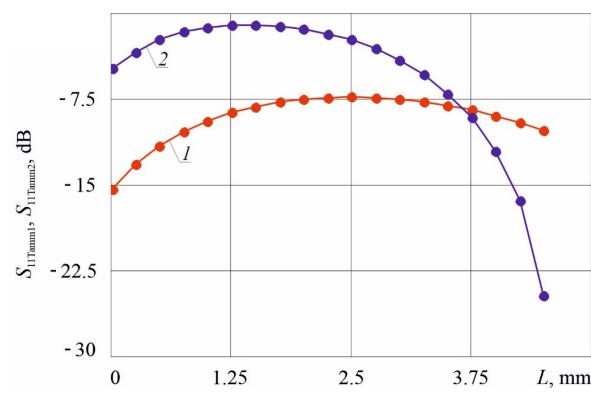


Рис. 8. Зависимости амплитуд коэффициентов отражения таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$  в первой и  $S_{11\text{Tamm}2}$  во второй запрещенных зонах от величины  $L$  воздушного зазора между пленкой и последним слоем фотонного кристалла.  $d = 1.75$  мм

Fig. 8. Dependences of the amplitudes of the reflection coefficients of the Tamm resonance  $S_{11\text{Tamm}1}$  in the first and  $S_{11\text{Tamm}2}$  in the second forbidden band on the value  $L$  of the air gap between the film and the last layer of the photonic crystal.  $d = 1.75$  mm



Особенности характеристик фотонных таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах фотонного кристалла в зависимости от величины воздушного зазора могут быть представлены в виде диаграммы в координатах амплитуда – частота (рис. 9, а, б), которая может быть названа «фазовым портретом таммовского резонанса». При этом каждая точка диаграммы соответствует определенной величине  $L$  воздушного зазора.

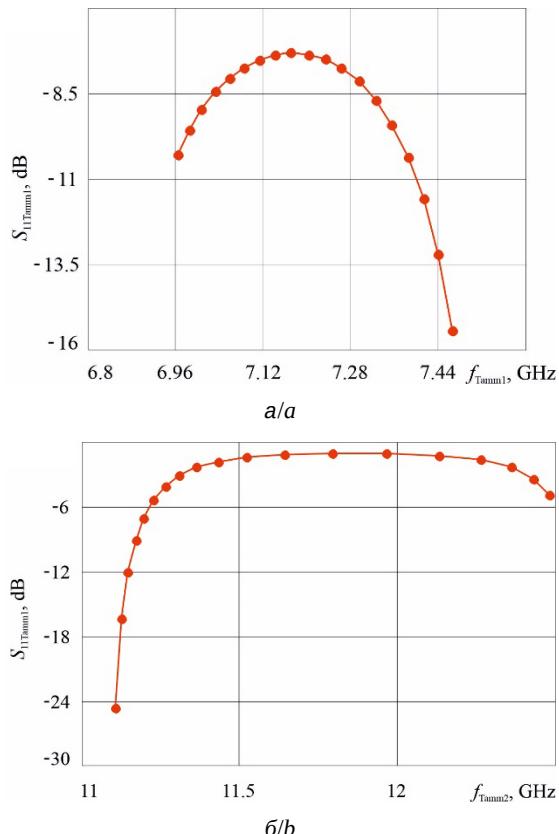


Рис. 9. Диаграмма амплитуда – частота таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$ ,  $f_{\text{Tamm}1}$  в первой (а) и  $S_{11\text{Tamm}2}$ ,  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй (б) запрещенных зонах фотонного кристалла, каждая точка которой соответствует определенной величине  $L$  воздушного зазора.  $d = 1.75$  мм (цвет онлайн)

Fig. 9. Amplitude – frequency diagram of the Tamm resonance  $S_{11\text{Tamm}1}$ ,  $f_{\text{Tamm}1}$  in the first (a) and  $S_{11\text{Tamm}2}$ ,  $f_{\text{Tamm}2}$  in the second (b) forbidden bands of the photonic crystal, each point of which corresponds to a certain value  $L$  of the air gap.  $d = 1.75$  mm (color online)

## 2. Результаты экспериментальных исследований

Экспериментально исследовался одномерный фотонный кристалл, созданный в соответствии с описанной выше моделью. Измерения были выполнены с помощью векторного анализатора цепей Agilent PNA-X Network Analyzer

N5242A (Keysight Technologies, США) в диапазоне частот 7–13 GHz. Для изоляции воды использовалась тефлоновая пленка между фотонным кристаллом и слоем воды.

Экспериментально было исследовано влияние толщины  $d$  слоя дистиллированной воды на характеристики таммовского резонанса (рис. 10, а, б).

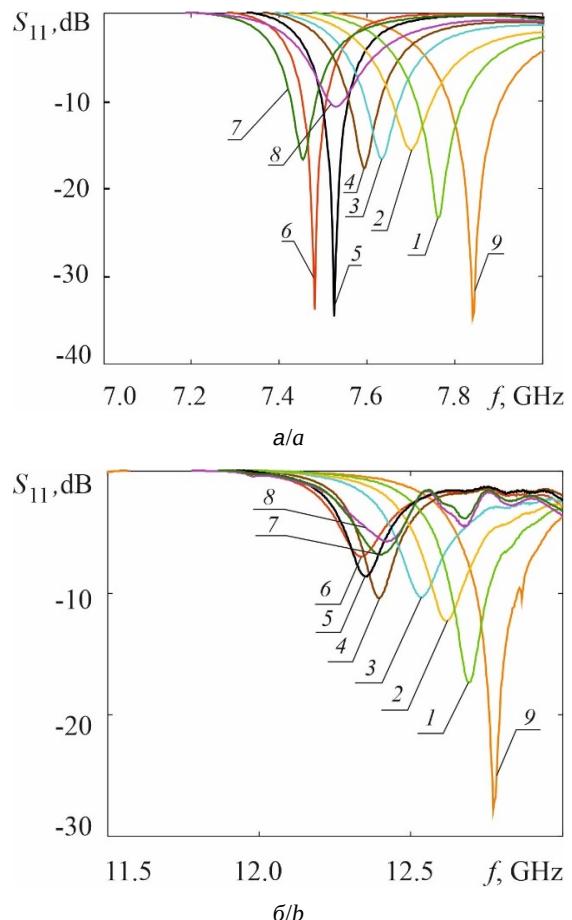


Рис. 10. Экспериментальные частотные зависимости коэффициента отражения  $S_{11}$  в первой (а) и второй (б) запрещенных зонах 11-слойного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона в виде слоя дистиллированной воды различной толщины  $d$ , мм: 1 – 0.06, 2 – 0.15, 3 – 0.3, 4 – 0.6, 5 – 1.0, 6 – 1.2, 7 – 1.74, 8 – 3.05, 9 – при отсутствии слоя воды;  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 10. Experimental frequency dependences of the reflection coefficient  $S_{11}$  in the first (a) and second (b) forbidden bands of an 11-layer photonic crystal using as an interface an absorber of microwave electromagnetic radiation in the form of a distilled water layer of different thickness  $d$ , mm: 1 – 0.06, 2 – 0.15, 3 – 0.3, 4 – 0.6, 5 – 1.0, 6 – 1.2, 7 – 1.74, 8 – 3.05, 9 – without the water layer;  $L = 0.0$  mm (color online)

Как следует из результатов эксперимента, при увеличении толщины слоя дистиллированной воды наблюдается монотонное уменьшение



частоты таммовского резонанса как в первой запрещенной зоне в диапазоне толщин 0–1.7 мм (рис. 11, а), так и во второй запрещенной зоне в диапазоне толщин 0–1.2 мм (рис. 11, б). Дальнейшее увеличение слоя воды приводит к затухающим осцилляциям частоты таммовского резонанса.

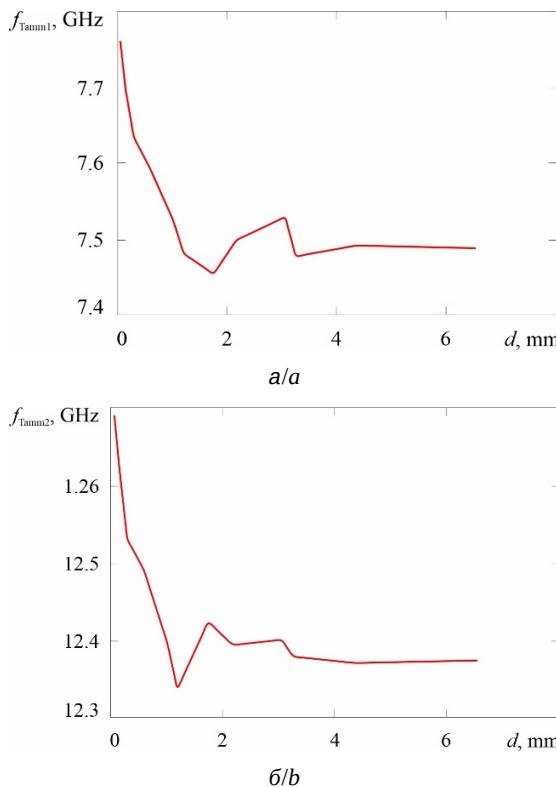


Рис. 11. Зависимости частоты таммовского резонанса  $f_{\text{Tamm}1}$  в первой (а) и  $f_{\text{Tamm}2}$  во второй (б) запрещенных зонах от толщины  $d$  слоя воды.  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 11. Dependences of the Tamm resonance frequency  $f_{\text{Tamm}1}$  in the first (a) and  $f_{\text{Tamm}2}$  in the second (b) forbidden bands on the thickness  $d$  of the water layer.  $L = 0.0$  mm (color online)

Изменение амплитуды таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах с увеличением толщины слоя воды представлены на рис. 12.

Как следует из представленных результатов, с увеличением толщины  $d$  слоя воды наблюдаются осцилляции амплитуды таммовских резонансов, затухающие при большой толщине слоя воды. При этом в первой запрещенной зоне наблюдается значительное изменение амплитуды таммовского резонанса. При больших толщинах слоя воды частоты и амплитуды таммовских резонансов стремятся к своим предельным значениям.

Управление частотой и амплитудой таммовских резонансов, основываясь на результатах

компьютерного моделирования, достигалось изменением структуры интерфейса: созданием воздушного зазора между тефлоновой пленкой и последним слоем фотонного кристалла.

Воздушный зазор в эксперименте создавался с помощью расположения между фотонным кристаллом и слоем воды тонких металлических диафрагм разной толщины, с отверстием, равным сечению волновода, использованного при создании фотонного кристалла.

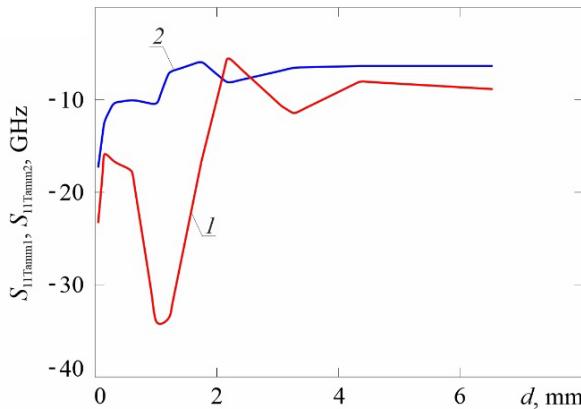


Рис. 12. Зависимости амплитуд коэффициентов отражения таммовского резонанса  $S_{11\text{Tamm}1}$  в первой и  $S_{11\text{Tamm}2}$  во второй запрещенных зонах от толщины  $d$  слоя воды.  $L = 0.0$  мм (цвет онлайн)

Fig. 12. Dependences of the amplitudes of the Tamm resonance reflection coefficients  $S_{11\text{Tamm}1}$  in the first and  $S_{11\text{Tamm}2}$  in the second forbidden bands on the thickness  $d$  of the water layer.  $L = 0.0$  mm (color online)

Увеличение воздушного зазора между пленкой и последним слоем фотонного кристалла при фиксированной толщине слоя воды, как это следует из результатов измерения частотных зависимостей коэффициента отражения  $S_{11}$ , представленных на рис. 13, 14 приводит к смещению частоты таммовского резонанса в область более низких значений как в первой, так и во второй запрещенных зонах, что согласуется с результатами расчета.

Из анализа результатов эксперимента, представленных на рис. 13 и рис. 14, также следует, что регулировка величины воздушного зазора позволяет управлять амплитудой таммовских резонансов. При этом для каждой фиксированной толщины слоя воды для достижения максимальной амплитуды таммовского резонанса следует выбрать определенную величину воздушного зазора.

Полученные экспериментальные данные подтверждают результаты компьютерного моделирования фотонных таммовских резонансов в одномерной брэгговской структуре СВЧ-диапазона

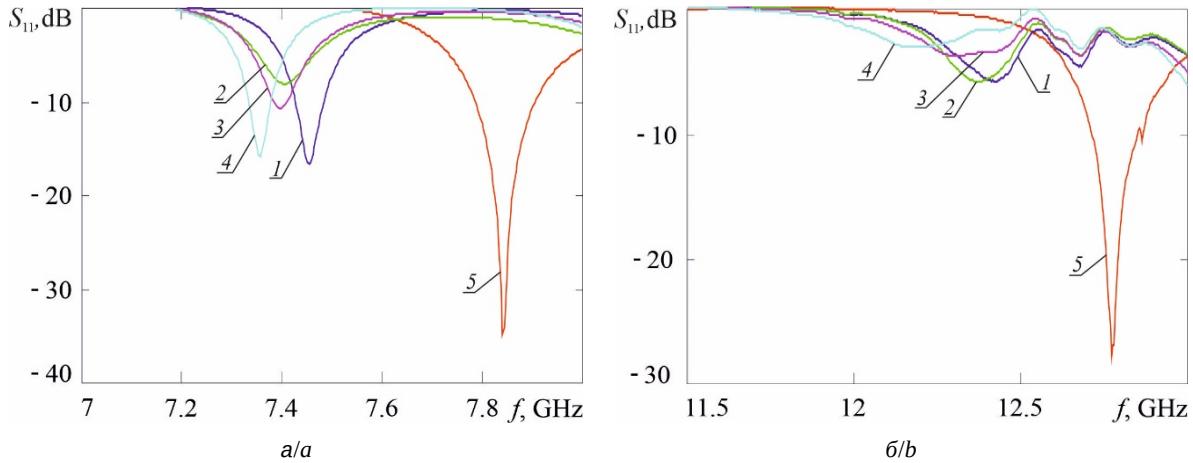


Рис. 13. Экспериментальные частотные зависимости коэффициента отражения  $S_{11}$  в первой (а) и второй (б) запрещенных зонах 11-слойного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона в виде слоя дистиллированной воды толщиной  $d = 1.75$  мм при различных значениях воздушного зазора  $L$ , мм: 1 – 0, 2 – 0.27, 3 – 0.47, 4 – 0.98, 5 – при отсутствии слоя воды (цвет онлайн)

Fig. 13. Experimental frequency dependences of the reflection coefficient  $S_{11}$  in the first (a) and second (b) forbidden zones of an 11-layer photonic crystal when using as an interface an absorber of electromagnetic radiation of the microwave range in the form of a distilled water layer with a thickness  $d = 1.75$  mm at different values of the air gap  $L$ , mm: 1 – 0, 2 – 0.27, 3 – 0.47, 4 – 0.98, 5 – without the water layer (color online)

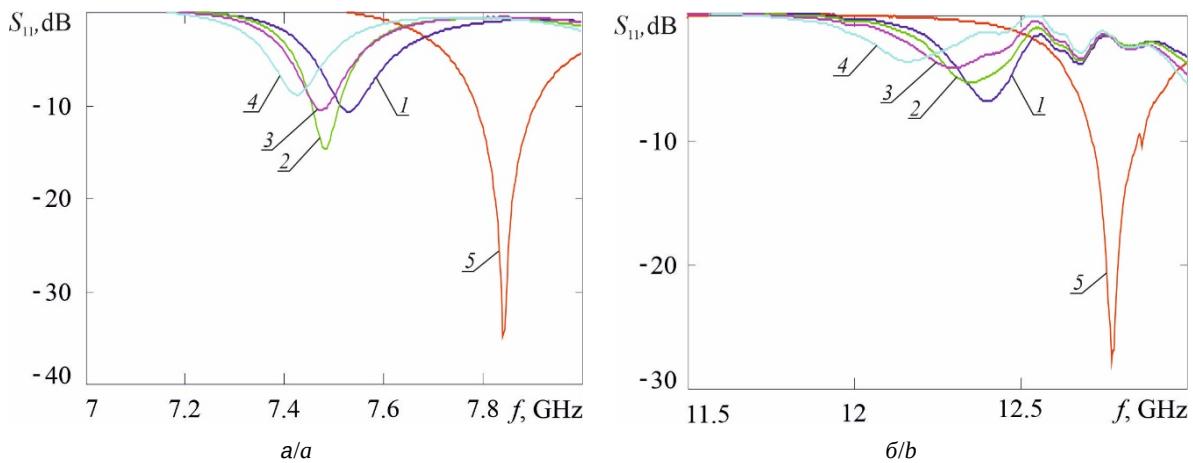


Рис. 14. Экспериментальные частотные зависимости коэффициента отражения  $S_{11}$  в первой (а) и второй (б) запрещенных зонах 11-слойного фотонного кристалла при использовании в качестве интерфейса поглотителя электромагнитного излучения микроволнового диапазона в виде слоя дистиллированной воды толщиной  $d = 3.05$  мм при различных значениях воздушного зазора  $L$ , мм: 1 – 0, 2 – 0.27, 3 – 0.47, 4 – 0.98, 5 – при отсутствии слоя воды (цвет онлайн)

Fig. 14. Experimental frequency dependences of the reflection coefficient  $S_{11}$  in the first (a) and second (b) forbidden bands of an 11-layer photonic crystal when using as an interface an absorber of electromagnetic radiation of the microwave range in the form of a distilled water layer with the thickness  $d = 3.05$  mm at different values of the air gap  $L$ , mm: 1 – 0, 2 – 0.27, 3 – 0.47, 4 – 0.98, 5 – without the water layer (color online)

при использовании в качестве интерфейса слоя дистиллированной воды.

## Заключение

Рассмотрены особенности возникновения фотонных таммовских резонансов в запрещенных зонах одномерной брэгговской структуры СВЧ-диапазона при использовании в качестве

интерфейса структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя.

Выполнен расчет с использованием метода матрицы передачи характеристик таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах при изменении толщины слоя дистиллированной воды и структуры интерфейса.

Показано, что амплитуда и частота таммовских резонансов регулируется как толщиной слоя



жидкости, так и толщиной воздушного зазора между фотонным кристаллом и слоем дистиллированной водой. Последнее обеспечивает достижение высокой чувствительности таммовского резонанса к изменению толщины слоя полярной жидкости.

Установлено, что увеличение толщины слоя дистиллированной воды приводит к затухающим осцилляциям частоты и амплитуды таммовского резонанса. С увеличением воздушного зазора наблюдается монотонное уменьшение частоты таммовских резонансов в первой и второй запрещенных зонах. При этом в первой запрещенной зоне эта зависимость в диапазоне величин зазоров от 0 до 4.5 мм является линейной.

Экспериментальные данные подтверждают результаты расчетов и демонстрируют эффект возникновения фотонных таммовских состояний в запрещенной зоне при использовании в качестве интерфейса структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя.

Полученные результаты могут быть использованы, в частности, как при конструировании узкополосных перестраиваемых СВЧ-фильтров на отражение и СВЧ-аттенюаторов на основе фотонных кристаллов, использующих в качестве поглотителя слой воды, так и характеристизации метаструктур, содержащих включения воды в виде сплошного слоя.

## Список литературы

1. Usanov D. A., Nikitov S. A., Skripal A. V., Ponomarev D. V. One-dimensional microwave photonic crystals: New applications. Boca Raton, FL, USA : CRC Press ; Taylor Francis Group, 2019. 154 p. <https://doi.org/10.1201/9780429276231>
2. Беляев Б. А., Ходенков С. А., Галеев Р. Г., Шабанов В. Ф. Фильтр низких частот на двумерном микрополосковом электромагнитном кристалле // Доклады Академии наук. 2019. Т. 485, № 1. С. 27–32. <https://doi.org/10.31857/S0869-5652485127-32>
3. Беляев Б. А., Ходенков С. А., Шабанов В. Ф. Исследование частотно-селективных устройств, построенных на основе микрополоскового двумерного фотонного кристалла // Доклады Академии наук. 2016. Т. 467, № 4. С. 400–404. <https://doi.org/10.7868/S086956521610008X>
4. Ozbay E., Temelkuran B., Bayindir M. Microwave applications of photonic crystals // PIER. 2003. Vol. 41. P. 185–209. <https://doi.org/10.2528/pier02010808>
5. Fernandes H. C. C., Medeiros J. L. G., Junior I. M. A., Brito D. Photonic crystal at millimeter waves applications // PIERS Online. 2007. Vol. 3, № 5. P. 689–694. <https://doi.org/10.2529/PIERS060901105337>
6. Усанов Д. А., Мещанов В. П., Скрипаль А. В., Попова Н. Ф., Пономарев Д. В., Мерданов М. К. Согласованные нагрузки сантиметрового и миллиметрового диапазонов длин волн на СВЧ фотонных кристаллах // Журнал технической физики. 2017. Т. 87, вып. 2. С. 216–220. <https://doi.org/10.21883/JTF.2017.02.44128.1794>
7. Усанов Д. А., Никитов С. А., Скрипаль А. В., Мерданов М. К., Евтеев С. Г. Волноводные фотонные кристаллы на резонансных диафрагмах с управляемыми  $n-i-p-i-n$ -диодами характеристиками // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63, № 1. С. 65–71. <https://doi.org/10.7868/S0033849417010090>
8. Усанов Д. А., Никитов С. А., Скрипаль А. В., Пономарев Д. В., Рузанов О. М., Тимофеев И. О. Использование СВЧ коаксиальной брэгговской структуры для измерения параметров диэлектриков // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65, № 5. С. 495–503. <https://doi.org/10.31857/S0033849420040099>
9. Усанов Д. А., Никитов С. А., Скрипаль А. В., Пономарев Д. В., Латышева Е. В. Многопараметровые измерения эпитетаксиальных полупроводниковых структур с использованием одномерных сверхвысокочастотных фотонных кристаллов // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61, № 1. С. 45–53. <https://doi.org/10.7868/S0033849416010137>
10. Скрипаль А. В., Пономарев Д. В., Шаронов В. Е. Резонансные характеристики сверхвысокочастотных фотонных кристаллов с включениями в виде проводящих нанослоев // Письма в ЖТФ. 2023. Т. 49, вып. 19. С. 27–30. <https://doi.org/10.61011/PJTF.2023.19.56269.19645>
11. Фархутдинов Р. В., Насыбуллин А. Р., Морозов О. Г., Вазиев Т. О., Ишкаев Т. М., Садчиков В. В. Брэгговская СВЧ-структура в коаксиальном волноводе как датчик контроля диэлектрических параметров жидких сред // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 4–2. С. 114–120. <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.114-120>
12. Skripal A. V., Ponomarev D. V., Komarov A. A. Tamm resonances in the structure 1-D microwave photonic crystal/conducting nanometer layer // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2020. Vol. 68, iss. 12. P. 5115–5122. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2020.3021412>
13. Skripal Al. V., Ponomarev D. V., Komarov A. A., Sharonov V. E. Tamm resonances control in one-dimensional microwave photonic crystal for measuring parameters of heavily doped semiconductor layers // Izvestiya of Saratov University. Physics. 2022. Vol. 22, iss. 2. P. 123–130. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2022-22-2-123-130>
14. Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Erokhin S. G., Inoue M., Lisiansky A. A. Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74, № 4. P. 045128 (1–8). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.045128>
15. Виноградов А. П., Дорофеенко А. В., Мерзликин А. М., Лисянский А. А. Поверхностные состояния в фотонных кристаллах // УФН. 2010. Т. 180, № 3. С. 249–263. <https://doi.org/10.3367/UFNe.0180.201003b.0249>



16. Belozorov D. P., Girich A. A., Nedukh S. V., Moskaltsova A. N., Tarapov S. I. Microwave analogue of Tamm states in periodic chain-like structures // PIER Letters. 2014. Vol. 46. P. 7–12. <https://doi.org/10.2528/PIERL13122502>
17. Goto T., Dorofeenko A. V., Merzlikin A. M., Baryshev A. V., Vinogradov A. P., Inoue M., Lisyansky A. A. Granovsky A. B. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, iss. 11. P. 113902 (1–3). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.113902>
18. Kaliteevski M., Iorsh I., Brand S., Abram R. A., Chamberlain J. M., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76, iss. 16. P. 165415 (1–5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.165415>
19. Sasin M. E., Seisyan R. P., Kaliteevski M. A., Brand S., Abram R. A., Chamberlain J. M., Egorov A. Yu., Vasilev A. P., Mikhrin V. S., Kavokin A. V. Tamm plasmon polaritons: Slow and spatially compact light // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 92, iss. 25. P. 251112 (1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2952486>
20. Brand S., Kaliteevski M. A., Abram R. A. Optical Tamm states above the bulk plasma frequency at a Bragg stack/metal interface // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 79, iss. 8. P. 085416 (1–4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.79.085416>
21. Beletskii N. N., Borysenko S. A. On the spectrum of electromagnetic waves in one-dimensional defective photon crystal bordering on conducting medium // Radio Physics and Electronics. 2016. Vol. 7, iss. 16. P. 1457–1465. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v75.i16.40>
22. Bikbaev R. G., Vetrov S. Ya., Timofeev I. V. The optical Tamm states at the interface between a photonic crystal and nanoporous silver // J. Opt. 2017. Vol. 19, iss. 1. P. 015104 (1–6). <https://doi.org/10.1088/2040-8986/19/1/015104>
23. Pankin P. S., Vetrov S. Ya., Timofeev I. V. Hybrid states formed by the optical Tamm and defect modes in a one-dimensional photonic crystal // Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS). Shanghai, China, 2016. P. 4571–4574. <https://doi.org/10.1109/PIERS.2016.7735688>
24. Fang Y., Chen L., Zhu N., Zhou J. Tamm states of one-dimensional metal-dielectric photonic crystal // IET Optoelectronics. 2013. Vol. 7, iss. 1. P. 9–13. <https://doi.org/10.1049/iet-opt.2012.0064>
25. Wen J., Zhao Q., Peng R., Yao H., Qing Y., Yin J., Ren Q. Progress in water-based metamaterial absorbers: A review // Optical Materials Express. 2022. Vol. 12, № 4. P. 1461–1479. <https://doi.org/10.1364/OME.455723>
26. Fan He, Kaixuan Si, Dace Zha, Rui Li, Yulu Zhang, Jianxiong Dong, Ling Miao, Shaowei Bie, Jianjun Jiang. Broadband Microwave Absorption Properties of a Frequency-Selective Surface Embedded in a Patterned Honeycomb Absorber // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 2021. Vol. 63, iss. 4. P. 1290–1294. <https://doi.org/10.1109/TEMC.2021.3050184>
27. Kuzhir P. P., Paddubskaya A. G., Volynets N. I., Batrakov K. G., Kaplas T., Lamberti P., Kotsilkova R., Lambin P. Main principles of passive devices based on graphene and carbon films in microwave–THz frequency range // J. Nanophoton. 2017. Vol. 11, № 3. P. 032504 (1–19). <https://doi.org/10.1117/1.JNP.11.032504>
28. Zheng J., Zheng H., Pang Y., Qu B., Xu Z. Transparent broadband absorber based on a multilayer ITO conductive film // Optics Express. 2023. Vol. 31, № 3. P. 3731–3742. <https://doi.org/10.1364/OE.482992>
29. Богацкая А. В., Кленов Н. В., Никифорова П. М., Попов А. М., Щеголев А. Е. Особенности распространения и поглощения электромагнитных сигналов в периодических структурах из проводящих и диэлектрических слоев // Оптика и спектроскопия. 2022. Т. 130, вып. 4. С. 481–487. <https://doi.org/10.21883/OS.2022.04.52259.48-21>
30. Yoo Y. J., Ju S., Park S. Y., Kim Y. Ju., Bong J., Lim T., Kim K. W., Rhee J. Y., Lee Y. Metamaterial absorber for electromagnetic waves in periodic water droplets // Scientific Reports. 2015. Vol. 5, № 1. P. 14018 (1–8). <https://doi.org/10.1038/srep14018>
31. Скрипаль Ал. В., Пономарев Д. В., Волшаник М. А. Резонансы в фотонных кристаллах сверхвысокочастотного диапазона при использовании в качестве интерфейса структуры, содержащей воду в виде сплошного слоя // Письма в ЖТФ. 2024. Т. 50, вып. 15. С. 30–33. <https://doi.org/10.61011/PJTF.2024.15.58437.19880>
32. Sato T., Buchner R. Dielectric Relaxation Processes in Ethanol/ Water Mixtures // J. Phys. Chem. A. 2004. Vol. 108, iss. 23. P. 5007–5015. <https://doi.org/10.1021/jp032550>
33. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Абрамов А. В., Богослов А. С. Измерения толщины нанометровых слоев металла и электропроводности полупроводника в структурах металл–полупроводник по спектрам отражения и прохождения электромагнитного излучения // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 5. С. 112–117. <https://doi.org/10.1134/S1063784206050173>
34. Fan S., Yanik M. F., Wang Z., Sandhu S., Povinelli M. L. Advances in theory of photonic crystals // Journal of Lightwave Technology. 2006. Vol. 24, № 12. P. 4493–4501. <https://doi.org/10.1109/JLT.2006.886061>
35. Никитин Ал. А., Никитин Ан. А., Устинов А. Б., Lahderanta E., Калиникос Б. А. Сверхвысокочастотный фотонный кристалл на щелевой линии передачи с сегнетоэлектрической пленкой // ЖТФ. 2016. Т. 86, вып. 6. С. 115–120. <https://doi.org/10.1134/S106378421606013X>
36. Meissner T., Wentz F. J. The complex dielectric constant of pure and sea water from microwave satellite observations // IEEE Transactions on Geoscience and remote Sensing. 2004. Vol. 42, № 9. P. 1836–1849. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2004.831888>
37. Садовский И. Н., Кузьмин А. В., Шарков Е. А., Сазонов Д. С., Пашинов Е. В., Ашеко А. А., Батулин С. А. Анализ моделей диэлектрической проницаемости водной среды, используемых в задачах дистанционного зондирования акваторий. М.: ФГБУН ИКИ РАН, 2013. 60 с.



38. Бордонский Г. С., Гурулева А. А., Орлов А. О. Диэлектрическая проницаемость глубоко переохлажденной воды по данным измерений на частотах 7.6 и 9.7 ГГц // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67, № 3. 259–267. <https://doi.org/10.31857/S0033849422030044>
39. Zhu Y., Yang H. Defective microwave photonic crystals for salinity detection // Coatings. 2021. Vol. 11, iss. 10. P. 1243 (1–13). <https://doi.org/10.3390/coatings11101243>
40. Богатин А. С. Релаксационные поляризации: сильные и слабые процессы // Физика твердого тела. 2012. Т. 54, вып. 1. С. 59–65. <https://doi.org/10.1134/S1063783412010064>

## References

1. Usanov D. A., Nikitov S. A., Skripal A. V., Ponomarev D. V. *One-dimensional microwave photonic crystals: New applications*. Boca Raton, FL, USA, CRC Press, Taylor Francis Group, 2019. 154 p. <https://doi.org/10.1201/9780429276231>
2. Belyaev B. A., Shabanov V. F., Khodenkov S. A., Galeev R. G. A lowpass filter based on a 2d microstrip electromagnetic crystal. *Doklady Physics*, 2019, vol. 64, no. 3, pp. 85–89. <https://doi.org/10.1134/S1028335819030017>
3. Belyaev B. A., Khodenkov S. A., Shabanov V. F. Investigation of frequency-selective devices based on a microstrip 2D photonic crystal. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 4, pp. 155–159. <https://doi.org/10.1134/S1028335816040017>
4. Ozbay E., Temelkuran B., Bayindir M. Microwave applications of photonic crystals. *PIER*, 2003, vol. 41, pp. 185–209. <https://doi.org/10.2528/pier02010808>
5. Fernandes H. C. C., Medeiros J. L. G., Junior I. M. A., Brito D. Photonic crystal at millimeter waves applications. *PIERS Online*, 2007, vol. 3, no. 5, pp. 689–694. <https://doi.org/10.2529/PIERS060901105337>
6. Usanov D. A., Skripal' A. V., Ponomarev D. V., Merdanov M. K. A matched load based on Bragg structures for the THz-frequency range. *Technical Physics Letters*, 2018, vol. 44, no. 3, pp. 210–212. <https://doi.org/10.1134/S1063785018030124>
7. Usanov D. A., Nikitov S. A., Skripal' A. V., Merdanov M. K., Evteev S. G. Waveguide photonic crystals on resonant irises with characteristics controlled by n-i-p-i-n-diodes. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2018, vol. 63, no. 1, pp. 58–63. <https://doi.org/10.1134/S1064226918010138>
8. Usanov D. A., Nikitov S. A., Skripal' A. V., Ponomarev D. V., Ruzanov O. M., Timofeev I. O. Application of a microwave coaxial Bragg structure for the measurement of parameters of insulators. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2020, vol. 65, no. 5, pp. 541–548. <https://doi.org/10.1134/S1064226920040087>
9. Usanov D. A., Nikitov S. A., Skripal' A. V., Ponomarev D. V., Latysheva E. V. Multiparametric measurements of epitaxial semiconductor structures with the use of one-dimensional microwave photonic crystals. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2016, vol. 61, no. 1, pp. 42–49. <https://doi.org/10.1134/S1064226916010125>
10. Skripal A. V., Ponomarev D. V., Sharonov V. E. Resonance characteristics of microwave photonic crystals with inclusions in the form of conducting nanolayers. *Technical Physics Letters*, 2023, vol. 49, no. 10, pp. 23–26. <https://doi.org/10.61011/TPL.2023.10.57051.19645>
11. Farkhutdinov R. V., Nasybulin A. R., Morozov O. G., Vaziev T. O., Ishkaev T. M., Sadchikov V. V. Bragg microwave structure in a coaxial waveguide as a sensor for monitoring the dielectric parameters of liquid media. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2019, vol. 22, no. 4–2, pp. 114–120 (in Russian). <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.114-120>
12. Skripal A. V., Ponomarev D. V., Komarov A. A. Tamm resonances in the structure 1-D microwave photonic crystal/conducting nanometer layer. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2020, vol. 68, iss. 12, pp. 5115–5122. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2020.3021412>
13. Skripal Al. V., Ponomarev D. V., Komarov A. A., Sharonov V. E. Tamm resonances control in one-dimensional microwave photonic crystal for measuring parameters of heavily doped semiconductor layers. *Izvestiya of Saratov University. Physics.*, 2022, vol. 22, iss. 2, pp. 123–130. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2022-22-2-123-130>
14. Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Erokhin S. G., Inoue M., Lisyansky A. A. Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces. *Phys. Rev. B*, 2006, vol. 74, no. 4, pp. 045128 (1–8). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.045128>
15. Vinogradov A. P., Dorofeenko A. V., Merzlikin A. M., Lisyansky A. A. Surface states in photonic crystals. *Phys. Usp.*, 2010, vol. 53, iss. 3, pp. 243–256. <https://doi.org/10.3367/UFNe.0180.201003b.0249>
16. Belozorov D. P., Girich A. A., Nedukh S. V., Moskaltsova A. N., Tarapov S. I. Microwave analogue of Tamm states in periodic chain-like structures. *PIER Letters*, 2014, vol. 46, pp. 7–12. <https://doi.org/10.2528/PIERL13122502>
17. Goto T., Dorofeenko A. V., Merzlikin A. M., Baryshev A. V., Vinogradov A. P., Inoue M., Lisyansky A. A., Granovsky A. B. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 101, iss. 11, pp. 113902 (1–3). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.113902>
18. Kaliteevski M., Iorsh I., Brand S., Abram R. A., Chamberlain J. M., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror. *Phys. Rev. B*, 2007, vol. 76, iss. 16, pp. 165415 (1–5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.165415>
19. Sasin M. E., Seisyan R. P., Kaliteevski M. A., Brand S., Abram R. A., Chamberlain J. M., Egorov A. Yu., Vasilev A. P., Mikhrin V. S., Kavokin A. V. Tamm plasmon polaritons: Slow and spatially compact light. *Appl. Phys. Lett.*, 2008, vol. 92, iss. 25, pp. 251112 (1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2952486>
20. Brand S., Kaliteevski M. A., Abram R. A. Optical Tamm states above the bulk plasma frequency at a Bragg stack/metal interface. *Phys. Rev. B*, 2009, vol. 79, iss. 8,



- pp. 085416 (1–4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.79.085416>
21. Beletskii N. N., Borysenko S. A. On the spectrum of electromagnetic waves in one-dimensional defective photon crystal bordering on conducting medium. *Radio Physics and Electronics*, 2016, vol. 7, iss. 16, pp. 1457–1465. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v7i.16.40>
  22. Bikbaev R. G., Vetrov S. Ya., Timofeev I. V. The optical Tamm states at the interface between a photonic crystal and nanoporous silver. *J. Opt.*, 2017, vol. 19, iss. 1, pp. 015104 (1–6). <https://doi.org/10.1088/2040-8986/19/1/015104>
  23. Pankin P. S., Vetrov S. Ya., Timofeev I. V. Hybrid states formed by the optical Tamm and defect modes in a one-dimensional photonic crystal. In: *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS)*. Shanghai, China, 2016, pp. 4571–4574. <https://doi.org/10.1109/PIERS.2016.7735688>
  24. Fang Y., Chen L., Zhu N., Zhou J. Tamm states of one-dimensional metal-dielectric photonic crystal. *IET Optoelectronics*, 2013, vol. 7, iss. 1, pp. 9–13. <https://doi.org/10.1049/iet-opt.2012.0064>
  25. Wen J., Zhao Q., Peng R., Yao H., Qing Y., Yin J., Ren Q. Progress in water-based metamaterial absorbers: A review. *Optical Materials Express*, 2022, vol. 12, no. 4, pp. 1461–1479. <https://doi.org/10.1364/OME.455723>
  26. Fan He, Kaixuan Si, Dace Zha, Rui Li, Yulu Zhang, Jianxiong Dong, Ling Miao, Shaowei Bie, Jianjun Jiang. Broadband Microwave Absorption Properties of a Frequency-Selective Surface Embedded in a Patterned Honeycomb Absorber. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2021, vol. 63, iss. 4, pp. 1290–1294. <https://doi.org/10.1109/TEMC.2021.3050184>
  27. Kuzhir P. P., Paddubskaya A. G., Volynets N. I., Batrakov K. G., Kaplas T., Lamberti P., Kotsilkova R., Lambin P. Main principles of passive devices based on graphene and carbon films in microwave – THz frequency range. *J. Nanophoton.*, 2017, vol. 11, no. 3, pp. 032504 (1–19). <https://doi.org/10.1117/1.JNP.11.032504>
  28. Zheng J., Zheng H., Pang Y., Qu B., Xu Z. Transparent broadband absorber based on a multilayer ITO conductive film. *Optics Express*, 2023, vol. 31, no. 3, pp. 3731–3742. <https://doi.org/10.1364/OE.482992>
  29. Bogatskaya A. V., Klenov N. V., Nikiforova P. M., Popov A. M., Schegolev A. E. Features of propagation and absorption of electromagnetic signals in periodic structures of conducting and dielectric layers. *Optics and Spectroscopy*, 2022, vol. 130, iss. 4, pp. 379–384. <https://doi.org/10.21883/EOS.2022.04.53722.48-21>
  30. Yoo Y. J., Ju S., Park S. Y., Kim Y. Ju., Bong J., Lim T., Kim K. W., Rhee J. Y., Lee Y. Metamaterial absorber for electromagnetic waves in periodic water droplets. *Scientific Reports*, 2015, vol. 5, no. 1, pp. 14018 (1–8). <https://doi.org/10.1038/srep14018>
  31. Skripal A. V., Ponomarev D. V., Volshanik M. A. Resonances in microwave photonic crystals using a continuous layer of water as an interface. *Technical Physics Letters*, 2024, vol. 50, no. 15, pp. 30–33 (in Russian). <https://doi.org/10.61011/PJTF.2024.15.58437.19880>
  32. Sato T., Buchner R. Dielectric Relaxation Processes in Ethanol/ Water Mixtures. *J. Phys. Chem. A*, 2004, vol. 108, iss. 23, pp. 5007–5015. <https://doi.org/10.1021/jp035255o>
  33. Usanov D. A., Skripal A. V., Abramov A. V., Bogolyubov A. S. Determination of the metal nanometer layer thickness and semiconductor conductivity in metal-semiconductor structures from electromagnetic reflection and transmission spectra. *Technical Physics*, 2006, vol. 51, no. 5, pp. 644–649. <https://doi.org/10.1134/S1063784206050173>
  34. Fan S., Yanik M. F., Wang Z., Sandhu S., Povinelli M. L. Advances in theory of photonic crystals. *Journal of Lightwave Technology*, 2006, vol. 24, no. 12, pp. 4493–4501. <https://doi.org/10.1109/JLT.2006.886061>
  35. Nikitin A. A., Nikitin A. A., Ustinov A. B., Kalinikos B. A., Lähderanta E. Microwave photonic crystal on the slot transmission line with a ferroelectric film. *Technical Physics*, 2016, vol. 61, no. 6, pp. 913–918. <https://doi.org/10.1134/S106378421606013X>
  36. Meissner T., Wentz F. J. The complex dielectric constant of pure and sea water from microwave satellite observations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, vol. 42, no. 9, pp. 1836–1849. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2004.831888>
  37. Sadovsky I. N., Kuzmin A. V., Sharkov E. A., Sazonov D. S., Pashinov E. V., Asheko A. A., Batulin S. A. *The analysis of dielectric permittivity's models of water environment, used in tasks of remote sensing of water areas*. Moscow, Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences Publ., 2013. 60 p. (in Russian).
  38. Bordonskii G. S., Gurulev A. A., Orlov A. O. Permittivity of Deeply Supercooled Water Based on the Measurements at Frequencies of 7.6 and 9.7 GHz. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2022, vol. 67, no. 3, pp. 249–256. <https://doi.org/10.1134/S1064226922030044>
  39. Zhu Y., Yang H. Defective microwave photonic crystals for salinity detection. *Coatings*, 2021, vol. 11, iss. 10, pp. 1243 (1–13). <https://doi.org/10.3390/coatings11101243>
  40. Bogatin A. S. Relaxation Polarizations: Strong and Weak Processes. *Physics of the Solid State*, 2012, vol. 54, no. 1, pp. 62–69. <https://doi.org/10.1134/S1063783412010064>

Поступила в редакцию 03.08.2024; одобрена после рецензирования 15.09.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 03.08.2024; approved after reviewing 15.09.2024; accepted for publication 20.09.2024



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 412–417

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 412–417

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-412-417>, EDN: MHXTBZ

Научная статья

УДК 53.06



# Исследование возможности реализации среднечастотного широкополосного генератора качающейся частоты на структуре полуизолирующего арсенида галлия

А. И. Михайлов<sup>✉</sup>, И. О. Кожевников, А. В. Митин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Михайлов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физики твердого тела, [mikhailovai13@mail.ru](mailto:mikhailovai13@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4158-9195>

Кожевников Илья Олегович, заведующий учебной лабораторией по полупроводниковой электронике, [kozhevnikov\\_io@mail.ru](mailto:kozhevnikov_io@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8911-3084>

Митин Антон Васильевич, старший преподаватель кафедры физики твердого тела, [mitin\\_av@mail.ru](mailto:mitin_av@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9638-427X>

**Аннотация.** Показана принципиальная возможность получения качания частоты токовых колебаний в диапазоне низких и средних частот на основе возникающей в сильных электрических полях рекомбинационной неустойчивости тока в полуизолирующем арсениде галлия. В предложенном варианте конструкции экспериментального образца катодным контактом является мезаструктура, а анодным – точечный прижимной контакт. Перестройка частоты выходного сигнала осуществляется изменением интенсивности засветки лазерным диодом межконтактной области образца. Наличие практически линейного участка на зависимости частоты от интенсивности освещения, на котором также сохраняется постоянство амплитуды выходного сигнала, позволяет утверждать о возможности создания первичного генератора в составе генератора качающейся частоты (свип-генератора) на основе предложенного принципа.

**Ключевые слова:** генератор качающейся частоты, полуизолирующий арсенид галлия, рекомбинационная токовая неустойчивость

**Для цитирования:** Михайлов А. И., Кожевников И. О., Митин А. В. Исследование возможности реализации среднечастотного широкополосного генератора качающейся частоты на структуре полуизолирующего арсенида галлия // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 412–417. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-412-417>, EDN: MHXTBZ

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Investigation of the possibility of implementing a mid-frequency broadband swept-frequency generator based on the structure of semi-insulating gallium arsenide**

А. И. Михайлов<sup>✉</sup>, И. О. Кожевников, А. В. Митин

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Aleksandr I. Mikhailov, [mikhailovai13@mail.ru](mailto:mikhailovai13@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4158-9195>

Ilya O. Kozhevnikov, [kozhevnikov\\_io@mail.ru](mailto:kozhevnikov_io@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8911-3084>

Anton V. Mitin, [mitin\\_av@mail.ru](mailto:mitin_av@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9638-427X>

**Abstract. Background and Objectives:** In previous works, the authors of the article reported on the prospects of creating the functional microelectronic devices with wide functionality based on the semi-insulating gallium arsenide (GaAs) structures provided that they exhibit Gunn or recombination current instabilities. The aim of the work is to obtain a current oscillation frequency sweep based on the recombination current instability in semi-insulating gallium arsenide that occurs in strong electric fields. **Materials and Methods:** Experimental samples made by the basis of industrial GaAs epitaxial wafers. The cathode contact of the sample is a mesa structure, and the anode contact is a pressure point contact. The output signal of the sample is a voltage oscillation across the load resistor. The current oscillations frequency depends on the value of the power of the incident optical radiation in the visible or infrared ranges of the spectrum. The oscillations were caused by the recombination current instability in semi-insulating gallium arsenide in high electric fields. **Results:** When the current on the laser diode illuminating the surface of the sample has a sawtooth shape, a sweeping of the frequency of the sample's output signal has been observed. The dependence of the frequency versus the lighting intensity contains a linear section within which the frequency change factor reaches 1.6 times, the frequency sweeping band is significantly greater than 1% of the maximum frequency of the operating range, and the amplitude of the generated signal changes by no more than 6%. **Conclusion:** The fundamental possibility of obtaining current oscillation frequency sweeps in the range of low, medium and high



frequencies based on the recombination current instability in semi-insulating GaAs has been demonstrated. Thus, it can be argued that it is possible to create a primary generator as part of a sweep generator based on the proposed principle.

**Keywords:** swept-frequency generator, semi-insulating gallium arsenide, recombination current instability

**For citation:** Mikhailov A. I., Kozhevnikov I. O., Mitin A. V. Investigation of the possibility of implementing a mid-frequency broadband swept-frequency generator based on the structure of semi-insulating gallium arsenide. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 412–417 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-412-417>, EDN: MHXTBZ

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Ганновская и рекомбинационная неустойчивости тока в полупроводниках – перспективные физические механизмы для твердотельной функциональной микроэлектроники [1–8]. В теоретических и экспериментальных работах авторов статьи (см., например, [9–11]) сообщалось о перспективности создания функциональных микроэлектронных устройств на структурах полуизолирующего арсенида галлия (GaAs) в условиях проявления ганновской и рекомбинационной неустойчивостей тока с широкими функциональными возможностями и управлением (в том числе оперативным) параметрами и характеристиками в диапазоне частот от десятков и сотен кГц (рекомбинационная неустойчивость) до долей, единиц и даже десятков GHz (ганновская неустойчивость).

Арсенид галлия известен как перспективный полупроводниковый материал с высокой подвижностью электронов, в котором в сильных электрических полях вследствие междолинного переноса электронов наблюдается известный эффект Ганна, сопровождающийся токовыми СВЧ колебаниями, а также и более низкочастотная рекомбинационная неустойчивость тока, связанная с возрастающим в сильных электрических полях захватом электронов проводимости примесными центрами с глубокими уровнями [2–8]. Полуизолирующий (высокоомный) GaAs, на практике используемый чаще всего в качестве монокристаллических подложек для наращивания тонких эпитаксиальных рабочих слоев, представляет собой компенсированный полупроводник, содержащий компенсирующие примеси. Наличие компенсирующих примесей с достаточно высокими значениями концентрации приводит не только к снижению концентрации носителей заряда в зоне проводимости и в валентной зоне до значений  $10^{13} \text{ см}^{-3}$  и менее, и обеспечивающих таким образом высокое значение удельного соотивления материала, но и к созданию уровней ловушек в запрещенной зоне, которые оказывают значительное влияние на динамику электронных процессов, протекающих в полупроводнике.

Исследования показали, что в образцах полуизолирующего GaAs с контактами на основе планарно-эпитаксиальных меза-структур при подаче постоянного напряжения выше некоторого порогового значения возникают колебания (осцилляции) тока [9–11]. Частота этих колебаний в большей степени зависит от мощности падающего оптического излучения в видимом или инфракрасном диапазонах спектра и в меньшей – от величины питающего напряжения [9–11]. Таким образом, использование полуизолирующего GaAs позволяет получить комбинированное действие двух физических явлений – неустойчивости тока и внутреннего фотоэффекта.

## 1. Материалы и методы

В данной работе приводятся результаты экспериментального исследования возможности получения на основе возникающей в сильных электрических полях рекомбинационной неустойчивости тока в полуизолирующем GaAs качания (свипирования) частоты токовых колебаний в диапазоне низких и средних частот, управляемого светом. Экспериментальные образцы изготовлены из эпитаксиальных пластин GaAs марки САГ-2БК методом фотолитографии. Схематическое изображение образца показано на рис. 1, a, где анодным является точечный прижимной контакт в виде вольфрамового зонда на поверхности высокоомной пластины, а катодным – контакт, выполненный на основе планарно-эпитаксиальной меза-структуры. Расстояние между контактами составляет порядка  $50 \pm 10 \text{ мкм}$ , и определяет длину активной области структуры. Омический катодный контакт имеет размер порядка  $100 \times 200 \text{ мкм}$ . Диаметр острия зонда анодного точечного контакта порядка 10 мкм. Между контактами подается постоянное напряжение питания  $U_S$ , а на нагрузочном резисторе  $R_{L1}$  фиксируется напряжение, пропорциональное протекающему через образец току. Установлено, что, в отличие от варианта экспериментального образца, описанного в предыдущих работах авторов [10, 11], данный

вариант (см. рис. 1, а) позволяет получать колебания с большей амплитудой.

GaAs обладает высокой фоточувствительностью в широком диапазоне и видимой, и ИК частей спектра, но с целью удобства позиционирования освещаемой области при проведении исследований межконтактное пространство образцов облучалось лазером с длиной волны в видимом диапазоне ( $\lambda = 680$  нм).

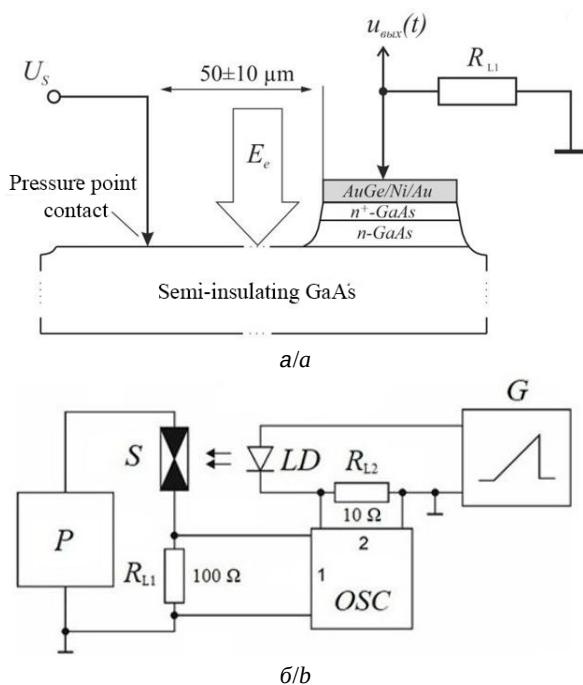


Рис. 1. Схематическое изображение экспериментального образца (а) и структурная схема установки для исследования возможности получения качания частоты (свипирования) токовых колебаний (б)

Fig. 1. Schematic illustration of the prototype (a) and a block diagram of the setup for studying the possibility of obtaining frequency swing (sweeping) of current oscillations (b)

При подаче на образец напряжения  $U_s$ , превышающего некоторое пороговое значение, возникают колебания напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  на нагрузке  $R_{L1}$  (см. рис. 1, а), регистрируемые с помощью осциллографа. При увеличении интенсивности освещения  $E_e$  межконтактной области образца лазером частота токовых колебаний в цепи увеличивается относительно темнового значения. Частота токовых колебаний, регистрируемых с помощью осциллографа, для исследуемых образцов находится, как правило, в диапазоне от 5 кГц до 1 МГц и для каждого конкретного образца определяется совокупностью технологических и физических факторов (например, топология мезаструктурь, величина приложенного напряжения, локализация и интенсивность

оптического воздействия), поэтому диапазон перестройки частоты от освещения для каждого отдельно взятого образца ввиду указанных факторов также носит индивидуальный характер. Для исследования возможности получения качания частоты (свипирования) возникающих токовых колебаний была использована схема, приведенная на рис. 1, б. Схема включает исследуемый образец  $S$ , подключенный к источнику питания  $P$  последовательно с нагрузочным резистором  $R_{L1}$  с сопротивлением 100  $\Omega$ ; лазерный диод  $LD$  ( $\lambda = 680$  нм,  $P_{\max} = 3$  мВт), подключенный к питающему его генератору пилообразных импульсов тока  $G$  последовательно с нагрузочным резистором  $R_{L2}$  с сопротивлением 10  $\Omega$ . Для одновременного наблюдения управляющего и генерируемого сигналов напряжение с резистора  $R_{L1}$  подается на канал 1, а с резистора  $R_{L2}$  – на канал 2 осциллографа  $OSC$ .

## 2. Результаты и их обсуждение

Для исследуемого образца экспериментально установлен диапазон значений освещенности, в пределах которого зависимости частоты и амплитуды генерируемых колебаний тока носят практически линейный характер. На рис. 2 представлены участки указанных зависимостей частоты основной гармоники  $f$  и амплитуды колебаний напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  на нагрузке  $R_{L1}$  в пределах установленного диапазона значений освещенности для образца описанной конструкции.

Основными требованиями к генераторам качающейся частоты (ГКЧ) являются линейность модуляционной характеристики и постоянство уровня генерируемого выходного сигнала [12]. Как указано на приведенных на рис. 2 экспериментальных зависимостях для исследуемого образца, кратность изменения частоты  $f_{\max}/f_{\min}$  генерируемых колебаний во всем использованном в экспериментах интервале изменения интенсивности освещения ( $E_e = 0$ –30 мВт/см<sup>2</sup>) достигает 108, а в интервале, в пределах которого обеспечивается линейность ватт-амперной характеристики лазера ( $E_e = 10$ –30 мВт/см<sup>2</sup>) и зависимости частоты от интенсивности освещения, кратность изменения частоты достигает 1.6 раза. При этом в последнем случае амплитуда генерируемого сигнала изменяется не более чем на 6%. Кроме того, поскольку полоса качания частоты токовых колебаний  $\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$  в этом последнем случае получается существенно больше

1% от максимальной частоты  $f_{\max}$  рабочего диапазона в полосе качания, то речь может идти о возможности создания на описанном эффекте широкополосного ГКЧ [12]. Таким образом, диапазон свипирования, в котором обеспечивается постоянство амплитуды сигнала генератора на основе предложенного принципа, будет ограничен в области низких частот пороговым значением интенсивности освещения, соответствующим пороговому току лазерного диода, а в области высоких частот – пороговым значением интенсивности освещения, при котором происходит резкий спад амплитуды и дальнейший срыв генерации токовых колебаний [10, 11].

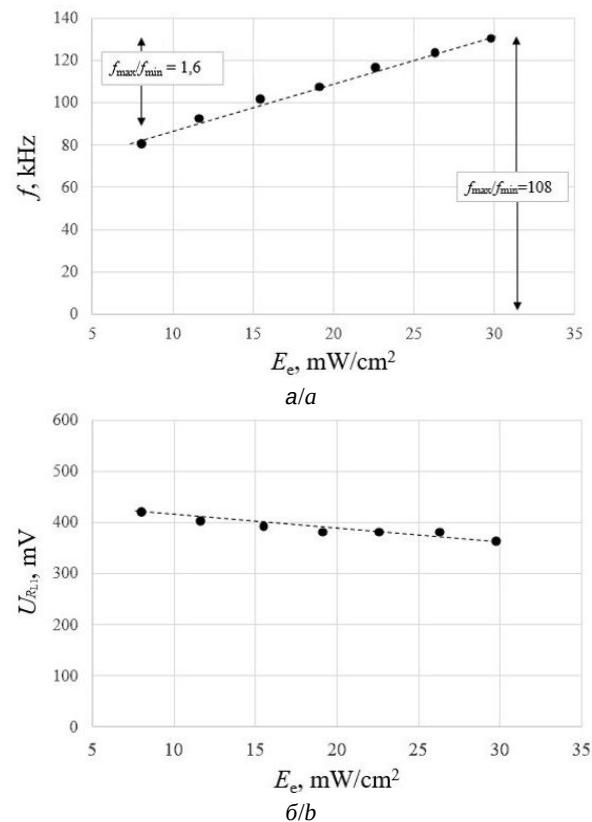


Рис. 2. Зависимость частоты (а) и амплитуды (б) колебаний напряжения на нагрузочном резисторе  $R_{L1}$  от интенсивности освещения

Fig. 2. Dependence of the frequency (a) and amplitude (b) of oscillations on load resistor  $R_{L1}$  on the intensity of illumination

С помощью схемы, приведенной на рис. 1, б, для исследуемого образца были получены осциллограммы генерируемых колебаний при пилообразной форме сигнала на лазерном диоде, освещая поверхность образца (см. рис. 1, а). Значения тока накачки лазерного диода задавались в пределах установленного для данного

образца диапазона, соответствующего линейному участку его ватт-амперной характеристики. На рис. 3, а и 3, б сравниваются выходные сигналы со структурами при разных амплитудах пилообразных импульсов тока накачки лазерного диода. Из анализа осциллограмм можно сделать вывод, что управление диапазоном качания частоты (свипирования) токовых колебаний возможно путем изменения амплитуды пилообразных импульсов тока накачки лазерного диода.

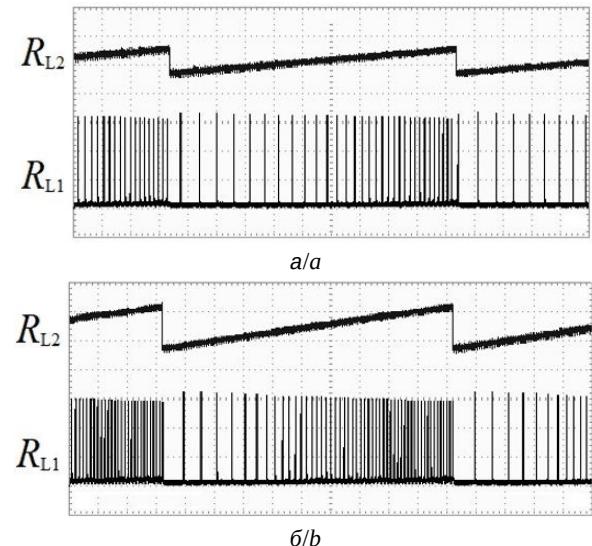


Рис. 3. Свипирование выходного сигнала образца (канал 1) при управляющем пилообразном сигнале на лазерном диоде (канал 2), напряжении  $U_S = 21$  В и значениях амплитуды пилообразных импульсов тока накачки лазера: а – 2 мА, б – 4 мА

Fig. 3. Sweeping of the output signal (channel 1) with a control sawtooth signal on a laser diode (channel 2), at voltage  $U_S = 21$  V and a control signal value of 2 mA (a) and 4 mA (b)

## Выводы

В работе показана принципиальная возможность получения управляемого светом качания (свипирования) частоты токовых колебаний в низкочастотном и среднечастотном диапазонах на основе возникающей в сильных электрических полях рекомбинационной неустойчивости тока в полуизолирующем арсениде галлия. Для управления частотой колебаний на основе данного принципа ввиду малых размеров функционального элемента в качестве источника освещения лучше всего подходит лазерный диод (либо светодиод) с длиной волны излучения в оптическом и ИК диапазонах. Установлено, что на зависимости частоты от интенсивности освещения имеется линейный участок, в пределах которого кратность изменения частоты достигает

1.6 раза, полоса качания частоты токовых колебаний существенно больше 1% от максимальной частоты рабочего диапазона, а амплитуда генерируемого сигнала изменяется не более чем на 6%. Опираясь на работы авторов статьи [9–11], а также на известные классические работы по эффекту Ганна (см., например, [6, 7]), есть основания полагать, что диапазон управляемого светом качания (свищирования) частоты колебаний тока в структуре полуизолирующего GaAs, возникающих вследствие рекомбинационной и ганновской неустойчивостей тока, может быть продвинут и в ВЧ, и даже в СВЧ область спектра. Стоит также подчеркнуть, что продемонстрированное управление свищированием частоты токовых колебаний осуществляется с использованием источника оптического излучения с выходной мощностью не более единиц мВт. В предложенном и описанном варианте такой генератор может быть использован как первичный генератор в составе ГКЧ, либо для смешения и синтеза частот, а также в импульсных либо цифровых схемах (см., например, [13]). Кроме того, не вызывает особых сомнений, что за счет дополнительных схемных решений можно добиться необходимого выравнивания амплитуды выходного сигнала во всем рабочем диапазоне свищирования частоты и в режиме генерации гармонических колебаний.

### Список литературы

1. Щука А. А. Электроника : учебное пособие / под ред. проф. А. С. Сигова. СПб. : БХВ-Петербург, 2006. 800 с.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Г. Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. М. : Наука, 1972. 416 с.
3. Пожела Ю. К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М. : Наука, 1977. 368 с.
4. Федорченко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 176 с.
5. Кэррол Дж. СВЧ-генераторы на горячих электронах / пер. с англ. М. Е. Левинштейна, М. С. Шура ; под ред. Б. Л. Гельмента. М. : Мир, 1972. 382 с.
6. Левинштейн М. Е., Пожела Ю. К., Шур М. С. Эффект Ганна. М. : Сов. радио, 1975. 288 с.
7. Шур М. С. Современные приборы на основе арсенида галлия / пер. с англ. ; под ред. М. Е. Левинштейна. М. : Мир, 1991. 632 с.
8. Neumann A. Slow domains in semi-insulating GaAs // J. Appl. Phys. 2001. Vol. 90, № 1. P. 1–26. <https://doi.org/10.1063/1.1377023>
9. Михайлов А. И., Митин А. В., Терентьева А. И. Особенности проявления ганновской и рекомбинационной неустойчивостей тока в высокоомных полупроводниках в условиях оптического воздействия // Полупроводниковая электроника и молекулярные нанотехнологии : сборник статей / под общ. ред. А. И. Михайлова. Саратов : ИЦ «Наука», 2013. С. 130–153.
10. Михайлов А. И., Митин А. В., Кожевников И. О. Функциональный однокристальный преобразователь свет-частота на основе высокоомного n-GaAs // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 4. С. 64–69.
11. Михайлов А. И., Митин А. В., Кожевников И. О. Особенности возникновения устойчивых колебаний тока большой амплитуды в длинных высокоомных планарно-эпитаксиальных структурах на основе арсенида галлия // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2015. Т. 58, № 4. С. 59–64. <https://doi.org/10.20535/S002134701504007X>
12. Винокуров В. И., Каплин С. И., Петелин И. Г. Электрорадиоизмерения : учебное пособие для радиотехн. спец. вузов / под ред. В. И. Винокурова. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Высшая школа, 1986. 351 с.
13. Zutavern F. J., Glover S. F., Swalby M. E., Cich M. J., Mar A., Loubriel G. M., Roose L. D., White F. E. DC-Charged GaAs PCSSs for Trigger Generators and Other High-Voltage Applications // Transactions on Plasma Science. 2010. Vol. 38, iss. 10. P. 2708–2715. <https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2049663>

### References

1. Shchuka A. A. Elektronika. Uchebnoe posobie [Sigov A. S., ed. Electronics. Tutorial]. St. Petersburg, BHV-Petersburg, 2006. 800 p. (in Russian).
2. Bonch-Bruevich V. L., Zviagin I. P., Mironov A. G. Domennaya elektricheskaya neustoichivost' v poluprovodnikakh [Domain electrical instability in semiconductors]. Moscow, Nauka, 1972. 416 p. (in Russian).
3. Pozhela Yu. K. Plazma i tokovye neustoichivosti v poluprovodnikakh [Plasma and current instabilities in semiconductors]. Moscow, Nauka, 1977. 368 p. (in Russian).
4. Fedorchenko A. M., Koczarenko N. Ya. Absolutnaya i konvektivnaya neustoichivost' v plazme i tverdykh telakh [Absolute and convective instability in plasma and solids]. Moscow, Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literature, 1981. 176 p. (in Russian).
5. John E. Carroll. Hot Electron Microwave Generators. London, Edward Arnold, 1970. 306 p. (Russ. ed.: Moscow, Mir, 1972. 382 p.).
6. Levinshtejn M. E., Pozhela Yu. K., Shur M. S. Effekt Ganna [Gunn effect]. Moscow, Sovetskoe radio, 1975. 288 p. (in Russian).
7. Michael Shur. GaAs Devices and Circuits. New York, London, Plenum press, 1987. 670 p. (Russ. ed.: Moscow, Mir, 1991. 632 p.). <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-1989-2>

8. Neumann A. Slow domains in semi-insulating GaAs. *J. Appl. Phys.*, 2001, vol. 90, no. 1, pp. 1–26. <https://doi.org/10.1063/1.1377023>
9. Mikhailov A. I., Mitin A. V., Terenteva A. I. Features of the manifestation of Hann and recombination current instabilities in high-resistance semiconductors under optical influence. In: Mikhailov A. I., total ed. *Semiconductor electronics and molecular nanotechnologies: Collection of articles*. Saratov, ITs “Nauka”, 2013, pp. 130–153 (in Russian).
10. Mikhailov A. I., Mitin A. V., Kozhevnikov I. O. Functional single-chip light-frequency converter based on high-resistance n-GaAs. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2014, vol. 17, no. 4, pp. 64–69 (in Russian).
11. Mikhailov A. I., Mitin A. V., Kozhevnikov I. O. Features of the occurrence of stable high-amplitude current oscillations in long high-resistivity planar epitaxial structures based on gallium arsenide. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika* [News of Universities. Radioelectronics], 2015, vol. 58, no. 4, pp. 59–64 (in Russian). <https://doi.org/10.20535/S002134701504007X>
12. Vinokurov V. I., Kaplin S. I., Petelin I. G. *Elektroradioizmereniya: uchebnoe posobie dlya radiotekhn. spets. vuzov* [Vinokurov V. I., ed. Electrical radio measurements: Textbook, manual for radio engineering special universities]. Moscow, Vysshaya shkola, 1986. 351 p. (in Russian).
13. Zutavern F. J., Glover S. F., Swalby M. E., Cich M. J., Mar A., Loubriel G. M., Roose L. D., White F. E. DC-Charged GaAs PCSSs for Trigger Generators and Other High-Voltage Applications. *Transactions on Plasma Science*, 2010. vol. 38, iss. 10, pp. 2708–2715. <https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2049663>

Поступила в редакцию 09.04.2024; одобрена после рецензирования 28.08.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 09.04.2024; approved after reviewing 28.08.2024; accepted for publication 20.09.2024



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 418–428

*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 418–428

<https://fizika.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-418-428>, EDN: NHEYLN

Научная статья  
УДК 004.312.22



## Аналоговые модели базовых троичных логических элементов комбинационной логики

А. А. Семёнов<sup>✉</sup>, С. Б. Вениг, А. С. Дронкин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов,  
ул. Астраханская, д. 83

Семёнов Андрей Андреевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры физики твёрдого тела, [sgu\\_wap@yandex.ru](mailto:sgu_wap@yandex.ru),  
<https://orcid.org/0000-0002-1621-6530>

Вениг Сергей Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой материаловедения, технологии и управления качеством; директор Института физики, [wenigsb@mail.ru](mailto:wenigsb@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4759-5828>  
Дронкин Алексей Станиславович, аспирант кафедры физики твёрдого тела, [dronkin.alexei@mail.ru](mailto:dronkin.alexei@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0009-5762-9073>

**Аннотация.** Уже сегодня очевидно, что быстродействие современных микропроцессоров приближается к своему пределу. Наращивать тактовую частоту и повышать быстродействие входящих в их состав транзисторов за счет уменьшения их размеров становится все сложнее из-за фундаментальных физических ограничений. Возможные способы повышения производительности микропроцессоров могут быть найдены на путях внедрения принципиально новых материалов и технологий, что связано с необходимостью частичного или полного отказа от современной технологии производства электронных компонентов. Тем не менее, существует и вариант развития, позволяющий повысить производительность микроэлектронных устройств без отказа от привычных и отлаженных технологий, как в области создания интегральных схем, так и микроархитектуры. Переход цифровой техники от двоичной основы к троичной системе счисления, т. е. использованию в рамках одного разряда трёх возможных состояний – ложь/неопределенность/истина – позволяет получить целый ряд преимуществ и в целом предоставляет реальную возможность повысить производительность микропроцессорной техники при прочих равных условиях. В связи с этим целью работы является разработка аналоговых моделей логических элементов троичной логики, совместимых по характеристикам с современными сериями элементов двоичной КМОП-логики. Предложенные аналоговые модели троичных логических элементов позволяют корректно моделировать сложные устройства цифровой схемотехники, содержащие такие элементы. Выполнен действующий макет троичного логического элемента на типовых отечественных дискретных электронных компонентах, подтвердивший корректность и эффективность разработанных моделей элементов троичной логики. На основе предложенных моделей в дальнейшем были сконструированы основные узлы троичного процессора

**Ключевые слова:** логические элементы, троичная логика, троичный логический базис, цифровые модели, повышение производительности, троичная схемотехника, троичный процессор

**Для цитирования:** Семёнов А. А., Вениг С. Б., Дронкин А. С. Аналоговые модели базовых троичных логических элементов комбинационной логики // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 418–428. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-418-428>, EDN: NHEYLN

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

### Analog models for ternary combinational logic elements

А. А. Семёнов<sup>✉</sup>, С. Б. Вениг, А. С. Дронкин

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Andrey A. Semenov, [sgu\\_wap@yandex.ru](mailto:sgu_wap@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1621-6530>

Sergey B. Venig, [wenigsb@mail.ru](mailto:wenigsb@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4759-5828>

Alexei S. Dronkin, [dronkin.alexei@mail.ru](mailto:dronkin.alexei@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0009-5762-9073>

**Abstract. Background and Objectives:** It is already obvious today that the performance of modern microprocessors is approaching its limit. Increasing the clock frequency and increasing the performance of the transistors included in them by reducing their size is becoming increasingly difficult due to fundamental physical limitations. Possible ways to increase the performance of microprocessors can be found through the introduction of fundamentally new materials and technologies, which is associated with the need for partial or complete abandonment of modern technology for the production of electronic components. However, there is also a development option that makes it possible to increase the performance of microelectronic devices without abandoning familiar and established technologies, both in the field of creating integrated circuits



and microarchitecture. The transition of digital technology from a binary base to a ternary number system, that is, the use of three possible states within one digit – false/uncertain/true – allows one to obtain a number of advantages and, in general, provides a real opportunity to increase the performance of microprocessor technology, all other things being equal. In this regard, the goal of the work is to develop analog models of ternary logic elements that are compatible in characteristics with modern series of binary CMOS logic elements that can allow one to correctly simulate complex digital circuitry devices containing such elements. **Materials and Methods:** A software package for analysis and automatic design of electronic circuits was used to develop analog models of ternary logic elements. This program made it possible to analyze transient processes, parameters and interaction features of the developed logical elements. **Results:** A working prototype of a ternary logic element has been completed using standard discrete electronic components, which confirms the correctness and efficiency of the developed models of ternary logic elements. **Conclusion:** The proposed analog models of ternary logic elements allow one to correctly simulate complex digital circuitry devices containing such elements. Based on the proposed models, the main units of the ternary processor have been subsequently designed.

**Keywords:** logical elements, ternary logic, ternary logical basis, analog models, performance improvement, ternary circuit design, ternary processor

**For citation:** Semenov A. A., Venig S. B., Dronkin A. S. Analog models for ternary combinational logic elements. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 418–428 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-418-428>, EDN: NHEYLN

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Современные микропроцессоры успешно работают в диапазоне тактовых частот до 10 ГГц [1, 2], а разработчики и производители уверенно подтверждают, что и барьер в 10 ГГц может быть вскоре успешно достигнут [3]. Ещё сравнительно недавно такие цифры представлялись фантастикой – нижний край диапазона СВЧ, длины волн 6–5 см! Тем не менее, уже сегодня очевидно, что быстродействие микропроцессоров приближается к своему пределу. Наращивать тактовую частоту микропроцессоров и повышать быстродействие входящих в их состав транзисторов за счет уменьшения их размеров становится все сложнее из-за фундаментальных физических ограничений [4].

Возможные способы повышения производительности микропроцессоров могут быть найдены на путях внедрения принципиально новых материалов и физических принципов работы, что связано с необходимостью частичного или полного отказа от современной технологии производства электронных компонентов [5, 6]. Но существует и альтернативный вариант, позволяющий повысить производительность микропроцессоров без отказа от привычных и отлаженных технологий, как в области создания интегральных схем, так и их микроархитектуры.

Переход цифровой техники от двоичной основы к троичной системе счисления, т. е. использованию в рамках одного разряда трёх возможных состояний – ложь/неопределенность/истина – или же **-1, 0 и +1**, позволяет получить целый ряд преимуществ: более плотную запись информации, простое и естественное представление отрицательных чисел, ускоренное выполнение операций ветвления и сложения, а также сокращение количества межсоединений, что в целом может

повысить производительность микропроцессоров при прочих равных условиях.

## 1. 0 троичной логике

Троичная или трёхзначная логика (англ. – *ternary logic*) – один из видов многозначной логики, использующий три истинностных значения. Троичная система счисления – позиционная система счисления с основанием 3. Троичная система счисления существует в двух вариантах: несимметричная (цифры **0, 1, 2**) и симметричная (уравновешенная) (цифры **-1, 0, +1**). Принято считать, что исторически позиционная симметричная (уравновешенная) троичная система счисления была предложена математиком Леонардо Пизано Фибоначчи (1170–1228) для решения «задачи о гирях». Тот факт, что троичная логика обладает рядом преимуществ по сравнению с двоичной, также известен довольно давно. Как один из видов многозначной логики, она была предложена Яном Лукасевичем ещё в 1920 году.

В обычной двоичной логике оперируют двумя логическими понятиями: «ИСТИНА» и «ЛОЖЬ», «ДА» и «НЕТ», «1» и «0». Такая двузначная логика весьма несложно реализуется аппаратно современными активными твердотельными приборами – транзисторами, но некоторую неполноту этой логики осознавал ещё отец стройного математического аппарата алгебры логики Джордж Буль [7].

Основоположником логики справедливо считается Аристотель, создавший систему доказательного умозаключения – силлогистику, которая все еще остается непревзойденным интеллектуальным инструментом. Но принципиальное отличие логики Аристотеля от современной «классической» логики в том, что она не двузначна,



а трёхзначна [7]. Троичная логика активно используется людьми в повседневной жизни, причём успешно пользуемся мы ей, практически этого не замечая. В быту кроме «белого» и «чёрного», «да» или «нет» обычно необходимы дополнительные промежуточные варианты. Как правило, это дополнительное состояние неопределенности. Голосуя на выборах, к примеру, мы обычно делимся на тех, кто «За», тех, кто «Против», и тех, кто «Воздержался». Таким образом, это более функциональная, близкая к мыслительному процессу логика.

Отметим, что в троичной логике смысл понятий «ИСТИНА» и «ЛОЖЬ» не изменяется по отношению к их значению в двоичной логике, но вводится третье логическое понятие: «НЕИЗВЕСТНО» или «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО». Можно сказать, что два базисных логических понятия «ДА» и «НЕТ», вполне логично и естественно дополнило состояние «НЕ ЗНАЮ», что в совокупности и определило алфавит симметричной троичной логики как  $\{+1, 0, -1\}$ .

Логическое понятие «НЕИЗВЕСТНО» и «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО» с трудом воспринимается как людьми, знакомыми с основами классической логики, так и многими профессиональными разработчиками цифровой аппаратуры. «Как можно оперировать с логическим состоянием, которое «НЕИЗВЕСТНО» и «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО»?» – такой вопрос обычно задаётся ими. В этой связи следует отчётливо понимать, что «НЕИЗВЕСТНО», «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО», «НЕ ЗНАЮ» – это лишь названия конкретного логического состояния, уровня которого весьма четко определены как половина напряжения питания при однополярном питании устройства, либо уровень «земли» или общего провода (0 Вольт) при двухполлярном питании. Логически же понятие «НЕИЗВЕСТНО», «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО» скрывает за собой лишь следующее: «НЕ ЗНАЮ»: «ИСТИНА» ли или «НЕ ЗНАЮ»: «ЛОЖЬ» ли. То есть под логическим понятием «НЕИЗВЕСТНО», «НЕ ОПРЕДЕЛЕНО» может быть спрятано либо логическое значение «ИСТИНА», либо логическое значение «ЛОЖЬ», а не что-либо иное, абстрактное и неконкретное, но в данный отдельный момент времени это значение нам просто «НЕИЗВЕСТНО».

Рассмотрим специфику проведения логических операций со значением «НЕИЗВЕСТНО» на примере простой и понятной логической операции «И». Результатом логической операции «И» над двумя логическими высказываниями будет «ИСТИНА», если «ИСТИННО» как первое, так

и второе высказывание. Это справедливо как в двоичной, так и в троичной логике: логическая операция «И» эксклюзивно (избирательно) реагирует на совпадение «ИСТИННЫХ» логических сигналов –  $\{+1\}$ .

Безусловно, результат логической операции «И» будет ЛОЖНЫМ, если «ЛОЖНО» хотя бы одно из логических высказываний. Собственно, здесь в словесной форме изложены аксиомы алгебры логики, из которых очевидно и другое практическое важное свойство логического элемента «И»: вентиль «И» «прозрачен» по логической  $\{1\}$  на одном из его входов, т. е. он пропускает на выход логический сигнал на втором входе без изменения, но «не прозрачен» по логическому  $\{0\}$ .

В том случае, если одно из высказываний «ЛОЖНО», а второе – «НЕИЗВЕСТНО», результатом логической операции «И» будет «ЛОЖНО», потому как «НЕИЗВЕСТНО» в троичной логике может принимать лишь значения «ИСТИННО» или «ЛОЖНО», откуда:

«ЛОЖНО» «И» «ИСТИННО»  $\rightarrow$  «ЛОЖНО»,  
но также

«ЛОЖНО» «И» «ЛОЖНО»  $\rightarrow$  «ЛОЖНО»,  
следовательно:

«ЛОЖНО» «И» «НЕИЗВЕСТНО»  $\rightarrow$  «ЛОЖНО».

Если же одно из высказываний «ИСТИННО», а второе – «НЕИЗВЕСТНО», результатом логической операции «И» будет «НЕИЗВЕСТНО», потому как

«ИСТИННО» «И» «ИСТИННО»  $\rightarrow$  «ИСТИННО», но

«ИСТИННО» «И» «ЛОЖНО»  $\rightarrow$  «ЛОЖНО»,  
следовательно, в этом случае результатом логической операции «И» будет «НЕИЗВЕСТНО»,

«НЕ ОПРЕДЕЛЕНО», а значит

«ИСТИННО» «И» «НЕИЗВЕСТНО»  $\rightarrow$  «НЕИЗВЕСТНО».

Мы «НЕ ЗНАЕМ» результат конкретно, но ситуация, заключающаяся в том, что нам это «НЕИЗВЕСТНО», логически непротиворечива.

Из рассмотренных примеров видно, что троичный логический элемент «И» «прозрачен» по логическому значению «НЕИЗВЕСТНО» на одном из его входов для логического сигнала «ЛОЖЬ». Поэтому в троичной логике результатом операции «И» над логическими аргументами «A» и «B» будет меньший из аргументов, и, следовательно, операция «И» в троичной логике является функцией «минимума» –  $\text{MIN}(A, B)$ .



Таким образом, очевидно, что двоичная операция «И» является подмножеством троичной функции «минимума» –  $\text{MIN}(A, B)$ . Они логически совместимы как по сигналам «ИСТИНА» и «ЛОЖЬ», так и по результату операции.

Следовательно, при надлежащем совпадении потенциалов напряжения, соответствующих логическим уровням, элементы как двоичной, так и троичной логики могут применяться в едином электронном устройстве.

Аналогично можно рассмотреть и результаты логической операции «ИЛИ» над троичными аргументами. В троичной логике результатом операции «ИЛИ» над логическими аргументами «A» и «B» будет больший из аргументов, и, следовательно, операция «ИЛИ» в троичной логике является функцией «максимума» –  $\text{MAX}(A, B)$ .

Не вызывает затруднения и операция отрицания в троичной логике. Инверсией логического значения «ИСТИННО» будет «ЛОЖНО», а инверсией логического значения «ЛОЖНО» будет «ИСТИННО» – результат полностью идентичный тому, что мог бы быть получен в двоичной логике при инверсии этих же логических значений.

Инверсией логического значения «НЕИЗВЕСТНО» будет «НЕИЗВЕСТНО». Что бы ни скрывалось под логическим состоянием, которое мы «НЕ ЗНАЕМ», «ИСТИНА» или «ЛОЖЬ», это состояние будет корректно инвертировано, согласно правилам, изложенным выше. Но конкретный результат этой операции мы всё равно «НЕ ЗНАЕМ», следовательно, нам это по-прежнему логически «НЕИЗВЕСТНО».

Следует отметить, что в силу того что инверсией логического значения «НЕИЗВЕСТНО» будет само же это логическое состояние «НЕИЗВЕСТНО», правила де Моргана, связывающие в двоичной логике пары логических операций при помощи логического отрицания, в троичной логике также справедливы. Отрицание операции  $\text{MIN}(A, B)$  есть операция  $\text{MAX}(A, B)$  от инвертированных аргументов. И отрицание операции  $\text{MAX}(A, B)$  есть операция  $\text{MIN}(A, B)$  от инвертированных аргументов.

Преимущества троичной системы известны давно [8]. Так, в частности, трёхразрядный двоичный счетчик способен выполнить подсчет лишь  $2^3 = 8$  импульсов, в то время как троичный счетчик той же разрядности способен осуществить счет до  $3^3 = 27$  [9]. С учётом возможностей ускоренного выполнения операций ветвления и сложения преимущества троичной системы в микропроцессорной технике очевидны и неоспоримы. Тем

не менее, широкое её применение сдерживалось отсутствием технологически удачных схемотехнических решений для базовых логических элементов, что в значительной мере было связано с несовершенством технологии производства комплементарных МОП-транзисторов, которые лежат в основе современной микропроцессорной техники. Так, в известных конструкциях [10, 11] не было возможности использовать МОП-транзисторы обогащенного типа с необходимыми порогами переключения, хотя схемотехника троичных логических элементов была проработана на вполне приемлемом для практического применения уровне.

Следует отметить, что процесс разработки и исследования цифровых систем на основе элементов троичной логики сдерживается также отсутствием работоспособных моделей таких элементов в распространенных популярных пакетах систем автоматического проектирования (САПР), в то время как к конструированию подобных систем существует устойчивый интерес [12–15]. Современный уровень развития технологии производства комплементарных МОП-транзисторов как обедненного, так и обогащенного типа, позволяет создавать в едином технологическом процессе полупроводниковые приборы с необходимыми заданными параметрами [16], на основе которых и были реализованы модели логических элементов, представленные в данной работе [17].

## 2. Модели МОП транзисторов в программе САПР

Для создания моделей троичных логических элементов в программном пакете схемотехнического моделирования [18] на основе параметров существующих в его составе Spice-моделей мало мощных МОП-транзисторов 2N7002, BSS84 были реализованы следующие модели транзисторов: 3N295DN, 3N295DP, 3N295EN, 3N895EN, 3N295EP, 3N895EP. Префикс 3N указывает на предназначение компонента для моделирования троичных логических схем. Суффиксы в названии определяют тип транзистора: D – Depletion Mode (нормально открытый, с встроенным каналом обеднённого типа); E – Enhancement Mode (нормально закрытый, с индуцированным каналом обогащенного типа), N – канал *n*-типа, P – канал *p*-типа. Число в названии, в зависимости от типа транзистора, указывает пороговое напряжение или напряжение отсечки, выраженное в вольтах с точностью до второго знака без десятичной запятой после первой цифры.

### 3. Логический элемент троичной инверсии

Троичный логический инвертор схемотехнически представляет собой фактически три ключа, управляемых входным сигналом и реализованных на основе МОП-транзисторов, выступающих также и в роли компараторов логических уровней входного напряжения, что значительно упрощает схемотехнику троичных логических элементов, выполненных на их основе.

Рассмотрим работу троичного инвертора, принципиальная электрическая схема которого представлена на рис. 1, а.

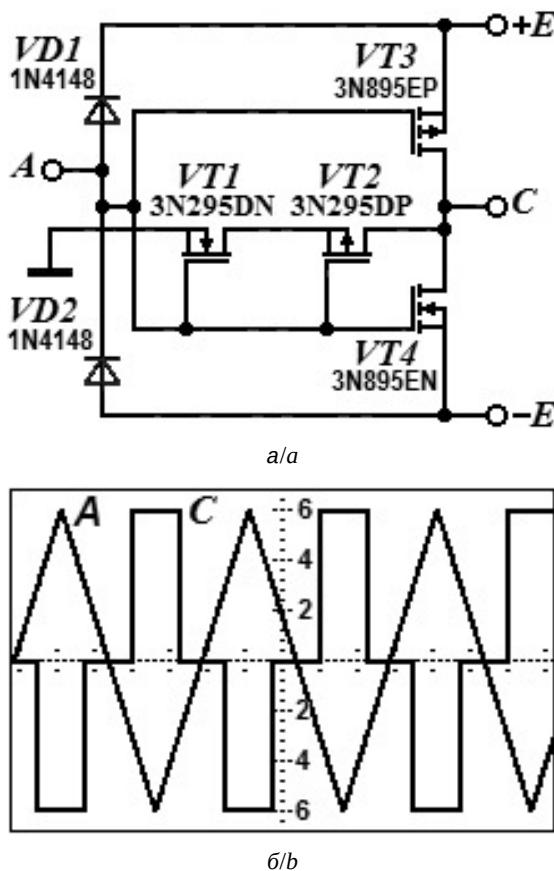


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема логического элемента троичной инверсии (а) и осциллограммы его входного и выходного сигналов (б)

Fig. 1. Ternary inverter "INV" circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

Пороговые напряжения МОП-транзисторов **VT3** и **VT4** выбраны так, что когда входной сигнал достигает потенциала логической «1», транзистор **VT4** соединяет выход **C** с шиной отрицательного потенциала источника **-E**, тем самым формируя уровень логической «-1», в то время как остальные транзисторы схемы закрыты. Когда же входной сигнал снижается до потенциала логической «-1», открывается транзистор **VT3**, соединяя

выход **C** с шиной положительного потенциала источника **+E** и тем самым формируя уровень логической «1», в то время как остальные транзисторы схемы опять же закрыты.

В диапазоне напряжений от  $-E/2$  до  $+E/2$ , когда величина входного сигнала приближается к потенциальному логического «0», транзисторы **VT3** и **VT4** закрыты, а проводимость каналов транзисторов **VT1** и **VT2** увеличивается, достигая максимума вблизи потенциала общего провода, с которым эти два транзистора, собственно, и соединяют выход троичного инвертора **C**, играя роль сложного ключа.

Диоды на входе схемы выполняют защитную функцию, а также вносят во входной импеданс устройства свою емкостную составляющую при моделировании схемы.

Рис. 1, б иллюстрирует динамику рассмотренных процессов при подаче на вход **A** троичного инвертора пилообразного входного сигнала амплитудой **E**.

### 3. Логические элементы троичной конъюнкции

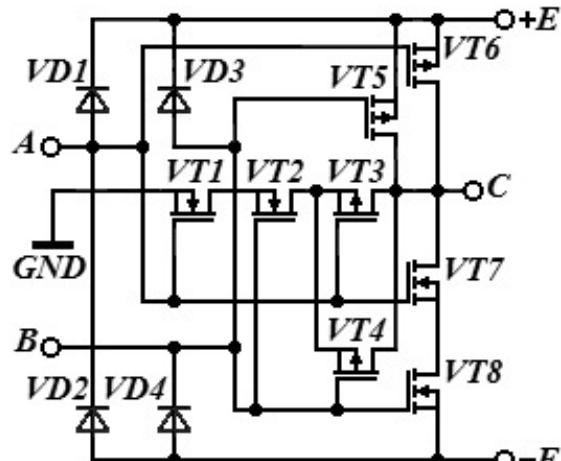
Логические элементы троичной логики совместимы по уровням логических сигналов «ИСТИНА» и «ЛОЖЬ» с элементами двоичной логики, и трактовка логических сигналов у этих логических семейств совершенно идентична. Следовательно, базовые троичные логические элементы должны обрабатывать логические «-1» и «1» точно так же, как и их двоичные аналоги. Поэтому в схемотехнике логического элемента троичной конъюнкции («INV-MIN» – аналога двоичного элемента «И-НЕ»), принципиальная электрическая схема которого представлена на рис. 2, а, транзисторы **VT5**–**VT8** фактически повторяют топологию схемы двоичного КМОП элемента «И-НЕ» [19].

Основное отличие заключается в том, что тип этих транзисторов и их пороговые напряжения выбраны так, что они работают за пределами диапазона входных сигналов от  $-E/2$  до  $+E/2$ , т. е., как раз обрабатывают логические сигналы троичных «-1» и «1». Если на входах этих транзисторов уровни сигнала не соответствуют потенциалам троичных «-1» и «1», то они закрыты и не влияют на работу схемы.

Тип транзисторов **VT1**, **VT2** и их напряжение отсечки выбраны так, что образованный ими сложный ключ разрешает прохождение тока через каналы транзисторов **VT3**, **VT4** лишь в том случае, когда сигнал на затворах изменяется в диапазоне от  $-E/2$  до  $+E/2$ , т. е. когда он приближается

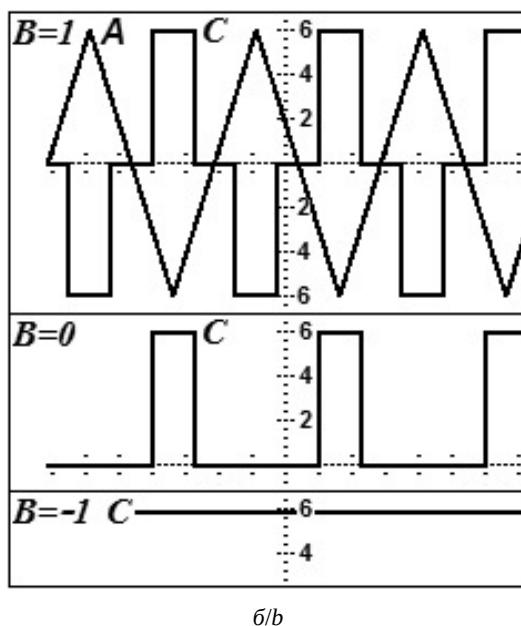


к потенциалу логического «0». Следовательно, ток через транзисторы  $VT3$ ,  $VT4$  будет проходить лишь в том случае, когда потенциал на их затворах также соответствует логическому «0».



$VT1, VT2$  3N295DN;  $VT3, VT4$  3N295DP;  
 $VT5, VT6$  3N895EP;  $VT7, VT8$  3N895EN;  
 $VD1-VD4$  1N4148

a/a



b/b

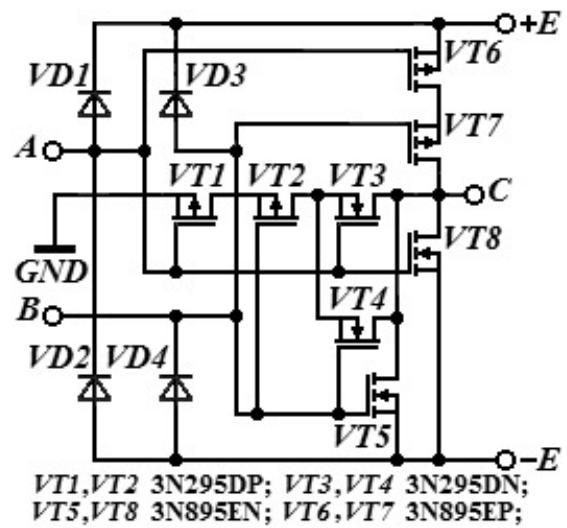
Рис. 2. Принципиальная электрическая схема троичного логического элемента «INV-MIN» (а) и осциллограммы его входных и выходных сигналов (б)

Fig. 2. Ternary “INV-MIN” logic element circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

Из представленных на рис. 2, б осциллограмм сигналов очевидно, что троичный логический элемент «INV-MIN» избирательно реагирует на совпадение логических «1» на своих входах, и в качестве вентиля пропускает на свой выход  $C$  меньший из поданных на входы логических уровней, инвертируя его.

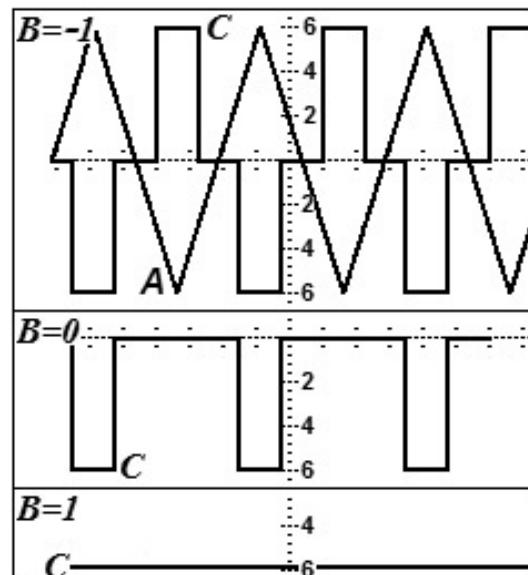
## 5. Логические элементы троичной дизъюнкции

Как и троичный логический элемент «INV-MIN», логический элемент троичной дизъюнкции («INV-MAX» – аналог двоичного элемента «ИЛИ-НЕ») должен обрабатывать логические «-1» и «1» так же корректно, как и его двоичный аналог. Следовательно, в составе его принципиальной электрической схемы, представленной на рис. 3, а, должны быть транзисторные ключи, фактически повторяющие схемотехнику двоичного КМОП элемента «ИЛИ-НЕ» [19].



$VT1, VT2$  3N295DP;  $VT3, VT4$  3N295DN;  
 $VT5, VT8$  3N895EN;  $VT6, VT7$  3N895EP;  
 $VD1-VD4$  1N4148

a/a



b/b

Рис. 3. Принципиальная электрическая схема троичного логического элемента «INV-MAX» (а) и осциллограммы его входных и выходных сигналов (б)

Fig. 3. Ternary «INV-MAX» logic element circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

Такими компонентами являются КМОП транзисторы  $VT5$ – $VT8$ . Тип этих транзисторов и их пороговые напряжения выбраны так, что они работают за пределами диапазона входных сигналов от  $-E/2$  до  $+E/2$ , т. е. как раз обрабатывают логические сигналы троичных « $-1$ » и « $1$ » как двоичный элемент «ИЛИ-НЕ». Если на входах этих транзисторов уровни сигнала не соответствуют потенциалам троичных « $-1$ » и « $1$ », то они закрыты и не влияют на работу схемы.

Тип транзисторов  $VT1$ ,  $VT2$  и их напряжения отсечки выбраны так, что образованный ими ключ разрешает прохождение тока через каналы транзисторов  $VT3$ ,  $VT4$  при величине сигнала на затворах в диапазоне от  $-E/2$  до  $+E/2$ , т. е. когда величина сигнала приближается к потенциальному логического « $0$ ». Принцип их работы фактически идентичен рассмотренному выше при описании троичного логического элемента «INV-MIN».

Из представленных на рис. 3, б осциллограмм сигналов следует, что троичный логический элемент «INV-MAX» избирательно реагирует на совпадение логических « $-1$ » на своих входах, и в качестве вентиля пропускает на свой выход  $C$  наибольший из поданных на входы логических уровней, инвертируя его.

## 6. Унарные декодеры троичных логических уровней

Декодеры троичных логических уровней представляют собой унарные функции одного аргумента, преобразующие трёхзначный код на входе в строго двухзначный код на выходе [20].

Функции имеют следующий вид:

$F(a) = (a = -1)$  – обнаружено логическое состояние «ЛОЖНО»;

$F(a) = (a = 0)$  – обнаружено логическое состояние «НЕИЗВЕСТНО»;

$F(a) = (a = 1)$  – обнаружено логическое состояние «ИСТИННО».

Входной код может принимать все три значения – «ИСТИННО», «ЛОЖНО» и «НЕИЗВЕСТНО», тогда как код на выходе может принимать лишь два значения: «ИСТИННО» и «ЛОЖНО». В этом плане устройства, действительно, являются декодерами, хотя не будет ошибкой назвать их детекторами троичных логических сигналов « $-1$ », « $0$ », « $1$ ». Обнаружив на входе логический сигнал соответствующего уровня, детектор выдаёт на выход сигнал « $1$ », во всех остальных случаях – « $-1$ », сигнал « $0$ », «НЕИЗВЕСТНО» не может появиться на выходе никогда.

На рис. 4 представлена принципиальная схема декодера логического уровня « $-1$ » и осциллограммы входного и выходного сигналов.

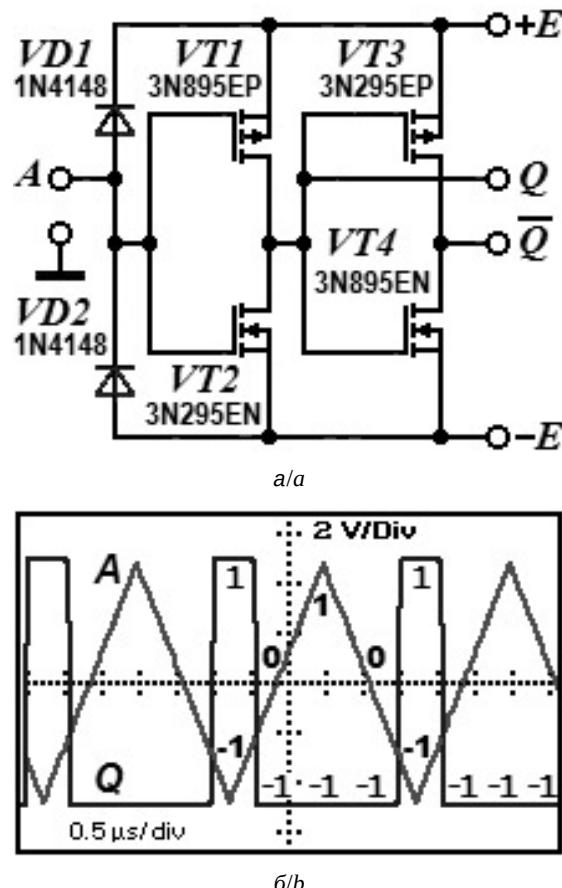


Рис. 4. Принципиальная электрическая схема декодера логического уровня « $-1$ » (а) и осциллограммы его входного и выходного сигналов (б)

Fig. 4. Ternary false logic state decoder circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

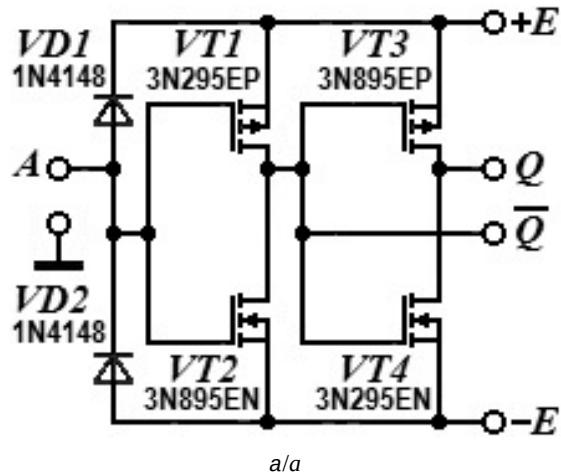
Компаратор логического уровня « $-1$ » выполнен на МОП-транзисторах  $VT1$  и  $VT2$ . Их пороговые напряжения выбраны так, что когда входной сигнал достигает потенциала логической « $-1$ », транзистор  $VT2$  закрывается, а транзистор  $VT1$  открывается, соединяя выход схемы  $Q$  с шиной положительного потенциала источника  $+E$ , тем самым формируя на выходе  $Q$  уровень логической « $1$ » (см. рис. 4, б).

МОП-транзисторы  $VT3$  и  $VT4$  образуют инвертор сигнала с выхода  $Q$  и выдают на инверсный выход  $\bar{Q}$  сигнал в противофазе.

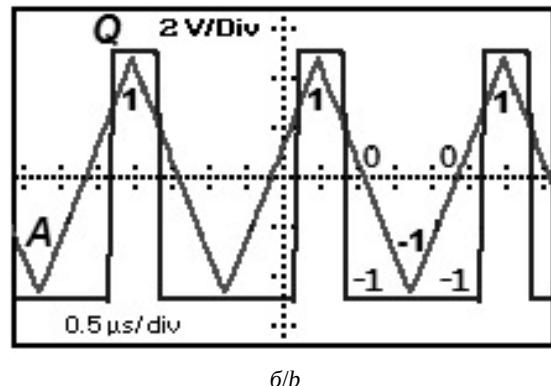
Принципиальная электрическая схема декодера логического уровня « $1$ » и осциллограммы входного и выходного сигналов приведены на рис. 5.

Компаратор логического уровня « $1$ » также выполнен на МОП-транзисторах  $VT1$  и  $VT2$ . Но в этом случае их пороговые напряжения выбраны

так, что когда входной сигнал достигает потенциала логической «1», транзистор  $VT1$  закрывается, а транзистор  $VT2$  открывается, соединяя инверсный выход схемы  $\bar{Q}$  с шиной отрицательного потенциала источника  $-E$ , тем самым формируя на нём уровень логической «-1», как это показано на рис. 5, б.



а/а



б/б

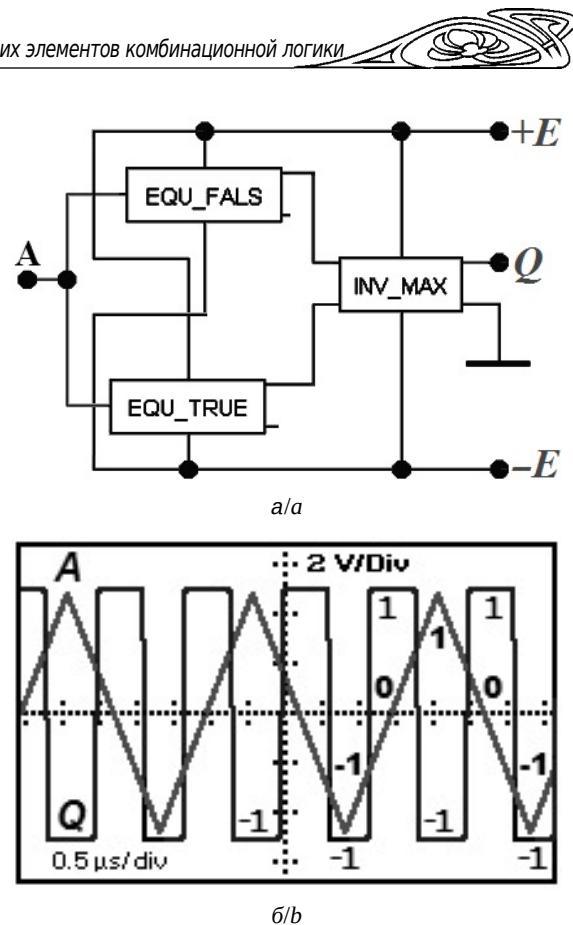
Рис. 5. Принципиальная электрическая схема декодера логического уровня «1» (а) и осциллограммы его входного и выходного сигналов (б)

Fig. 5. Ternary true state decoder circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

МОП-транзисторы  $VT3$  и  $VT4$  инвертируют сигнал инверсного выхода  $\bar{Q}$  и выдают на выход  $Q$  сигнал в противофазе.

Практика разработки схем троичной логики показала, что необходимость в декодере логического уровня «0» возникает сравнительно нечасто. Но в тех случаях, когда он действительно необходим, в схеме обычно уже присутствуют декодеры логических уровней «-1», «+1».

Поэтому декодер логического уровня «0» был выполнен по схеме, представленной на рис. 6.



а/а

б/б

Рис. 6. Принципиальная электрическая схема декодера логического уровня «0» (а) и осциллограммы его входного и выходного сигналов (б)

Fig. 6. Ternary unknown logic state decoder circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

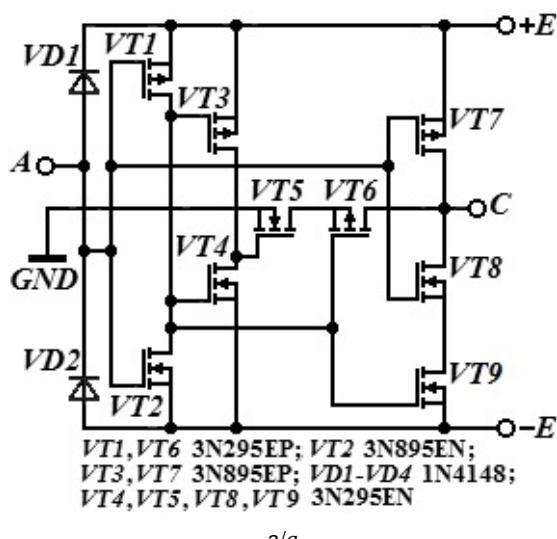
Логический элемент «INV\_MAX», избирательно реагирующий на совпадение логических уровней «-1», совместно с декодерами троичных логических уровней «-1» и «+1», свернутыми в субмодули «EQU\_FALS» и «EQU\_TRUE» соответственно, отслеживает уровень логического «0» в тех случаях, когда декодеры не обнаружили ни «-1», ни «+1» на входе  $A$ , что иллюстрируют осциллограммы входного и выходного сигналов, приведенные на рис. 6, б.

## 7. Логические элементы троичной циклической инверсии

Троичный инвертор способен выполнить следующее преобразование логических сигналов: «1»  $\rightarrow$  «-1»; «0»  $\rightarrow$  «0»; «-1»  $\rightarrow$  «1», но выполнять преобразования типа «1»  $\rightarrow$  «0»; «0»  $\rightarrow$  «-1»; «-1»  $\rightarrow$  «1» или «1»  $\rightarrow$  «-1»; «-1»  $\rightarrow$  «0»; «0»  $\rightarrow$  «1» он уже не имеет возможности. Такие операции в троичной логике носят название левой и правой циклических инверсий (*rotate down cycle; left cycle; double inverse cycle* и *rotate up cycle; right inverse cycle*) [20]. Любая

из этих функций может осуществить обычную троичную инверсию, в то время как обратное невозможно. Следует также подчеркнуть, что в троичной логике левая и правая циклические инверсии фактически представляют собой функции декремента и инкремента, т. е. уменьшения на единицу и увеличения на единицу, поэтому без них практически невозможно построение троичных счетчиков.

На рис. 7 приведена принципиальная электрическая схема элемента левой троичной циклической инверсии и осциллографмма его выходного сигнала при воздействии на вход напряжения симметричной пилообразной формы амплитудой  $E$ .



a/a

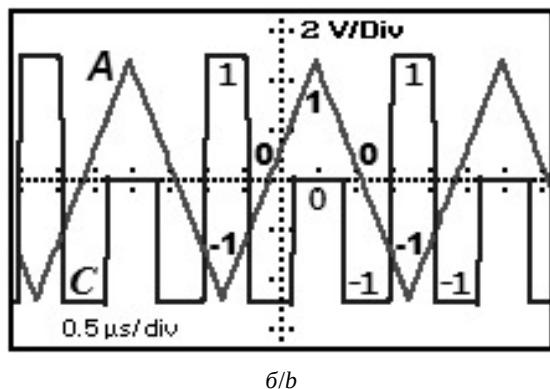
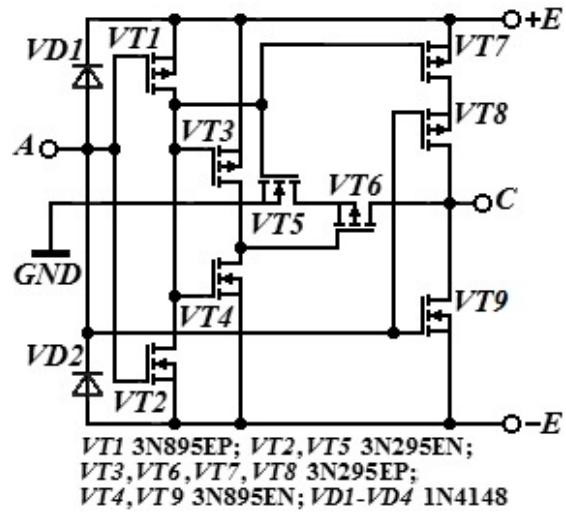


Рис. 7. Принципиальная электрическая схема логического элемента троичной левой циклической инверсии (а) и осциллографммы входного и выходного сигналов (б)  
Fig. 7. Ternary rotate down cycle logic element circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)

Транзисторы **VT1** и **VT2** в этой схеме образуют декодер троичного логического состояния «1» на входе **A**. Транзисторы **VT3** и **VT4** образуют инвертор этого сигнала. Если распознано

логическое состояние «1», то **VT1** и **VT2** включают транзистор **VT6**, а пара **VT3** и **VT4** – **VT5**, и на выход **C** подаётся потенциал общего провода, или логический «0», как это видно на графике, приведенном на рис. 7, б. Если же на входе **A** не «1», то **VT5** и **VT6** выключаются, а транзистор **VT9** включается и разрешает работу транзистора **VT8**, который активируется непосредственно входным сигналом и подаёт на выход **C** потенциал отрицательной шины питания **-E** или логическую «-1» в том случае, если на входе логический «0». При логической «-1» на входе транзистор **VT8** закрывается, но открывается транзистор **VT7**, подавая на выход потенциал **+E** или логическую «1».

На рис. 8 приведена принципиальная электрическая схема элемента правой троичной циклической инверсии и осциллографммы его выходного и пилообразного входного сигналов.



a/a

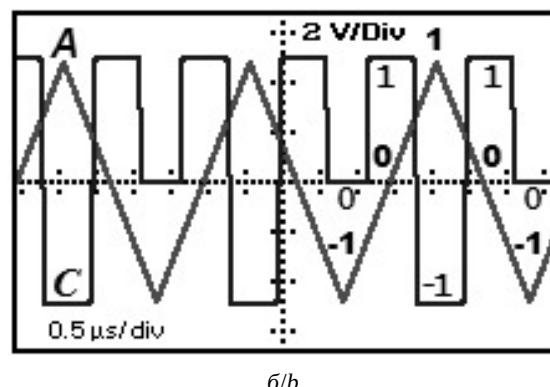


Рис. 8. Принципиальная электрическая схема логического элемента троичной правой циклической инверсии (а) и осциллографммы входного и выходного сигналов (б)  
Fig. 8. Ternary rotate up cycle logic element circuit diagram (a) and its input and output signal waveforms (b)



Транзисторы **VT1** и **VT2** в этой схеме образуют декодер троичного логического состояния «**—1**» на входе **A**. Транзисторы **VT3** и **VT4** образуют инвертор этого сигнала. Остальная часть схемы работает фактически зеркально симметрично рассмотренной ранее схеме элемента троичной левой циклической инверсии, что и отражают осцилограммы сигналов на входе и выходе элемента, представленные на рис. 8, б.

### Заключение

Аналоговые модели троичных логических элементов позволяют объективно исследовать особенности работы реальных устройств на их основе: процессы переключения, характерные задержки, нагрузочную способность, взаимодействие логических элементов и их сложную динамику в многоэлементных цифровых схемах.

К сожалению, ограниченный объём журнальной статьи не позволяет развёрнуто продемонстрировать все особенности схемотехники троичных логических элементов, нюансы их разработки и проектирования логических схем на их основе. Поэтому заинтересованный читатель может более подробно ознакомиться с элементами троичной логики по адресу: <https://sgu-wap.narod.ru/Ternary/index.html>. Рассмотренные в статье рабочие модели троичных логических элементов доступны по следующей ссылке: <https://sgu-wap.narod.ru/Ternary/Download/index.html>.

### Список литературы

1. Intel® Core™ i7-8086K Processor. URL: <https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/148263/intel-core-i7-8086k-processor-12m-cache-up-to-5-00ghz.html> (дата обращения: 30.06.2024)
2. Intel® Core™ i9-10900K Processor. URL: <https://www.intel.com/content/www/us/en/products/sku/199332/intel-core-i910900k-processor-20m-cache-up-to-5-30ghz/specifications.html> (дата обращения: 30.06.2024)
3. Intel® Core™ i9-13900KS Processor. URL: <https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/232167/intel-core-i9-13900ks-processor-36m-cache-up-to-6-00ghz.html> (дата обращения: 30.06.2024)
4. Семёнов А. А., Усанов Д. А., Дронкин А. С. Активный аппаратный стек процессора // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2019. Т. 24, № 3. С. 219–229.
5. Световые транзисторы спасут закон Мура. URL: <https://nplus1.ru/news/2016/02/04/moor> (дата обращения: 30.06.2024).
6. IBM сообщила о прорыве в создании транзисторов на углеродных нанотрубках. URL: <https://nplus1.ru/news/2015/10/05/ibm-breakthrough-nanotubes> (дата обращения: 30.06.2024).
7. Брусенцов Н. П. Блуждание в трех соснах. (Приключения диалектики в информатике). М. : ООО «SvR-Aргус», 2000. 16 с.
8. Брусенцов Н. П., Маслов С. П., Розин В. П., Тищуллина А. М. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М. : Изд-во Моск. ун-та, 1965. 145 с.
9. Семёнов А. А., Дронкин А. С. Счетные триггеры и счетчики на элементах троичной логики // Взаимодействие сверхвысокочастотного, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- иnanoструктурами, метаматериалами и биообъектами : сборник статей одиннадцатой Всероссийской научной школы-семинара / под ред. проф. Ал. В. Скрипаля. Саратов : Изд-во «Саратовский источник», 2024. С. 82–88.
10. Heung A., Mouftah H. T. Depletion/Enhancement CMOS For a Low Power Family of Three-Valued Logic Circuits // IEEE Journal of Solid-state Circuits. 1985. Vol. SC-20, № 2 April. P. 609–616.
11. Three-Valued Logic (Применение трехзначной логики). URL: <https://trilog.narod.ru/index.htm> (дата обращения: 10.10.2024).
12. Lofgren V. Tunguska the ternary computer emulator. URL: <https://tunguska.sourceforge.net/about.html> (дата обращения: 30.06.2024).
13. Суперкомпьютер или Троичные компьютерные технологии. URL: <https://zen.yandex.ru/media/id/5abacb19dcaf8e1790630902/superkompiuter-ili-troichnye-kompiuternye-tehnologii-5efe1d0a45fdbe03364b90d8> (дата обращения: 30.06.2024).
14. Новая попытка создания троичного компьютера. URL: <https://aftershock.news/?q=node/853441&page=1&ysclid=18q45pv3xp720647205> (дата обращения: 30.06.2024).
15. Микропроцессор «ТАЙФУН». Российский экспериментальный 7-трайтовый микропроцессор, с собственной системой команд и IDE. URL: <https://www.typhoon.su> (дата обращения: 30.06.2024).
16. Harrison L. An introduction to Depletion-mode MOSFETs. URL: <https://www.aldinc.com/pdf/IntroDepletionModeMOSFET.pdf> (дата обращения: 30.06.2024).
17. Дронкин А. С., Семёнов А. А. Модели троичных логических элементов и их применение в схемотехнике процессоров // Взаимодействие сверхвысокочастотного, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и nanoструктурами, метаматериалами и биообъектами : сборник статей восьмой Всероссийской научной школы-семинара / под ред. проф. Ал. В. Скрипаля. Саратов : Изд-во «Саратовский источник», 2021. С. 31–36.
18. Electronic Workbench 5.12 for Windows. URL: <https://electronicworkbenchewb.com/electronic-workbench-download/> (дата обращения: 30.06.2024).
19. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники : в 2 т. / пер. с англ. под ред. М. В. Гальперина. М. : Мир, 1983. Т. 1. 598 с.
20. Jones D. W. Fast Ternary Addition. URL: <https://homepage.divms.uiowa.edu/~jones/ternary/arith.shtml> (дата обращения: 30.06.2024).

## References

1. Intel® Core™ i7-8086K Processor. Available at: <https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/148263/intel-core-i7-8086k-processor-12m-cache-up-to-5-00ghz.html> (accessed June 30, 2024).
2. Intel® Core™ i9-10900K Processor. Available at: <https://www.intel.com/content/www/us/en/products/sku/199332/intel-core-i910900k-processor-20m-cache-up-to-5-30-ghz/specifications.html> (accessed June 30, 2024).
3. Intel® Core™ i9-13900KS Processor. Available at: <https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/232167/intel-core-i9-13900ks-processor-36m-cache-up-to-6-00-ghz.html> (accessed June 30, 2024).
4. Semenov A. A., Usanov D. A., Dronkin A. S. Processor Active Hardware Stack. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektronika* [Proceedings of Universities. Electronics], 2019, vol. 24, no. 3, pp. 219–229 (in Russian).
5. Svetoye tranzistory spasut zakon Mura (Light-emitting transistors will save Moore's law). Available at: <https://nplus1.ru/news/2016/02/04/moor> (accessed June 30, 2024) (in Russian).
6. IBM soobshchila o proryve v sozdaniii tranzistorov na uglerodnykh nanotrubkakh (IBM has announced a breakthrough in creating transistors using carbon nanotubes). Available at: <https://nplus1.ru/news/2015/10/05/ibm-breakthrough-nanotubes> (accessed June 30, 2024) (in Russian).
7. Brusentsov N. P. Bluzhdanie v trekh sosnakh. (*Priklyucheniya dialektiki v informatike*) [Wandering in Three Pines. (Adventures of Dialectics in Computer Science)]. Moscow, LLC "SvR-Argus", 2000. 16 p. (in Russian).
8. Brusentsov N. P., Maslov S. P., Rozin V. P., Tishulina A. M. Malaya tsifrovaya vychislitel'naya mashina "Setun'" [Small digital computer "Setun"]. Moscow, Moscow University Press, 1965. 145 p. (in Russian).
9. Semenov A. A., Dronkin A. S. Counting triggers and counters on ternary logic elements. *Vzaimodeistvie sverkhvysokochastotnogo, teragertsovogo i opticheskogo izlucheniya s poluprovodnikovymi mikro- i nanostrukturami, metamaterialami i bioob'ektami : sbornik statei odinnadtsatoi Vserossiiskoi nauchnoi shkoly-seminara*. Pod red. prof. Al. V. Skripalya [Skripal Al. V., ed. Interaction of microwave, terahertz and optical radiation with semiconductor micro- and nanostructures, metamaterials and bioobjects: Collection of articles from the Eleventh All-Russian scientific school-seminar]. Saratov, Izdatelstvo Saratovskiy istochnik, 2024, pp. 82–88 (in Russian).
10. Heung A., Mouftah H. T. Depletion/Enhancement CMOS For a Low Power Family of Three-Valued Logic Circuits. *IEEE Journal of Solid-state Circuits*, 1985, vol. SC-20, no. 2, April, pp. 609–616.
11. Three-Valued Logic. *Primenenie trekhznachnoi logiki*. (Application of three-valued logic). Available at: <https://trilog.narod.ru/index.htm> (accessed October 10, 2024) (in Russian).
12. Lofgren V. *Tunguska the ternary computer emulator*. Available at: <https://tunguska.sourceforge.net/about.html> (accessed June 30, 2024).
13. Superkomp'yuter ili Troichnye komp'yuternye tekhnologii (Supercomputer or Ternary computer technologies). Available at: <https://zen.yandex.ru/media/id/5a6acb19dcf8e1790630902/superkompiuter-ili-troichnye-kompiuternye-tehnologii-5efe1d0a45fdbe03364b90d8> (accessed June 30, 2024) (in Russian).
14. Novaya popytka sozdaniya troichnogo komp'yutera (A new attempt to create a ternary computer). Available at: <https://aftershock.news/?q=node/853441&page=1&ysclid=l8q45pv3xp720647205> (accessed June 30, 2024) (in Russian).
15. Mikroprotsessor "TAIFUN". Rossiiskii eksperimental'nyi 7-traitovyi mikroprotsessor, s sobstvennoi sistemoi komand i IDE (Microprocessor "TYPHOON". Russian experimental 7-trite microprocessor, with its own command system and IDE). Available at: <https://www.typhoon.su> (accessed June 30, 2024) (in Russian).
16. Harrison L. *An introduction to Depletion-mode MOSFETs*. Available at: <https://www.aldinc.com/pdf/IntroDepletionModeMOSFET.pdf> (accessed June 30, 2024).
17. Dronkin A. S., Semenov A. A. Models of ternary logic elements and their application in processor circuitry. *Vzaimodeistvie sverkhvysokochastotnogo, teragertsovogo i opticheskogo izlucheniya s poluprovodnikovymi mikro- i nanostrukturami, metamaterialami i bioob'ektami : sbornik statei vos'moi Vserossiiskoi nauchnoi shkoly-seminara*. Pod red. prof. Al. V. Skripalya [Skripal Al. V., ed. Interaction of microwave, terahertz and optical radiation with semiconductor micro- and nanostructures, metamaterials and bioobjects: Collection of articles from the Eighth All-Russian scientific school-seminar]. Saratov, Izdatelstvo Saratovskiy istochnik, 2021, pp. 31–36 (in Russian).
18. Electronic Workbench 5.12 for Windows. Available at: <https://electronicworkbenchewb.com/electronic-workbench-download/> (accessed June 30, 2024).
19. Horowitz P., Hill W. *The Art of Electronics*. Cambridge, New York, Cambridge University Press, 1980. 716 p. (Russ. ed.: Moscow, Mir, 1983. Vol. 1. 598 p.).
20. Jones D. W. *Fast Ternary Addition*. Available at: <https://homepage.divms.uiowa.edu/~jones/ternary/arith.shtml> (accessed June 30, 2024).

Поступила в редакцию 04.07.2024; одобрена после рецензирования 01.09.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 04.07.2024; approved after reviewing 01.09.2024; accepted for publication 20.09.2024

# РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 429–441  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 429–441

<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-429-441>, EDN: NKTOCD

Научная статья  
УДК 537.86

## Коллективная динамика ансамблей радиотехнических моделей осцилляторов ФитцХью–Нагумо, связанных через хаб

Д. М. Ежов<sup>1</sup>, В. И. Пономаренко<sup>1,2</sup>, М. Д. Прохоров<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup> Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup> Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, Россия, 410019, г. Саратов, ул. Зеленая, д. 38

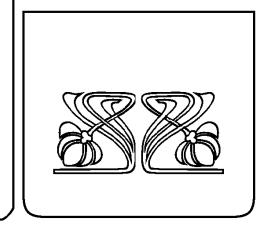
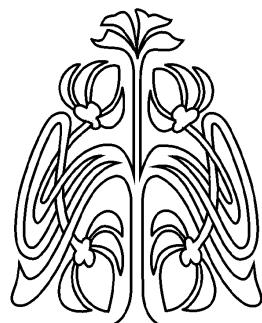
Ежов Дмитрий Максимович, ассистент кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии, ezhovdmity@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4994-6959>, AuthorID: 1252910

Пономаренко Владимир Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, <sup>1</sup>профессор кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии; <sup>2</sup>ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования в нелинейной динамике; ponomarenkovi@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1579-6465>, AuthorID: 39986

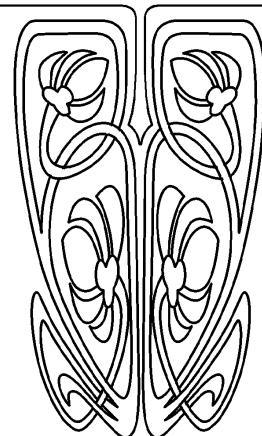
Прохоров Михаил Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор РАН, <sup>1</sup>ведущий научный сотрудник кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии; <sup>2</sup>заведующий лабораторией моделирования в нелинейной динамике, mdfprokhorov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4069-9410>, AuthorID: 39985

**Аннотация.** Исследование нелинейной динамики и коллективного поведения элементов в сетях связанных осцилляторов является актуальной задачей для многих научных дисциплин. Объектом исследования в работе являются сети, состоящие из радиотехнических моделей идентичных осцилляторов ФитцХью–Нагумо. Экспериментально исследовалась спайковая активность сети, состоящей из связанных между собой возбудимых аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо. Коллективное поведение элементов рассмотрено сначала в кольце генераторов ФитцХью–Нагумо, связанных отталкивающими диффузионными связями, а затем в трехслойной сети, состоящей из двух таких колец, связанных через общий хаб, тоже представляющий собой генератор ФитцХью–Нагумо. Поскольку в радиофизическом эксперименте невозможно добиться полной идентичности аналоговых генераторов, мы численно исследовали влияние слабой неидентичности осцилляторов ФитцХью–Нагумо на их коллективную динамику и сравнили полученные результаты с экспериментальными. Исследована синхронизация аналоговых генераторов в трехслойной сети при изменении коэффициента связи между генераторами одного из колец и коэффициента связи между хабом и генераторами в обоих кольцах. Показано, что в кольце генераторов ФитцХью–Нагумо в радиофизическом эксперименте наблюдаются различные колебательные режимы при фиксированных значениях параметров возбудимых генераторов. Эти режимы отличаются частотой следования спайков и сдвигом фаз между колебаниями различных генераторов в кольце. Обнаружено существование переключений между этими колебательными режимами. Показано, что при отталкивающих связях генераторов ФитцХью–Нагумо внутри колец и отталкивающих межслойных связях (связях с хабом) возникает частотная синхронизация колебаний всех генераторов сети. Полученные результаты могут быть востребованы при решении задач управления синхронизацией в спайковых нейронных сетях.

**Ключевые слова:** осциллятор ФитцХью–Нагумо, спайковая нейронная сеть, хаб, радиофизический эксперимент



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-12-00103, <https://rscf.ru/project/23-12-00103/>).

**Для цитирования:** Ежов Д. М., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д. Коллективная динамика ансамблей радиотехнических моделей осцилляторов Фитчью–Нагумо, связанных через хаб // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 429–441. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-429-441>, EDN: NKTOCD

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

## Article

### Collective dynamics of ensembles of radio engineering models of FitzHugh–Nagumo oscillators coupled via a hub

D. M. Ezhov<sup>1</sup>, V. I. Ponomarenko<sup>1,2</sup>, M. D. Prokhorov<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>Saratov Branch of the Institute of RadioEngineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya St., Saratov 410019, Russia

Dmitry M. Ezhov, ezhovdmitriy@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4994-6959>, AuthorID: 1252910

Vladimir I. Ponomarenko, ponomarenkovi@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1579-6465>, AuthorID: 39986

Mikhail D. Prokhorov, mdprokhorov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4069-9410>, AuthorID: 39985

**Abstract. Background and Objectives:** Since the neural networks of the brain have a multilayer structure, multilayer networks of interconnected model neurons are used to simulate and study their complex dynamics. A central role in establishing and maintaining effective communication between brain regions is played by so-called hubs, which are network nodes connected to many other network nodes. The object of study in this work is a network of model neurons coupled via a hub. We used FitzHugh–Nagumo neurooscillators as node elements of the network.

**Materials and Methods:** The spiking activity of a network consisting of interconnected excitable FitzHugh–Nagumo analog generators was experimentally studied. The collective behavior of elements is considered first in a ring of FitzHugh–Nagumo generators connected by repulsive diffusive couplings, and then in a three-layer network consisting of two such rings connected via a common hub, which is also a FitzHugh–Nagumo generator. Since in a real experimental setup it is impossible to achieve complete identity of analog electronic generators, we numerically studied the effect of weak non-identity of FitzHugh–Nagumo oscillators on their collective dynamics and compared the results obtained with experimental ones. The synchronization of analog generators in a three-layer network was studied when the coupling coefficient between the generators of one of the rings and the coupling coefficient between the hub and generators in both rings were varied. **Results:** Diagrams of the average frequency of spiking activity of generators in each layer of the network have been constructed when the coupling coefficients between the generators of the second ring and between the hub and generators in both rings are varied. It has been shown that in a ring of FitzHugh–Nagumo generators in a radio physical experiment, various oscillatory regimes are observed at fixed values of the parameters of the excitable generators. These regimes differ in the frequency of spikes and the phase shift between the oscillations of various generators in the ring. The existence of switchings between these oscillatory regimes has been revealed. It has been shown that with repulsive couplings of FitzHugh–Nagumo generators inside the rings and repulsive interlayer couplings (connections with the hub), frequency synchronization of all network generators occurs. **Conclusion:** The obtained results can be used when solving problems of synchronization control in spiking neural networks.

**Keywords:** FitzHugh–Nagumo oscillator, spiking neural network, hub, radio physical experiment

**Acknowledgements:** This study was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-12-00103, <https://rscf.ru/en/project/23-12-00103/>).

**For citation:** Ezhov D. M., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Collective dynamics of ensembles of radio engineering models of FitzHugh–Nagumo oscillators coupled via a hub. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 429–441 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-429-441>, EDN: NKTOCD

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Исследование нелинейной динамики и коллективного поведения элементов в сетях связанных осцилляторов представляет большой интерес для многих научных дисциплин [1–3]. Особенности динамики сетей определяются не только свойствами узловых элементов сети, но и архитектурой и типом связей между узлами. Для многих реальных сетей характерна масштабная инвариантность, при которой большинство узлов связано с малым числом других элементов сети, а сравнительно малое число узлов, называемых хабами, связано со многими другими узлами [4]. К таким безмасштабным сетям, имею-

щим хабы, относятся, например, нейронные сети головного мозга [5]. Хабы играют центральную роль в установлении и поддержании эффективной коммуникации между областями мозга, что критически важно для его здорового функционирования [6, 7].

Поскольку нейронные сети головного мозга имеют многослойную структуру [8], для моделирования и изучения их сложной динамики используют многослойные сети связанных осцилляторов [9–11]. Важным вопросом при этом является выбор способа связи между узлами, принадлежащими разным слоям сети. Один из наиболее простых способов межслойной связи использу-



ется в мультиплексной сети, в которой все слои многослойной сети имеют один и тот же набор узлов, а связь между слоями организована таким образом, что  $i$ -й узел  $j$ -го слоя связан лишь с соседним  $i$ -м узлом ( $j-1$ )-го и ( $j+1$ )-го слоя. Показано, что в таких мультиплексных сетях может наблюдаться синхронизация колебательных режимов [12–14]. Исследование многослойных сетей, связанных через хаб, является пока малоизученной задачей [15]. Вместе с тем изучение таких сетей представляет интерес, так как их архитектура учитывает одновременно и многослойность реальных сетей головного мозга, и наличие в них хабов.

При моделировании нейронных сетей мозга в качестве узловых элементов сети используют биологически реалистичные модели нейронов в виде нелинейных динамических систем [16, 17]. Такие модельные нейроны могут демонстрировать присущую реальным нейронам сложную динамику, в том числе генерировать спайки (импульсы), а построенные из них сети, называемые спайковыми нейронными сетями, позволяют эффективно моделировать процессы обработки информации головным мозгом [18–20]. В данной работе мы использовали нейроосцилляторы ФитцХью–Нагумо [21] в качестве узлов сети. Сети, состоящие из осцилляторов ФитцХью–Нагумо, были достаточно подробно исследованы численно при различном типе связи осцилляторов [22–27].

Задача экспериментального исследования сетей связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо является менее изученной, а связанные через хаб ансамбли осцилляторов ФитцХью–Нагумо ранее не исследовались экспериментально. В данной работе коллективная динамика аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо впервые рассмотрена нами в радиофизическом эксперименте на примере трехслойной сети, внешние слои которой представляют собой кольца диффузионно связанных генераторов, а внутренний слой представляет собой хаб, осуществляющий связь между кольцами.

### 1. Одиночный ансамбль локально связанных генераторов ФитцХью–Нагумо

В качестве узлового элемента многослойной спайковой нейронной сети возьмем осциллятор ФитцХью–Нагумо, который является эталонной моделью возбудимой динамики нейронов и описывается следующими модельными дифференци-

альными уравнениями [21]:

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{u}(t) &= u(t) - \frac{u^3(t)}{3} - v(t), \\ \dot{v}(t) &= u(t) + a, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u(t)$  описывает динамику активатора (быстрой переменной),  $v(t)$  описывает динамику ингибитора (медленной переменной), малый параметр  $\varepsilon$  отвечает за разделение временных масштабов быстрой и медленной переменных,  $a$  – пороговый параметр. При  $a < 1$  осциллятор (1) демонстрирует периодические автоколебания, а при  $a > 1$  находится в возбудимом состоянии, при котором генерация спайков отсутствует.

Осциллятор ФитцХью–Нагумо может быть достаточно просто реализован в радиофизическом эксперименте при использовании идеологии аналогового моделирования. Принципиальная схема радиотехнической модели осциллятора ФитцХью–Нагумо на аналоговых умножителях и операционных усилителях была предложена и подробно описана нами в работе [24]. Здесь мы использовали ту же схему, которая позволяет получить колебания генератора, подобные колебаниям модельного осциллятора (1).

Рассмотрим ансамбль, состоящий из связанных в кольцо двунаправленной диффузионной связью осцилляторов ФитцХью–Нагумо, описываемых модельными уравнениями следующего вида:

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{u}_i(t) &= u_i(t) - \frac{u_i^3(t)}{3} - v_i(t) + \\ &+ k [(u_{i-1}(t) - u_i(t)) + (u_{i+1}(t) - u_i(t))], \\ \dot{v}_i(t) &= u_i(t) + a, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i = 1, \dots, N$  – номер осциллятора,  $N$  – количество осцилляторов в ансамбле, граничные условия  $u_{N+1}(t) = u_1(t)$ ,  $k$  – коэффициент связи.

Для экспериментального исследования коллективной динамики осцилляторов в ансамбле (2) была построена радиотехническая установка, состоящая из аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо, блок-схема которой представлена на рис. 1. На этом рисунке показаны только первый и  $N$ -й генераторы ФитцХью–Нагумо. Для реализации связей между генераторами ансамбля был использован подход, основанный на программном способе формирования сигналов, отвечающих за связь аналоговых генераторов [28].

При таком подходе сигналы напряжения с выхода каждого генератора подаются

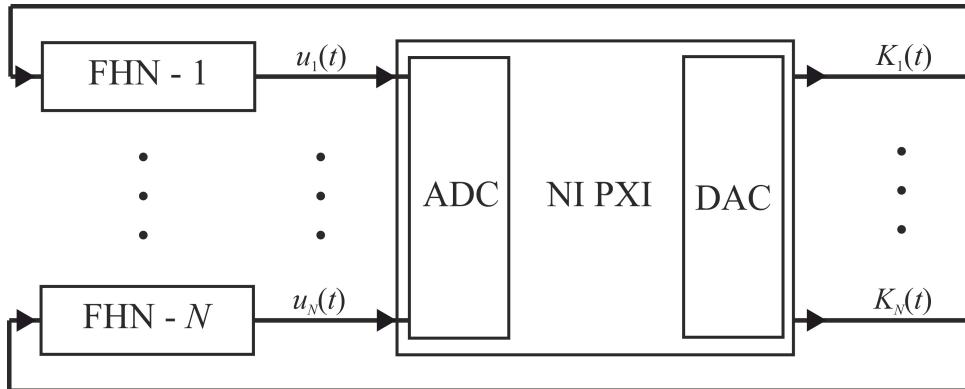


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки: FHN-1 и FHN-N – первый и  $N$ -й генераторы ФитцХью–Нагумо, NI PXI – система ввода-вывода многоканальных данных, ADC – аналого-цифровой преобразователь, DAC – цифро-аналоговый преобразователь

Fig. 1. Block diagram of the experimental setup: FHN-1 and FHN-N are the first and  $N$ th FitzHugh–Nagumo generators, NI PXI is a multichannel data input/output system, ADC is the analog-to-digital converter, and DAC is the digital-to-analog converter

на многоканальный аналого-цифровой преобразователь системы ввода-вывода данных National Instruments и оцифровываются. Затем с помощью программы на LabView проводится преобразование этих сигналов и формируются отвечающие за связь сигналы

$$K_i(t) = \sum_{j=1}^N k_{i,j} (u_j(t) - u_i(t)),$$

где  $k_{i,j}$  – коэффициент связи, действующей со стороны  $j$ -го генератора на  $i$ -й. В случае модельных уравнений (2)  $k_{i,j} = 0$ , если генераторы не связаны между собой, и  $k_{i,j} = k$ , если  $j$ -й генератор действует на  $i$ -й. Сигналы  $K_i(t)$  преобразуются в аналоговый вид с помощью многоканального цифро-аналогового преобразователя и подаются на вход каждого генератора. Построенная экспериментальная установка позволяет задать произвольную архитектуру связей между генераторами.

Мы экспериментально исследовали ансамбль (2), состоящий из 5 аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо, находящихся в возбуждом состоянии при следующих значениях параметров:  $a = 1.05$ ,  $\epsilon = 0.1$ . В отсутствие связей ( $k = 0$ ) генераторы находятся в устойчивом состоянии равновесия. При включении отталкивающих связей ( $k < 0$ ) генераторы начинают демонстрировать колебания, имеющие вид спайков, если величина связи (по модулю) выше пороговой. При выбранных значениях параметров  $a$  и  $\epsilon$  пороговое значение коэффициента связи  $k_p = -0.037$ . Экспериментальные временные реализации колебаний переменной  $u_i(t)$  в каждом

из 5 генераторов, записанные с частотой дискретизации 50 кГц, приведены на рис. 2, а и рис. 2, б при  $k = -0.05$ .

Временные реализации на рис. 2, а и рис. 2, б соответствуют двум различным колебательным режимам, наблюдаемым при различных запусках экспериментальной установки. На рис. 2, а частота следования спайков  $f_1 = 158$  Гц примерно в полтора раза больше, чем частота следования спайков  $f_2 = 110$  Гц на рис. 2, б. Кроме того, колебания всех пяти генераторов на рис. 2, а сдвинуты по фазе относительно друг друга, а на рис. 2, б две пары генераторов демонстрируют синфазные спайки, и их временные реализации почти совпадают. Для сравнения на рис. 2, в приведены временные реализации колебаний переменной  $u_i(t)$ , полученные при численном моделировании ансамбля осцилляторов ФитцХью–Нагумо (2) при тех же значениях параметров, что в радиофизическом эксперименте. Колебательный режим на рис. 2, в больше похож на режим, приведенный на рис. 2, б, хотя отличается от него большей частотой следования спайков и наличием двух, а не трех кластеров осцилляторов. В численном эксперименте при фиксированных значениях параметров и расстройке начальных условий осцилляторов система (2) демонстрирует лишь один режим колебаний.

С увеличением (по модулю) силы отталкивающей связи средняя частота спайков растет, что согласуется с результатами численных исследований модельных уравнений (2), приведенными в работе [15]. При увеличении параметра  $a$  увеличивается по модулю пороговое значение

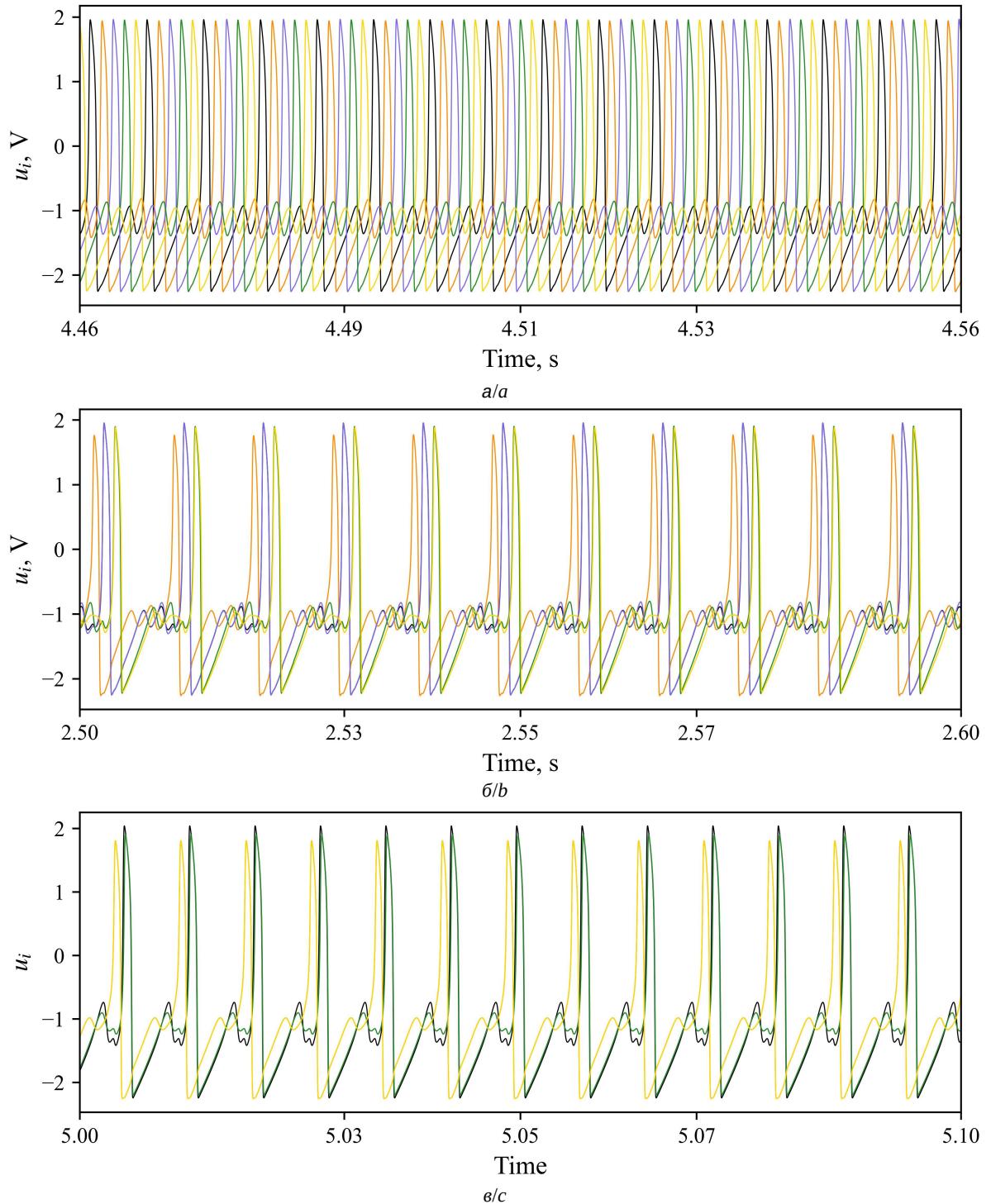


Рис. 2. Временные реализации  $u_i(t)$  аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо (а, б) и модельных осцилляторов ФитцХью–Нагумо (в) при  $a = 1.05$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $k = -0.05$  (цвет онлайн)

Fig. 2. Time series  $u_i(t)$  of analog FitzHugh–Nagumo generators (a, b) and model FitzHugh–Nagumo oscillators (c) at  $a = 1.05$ ,  $\epsilon = 0.1$ , and  $k = -0.05$  (color online)

коэффициента отталкивающей связи, при котором возбудимые генераторы демонстрируют спайковую активность. Как было отмечено выше, параметр  $\epsilon$  в генераторах ФитцХью–Нагумо

является малым. При его увеличении частота спайков уменьшается [29], а сами спайки становятся менее выраженным (переменные  $u_i(t)$  и  $v_i(t)$  меняются более плавно).



В ходе радиофизического эксперимента иногда наблюдались переключения между колебательными режимами, представленными на рис. 2, а и рис. 2, б. Переключение из режима с более высокой частотой спайковой активности в режим с меньшей частотой спайковой активности показано на рис. 3, а, а обратное переключение показано на рис. 3, б.

Все генераторы имеют одинаковую среднюю частоту следования спайков. На рис. 4 приведена временная динамика усредненной по двадцати спайкам частоты  $f_s$  спайковой активности для одного из генераторов, которую мы рассчитывали следующим образом:  $f_s = 20 \sqrt{\sum_{n=1}^{20} (t_{n+1} - t_n)}$ , где  $t_{n+1}$  и  $t_n$  – моменты времени появления двух последовательных спайков. В моменты времени

$t_1 = 2.43$  с и  $t_2 = 4.15$  с произошли переключения между колебательными режимами с различной средней частотой следования спайков.

При численном исследовании системы (2) переключений колебательных режимов не наблюдается даже при задании разных начальных условий у осцилляторов. Возможно, отличие результатов численного и радиофизического экспериментов объясняется тем, что в реальной экспериментальной установке невозможно добиться полной идентичности аналоговых генераторов. Схемы этих генераторов содержат резисторы и конденсаторы, значения параметров которых имеют некоторый разброс и могут отличаться от номинальных, а кроме того могут изменяться при работе установки.

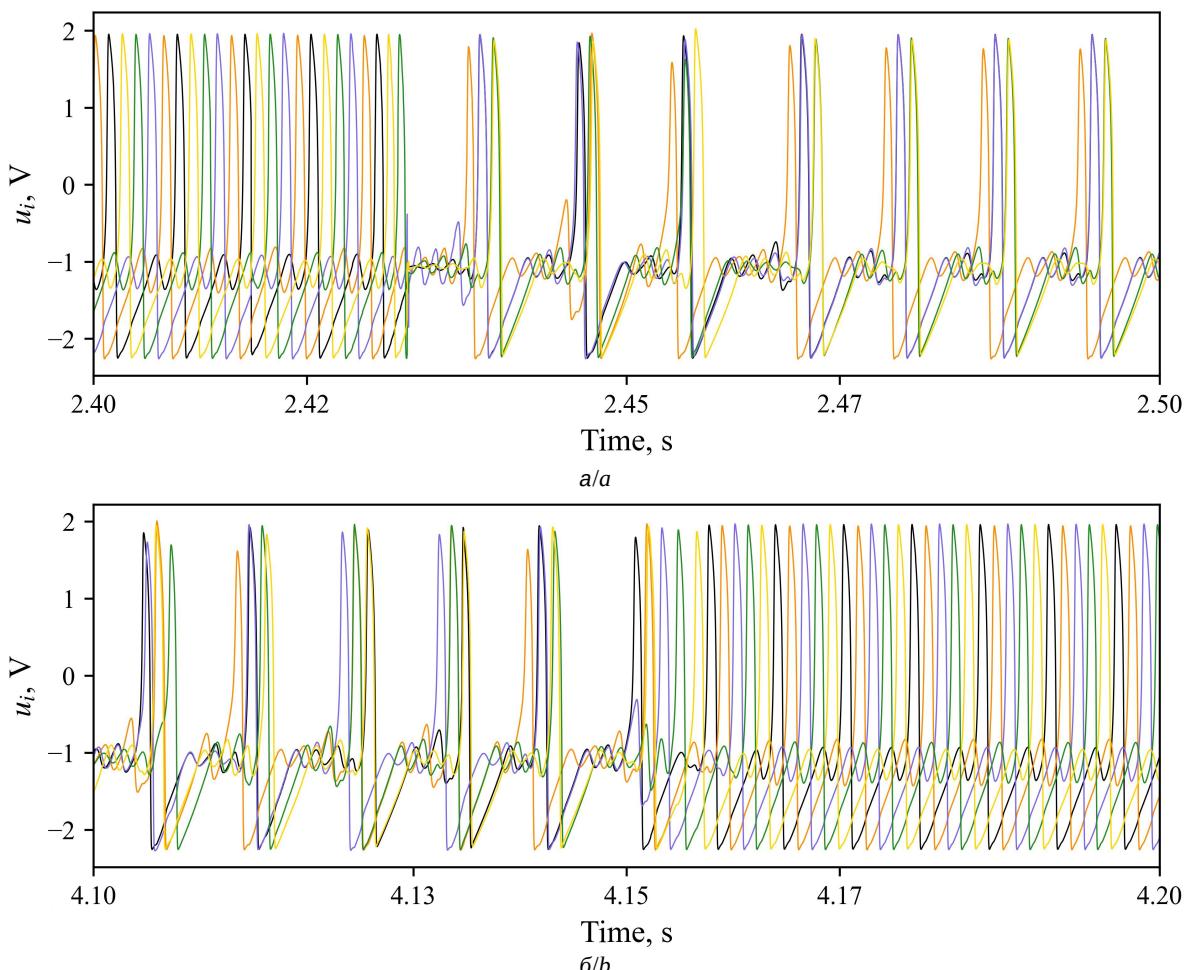
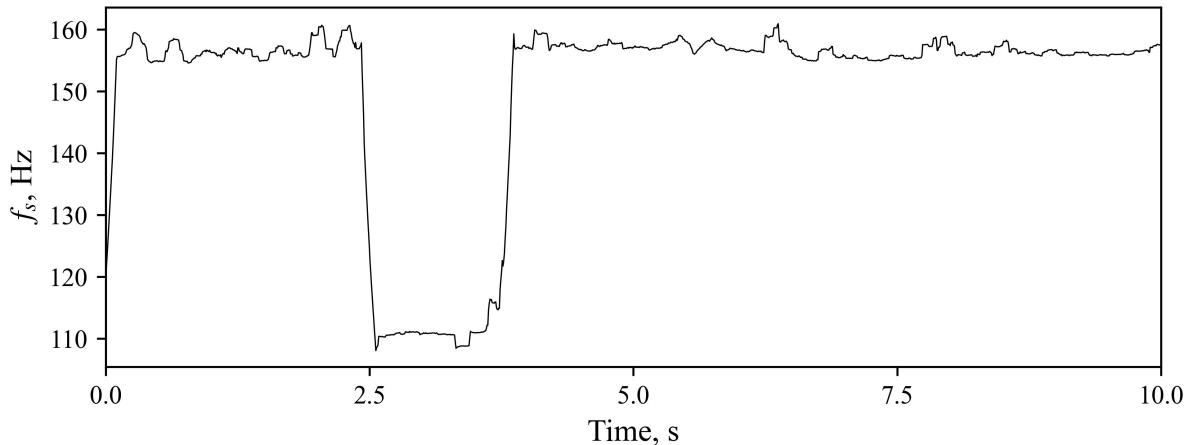


Рис. 3. Временные реализации  $u_i(t)$  аналоговых генераторов ФитчХью–Нагумо при  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $k = -0.05$ , демонстрирующие переключение из высокочастотного колебательного режима в низкочастотный (а) и переключение из низкочастотного колебательного режима в высокочастотный (б) (цвет онлайн)

Fig. 3. Time series  $u_i(t)$  of analog FitzHugh–Nagumo generators at  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , and  $k = -0.05$ , which show switching from a high-frequency oscillatory regime to a low-frequency one (a) and switching from a low-frequency oscillatory regime to a high-frequency one (b) (color online)

Рис. 4. Частота следования спайков у одного из аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо при  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $k = -0.05$ Fig. 4. The frequency of spikes for one of the FitzHugh–Nagumo analog generators at  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , and  $k = -0.05$ 

Для исследования влияния неидентичности осцилляторов ФитцХью–Нагумо (2) на их коллективную динамику мы ввели расстройку осцилляторов по параметрам  $a$  и  $\varepsilon$  при численном моделировании. Величины параметров  $a$  и  $\varepsilon$  для осцилляторов ансамбля задавались случайным образом с гауссовой функцией распределения и принимали значения  $1.05 \pm 0.00115$  (среднее значение  $\pm$  стандартное отклонение) и  $0.1 \pm 0.00115$  соответственно, где средние значения параметров соответствовали их экспериментальным значениям. Начальные условия для переменных  $u_i(t)$  и  $v_i(t)$  тоже задавались случайным образом с гауссовой функцией распределения и принимали значения  $-1.05 \pm 0.001$  и  $-0.62 \pm 0.001$  соответственно. Коэффициент связи  $k = -0.05$  был таким же, как в экспериментальной установке.

Такая неидентичность осцилляторов позволила получить в численном эксперименте такие же колебательные режимы, как режимы, показанные на рис. 2, а и рис. 2, б, наблюдавшиеся в радиофизическом эксперименте. Кроме того, при расстройке параметров осцилляторов в численном эксперименте наблюдались переключения между колебательными режимами, аналогичные изображенным на рис. 3. Таким образом, результаты численного и реального экспериментов хорошо согласуются между собой и объясняются слабой неидентичностью элементов ансамбля.

## 2. Трехслойная сеть генераторов ФитцХью–Нагумо

Рассмотрим трехслойную сеть, два внешних слоя которой представляют собой кольца двунаправленно диффузионно связанных генераторов ФитцХью–Нагумо (2), а один внутренний

слой представляет собой хаб в виде генератора ФитцХью–Нагумо, осуществляющий двунаправленную диффузионную связь между двумя кольцами. Структура исследуемой сети схематически изображена на рис. 5. Таким образом, сеть представляет собой содержащие по пять генераторов два кольца, связанных через один хаб.

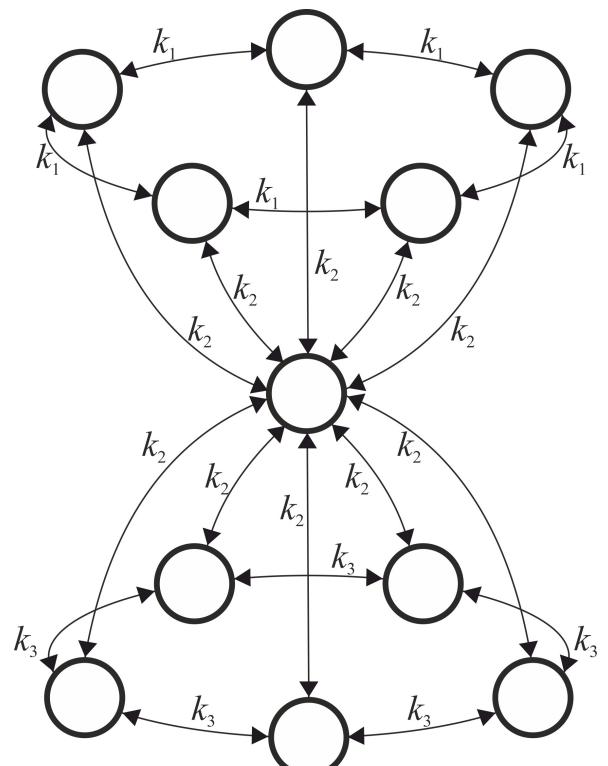


Рис. 5. Архитектура трехслойной сети связанных через хаб генераторов

Fig. 5. Architecture of a three-layer network of generators coupled via a hub

Динамика генераторов сети описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{u}_{i,1}(t) &= u_{i,1}(t) - \frac{u_{i,1}^3(t)}{3} - v_{i,1}(t) + \\ &+ k_1[(u_{i-1,1}(t) - u_{i,1}(t)) + (u_{i+1,1}(t) - u_{i,1}(t))] + \\ &+ k_2(u_{\text{hub},2}(t) - u_{i,1}(t)), \\ \dot{v}_{i,1}(t) &= u_{i,1}(t) + a, \\ \varepsilon \dot{u}_{\text{hub},2}(t) &= u_{\text{hub},2}(t) - \frac{u_{\text{hub},2}^3(t)}{3} - v_{\text{hub},2}(t) + \\ &+ k_2 \sum_{i=1}^5 (u_{i,1}(t) - 2u_{\text{hub},2}(t) + u_{i,3}(t)), \quad (3) \\ \dot{v}_{\text{hub},2}(t) &= u_{\text{hub},2}(t) + a, \\ \varepsilon \dot{u}_{i,3}(t) &= u_{i,3}(t) - \frac{u_{i,3}^3(t)}{3} - v_{i,3}(t) + \\ &+ k_3[(u_{i-1,3}(t) - u_{i,3}(t)) + (u_{i+1,3}(t) - u_{i,3}(t))] + \\ &+ k_2(u_{\text{hub},2}(t) - u_{i,3}(t)), \\ \dot{v}_{i,3}(t) &= u_{i,3}(t) + a, \end{aligned}$$

где переменные  $u_{i,1}(t)$ ,  $v_{i,1}(t)$  и  $u_{i,3}(t)$ ,  $v_{i,3}(t)$  описывают состояние  $i$ -го генератора первого и третьего слоя соответственно,  $i = 1, \dots, 5$ , граничные условия  $u_{6,1}(t) = u_{1,1}(t)$  и  $u_{6,3}(t) = u_{1,3}(t)$ , переменные  $u_{\text{hub},2}(t)$ ,  $v_{\text{hub},2}(t)$  описывают состояние генератора-хаба во втором слое,  $k_1$  и  $k_3$  – коэффициенты связи между генераторами внутри первого и внутри третьего слоя соответственно,  $k_2$  – коэффициент связи между хабом и генераторами в первом и третьем слоях сети. Система (3) исследовалась численно в работе [15]. Мы впервые провели экспериментальное исследование ансамблей радиотехнических моделей осцилляторов ФитцХью–Нагумо, связанных через хаб.

Параметры всех одиннадцати генераторов сети выбраны одинаковыми, такими же, как в предыдущем разделе:  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ . При этом в отсутствие связей в сети генерация спайков не наблюдается. Зафиксируем величину коэффициента связи между генераторами внутри первого слоя:  $k_1 = -0.15$ . При такой отталкивающей связи генераторы первого слоя демонстрируют спайковую активность. Величину коэффициента связи  $k_3$  между генераторами внутри третьего слоя будем менять от  $-0.05$  до  $-0.25$  с шагом 0.05. При таких значениях  $k_3$  генераторы третьего слоя тоже демонстрируют спайковую активность в результате отталкивающего внутрислойного взаимодействия. Величину коэффициента связи  $k_2$  между генератором-хабом и генераторами первого и третьего слоя будем менять от  $-0.05$  до  $0.05$  с шагом 0.025.

На рис. 6, а внутри каждой клетки на плоскости  $(k_3, k_2)$  приведены средние значения частоты  $f_1$  следования спайков в генераторах

ФитцХью–Нагумо первого слоя (первого кольца). Цвет клетки на плоскости  $(k_3, k_2)$  задан в соответствии со шкалой значений  $f_1$ , показанной справа от рисунка. Средняя частота  $f_2$  спайковой активности второго слоя (хаба) показана на рис. 6, б. На рис. 6, в приведены средние значения частоты  $f_3$  следования спайков в генераторах ФитцХью–Нагумо третьего слоя (второго кольца). На рис. 6, г приведены значения модуля разности средних частот спайковой активности генераторов первого кольца и генераторов второго кольца.

Как видно из рис. 6, а, при положительных значениях межслойной связи  $k_2$  средняя частота спайковой активности генераторов первого кольца практически не зависит от величины внутрислойной связи  $k_3$  между генераторами второго кольца и остается почти такой же, как в случае отсутствия связи с хабом ( $k_2 = 0$ ). При отрицательных значениях межслойной связи изменение силы внутрислойной связи между генераторами второго кольца приводит к изменению частоты следования спайков в генераторах первого кольца, причем максимум частоты спайковой активности наблюдается при  $k_3 = k_1 = -0.15$ .

При  $k_2 \geq 0$  хаб не демонстрирует колебаний при выбранном значении параметра  $a$  (см. рис. 6, б). При  $k_2 < 0$  хаб демонстрирует спайки, средняя частота следования которых практически совпадает (кроме одной клетки  $(-0.25; -0.025)$ ) на плоскости  $(k_3, k_2)$  со средними частотами спайковой активности в генераторах первого и второго кольца, т. е. наблюдается частотная синхронизация колебаний генераторов трехслойной сети.

При  $k_2 \geq 0$  генераторы второго кольца демонстрируют увеличение средней частоты спайков с увеличением (по модулю) силы отталкивающей связи  $k_3$  (см. рис. 6, в) так же, как и в рассмотренном выше случае однослойной сети. Однако при  $k_2 < 0$  такая монотонная зависимость  $f_3$  от  $k_3$  нарушается. В результате взаимодействия генераторов трех слоев сети их средние частоты синхронизуются, кроме одной клетки  $(-0.25; -0.025)$  на плоскости  $(k_3, k_2)$ . То есть происходит удаленная синхронизация частот генерации спайков в двух кольцах, связанных между собой не напрямую, а через общий хаб. При  $k_2 = -0.05$  максимум частоты спайковой активности генераторов второго кольца наблюдается при  $k_3 = k_1 = -0.15$ , так же, как и у генераторов первого кольца.

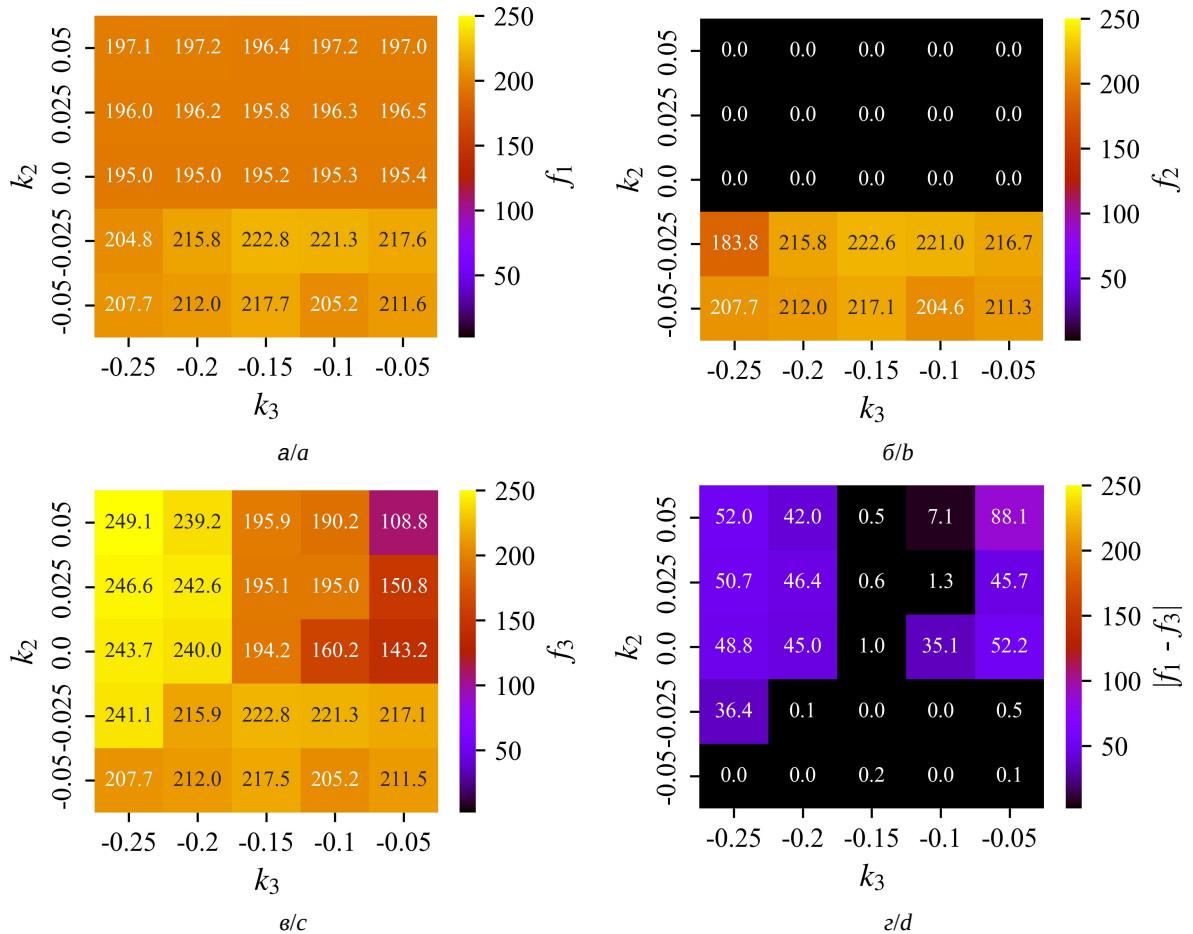


Рис. 6. Диаграммы средней частоты спайковой активности аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо первого кольца (а), хаба (б), второго кольца (в) и модуля разности средних частот следования спайков в генераторах первого и второго кольца (г) при  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $k_1 = -0.15$  (цвет онлайн)

Fig. 6. Diagrams of the average frequency of spiking activity of FitzHugh–Nagumo analog generators of the first ring (a), hub (b), second ring (c) and the absolute value of the difference of the average frequencies of spikes in the generators of the first and second ring (d) at  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , and  $k_1 = -0.15$  (color online)

Области частотной синхронизации генераторов первого и второго кольца на плоскости  $(k_3, k_2)$  наглядно иллюстрирует рис. 6, г. Такая синхронизация частот имеет место при  $k_2 = -0.05$  независимо от величины  $k_3$ . В отсутствие межслойной связи ( $k_2 = 0$ ), а также при ее положительных значениях генераторы первого и второго кольца имеют близкие средние частоты спайков при  $k_3 = k_1 = -0.15$  (см. рис. 6, г). Полученные результаты находятся в хорошем качественном соответствии с результатами численных исследований, проведенных в работе [15] при других значениях управляющих параметров системы (3).

Частотную синхронизацию генераторов во всех трех слоях сети наглядно иллюстрирует рис. 7, на котором приведены экспериментальные временные реализации  $u_i(t)$  всех

одиннадцати аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо трехслойной сети для случая  $k_1 = -0.15$ ,  $k_2 = -0.05$ ,  $k_3 = -0.15$ .

Коллективная динамика генераторов в первом кольце (рис. 7, а) и генераторов во втором кольце (рис. 7, в) практически одинакова, при этом колебательные режимы в обоих кольцах похожи на колебательные режимы, показанные на рис. 2, б для однослойной сети. Так же, как и на рис. 2, б, две пары генераторов демонстрируют синфазные спайки, и их временные реализации почти совпадают, но частота следования спайков на рис. 7 выше из-за более высоких по модулю значения отталкивающих связей.

### Заключение

Проведено экспериментальное исследование коллективной динамики в ансамблях радио-

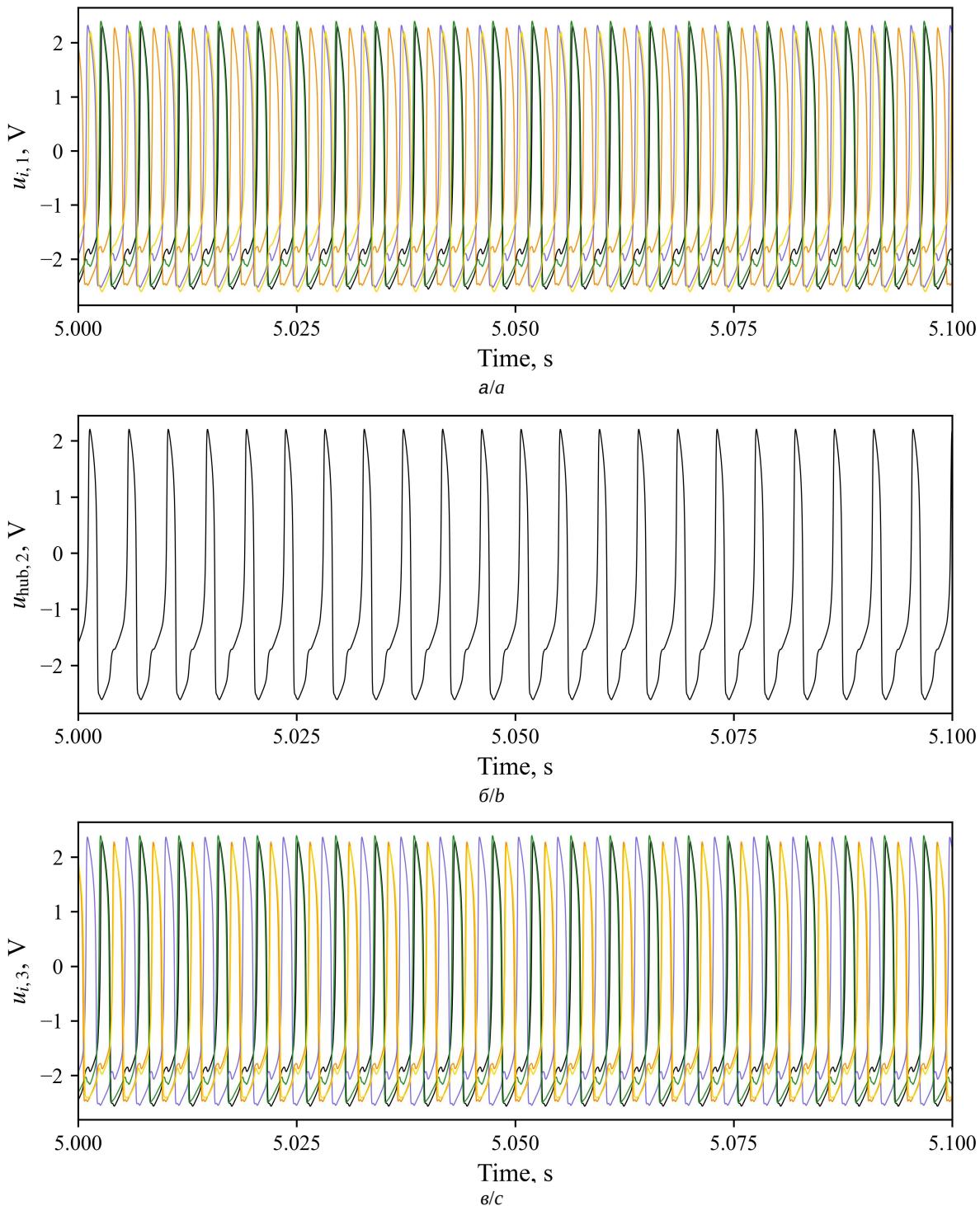


Рис. 7. Временные реализации  $u_i(t)$  аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо первого кольца (а), хаба (б) и второго кольца (с) при  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $k_1 = -0.15$ ,  $k_2 = -0.05$ ,  $k_3 = -0.15$  (цвет онлайн)

Fig. 7. Time series  $u_i(t)$  of analog FitzHugh–Nagumo generators in the first ring (a), hub (b), and second ring (c) at  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $k_1 = -0.15$ ,  $k_2 = -0.05$ , and  $k_3 = -0.15$  (color online)

технических моделей осцилляторов ФитцХью–Нагумо. Показано, что в кольце находящихся в состоянии покоя возбудимых генераторов ФитцХью–Нагумо введение отталкивающих

диффузионных связей между генераторами приводит к возникновению спайковой активности.

Обнаружено, что в отличие от численного моделирования динамики в кольце идентичных



осцилляторов ФитцХью–Нагумо в радиофизическом эксперименте можно наблюдать два разных колебательных режима при фиксированных значениях параметров возбудимых генераторов. Эти режимы отличаются частотой следования спайков и сдвигом фаз между колебаниями различных генераторов в кольце. Такие особенности коллективной динамики генераторов объясняются, по-видимому, тем, что аналоговые генераторы не являются абсолютно идентичными. Проведенные нами численные исследования связанных в кольцо слабо неидентичных осцилляторов ФитцХью–Нагумо показали хорошее соответствие полученных результатов с результатами натурного эксперимента. Было проведено большое количество запусков экспериментальной установки, а при численном моделировании анализировались 10000 ансамблей осцилляторов со случайной расстройкой по параметрам и начальным условиям. Отсутствие других видов колебательных режимов в ансамбле позволяет говорить об общности полученных результатов. Впервые показано существование переключений между колебательными режимами в исследуемой системе.

Коллективная динамика аналоговых генераторов ФитцХью–Нагумо впервые экспериментально исследована в трехслойной сети, состоящей из двух колец, связанных через общий хаб. Построены диаграммы средней частоты спайковой активности генераторов в каждом слое сети при изменении коэффициентов связи между генераторами второго кольца и между хабом и генераторами в обоих колцах. Показано, что при отталкивающих связях генераторов внутри колец и отталкивающих межслойных связях (связях с хабом) возникает частотная синхронизация колебаний всех генераторов сети. При этом максимум частоты спайковой активности генераторов наблюдается в случаях, когда значения внутрислойной связи в первом и втором колцах одинаковы.

### Список литературы

1. Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D. Complex networks: Structure and dynamics // Phys. Rep. 2006. Vol. 424. P. 175–308. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.009>
2. Osipov G. V., Kurths J., Zhou C. Synchronization in Oscillatory Networks. Berlin : Springer, 2007. 370 p.
3. Масленников О. В., Некоркин В. И. Адаптивные динамические сети // УФН. 2017. Т. 187. С. 745–756. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.10.037902>
4. Albert R., Barabási A.-L. Statistical mechanics of complex networks // Rev. Mod. Phys. 2002. Vol. 74. Article number. 47. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47>
5. van den Heuvel M. P., Sporns O. Network hubs in the human brain // Trends in Cognitive Sciences. 2013. Vol. 17. P. 683–696. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2013.09.012>
6. Mears D., Pollard H. B. Network science and the human brain: Using graph theory to understand the brain and one of its hubs, the amygdala, in health and disease // J. Neurosci. Res. 2016. Vol. 94. P. 590–605. <https://doi.org/10.1002/jnr.23705>
7. Храмов А. Е., Фролов Н. С., Максименко В. А., Куркин С. А., Казанцев В. Б., Писарчик А. Н. Функциональные сети головного мозга: от восстановления связей до динамической интеграции // УФН. 2021. Т. 191. С. 614–650. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.06.038807>
8. Shepherd G. M. The Synaptic Organization of the Brain. Oxford : Oxford University Press, 2004. 719 p.
9. Muldoon S. F., Bassett D. S. Network and multilayer network approaches to understanding human brain dynamics // Philosophy of Science. 2016. Vol. 83. P. 710–720. <https://doi.org/10.1086/687857>
10. De Domenico M. Multilayer modeling and analysis of human brain networks // Giga Science. 2017. Vol. 6, iss. 5. Article number gix004. <https://doi.org/10.1093/gigascience/gix004>
11. Vaiana M., Muldoon S. F. Multilayer brain networks // J. Nonlinear Sci. 2020. Vol. 30. P. 2147–2169. <https://doi.org/10.1007/s00332-017-9436-8>
12. Majhi S., Perc M., Ghosh D. Chimera states in a multilayer network of coupled and uncoupled neurons // Chaos. 2017. Vol. 27, iss. 7. Article number 073109. <https://doi.org/10.1063/1.4993836>
13. Buhk A. V., Strelkova G. I., Anishchenko V. S. Synchronization of chimera states in coupled networks of nonlinear chaotic oscillators // Russ. J. Nonlinear Dyn. 2018. Vol. 14, № 4. P. 419–433. <https://doi.org/10.20537/nd180401>
14. Sawicki J., Omelchenko I., Zakharova A., Schöll E. Synchronization scenarios of chimeras in multiplex networks // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2018. Vol. 227. P. 1161–1171. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2018-800039-y>
15. Рыбалова Е. В., Богатенко Т. Р., Бух А. В., Вадивасова Т. Е. Роль связей, шумового и гармонического воздействий в колебательной активности сетей возбудимых осцилляторов ФитцХью–Нагумо // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2023. Т. 23, вып. 4. С. 294–306. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-4-294-306>
16. Rabinovich M. I., Varona P., Selverston A. I., Abarbanel H. D. I. Dynamical principles in neuroscience // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78. Article number 1213. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.1213>
17. Дмитричев А. С., Касаткин Д. В., Клинишов В. В., Кирилов С. Ю., Масленников О. В., Щапин Д. С.,

- Некоркин В. И. Нелинейные динамические модели нейронов : обзор // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 4. С. 5–58. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-4-5-58>*
18. *Quiroga R. Q., Panzeri S. Principles of Neural Coding. Boca Raton : CRC Press, 2013. 664 p.*
19. *Lobov S. A., Chernyshov A. V., Krilova N. P., Shamshin M. O., Kazantsev V. B. Competitive learning in a spiking neural network: Towards an intelligent pattern classifier // Sensors. 2020. Vol. 20, iss. 2. Article number 500. <https://doi.org/10.3390/s20020500>*
20. *Yamazaki K., Vo-Ho V.-K., Bulsara D., Le N. Spiking neural networks and their applications: A review // Brain Sciences. 2022. Vol. 12, iss. 7. Article number 863. <https://doi.org/10.3390/brainsci12070863>*
21. *Dahlem M. A., Hiller G., Panchuk A., Schöll E. Dynamics of delay-coupled excitable neural systems // Int. J. Bifurcat. Chaos. 2009. Vol. 19. P. 745–753. <https://doi.org/10.1142/S0218127409023111>*
22. *Shepelev I. A., Vadivasova T. E., Bukh A. V., Strelkova G. I., Anishchenko V. S. New type of chimera structures in a ring of bistable FitzHugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction // Phys. Lett. A. 2017. Vol. 381. P. 1398–1404. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2017.02.034>*
23. *Shepelev I. A., Shamshin D. V., Strelkova G. I., Vadivasova T. E. Bifurcations of spatiotemporal structures in a medium of FitzHugh–Nagumo neurons with diffusive coupling // Chaos, Solitons and Fractals. 2017. Vol. 104. P. 153–160. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.08.009>*
24. *Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Hramov A. E. Synchronization in ensembles of delay-coupled nonidentical neuronlike oscillators // Nonlinear Dyn. 2019. Vol. 98. P. 735–748. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-05224-x>*
25. *Plotnikov S. A., Fradkov A. L. On synchronization in heterogeneous FitzHugh–Nagumo networks // Chaos, Solitons and Fractals. 2019. Vol. 121. P. 85–91. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.02.006>*
26. *Korneev I. A., Semenov V. V., Slepnev A. V., Vadivasova T. E. The impact of memristive coupling initial states on travelling waves in an ensemble of the FitzHugh–Nagumo oscillators // Chaos, Solitons and Fractals. 2021. Vol. 147. Article number 110923. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110923>*
27. *Навроцкая Е. В., Курбако А. В., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д. Синхронизация ансамбля мемристивно связанных неидентичных осцилляторов ФитцХью–Нагумо // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 1. С. 96–110. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003085>*
28. *Кульминский Д. Д., Пономаренко В. И., Сысоев И. В., Прохоров М. Д. Новый подход к экспериментальному исследованию больших ансамблей радиотехнических генераторов со сложными связями // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 46, вып. 4. С. 26–29. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2020.04.49046.18018>*
29. *Навроцкая Е. В., Кульминский Д. Д., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д. Оценка параметров импульсного воздействия с помощью сети нейроподобных осцилляторов // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2022. Т. 30, № 4. С. 495–512. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2022-30-4-495-512>*

## References

1. Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D. Complex networks: Structure and dynamics. *Phys. Rep.*, 2006, vol. 424, pp. 175–308. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.009>
2. Osipov G. V., Kurths J., Zhou C. *Synchronization in Oscillatory Networks*. Berlin, Springer, 2007. 370 p.
3. Maslennikov O. V., Nekorkin V. I. Adaptive dynamical networks. *Phys.-Usp.*, 2017, vol. 60, pp. 694–704. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.10.037902>
4. Albert R., Barabási A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.*, 2002, vol. 74, article no. 47. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47>
5. van den Heuvel M. P., Sporns O. Network hubs in the human brain. *Trends in Cognitive Sciences*, 2013, vol. 17, pp. 683–696. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2013.09.012>
6. Mears D., Pollard H. B. Network science and the human brain: Using graph theory to understand the brain and one of its hubs, the amygdala, in health and disease. *J. Neurosci. Res.*, 2016, vol. 94, pp. 590–605. <https://doi.org/10.1002/jnr.23705>
7. Hramov A. E., Frolov N. S., Maksimenko V. A., Kurkin S. A., Kazantsev V. B., Pisarchik A. N. Functional networks of the brain: From connectivity restoration to dynamic integration. *Phys.-Usp.*, 2021, vol. 64, pp. 584–616. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.06.038807>
8. Shepherd G. M. *The Synaptic Organization of the Brain*. Oxford, Oxford University Press, 2004. 719 p.
9. Muldoon S. F., Bassett D. S. Network and multilayer network approaches to understanding human brain dynamics. *Philosophy of Science*, 2016, vol. 83, pp. 710–720. <https://doi.org/10.1086/687857>
10. De Domenico M. Multilayer modeling and analysis of human brain networks. *Giga Science*, 2017, vol. 6, iss. 5, article no. gix004. <https://doi.org/10.1093/gigascience/gix004>
11. Vaiana M., Muldoon S. F. Multilayer brain networks. *J. Nonlinear Sci.*, 2020, vol. 30, pp. 2147–2169. <https://doi.org/10.1007/s00332-017-9436-8>
12. Majhi S., Perc M., Ghosh D. Chimera states in a multilayer network of coupled and uncoupled neurons. *Chaos*, 2017, vol. 27, article no. 073109. <https://doi.org/10.1063/1.4993836>
13. Bukh A. V., Strelkova G. I., Anishchenko V. S. Synchronization of chimera states in coupled networks of nonlinear chaotic oscillators. *Russ. J. Nonlinear Dyn.*, 2018, vol. 14, no. 4, pp. 419–433. <https://doi.org/10.20537/nd180401>
14. Sawicki J., Omelchenko I., Zakharova A., Schöll E. Synchronization scenarios of chimeras in multiplex



- networks. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, 2018, vol. 227, pp. 1161–1171. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2018-800039-y>
15. Rybalova E. V., Bogatenko T. R., Bukh A. V., Vadivasova T. E. The role of coupling, noise and harmonic impact in oscillatory activity of an excitable FitzHugh–Nagumo oscillator network. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2023, vol. 23, iss. 4, pp. 294–306 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-4-294-306>
  16. Rabinovich M. I., Varona P., Selverston A. I., Abarbanel H. D. I. Dynamical principles in neuroscience. *Rev. Mod. Phys.*, 2006, vol. 78, article no. 1213. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.1213>
  17. Dmitrichев A. S., Kasatkin D. V., Klinshov V. V., Kirillov S. Yu., Maslennikov O. V., Shchapin D. S., Nekorkin V. I. Nonlinear dynamical models of neurons : A review. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 4, pp. 5–58. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-4-5-58>
  18. Quiroga R. Q., Panzeri S. *Principles of Neural Coding*. Boca Raton, CRC Press, 2013. 664 p.
  19. Lobov S. A., Chernyshov A. V., Krilova N. P., Shamshin M. O., Kazantsev V. B. Competitive learning in a spiking neural network: Towards an intelligent pattern classifier. *Sensors*, 2020, vol. 20, iss. 2, article no. 500. <https://doi.org/10.3390/s20020500>
  20. Yamazaki K., Vo-Ho V.-K., Bulsara D., Le N. Spiking neural networks and their applications: A review. *Brain Sciences*, 2022, vol. 12, iss. 7, article no. 863. <https://doi.org/10.3390/brainsci12070863>
  21. Dahlem M. A., Hiller G., Panchuk A., Schöll E. Dynamics of delay-coupled excitable neural systems. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2009, vol. 19, pp. 745–753. <https://doi.org/10.1142/S0218127409023111>
  22. Shepelev I. A., Vadivasova T. E., Bukh A. V., Strelkova G. I., Anishchenko V. S. New type of chimera structures in a ring of bistable FitzHugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction. *Phys. Lett. A*, 2017, vol. 381, pp. 1398–1404. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2017.02.034>
  23. Shepelev I. A., Shamshin D. V., Strelkova G. I., Vadivasova T. E. Bifurcations of spatiotemporal structures in a medium of FitzHugh–Nagumo neurons with diffusive coupling. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2017, vol. 104, pp. 153–160. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.08.009>
  24. Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Hramov A. E. Synchronization in ensembles of delay-coupled nonidentical neuronlike oscillators. *Nonlinear Dyn.*, 2019, vol. 98, pp. 735–748. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-05224-x>
  25. Plotnikov S. A., Fradkov A. L. On synchronization in heterogeneous FitzHugh–Nagumo networks. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2019, vol. 121, pp. 85–91. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.02.006>
  26. Korneev I. A., Semenov V. V., Slepnev A. V., Vadivasova T. E. The impact of memristive coupling initial states on travelling waves in an ensemble of the FitzHugh–Nagumo oscillators. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2021, vol. 147, article no. 110923. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110923>
  27. Navrotskaya E. V., Kurbako A. V., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Synchronization of the ensemble of nonidentical FitzHugh–Nagumo oscillators with memristive couplings. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 32, no. 1, pp. 96–110. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-003085>
  28. Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Sysoev I. V., Prokhorov M. D. New approach to the experimental study of large ensembles of radioengineering oscillators with complex couplings. *Tech. Phys. Lett.*, 2020, vol. 46, no. 2, pp. 175–178. <https://doi.org/10.1134/S1063785020020236>
  29. Navrotskaya E. V., Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Estimation of impulse action parameters using a network of neuronlike oscillators. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2022, vol. 30, no. 4, pp. 495–512. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2022-30-4-495-512>

Поступила в редакцию 25.06.2024; одобрена после рецензирования 19.08.2024; принята к публикации 20.09.2024  
The article was submitted 25.06.2024; approved after reviewing 19.08.2024; accepted for publication 20.09.2024

## МЕТОДИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 442–449  
*Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 442–449  
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK

Научная статья

УДК 530

### Динамическая редукция к стационарным состояниям при квантовых измерениях

В. И. Цой

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Цой Валерий Иванович, кандидат физико-математических наук, [tsoyvi@info.sgu.ru](mailto:tsoyvi@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

**Аннотация.** Согласно канонам квантовой теории изменение состояния квантовой системы происходит либо непрерывной детерминированной эволюцией, либо почти мгновенным вероятностным проектированием к одному из собственных стационарных состояний (редукции-коллапсом) в результате взаимодействия с классическим измерительным прибором. При квантовом измерении такое проектирование может быть отнесено как к началу, так и к концу измерительной цепочки. В последнем случае существует возможность парадоксального теоретического вывода о том, что селекция состояния, к которому ведет редукция, может произойти только в сознании наблюдателя. В статье предложена динамическая модель, в которой селекция происходит в самой измеряемой квантовой системе и проектирование совершается кратковременными шагами в согласии с уравнением Шрёдингера.

**Ключевые слова:** квантовые измерения, редукция волновой функции, коллапс волновой функции, проективный постулат, квантовый эффект Зенона

**Для цитирования:** Цой В. И. Динамическая редукция к стационарным состояниям при квантовых измерениях // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 442–449. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK  
Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

**Dynamic reduction to stationary states in quantum measurements**

V. I. Tsoy

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Valery I. Tsoy, [tsoyvi@info.sgu.ru](mailto:tsoyvi@info.sgu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>

**Abstract. Background and Objectives:** According to the quantum theory, a change in the states of a quantum system occurs either by continuous deterministic evolution or by almost instantaneous probabilistic projection into its own stationary states as a result of interaction with a classical measuring device. In the theory of quantum measurement, such projection can be carried out both at the beginning and at the end of the measuring chain. In the latter case, a paradoxical theoretical conclusion may arise that selection of the state to which reduction leads can only occur in the mind of the observer. This article proposes a model of measurements in which selection occurs dynamically in the quantum system itself being measured. **Methods:** A dynamic model of wave function reduction under quantum measurement is proposed. The reduction to a stationary state as a gate process was simulated, including evolution according to the Schrodinger equation and periodic zeroing of the imaginary part of the wave function. **Conclusion:** Modeling of dynamic reduction to various stationary states of a particle in a potential box and an oscillator has shown that the reduction occurs on a time scale of the order of several tens of the periods of oscillation of the ground state. Moreover, within the framework of



this measurement model, the Zeno effect of freezing a resonant quantum transition has been confirmed. If a state decays, measurement cannot prevent decay, but it can slow it down. It is important that during dynamic measurement, the selection of the measured state is present in the measurement itself and leads to a result recorded by the device before the observer. We can also say that the Schrodinger equation is compatible with procedures for reduction of quantum states

**Keywords:** quantum measurement, reduction of the wave function, collapse of the wave function, projective postulate, quantum Zeno effect

**For citation:** Tsoy V. I. Dynamic reduction to stationary states in quantum measurements. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 442–449 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-442-449>, EDN: TIRVRK

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Согласно квантовой механике изменение вектора состояний (волновой функции) квантового объекта совершается либо эволюционно под действием операторов энергии и импульса в уравнении Шредингера, либо скачкообразно под действием оператора проектирования к векторам базисных стационарных состояний [1–4], либо непрерывно эволюцией между частыми повторными актами проектирования [3, 5].

Проективный постулат является тем правилом, которое отражает возможность наблюдения за квантовым объектом с помощью классического прибора. Хотя квантовые состояния описываются в общем случае комплексными волновыми функциями, существуют стационарные состояния, которые встречаются с классическими положительными вероятностями. При этом волновые функции стационарных состояний могут считаться вещественными, и, в частности, невырожденные состояния с определенной энергией вещественны по существу [2]. Таким образом, стационарные состояния доступны для измерений, например, путем спектральной регистрации переходов между ними. По проективному постулату вероятность перехода в стационарное состояние определяется квадратом модуля скалярного произведения векторов исходного состояния и стационарного состояния. Нужно заметить, что проективный постулат действует не только в случае почти мгновенных или протяженных во времени непрерывных измерений, приводящих к разрушению исходного состояния, но и в невозмущающих измерениях. Последние являются косвенными измерениями состояния объекта, коррелированного (запутанного) со вспомогательным объектом – квантовой системой считывания [6]. Эти косвенные измерения осуществляются посредством прямого разрушающего измерения вспомогательного объекта, в конечном счете проективного измерения.

Теоретически возможны измерения с различными в измерительной цепочке местами проектирования на состояние, доступное классической регистрации [3, 5]. В одном из вариантов квантовая

система сначала приводится в состояние статистической смеси стационарных состояний, после чего совершаются отбор одного из этих состояний (неселективное измерение). В противоположном случае вероятностный отбор редукции к определенному стационарному состоянию случается в самом начале измерения (селективное измерение). В первом случае стационарные состояния присутствуют в статистической смеси с вероятностями, определяемыми проективным постулатом. Во втором случае сам отбор состояния совершается с вероятностью, даваемой проективным постулатом.

Одна из принципиальных трудностей теории квантовых измерений состоит в том, что, будучи фундаментальной теорией, квантовая механика должна быть применимой ко всем объектам, включая приборы и наблюдателя. Тогда получение классического результата измерения парадоксально переносится на самый конец измерительной цепочки – сознание наблюдателя [3, 5]. В данной работе предложена модель измерения, в которой классический прибор циклически взаимодействует с квантовым объектом таким образом, что последний быстро редуцирует к стационарному состоянию чередой коротких эволюционных изменений в соответствии с уравнением Шредингера. Результат такого измерения вполне определен, регистрируется прибором и считывается, а не производится сознанием наблюдателя.

## 1. Динамическая редукция квантового состояния к стационарному состоянию

### 1.1. Феноменологическая модель динамической редукции

При измерении комплексная волновая функция координат и времени  $\psi(\mathbf{r}, t)$  редуцируется к вещественной базисной стационарной функции координат («моде»)  $\psi_n(\mathbf{r})$  в соответствии с разложением

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_k c_k(t) \exp(-i\omega_k t) \psi_k(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_k$  – собственная частота колебаний моды, и все коэффициенты разложения, кроме  $c_n$ ,



должны после редукции стать нулями, притом с вероятностью  $|c_n|^2$  в соответствии с проективным постулатом. Естественно предположить, что в процессе редукции к вещественной функции моды стремится какой-то вещественный образ редуцируемой волновой функции. На первый взгляд таковым должен быть её модуль, однако при равных нулю значениях он не имеет производной, а квадрат модуля является плотностью вероятности, которая вместе с плотностью потока подчиняется классическому уравнению непрерывности [2], но не квантовому уравнению движения. Другой вещественной характеристикой волновой функции  $\psi = \psi^r + i\psi^i$  является просто её вещественная часть  $\psi^r$ . Комплексное уравнение Шредингера

$$i\hbar\partial(\psi^r + i\psi^i)/\partial t = H(\psi^r + i\psi^i) \quad (2)$$

для вещественного гамильтониана  $H$  может рассматриваться как система двух вещественных уравнений для вещественной и мнимой частей волновой функции [7]. Записывая эту систему в форме

$$\partial\psi^r/\partial t = -(i/\hbar)H(i\psi^i), \quad (3a)$$

$$\partial(i\psi^i)/\partial t = -(i/\hbar)H\psi^r, \quad (3b)$$

видим, что вещественная и мнимая компоненты выражаются друг через друга совершенно одинаково. Кроме того, дифференцирование уравнений по времени показывает, что и вещественная,  $\psi^r$ , и мнимая,  $\psi^i$ , части описываются одним и тем же дифференциальным уравнением. Это говорит о том, что каждая из вещественной и мнимой частей волновой функции в равной степени несет информацию о состоянии, отвечающем волновой функции. При этом, в отличие от модуля, вещественная часть волновой функции удовлетворяет требованиям, накладываемым уравнением Шредингера.

Таким образом, вырисовывается следующая модель измерения, в котором квантовое состояние  $\psi(\mathbf{r}, t)$  динамически редуцирует к стационарному состоянию  $\psi_n(\mathbf{r})$ , доступному для классической регистрации. Измерение начинается, в согласии с проективным постулатом, вероятностным выбором состояния, к которому ведет редукция. Тем самым определяются частота  $\omega_n$  и период  $T_n = 2\pi/\omega_n$  собственных колебаний волновой функции измеряемого состояния. Этим устанавливается режим «стробирования» – циклических актов взаимодействия между квантовым объектом и прибором в резонанс с этой частотой, а сами

акты взаимодействия состоят в обнулении мнимой части волновой функции – «овеществления». В результате амплитуда вероятности присутствия отобранный моды в разложении (1) волновой функции растет, и через некоторое время волновая функция становится стационарной, чем и завершается измерение.

Этой модели присущи две трудности. Первая из них состоит в том, что если в момент начала измерения отбираемая мода входит в разложение (1) волновой функции с чисто мнимым коэффициентом, то мода не участвует в овеществлении и недоступна измерению. Но такая ситуация возникает только раз за период колебаний и исчезает при задержке или новом повторении измерения. Кроме того, можно безболезненно считать, что при измерении моды с мнимым коэффициентом полная волновая функция, будучи определенной с точностью до произвольного фазового множителя, умножается на мнимую единицу. Более того, согласно проективному постулату классическому прибору должны быть предъявлены квадраты модулей коэффициентов разложения волновой функции по стационарным состояниям. Это означает, что амплитудами вероятности для квантовой системы в начале измерения должны стать модули комплексных амплитуд и измерение должно начинаться с преобразования комплексного разложения волновой функции по модам в вещественное разложение с вещественными амплитудами вероятности.

Другое затруднение состоит в том, что собственные частоты могут соотноситься как рациональные числа, и это приводит к конкуренции мод в циклических актах овеществления на собственной частоте. Однако в этих случаях редукция к данной моде облегчается и обеспечивается некоторой отстройкой частоты стробирования от собственной частоты моды.

## 1.2. Моделирование динамической редукции к стационарным состояниям

Редукция с динамическим повышением вероятности присутствия моды при овеществлении волновой функции в процессе измерения моделировалась численно на примерах частицы в одномерном потенциальном ящике (рис. 1 и рис. 2) и одномерного осциллятора (рис. 3 и рис. 4). В качестве приготовленных для измерения волновых функций рассматривались суперпозиции

$$\psi(x, 0) = \sum_k A_k \psi_k(x) \quad (4)$$



со значениями коэффициентов для состояния частицы в ящике и для осциллятора:

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.3, \quad A_2 = -3i, \quad A_3 = -0.1 + 2i, \\ A_4 &= 10i, \quad A_5 = 1 - 0.5i, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.3, \quad A_2 = 1.0, \\ A_3 &= 10.0, \quad A_4 = 1.0. \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты подобраны таким образом, что вероятности присутствия мод  $|A_k|^2$  находятся в широком диапазоне различий в 1000 раз. Функции стационарных состояний  $\psi_l(x)$  для частицы в ящике и  $\psi_n(x)$  для осциллятора, как известно, имеют вид [2]:

$$\psi_l(x) = \left(1/\sqrt{2L}\right) \sin(\pi l x/L), \quad (7)$$

где  $L$  – ширина ящика,  $l = 1, 2, 3, \dots, 0 \leq x \leq L$ ;

$$\begin{aligned} \psi_n(x) &= \sqrt[4]{m\omega/\pi\hbar} \left(1/\sqrt{2^n n!}\right) \times \\ &\times \exp[-(m\omega/\hbar)x^2/2] H(n, x\sqrt{m\omega/\hbar}), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $m$  – масса осциллирующей частицы,  $\omega$  – частота осцилляций,  $H(n, x\sqrt{m\omega/\hbar})$  – полиномы Эрмита,  $n = 0, 1, 2, \dots, -\infty < x < \infty$ .

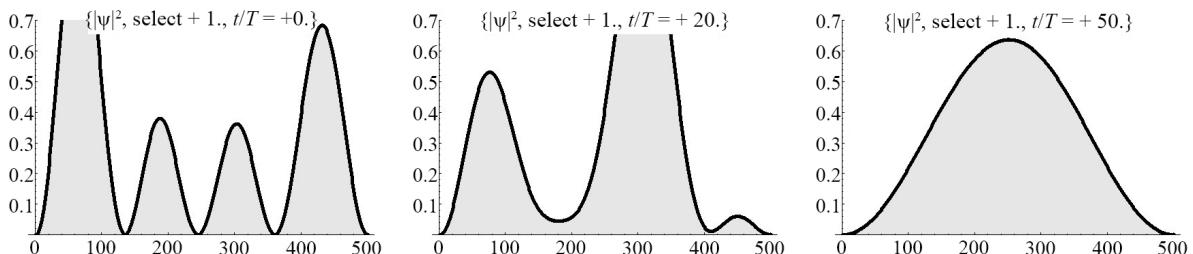


Рис. 1. Редукция волновой функции частицы в ящике к первой моде с периодом  $T_1$ . Амплитуды вероятностей мод:  $A_1 = 0.3, A_2 = -3i, A_3 = -0.1 + 0.2i, A_4 = 10i, A_5 = 1 - 0.5i$ . Параметр  $t/T$  – время редукции в единицах периода стробирования  $T = 0.95T_1$ . Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 1. Reduction of the wave function of a particle in a box to the first mode with period  $T_1$ . Probability amplitudes of modes are:  $A_1 = 0.3, A_2 = -3i, A_3 = -0.1 + 0.2i, A_4 = 10i, A_5 = 1 - 0.5i$ . Parameter  $t/T$  is the reduction time in units of gating period  $T = 0.95T_1$ . Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes

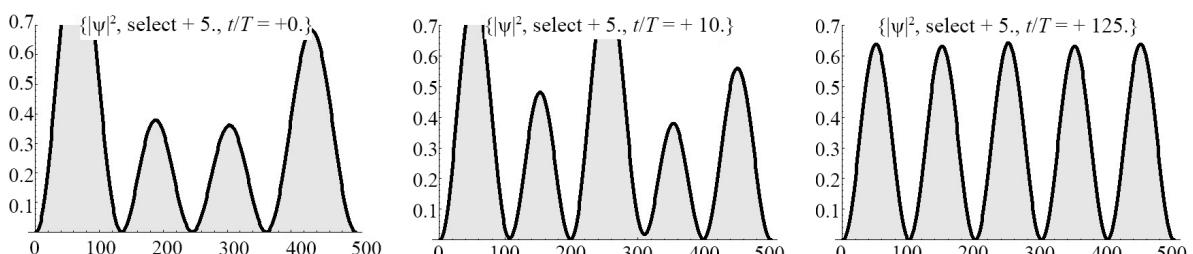


Рис. 2. Редукция волновой функции частицы в ящике к пятой моде. Амплитуды вероятностей стационарных состояний:  $A_1 = 0.3, A_2 = -3i, A_3 = -0.1 + 0.2i, A_4 = 10i, A_5 = 1 - 0.5i$ . Параметр  $t/T$  – время редукции в единицах периода моды. Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 2. Reduction of the wave function of a particle in a box to the fifth mode. Probability amplitudes of the modes are:  $A_1 = 0.3, A_2 = -3i, A_3 = -0.1 + 0.2i, A_4 = 10i, A_5 = 1 - 0.5i$ . Parameter  $t/T$  is the reduction time in units of mode period. Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes

и временные периоды  $T_n = 2\pi/\omega_n$  состояний соотносятся как  $T_n = T_0/(2n+1)$ . Периоды нулевой и первой мод различаются всего в три раза. Это предопределяет ощутимую конкуренцию нулевой моде при стробировании на её частоте, но конкуренция пропадает с отстройкой периода стробирования, например при  $T = 0.95T_0$ . Редукция к третьей моде не требует отстройки частоты стробирования от собственной частоты моды.

Следует отметить, что редукция к более высоким модам в обоих рассмотренных случаях требует больше измерительных циклов, однако время на цикл при этом меньше, чем для низшей моды. В итоге на редукцию для всех мод затрачивается время одного и того же порядка.

## 2. Влияние измерения на квантовые переходы

Одними из ярких проявлений влияния квантовых измерений на измеряемую систему являются изменение характера квантовых переходов между состояниями и изменение характера распада состояния. Очень показательным и невозможным для классических измерений является квантовый эффект Зенона [3, 5, 9]. При переходе

между состояниями в дискретном спектре может возникнуть на время измерения полная остановка («замораживание») в состоянии, из которого происходит переход, что надёжно подтверждено экспериментально [5, 9].

Известно, что эффект Зенона можно описать традиционно с помощью повторных мгновенных проективных измерений, а также с помощью континуальных интегралов по путям, ограниченным квантовым коридором [5]. В рассматриваемой динамической модели измерения эффект Зенона также отслеживается.

Рассмотрим возбуждаемые резонансным электрическим полем переходы между двумя нижними состояниями заряженной частицы в потенциальном ящике бесконечной высоты. Эти состояния достаточно далеки по энергии от вышестоящих состояний, и между ними могут возникнуть циклические переходы – осцилляции Раби [10]. Под действием поля малой амплитуды  $\mathcal{E}_0$  вероятность пребывания частицы с зарядом  $e$  в одном из двух состояний 1 или 2 колеблется по гармоническому закону [11, 12]

$$|\Psi_{1,2}|^2 = (1/2)(1 - \cos \Omega t) \quad (9)$$

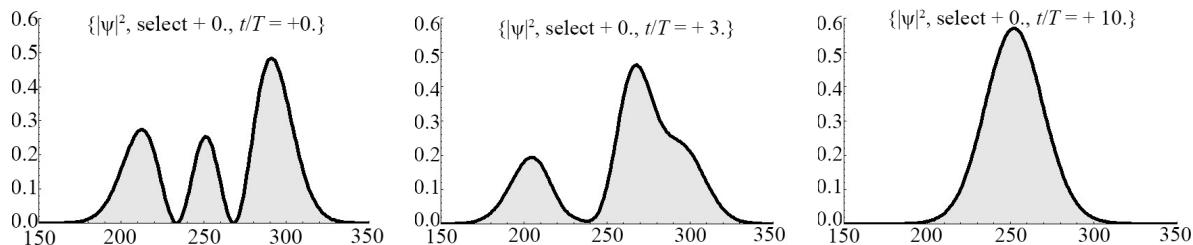


Рис. 3. Редукция волновой функции осциллятора к нулевой моде с периодом  $T_0$ . Амплитуды вероятностей мод:  $A_1 = 0.3$ ,  $A_2 = 1.0$ ,  $A_3 = 10.0$ ,  $A_4 = 1.0$ . Параметр  $t/T$  – время редукции в единицах периода стробирования  $T = 0.95T_0$ . Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 3. Reduction of the wave function of an oscillator to the zero mode with period  $T_0$ . Probability amplitudes of modes are:  $A_1 = 0.3$ ,  $A_2 = 1.0$ ,  $A_3 = 10.0$ ,  $A_4 = 1.0$ . Parameter  $t/T$  is the time of reduction in units of gating period  $T = 0.95T_0$ . Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes

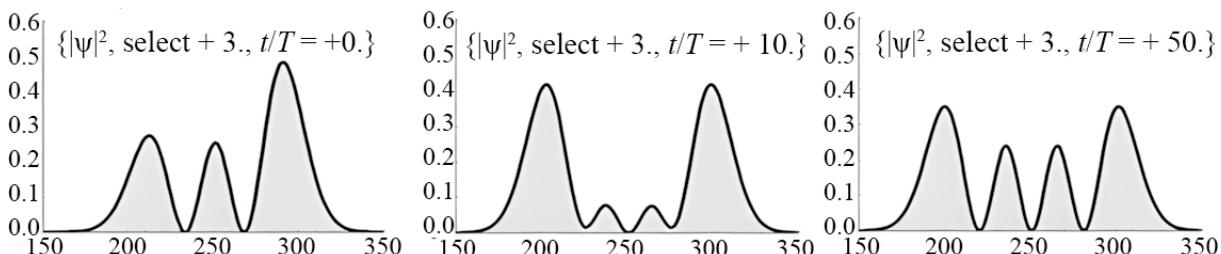


Рис. 4. Редукция волновой функции осциллятора к третьей моде. Амплитуды вероятностей мод:  $A_1 = 0.3$ ,  $A_2 = 1.0$ ,  $A_3 = 10.0$ ,  $A_4 = 1.0$ . Параметр  $t/T$  – время редукции в единицах периода моды. Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 4. Reduction of the wave function of an oscillator to the third mode. Probability amplitudes of modes are:  $A_1 = 0.3$ ,  $A_2 = 1.0$ ,  $A_3 = 10.0$ ,  $A_4 = 1.0$ . Parameter  $t/T$  is the time of reduction in units of mode period. Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes



с частотой Раби  $\Omega = |d_{12}e\mathcal{E}_0|/\hbar$  где  $d_{12}$  – матричный элемент координаты перехода, который для частицы в ящике шириной  $L$  равен  $d_{12} = 0.18027L$ . Таким образом, период осцилляций Раби для плотности вероятности  $|\psi(x)|^2$  частицы в ящике должен быть близок к «стандартной» величине  $tR = 2\pi/\Omega$ , в особенности для малой возмущающей силы  $e\mathcal{E}_0$ .

На рис. 5 показаны результаты моделирования влияния измерений на осцилляции Раби. Осцилляции начинаются из основного состояния  $\psi_1(x) = (1/\sqrt{2L}) \sin(\pi x/L)$  под действием поля  $e\mathcal{E}_0 \cos([E_2 - E_1]t/\hbar)$  при  $e\mathcal{E}_0 = 0.05$ . Измерения продолжаются в течение времени, близкого к периоду осцилляций, и замораживают исходное состояние (верхний ряд на рисунке). После прекращения измерений происходит размораживание и возникают свободные осцилляции (нижний ряд на рисунке, отсчет времени начинается после измерения). Период осцилляций несколько отличается от стандартного, так как принятая в расчётах величина силы возмущения не очень мала и была выбрана с целью уменьшения времени вычислений. Таким образом, рассматриваемая модель позволяет отслеживать влияние измерений на динамику квантовых переходов.

Следует заметить, что согласно теории измерений с повторными проектированиями необходимым условием для замораживания состояния

измерением является квадратичная зависимость изменения вероятности состояния от времени на достаточно малых временных промежутках [5, 9]. Плотность вероятности (9) удовлетворяет этому требованию.

### 3. Влияние измерения на распад состояния

Неизбежно присутствующие радиационные и другие диссипативные потери энергии превращают стационарное состояние в квазистационарное, и его волновая функция претерпевает изменение – распад, который может превалировать над остальными процессами. Типичным законом распада является экспоненциальная зависимость от времени вероятности распада состояния  $p(t) = 1 - \exp(-t/\tau)$ , где  $\tau$  – время жизни состояния. Этот закон дает не квадратичную, а линейную зависимость на малом промежутке времени, и замораживание распадающегося состояния невозможно. Волновая функция квазистационарного состояния допускает приближённый вид [7]

$$\Psi_n(x, t) = \Psi_n(x, 0) \exp(-i\tilde{E}_n t/\hbar), \quad (10)$$

где  $\tilde{E}_n = E_n - iG_n$  – комплексная энергия, мнимая часть которой описывает экспоненциальное затухание волновой функции. В этой связи нетрудно убедиться в том, что после введения в уравнение Шредингера мнимой добавки к потенциальной

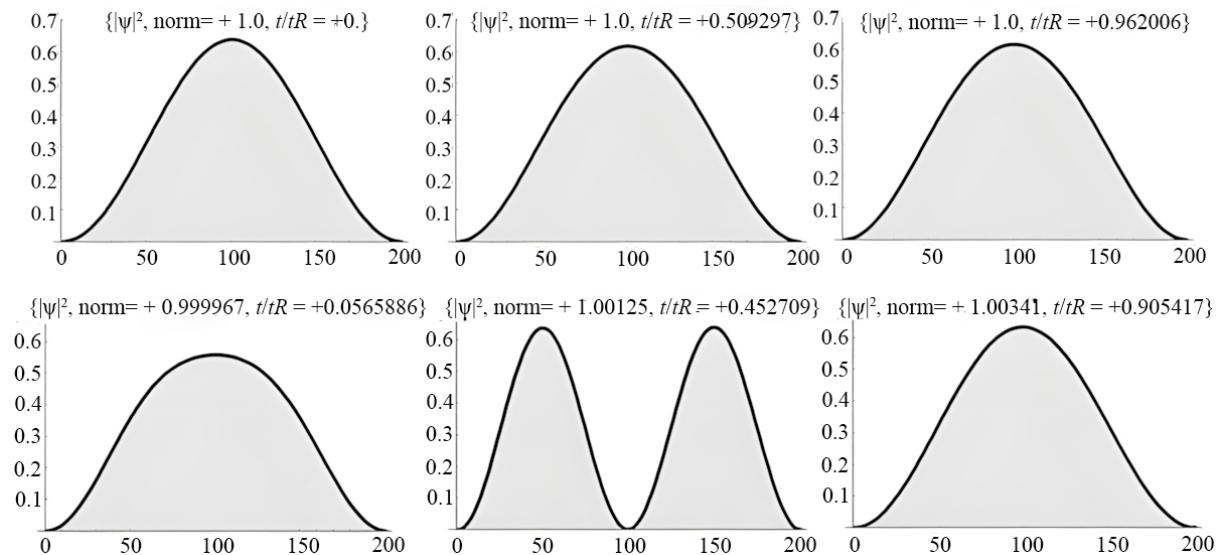


Рис. 5. Квантовый эффект Зенона в осцилляциях Раби между стационарными состояниями частицы в ящике. Начальные амплитуды вероятностей мод:  $A_1 = 1.0$ ,  $A_2 = 0.0$ . Параметр  $t/tR$  – время в единицах периода Раби. Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 5. Quantum Zeno effect in Rabi oscillations between stationary states of a particle in a box. Initial probability amplitudes of modes are:  $A_1 = 1.0$ ,  $A_2 = 0.0$ . Parameter  $t/tR$  is the time in units of Rabi period. Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes



функции стационарная волновая функция перестает быть стационарной, и с течением времени её норма убывает, свидетельствуя о распаде – исчезновении состояния. На рис. 6 показаны плотности вероятности для частицы в ящике, полученные в результате численного решения уравнения с комплексной потенциальной функцией в виде

$$i\hbar\partial\psi/\partial t = -(\hbar^2/2m)(\partial^2\psi/\partial x^2) - ig\psi, \quad (11)$$

где  $0 \leq x \leq L$ ,  $\psi(x, 0) = (1/\sqrt{2L}) \sin(2\pi x/L)$ ,  $g$  – параметр распада.

На рисунке показаны плотности вероятности при распаде состояния в присутствии измерения (верхний ряд) и при свободном распаде (нижний ряд). Видно, что с течением времени измерения норма волновой функции уменьшается, что говорит о невозможности предотвратить распад. Но эта норма превышает норму в соответствующие моменты времени при свободном распаде без измерения. Таким образом, в рамках рассматриваемой модели измерение приводит к замедлению распада, хотя в этом случае его нельзя заморозить. Этот результат в целом согласуется с теорией измерений с повторными мгновенными проектированиями [5, 9].

### Заключение

1. В статье показано, что возможны такие теоретические модели квантовых измерений,

в которых редукция с отбором определенного стационарного состояния регистрируется прибором и нет нужды во включении наблюдателя в измерительную цепочку. Динамическая картина измерения ведет к отказу от имеющегося мнения о том, что проектирование может происходить в любом месте измерительной цепочки [3, 5], так как динамическое измерение само является проектированием. Незыблемым для квантовых измерений остается утверждение проективного постулата о переходе при измерении в базисные стационарные состояния с вероятностями, определяемыми квадратом модуля коэффициентов разложения по ним исходной волновой функции. В рассмотренном случае циклического динамического измерения существенно предположение, что частота измерительных циклов близка к частоте отобранной моды, но этот выбор нельзя объяснить иначе, как действием проективного постулата с самого начала измерения.

2. Предложенная трактовка редукции к стационарному состоянию при измерении позволяет дать ответ на концептуальный вопрос о совместимости редукции с уравнением Шрёдингера [3]. В этой трактовке редукция происходит периодическими циклами, в которых на каждом цикле между овеществлениями волновая функция эволюционирует по уравнению Шрёдингера. Таким образом, уравнение совместимо с рассмотренной процедурой измерения квантовых состояний.

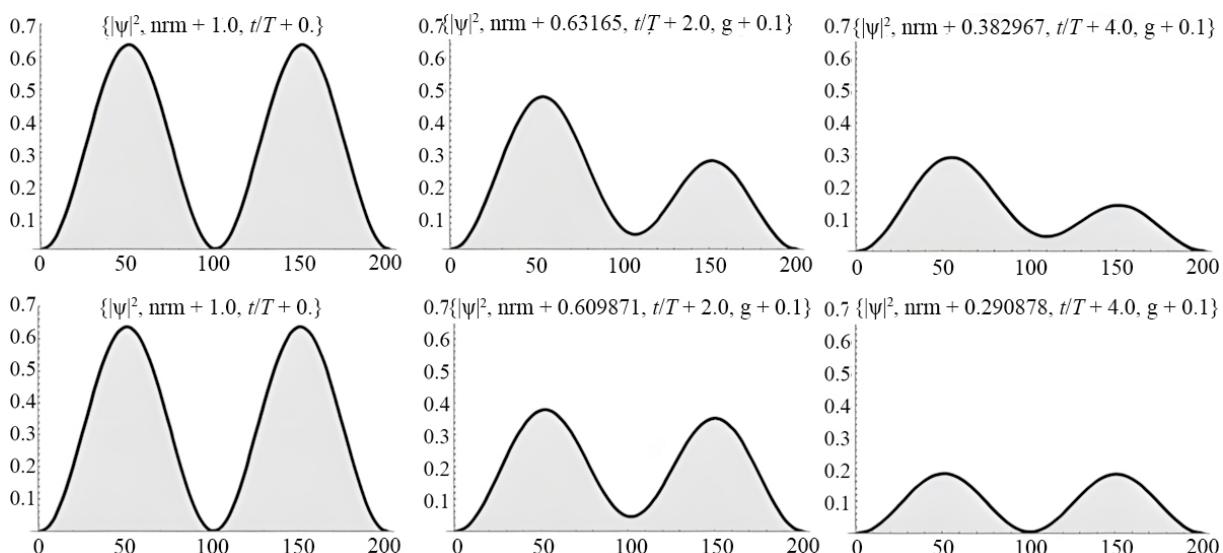


Рис. 6. Квантовый эффект Зенона в диссипативном распаде состояния частицы в ящике. Параметр  $t/T$  – время в единицах периода циклов измерения,  $nrm$  – текущая норма волновой функции,  $g$  – параметр мнимой части комплексного потенциала. Пространственные координаты даны номерами узлов расчетной сетки

Fig. 6. Quantum Zeno effect in the dissipative decay of the state of a particle in a box. Parameter  $t/T$  is the time in units of state period,  $nrm$  is the current norm of the wave function,  $g$  is the parameter of the imaginary part of the complex potential. Spatial coordinates are given by the numbers of the computational grid nodes

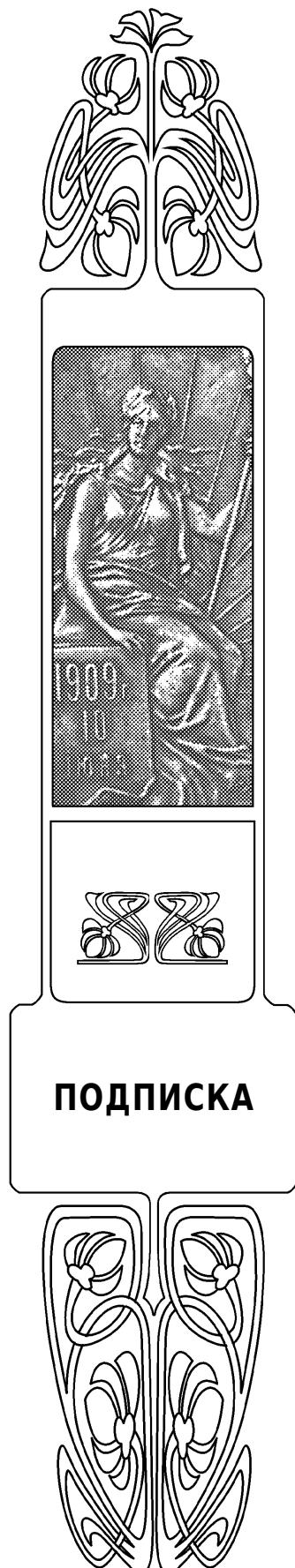


3. Важнейшей характеристикой динамической модели квантовых скачков является масштаб времени измерения. Как показывают рисунки, на редукцию к стационарным состояниям требуется несколько десятков периодов собственных колебаний. Поэтому в этой модели скачок может считаться мгновенным, если таким промежутком времени можно пренебречь. Подобная ситуация вполне типична для атомарных электронных переходов и для релаксации колебательных состояний молекул. Если же состояние существенно меняется на масштабе времени измерения, например, при очень быстром распаде, то измерение теряет смысл.

### Список литературы

1. Нейман фон И. Математические основы квантовой механики. М. : Наука, 1964. 367 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Кvantovaya mehanika. M. : Nauka, 1989. 768 с.
3. Садбери А. Kvantovaya mehanika i fizika elementarnykh chastits [Quantum Mechanics and the Particles of Nature]. Moscow, Mir, 1989. 485 p. (in Russian).
4. Клышико Д. Н. Основные понятия квантовой физики с операциональной точки зрения // УФН. 1998. Т. 168. С. 975–1015. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0168.199809d.0975>
5. Менский М. Б. Кvantovye izmereniya i dekogerentsiya. Modeli i fenomenologiya. M. : Fizmatlit, 2001. 232 с.
6. Воронцов Ю. И. Стандартные квантовые пределы погрешностей измерений и методы их преодоления // УФН. 1994. Т. 164. С. 89–104. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0164.199401d.0089>
7. Давыдов А. С. Кvantovaya mehanika. M. : Наука, 1973. 704 с.
8. Виницкий С. И., Пузынин И. В., Селин А. В. Численное решение нестационарного уравнения Шредингера с повышенной точностью. Препринт ОИЯИР 11-98-44. 27. Дубна, 1998. 14 с.
9. Халфин Л. А. Кvantovyy effekt Zenoona // УФН. 1990. Т. 160. С. 185–188. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0160.199010j.0185>
10. Цой В. И. Приготовление и считывание кубита на частице в потенциальной яме // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Физика. 2021. Т. 21, вып. 3. С. 293–298. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-3-293-298>
11. Feynman R., Leighton R., Sands M. Feynmanovskie lektii po fizike: v 9 t. Tom 8 [The Feynmann Lectures on Physics: in 9 vols. Vol. 8]. Moscow, Mir, 1967. 269 p. (in Russian).
12. Valiev K. A. Quantum computers and quantum computations. Phys. Usp., 2005, vol. 48, no. 1, pp. 1–36. <https://doi.org/10.1070/PU2005v048n01ABEH002024>

Поступила в редакцию 20.05.2024; одобрена после рецензирования 03.06.2024; принятa к публикации 20.06.2024  
The article was submitted 20.05.2024; approved after reviewing 03.06.2024; accepted for publication 20.06.2024



## **Подписка на печатную версию**

Подписной индекс издания 36015.  
Оформить подписку на печатную версию  
можно в Интернет-каталоге  
ГК «Урал-Пресс» ([ural-press.ru](http://ural-press.ru)).  
Журнал выходит 4 раза в год.  
Цена свободная

Электронная версия журнала находится  
в открытом доступе ([fizika.sgu.ru](http://fizika.sgu.ru))

### **Адрес Издательства**

#### **Саратовского университета (редакции):**

410012, Саратов, Астраханская, 83  
**Тел.:** +7(845-2) 51-29-94, 51-45-49, 52-26-89  
**Факс:** +7(845-2) 27-85-29  
**E-mail:** [publ@sgu.ru](mailto:publ@sgu.ru), [izdat@sgu.ru](mailto:izdat@sgu.ru)

### **Адрес редколлегии серии:**

410012, Саратов, Астраханская, 83,  
СГУ имени Н. Г. Чернышевского,  
физический факультет  
**Тел./факс:** +7 (8452) 52-27-05  
**E-mail:** [fizik@sgu.ru](mailto:fizik@sgu.ru)  
**Website:** <https://fizika.sgu.ru>

ISSN 1817-3020



ISSN 1817-3020 (Print). ISSN 2542-193X (Online)  
Известия Саратовского университета. Новая серия.  
Серия: Физика. 2024. Том 24, выпуск 4

# ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

## Новая серия

- Серия: Акмеология образования. Психология развития
- Серия: История. Международные отношения
- Серия: Математика. Механика. Информатика
- Серия: Науки о Земле
- Серия: Социология. Политология
- Серия: Физика**
- Серия: Филология. Журналистика
- Серия: Философия. Психология. Педагогика
- Серия: Химия. Биология. Экология
- Серия: Экономика. Управление. Право

