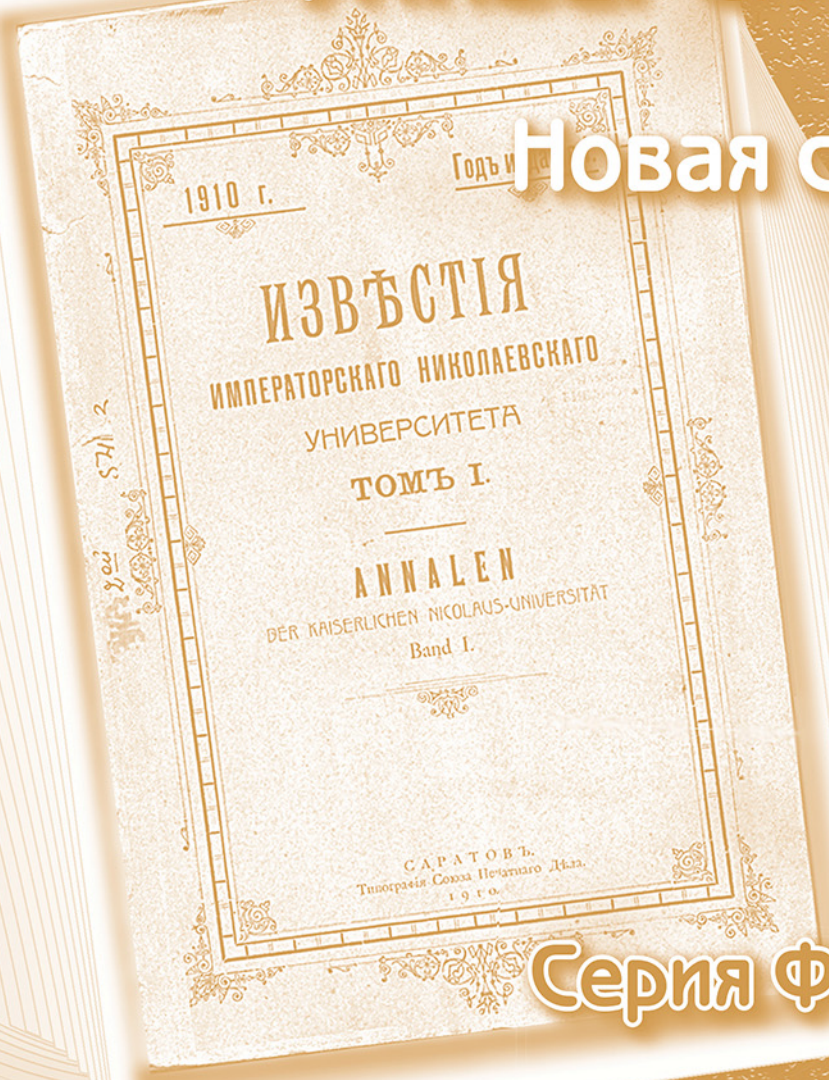
ISSN 1817-3020 (Print)
ISSN 2542-193X (Online)

ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Новая серия


1910 г.

ИЗВѢСТІЯ
ИМПЕРАТОРСКАГО НИКОЛАЕВСКАГО
УНИВЕРСИТЕТА
ТОМЪ I.

ANNALEN
DER KAISERLICHEN NICOLAUS-UNIVERSITAT
Band I.

САРАТОВЪ.
Типографія Союза Печатнаго Дѣла.
1910.

Серия Физика

2020
Том 20
Выпуск 3

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Новая серия

Научный журнал
2020 Том 20
ISSN 1817-3020 (Print)
ISSN 2542-193X (Online)
Издается с 2005 года

Серия Физика, выпуск 3

Продолжение «Известий Императорского Николаевского Университета» 1910–1918, «Ученых записок СГУ» 1923–1962, «Известий Саратовского университета. Новая серия» 2001–2004

СОДЕРЖАНИЕ

Научный отдел

Биофизика и медицинская физика

Tsoy M. O., Merkulova K. O., Postnov D. E. Distal Pulse Measurement Provides Statistical, but not Dynamical, Features of the Central Pulse [*Цой М. О., Меркулова К. О., Постнов Д. Э.* Измерение дистального импульса отражает статистические, но не динамические характеристики центрального пульса] 164

Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J. Non-invasive Methods for *in vivo* Determination of the Skin Barrier Function – Advantages of Confocal Raman Microspectroscopy [*Дарвин М. Е., Чо Ч. З., Шлойзенер И., Ладеманн Ю.* Неинвазивные методы определения барьерной функции кожи *in vivo* – преимущества конфокальной микроспектроскопии комбинационного рассеяния света] 171

Баатыров Р. Т., Калинкин М. Ю., Усанов А. Д., Добдин С. Ю., Скрипаль Ан. В. Оценка величины обратного кровотока в артерии по второй производной пульсовой волны давления 178

Радиофизика, электроника, акустика

Тукмаков Д. А., Ахунов А. А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запылённую среду 183

Плотников П. К., Мельников Л. А., Мажирина Ю. А. О физических основах работы сверхвысокочастотных электромагнитно-волновых гироскопов, базирующихся на эффекте Саньяка 193

Пономаренко В. И., Лапшева Е. Е., Навроцкая Е. В., Ишбулатов Ю. М., Прохоров М. Д. Системы передачи информации с корреляционным приемом на базе генераторов с динамическим хаосом 202

Корнеев И. А., Слепнев А. В., Семенов В. В., Вадивасова Т. Е. Взаимная синхронизация диссипативно связанных мемристивных генераторов 210

Попова Е. С., Станкевич Н. В., Кузнецов А. П. Каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой квазипериодический аттрактор Эно в дискретной модели Лоренца-84 222

Физика атомного ядра и элементарных частиц

Литневский В. Л., Иванюк Ф. А., Косенко Г. И. Исследование возможности замораживания некоторых степеней свободы системы при расчете процесса столкновения атомных ядер 233

Журнал «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия “Физика”» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Запись о регистрации СМИ ПИ № ФС77-76653 от 26 августа 2019 г.

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (специальности: 01.04.02; 01.04.03; 01.04.04; 01.04.05; 01.04.10; 01.04.15; 01.04.16; 01.04.21; 03.01.02; 05.27.01).
Журнал входит в Международную базу данных Scopus

Индекс издания в объединенном каталоге «Пресса России» 36015, раздел 30 «Научно-технические издания. Известия РАН. Известия вузов». Журнал выходит 4 раза в год

Директор издательства
Бучко Ирина Юрьевна

Редактор
Батищева Татьяна Федоровна

Художник
Соколов Дмитрий Валерьевич

Редактор-стилист
Кочкаева Инна Анатольевна

Верстка
Ковалева Наталья Владимировна

Технический редактор
Каргин Игорь Анатольевич

Корректор
Кочкаева Инна Анатольевна

Адрес учредителя, издателя и издательства (редакции):
410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Тел.: (845-2) 51-45-49, 52-26-89
E-mail: izvestiya@info.sgu.ru

Подписано в печать 25.08.2020.
Подписано в свет 31.08.2020.
Формат 60×84 1/8.
Усл. печ. л. 9.53 (10.25).
Тираж 500 экз. Заказ 73-Т.
Цена свободная

Отпечатано в типографии Саратовского университета.
Адрес типографии:
410012, Саратов, Б. Казачья, 112А

© Саратовский университет, 2020

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Журнал публикует на русском и английском языках научные статьи по физике, содержащие новые результаты исследований, статьи учебно-методического характера, содержащие инновационную компоненту, статьи по методологии разделов физической науки, статьи, отражающие хронику научных мероприятий и важных событий в жизни физического сообщества.

Материалы, ранее опубликованные или представленные для публикации в другие журналы, к рассмотрению не принимаются. Рекомендуемый объем статьи – до 25 страниц текста, 5 рисунков и 4 таблицы. На русском языке статья содержит: УДК, заглавие, инициалы и фамилии авторов, название их места работы, электронный адрес авторов, аннотацию (200–250 слов), ключевые слова, текст, благодарности и ссылки на гранты, список литературы.

На английском языке необходимо продублировать: заглавие, инициалы (имя – полностью) и фамилии авторов, структурированную аннотацию (250–600 слов), ключевые слова, список литературы (references). Для каждого автора указать ORCID.

Текст должен быть набран и напечатан через 1,5 интервала на бумаге формата А4 с полями 2,5 см, шрифт Times New Roman, размер шрифта текста – 14.

Текст статьи должен быть подписан всеми авторами.

Журнал публикует краткие сообщения – небольшие по объему статьи, которые имеют безусловную новизну и значимость. Эти статьи публикуются в короткие сроки. Объем краткого сообщения ограничен 10 машинописными страницами (14 кеглем через 1.5 интервала), включая рисунки, таблицы и список литературы. Язык статьи для краткого сообщения – английский.

Структура краткого сообщения на английском языке: заглавие, инициалы (имя – полностью) и фамилии авторов, электронный адрес авторов, аннотация (100–200 слов), ключевые слова, текст, благодарности и ссылки на гранты, список литературы. Для каждого автора нужно указать ORCID. На русском языке необходимо продублировать заглавие, инициалы и фамилии авторов, название их места работы, электронный адрес авторов, аннотацию, ключевые слова, УДК.

Все рукописи, поступившие в редколлегию и соответствующие профилю журнала, проходят рецензирование, а затем редколлегия принимает решение о возможности их опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Более подробно с правилами для авторов и порядком рецензирования можно ознакомиться на сайте журнала: http://fizika.sgu.ru

Адрес редколлегии серии: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ имени Н. Г. Чернышевского, физический факультет

Тел. / факс: +7(845-2) 51-14-30

E-mail: fizika.sgu@bk.ru

Website: http://fizika.sgu.ru

CONTENTS

Scientific Part

Biophysics and Medical Physics

Tsoy M. O., Merkulova K. O., Postnov D. E. Distal Pulse Measurement Provides Statistical, but not Dynamical, Features of the Central Pulse 164

Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J. Non-invasive Methods for *in vivo* Determination of the Skin Barrier Function – Advantages of Confocal Raman Microspectroscopy 171

Baatyrov R. T., Kalinkin M. Yu., Usanov A. D., Dobdin S. Yu., Skripal An. V. Estimation of the Value of Reverse Blood Flow in the Artery by the Second Derivative of the Pulse Pressure Wave 178

Radiophysics, Electronics, Acoustics

Tukmakov D. A., Ahunov A. A. Numerical Study of the Influence of the Electric Charge of a Dispersed Phase on the Propagation of a Shock Wave from Homogeneous Gas to a Dusty Medium 183

Plotnikov P. K., Melnikov L. A., Mazhirina Yu. A. On the Physical Basis of Ultra-High-Frequency Electromagnetic Wave Gyroscopes Based on the Sagnac Effect 193

Ponomarenko V. I., Lapsheva E. E., Navrotskaya E. V., Ishbulatov Yu. M., Prokhorov M. D. Communication Systems with Correlation Receiver Based on Generators with Dynamical Chaos 202

Korneev I. A., Slepnev A. V., Semenov V. V., Vadivasova T. E. Mutual Synchronization of Dissipatively Coupled Memristive Self-Oscillators 210

Popova E. S., Stankevich N. V., Kuznetsov A. P. Cascade of Invariant Curve Doubling Bifurcations and Quasi-Periodic Hénon Attractor in the Discrete Lorenz-84 Model 222

Physics of Atomic Nucleus and Elementary Particles

Litnevsky V. L., Ivanyuk F. A., Kosenko G. I. Research of the Possibility of Freezing Some Degrees of Freedom of the System in the Calculation of the Collision Process of Atomic Nuclei 233

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА «ИЗВЕСТИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. НОВАЯ СЕРИЯ. СЕРИЯ: ФИЗИКА»

Главный редактор
Короновский Алексей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Заместители главного редактора
Анищенко Вадим Семенович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Тучин Валерий Викторович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Саратов, Россия)
Ответственный секретарь
Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)

Члены редакционной коллегии:

Аникин Валерий Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Бабков Лев Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Вадивасова Татьяна Евгеньевна, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Вениг Сергей Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Виницкий Сергей Ильич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Дубна, Россия)
Горохов Александр Викторович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Самара, Россия)
Грибов Лев Александрович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Москва, Россия)
Давидович Михаил Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Дюбуа Арно, PhD, профессор Университета Париж-Сакле (Сент-Обен, Франция)
Кузнецов Сергей Петрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Малышев Сергей Александрович, доктор физ.-мат. наук (Минск, Беларусь)
Мельников Леонид Аркадьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Модельский Иосиф, PhD, профессор Варшавского Технологического университета (Варшава, Польша)
Нефёдов Игорь Сергеевич, доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник Университета Аалто (Хельсинки, Финляндия)
Никитов Сергей Аполлонович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Москва, Россия)
Пирогов Юрий Андреевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Москва, Россия)
Сербино Роберто, PhD, профессор Миланского университета (Милан, Италия)
Скрипаль Александр Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Сухоруков Глеб Борисович, кандидат физ.-мат. наук, профессор Университета Королевы Марии (Лондон, Великобритания)
Трубецков Дмитрий Иванович, доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН (Саратов, Россия)
Филимонов Юрий Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Хлебцов Николай Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Чигринов Владимир Григорьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор Гонг Конгского университета науки и технологии (Гонг Конг, Китай)
Шараевский Юрий Павлович, доктор физ.-мат. наук, профессор (Саратов, Россия)
Шиманский-Гайер Лутц, PhD, профессор Гумбольдтского университета (Берлин, Германия)

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL «IZVESTIYA OF SARATOV UNIVERSITY. NEW SERIES. SERIES: PHYSICS»

Editor-in-Chief – Aleksey A. Koronovskii (Saratov, Russia)
Deputy Editors-in-Chief – Vadim S. Anishchenko (Saratov, Russia)
Valery V. Tuchin (Saratov, Russia)
Executive Secretary – Anatoly V. Skripal (Saratov, Russia)

Members of the Editorial Board:

Valery M. Anikin (Saratov, Russia)
Lev M. Babkov (Saratov, Russia)
Roberto Cerbino (Milan, Italy)
Vladimir G. Chigrinov (Hong Kong, China)
Michael V. Davidovich (Saratov, Russia)
Arnaud Dubois (Saint-Aubin, France)
Yuri A. Filimonov (Saratov, Russia)
Alexander V. Gorokhov (Samara, Russia)
Lev A. Gribov (Moscow, Russia)
Nikolai G. Khlebtsov (Saratov, Russia)
Sergey P. Kuznetsov (Saratov, Russia)
Igor S. Nefedov (Helsinki, Finland)
Sergey A. Nikitov (Moscow, Russia)
Sergey A. Malyshev (Minsk, Belarus)
Leonid A. Melnikov (Saratov, Russia)
Joseph Modelski (Warsaw, Poland)
Yuri A. Pirogov (Moscow, Russia)
Yuri P. Sharaevsky (Saratov, Russia)
Lutz Shimansky-Geier (Berlin, Germany)
Alexander V. Skripal (Saratov, Russia)
Gleb B. Sukhorukov (London, UK)
Dmitry I. Trubetskov (Saratov, Russia)
Tatyana E. Vadivasova (Saratov, Russia)
Sergey I. Vinitsky (Dubna, Russia)
Sergey B. Venig (Saratov, Russia)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

Distal Pulse Measurement Provides Statistical, but not Dynamical, Features of the Central Pulse

M. O. Tsoy, K. O. Merkulova, D. E. Postnov

Maria O. Tsoy, https://orcid.org/0000-0002-4681-6465, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, dethaos@bk.ru

Ksenia O. Merkulova, https://orcid.org/0000-0001-5967-4083, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, merksenia@gmail.com

Dmitry E. Postnov, https://orcid.org/0000-0002-6575-0975, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, postnov@info.sgu.ru

Heart rate variability is recognized in medicine as an important prognostic factor. It is generally believed that the temporal characteristics of the pulse signal do not depend on the measurement point. Specifically, the distal (on the fingers) arrangement of the photoplethysmographic sensors. Using a high-precision measurement technique, we show that on the way from the heart to distally located measurement points, the value of each individual beat-to-beat time may change. It can happen since each subsequent pulse wave propagates through the vessels with a speed different from the previous one, faster or slower. We show that the magnitude of deviation from the average value seems to be mediated by systemic factors. The most likely physiological mechanisms of the detected effect include both modulations of the properties of passive elasticity of the vascular wall depending on the peak value of systolic blood pressure and neurogenic modulation of the tone of the smooth muscles of the vessels.

Keywords: heart rate variability, intervalogram, pulse wave, photoplethysmography.

Received: 18.04.2020 / Accepted: 29.05.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-164-170

1. Introduction

Heart rate variability (HRV) is recognized in medicine as an important prognostic factor for cardiovascular risk, and it has been shown that a low value of standard deviation of RR intervals (SDNN) is associated with an increased likelihood of an adverse outcome [1]. There is a proven HRV measurement technique based on the sequence of RR-intervals (intervalograms) recorded by the ECG method [2], while the details of evaluating the results are still under discussion [3].

To date, various mobile devices that monitor heart rate and its variability are used to assess human health have become widespread. They usually use photoplethysmographic (PPG) sensors, due to their low cost and ease of use. Special studies have been conducted in order to validate the use of such sensors as an ECG replacement, including for evaluating HRV. In [4], the statistical parameters of heart rate variability obtained by various methods are compared including standard ECG, chest ECG sen-

© Tsoy M. O., Merkulova K. O., Postnov D. E., 2020

sor of a sports heart rate monitor, and PPG method. It has been established that, statistically, heart rate parameters obtained by all three methods are close and can be considered equally representative for non-clinical applications. In [5, 6], the applicability of PPG sensors was assessed as a possible replacement in the clinical use of ECG. In [5], both the Fourier spectra of both signals and Poincare plots, which reflect poin-to-point dynamics, were compared. It is concluded that the statistical and spectral differences in the data obtained by both methods are small and not significant for clinical use. In [6], authors used autoregressive (AR) analysis, Poincare plots, cross correlation, standard deviation, arithmetic mean, skewness, kurtosis, and approximate entropy (ApEn) to derive and compare different measures from both ECG and PPG signals. The obtained results support for the idea of using PPGs instead of ECGs I in ambulatory cardiac monitoring.

Each heartbeat creates a pulse wave, the travel time of which along the vessels at a specific measurement site is called the pulse transient time (PTT). Despite the widespread use of average PTT as a marker of vascular stiffness, very few studies are devoted to assessing the clinical significance of PTT variability [7]. In [8], the contribution to the variability of PTT of the aortic valve opening time was demonstrated; this is a very rare example of a study that takes into account the complex nature of the PTT, as opposed to its generally accepted interpretation as a function of the average elasticity of the vascular wall. The spatial variability of the pulse signal on the surface of the face was demonstrated in [9]: for the promising non-contact PPG method, the pulse signal can have a complex shape, which requires the development of special techniques.

It should be noted that the variability of PTT in time has the same physiological reasons as the variability of the heart rate – this is a change in the degree of stimulation from the autonomic nervous system. Moreover, signs of chaotic dynamics were repeatedly recorded for HRV [10]. Later, it was suggested that the complex nature of the change in RR intervals can be largely explained by the influence of respiratory rhythm [11, 12]. Similar issues with respect to PTT are currently little studied. When using PPG for recording heart intervalograms, it is usually assumed that the measured sequence of time intervals at distal locations is equivalent to the sequence of RR intervals obtained by the ECG method, which is justified by the results of [4–6] and other similar studies.

In this work, we demonstrate that these sequences are indeed statistically close, but dynamically not equivalent: the PTT changes from one heart beat to another, demonstrating its own dynamics, in which both systemic and local components are distinguishable.

2. Methods

The key aspects of the measurement procedure are illustrated in Fig. 1.

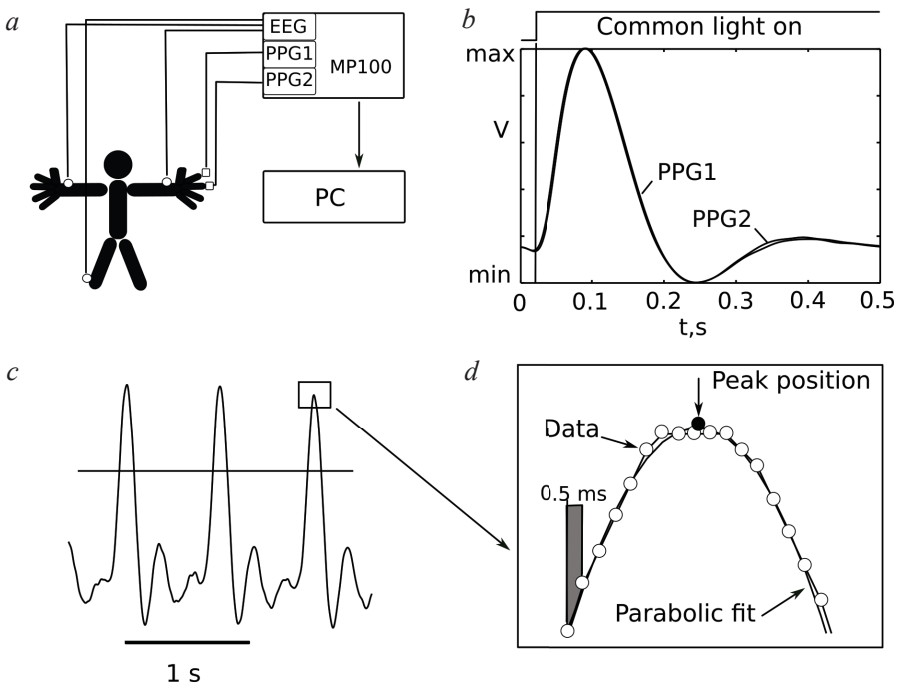


Fig. 1. Sensor connection diagram (*a*), impulse response of a pair of PPG sensors (*b*), method for preliminary search for signal peaks (*c*), algorithm for determining the peak position (*d*)

Panel (*a*) shows the arrangement of the measuring channels. To register data, we used the MP100 measuring complex (Biopac Systems, USA), with one ECG channel (lead I was used) and two PPG channels connected. Taking the PPG signals from two fingers of the same hand we presume that they could show both the coherent part of PTT variability arizing in large and middle arteris, and the contribution from local mechanisms.

The measurements were carried out on a group of 10 healthy volunteers aged 20–35 years during the rest state. In this brief report, we illustrate the obtained results with selected representative recordings, while statistics over the group of subjects will be published later. PPG sensors consisted of a factory-made electronic module (TZT, China) and a custom finger mount system, and a connection to the MP100. Since the precise and simultaneous measurement of the arrival time of the pulse wave was crucial in our study, the sensors were pre-selected to ensure the maximum identity of the parameters. Panel (*b*) of Fig. 1 shows the response of two sensors to the activation by the step-like signal from an external light source. As can be seen, a small discrepancy occurs only at $t = 0.35$ s.

In order to maximize the accuracy in determining the peak position in time, data were collected at a high sampling rate of 2000 Hz, so the time interval between subsequent points was 0.5 ms. All recorded signals were low pass filtered with a cut-off frequency of 25 Hz. At the next stage, the signal maxima were searched in the signal segments that exceed the selected threshold, see panel (*c*). The found maxima were used as initial guess data for an algorithm based on polynomial approximation. Taken together, the above-described steps have significantly improved the accuracy in determining the position of the peak. In tests of the complete system, the difference between the channels in determining the peak position did not exceed 1 ms with a typical value of less than 0.5 ms.

3. Results

When analyzing the central (by ECG signal) and distal (by PPG sensors) intervalograms, statistical and then dynamic characteristics were compared first. Fig. 2 illustrates representative results obtained from three intervalograms, where PPG1 and PPG2 signals were taken from the middle and index fingers of the left hand, respectively.

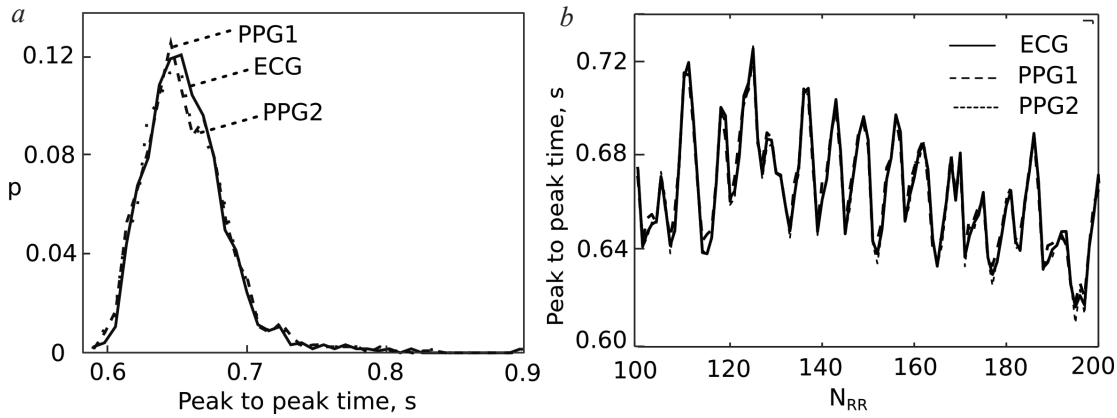


Fig. 2. Statistical characteristics of the central and distal intervalograms: (*a*) estimate of the probability density distribution curves on a set of time intervals of 0.008 s; (*b*) 100-beats fragment of all three intervalograms

Panel (*a*) displays estimates of the probability density distribution calculated using ECG and two PPG sensors, separately. As one can see, they are very close in shape, and the differences can be explained by the scattering of values between neighboring bins.

Note that the calculation of the average interval value for all three signals gives essentially the same number 0.6591s. Panel (*b*) shows a fragment of all three intervalograms in time, where oscillations at the respiratory rhythm frequency are clearly visible. Thus, the results in Fig. 2 support the conclusion made earlier in [4–6] that the characteristics of the central and distal pulses are very similar, if not completely equivalent.

Fig. 3 presents the results of a more detailed analysis of those differences that seem insignificant in Fig. 2. During this analysis, for each heart beat, a new quantity was calculated by which the RR interval changes on the way to distally located PPG sensors. Recall that the ECG signal contains times of many (specifically, 1000) consecutive RR intervals,

and the signals PPG1 and PPG2 contain the intervals between the same heartbeats, but recorded on the index and middle fingers of the left hand. Then, the pairwise subtraction of the distal and central intervalograms gives two signals:

$$dPTT_1\ (i) = PPG1\ (i) - ECG\ (i),$$

$$dPTT_2\ (i) = PPG2\ (i) - ECG\ (i),$$

which correspond to the deviation of the i-th cardiointerval when measuring it on a PPG sensor from the value of the same interval calculated from ECG peaks. This value will be positive if the pulse wave velocity (PVW, is equal to 1/PTT) has decreased during the analyzed cardiointerval, and negative in the opposite case.

Another signal calculated as

$$dPTT_{21} = PPG2\ (i) - PPG1\ (i) = dPTT_2\ (i) - dPTT_1\ (i)$$

describes the difference in the time of arrival of the pulse to the two PPG sensors.

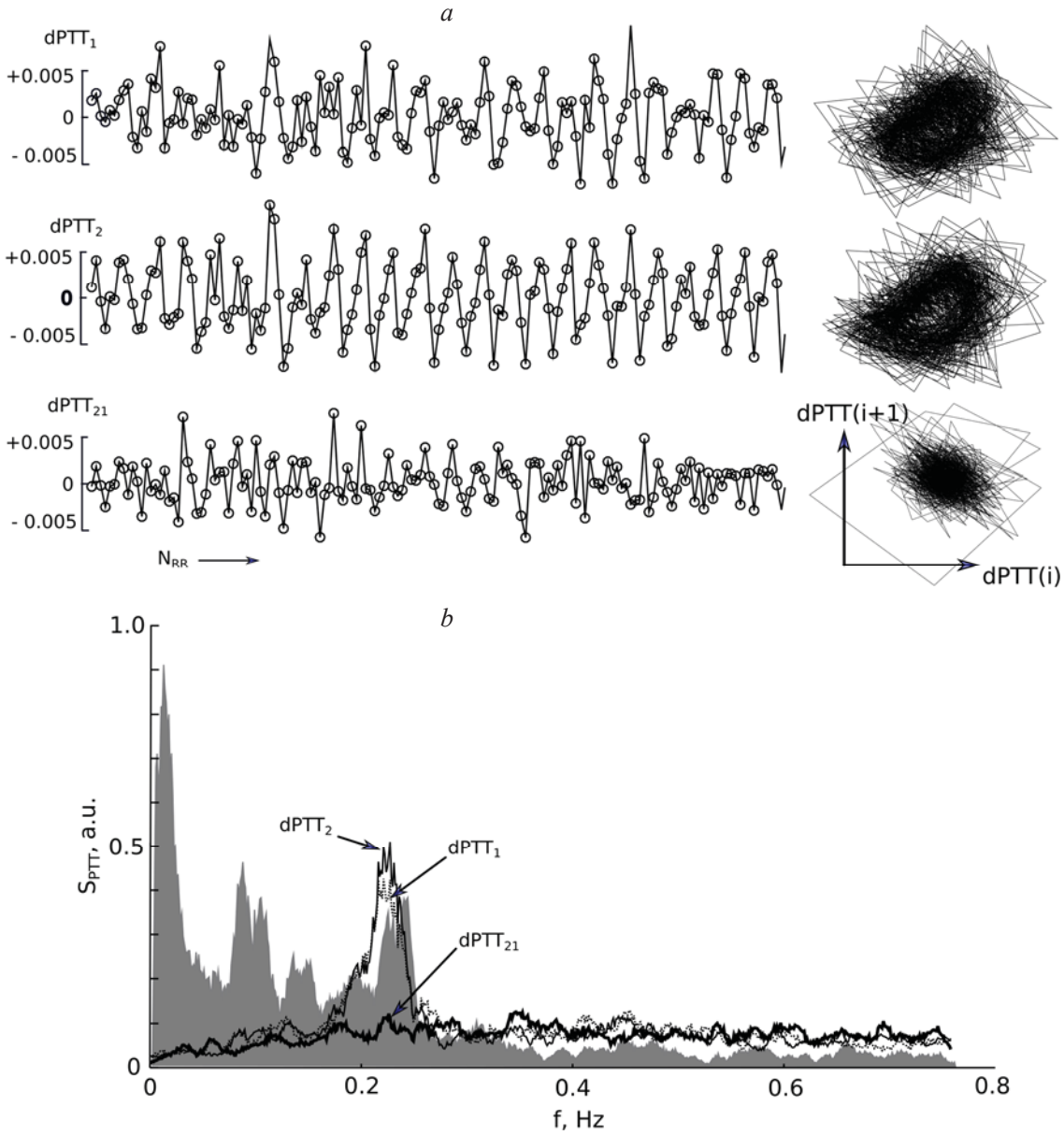


Fig. 3. Dynamics (*a*) and Fourier spectra (*b*) of the signals of the difference in the values of the cardiointervals recorded by various sensors. Each open circle corresponds to one heartbeat

From the time series (left) and recurrence map (right) in panel (*a*) of the Fig. 3, it can be seen that the PPG intervals do not follow ECG intervals, demonstrating a pronounced rhythm in this deviation, which is also visible in the recurrence map plot. The maximum value of this deviation is not the same

for different fingers. Moreover, the time difference $dPTT_{21}$ of the arrival of pulses to both sensors behaves much less regularly.

The Fourier spectra of all three signals, as well as the sequence of RR intervals, are shown in panel (*b*). The spectrum of the sequence of RR intervals is grey shaded and shown divided by 5 for better visual comparision. It has the most complex shape and demonstrates the pronounced maxima at 0.02, 0.1, 0.15, 0.25 Hz, of which the latter at 0.25 Hz corresponds to the respiratory rhythm. It is remarkable that the signals $dPTT_1$ and $dPTT_2$ show a much simpler spectrum, since the same low-frequency spectral components are subtracted when calculating these signals.

However, the peak in the 0.25 Hz region still exists and has a slightly different shape than for the ECG signal. It can be concluded that the observed rhythm dPTT signal is still the respiratory rhythm, but delivered to the PTT not from the ECG signal, but in a different way.

Note that the spectrum of the difference in the arrival times of pulses on PPG sensors, $dPTT_{21,}$ does not contain any pronounced peaks, which corresponds to a random process. Thus, it can be assumed that a peak at the respiratory rhythm frequency appears on a portion of the route common to the signals PPG1 and PPG2.

4. Discussion

The results presented above show that on the way from the heart to distally located measurement points, the value of each cardiointerval changes. The obvious reason for this is that each subsequent impulse propagates through the vessels faster or slower than the previous one. That is, we showed that the PTT value, which reflects the total elastic properties of the vessels along the pulse propagation path, varies markedly from beat to beat of the heart.

A natural question arises, how reliable are the above results? According to our data, the value of the cardio interval varies on average – by 0.5% and as much as possible – by 2-3%, depending on the subject and the place of measurement. This does not look large, but an estimate of the accuracy of our measurements yields no worse than 0.15%. Thus, the discussed average values are more than three times larger than the maximum measurement error, and peak values are more than 10 times larger. The second important point is that our measurement technique is insensitive to systematic errors, such as the response time of the sensor, since we are considering changes in the PTTs, and not its magnitude. Thus, we consider the presented results are reliable. We plan to publish more representative statistics in a subsequent expanded work.

Another natural question concerns the physiological interpretation of the results. The predictive value of PTT is based on the fact that it is determined by the total elasticity of the vascular bed. This assumption, in turn, is based on the physical model of an elastic tube with a constant coefficient of elasticity (Fick`s law). However, in reality, the compliance of the vascular wall non-linearly depends on the degree of stretching, and the observed change in PTT can be caused by the variability of the blood pressure, which, in turn, depends on changes in the stroke volume of the heart.

The second important circumstance is that the R-wave of the cardiogram does not accurately reflect the moment of initiation of the pulse wave. Namely, the PTT includes a pre-ejection period (PEP), during which the pressure in the left ventricle rises until the aortic valve opens [8]. The PEP value also depends in a complex way both on the current stroke volume and on the rate of pressure drop in the diastole.

The value of PTT is significantly affected by muscle sympathetic nerve activity (MSNA). It is known that the respiratory rhythm is significantly represented in the MSNA signal [13], which mediates the neurogenic regulation of vascular tone, and which, as is known, also contains components of the respiratory rhythm [12, 14]. Finally, the respiratory rhythm is also presented in PEP [15], as a result of the action of all of the above.

As follows from the above, the very fact of the presence of the respiratory rhythm in the signal of PTT variability does not allow us to draw an unambiguous conclusion about physiological mechanisms and needs further investigations. In this regard, it is appropriate to draw attention to the fact that the spread in the arrival times of pulses for both distally located PPG sensors is random and does not show a respiratory rhythm. It suggests that the modulation of PTT by the respiratory rhythm (for any of the reasons listed above) occurs synchronously in the vascular bed, common to all fingers, and a random spread occurs due to local regulation of blood flow in the smallest vessels of each finger.

Thus, we can consider the results in the context of the general (coherent) component of the PTT variability, and the contribution of local mechanisms, which accumulates mainly in the smallest vessels. The validity of this approach is confirmed by the fact that the calculation of the correlation coefficient between dPTT1 and dPTT2 gives a value of

the order of 0.7, and between signals from the same fingers of both hands – about 0.6, which is slightly less, despite the anatomically different propagation paths in the latter case.

Last but not least, how much can the reported results be useful in biomedical applications? The authors believe that any of the hypotheses expressed above opens up its own prospects. If the passive elasticity of the vascular wall is decisive in the effect, then our results will help to build a really working blood pressure monitoring system based on PTT measurements, which is still a challenge. In the case of the predominant contribution of the active (muscle) component, a similar advance can be made in the development of methods for monitoring sympathetic activity.

Acknowledgements: *This work was supported by Russian Federation Government Grant No. 075-15-2019-1885.*

References

1. Buccelletti E., Gilardi E., Scaini E., Galiuto L., Persiani R., Biondi A., Basile F., Silveri N.G. Heart rate variability and myocardial infarction: systematic literature review and metanalysis. *Eur Rev Med Pharmacol Sci*., 2009, vol. 13, no. 4, pp. 299–307.
2. Catai A. M., Pastre C. M., de Godoy M. F., da Silva E., de Medeiros Takahashi A. C., Vanderlei L. C. M. Heart rate variability: are you using it properly? Standardisation checklist of procedures. *Brazilian Journal of Physical Therapy*, 2019, vol. 24, no. 2, pp. 91–102. DOI: https://doi.org/10.1016/j.bjpt.2019.02.006
3. Geus E. J. De, Gianaros P. J., Brindle R. C., Jennings J. R., Berntson G. G. Should heart rate variability be "corrected" for heart rate? Biological, quantitative, and interpretive considerations. *Psychophysiology,* 2019, vol. 56, no. 2, pp. E13287. DOI: https://doi.org/10.1111/psyp.13287
4. Plews D. J., Scott B., Altini M., Wood M., Kilding A. E., Laursen P. B. Comparison of heart-rate-variability recording with smartphone photoplethysmography, Polar H7 chest strap, and electrocardiography. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, 2017, vol. 12, no. 10, pp. 1324–1328. DOI: https://doi.org/10.1123/ijspp.2016-0668
5. Mirescu Ş. C., Harden S. W. Photoplethysmography as a Potential Alternative to Electrocardiography for Recording Heart Rate Intervals Used in Variability Analysis. *Journal of Medicine and Life*, 2012, vol. 5, spec. iss., pp. 123.
6. Bolanos M., Nazeran H., Haltiwanger E. Comparison of heart rate variability signal features derived from electrocardiography and photoplethysmography in healthy individuals. *2006 International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. New York, NY, 2006, pp. 4289–4294. DOI: https://doi.org/10.1109/IEMBS.2006.260607
7. Gil E., Bailón R., Vergara J. M., Laguna P. PTT variability for discrimination of sleep apnea related decreases in the amplitude fluctuations of PPG signal in children. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2010, vol. 57, no. 5, pp. 1079–1088. DOI: https://doi.org/10.1109/TBME.2009.2037734
8. Kortekaas M. C., van Velzen M. H., Grüne F., Niehof S. P., Stolker R. J., Huygen F. J. Small intra-individual variability of the pre-ejection period justifies the use of pulse transit time as approximation of the vascular transit. *PloS One,* 2018, vol. 13, no. 10, pp. e0204105. DOI: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0204105
9. Kamshilin A. A., Sidorov I. S., Babayan L., Volynsky M. A., Giniatullin R., Mamontov O. V. Accurate measurement of the pulse wave delay with imaging photoplethysmography. *Biomedical Optics Express*, 2016, vol. 7, no. 12, pp. 5138–5147. DOI: https://doi.org/10.1364/BOE.7.005138
10. Wu G. Q., Arzeno N. M., Shen L. L., Tang D. K., Zheng D. A., Zhao N. Q., Eckberg D. L., Poon C. S. Chaotic signatures of heart rate variability and its power spectrum in health, aging and heart failure. *PloS One*, 2009, vol. 4, no. 2, pp. e4323. DOI: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0004323
11. Wessel N., Riedl M., Kurths J. Is the normal heart rate "chaotic" due to respiration? *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science,* 2009, vol. 19, no. 2, pp. 028508. DOI: https://doi.org/10.1063/1.3133128
12. Nakata A., Takata S., Yuasa T., Shimakura A., Maruyama M., Nagai H. Sakagami S., Kobayashi K. I. Spectral analysis of heart rate, arterial pressure, and muscle sympathetic nerve activity in normal humans. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology,* 1998, vol. 274, no. 4, pp. H1211–H1217. DOI: https://doi.org/10.1152/ajpheart.1998.274.4.H1211
13. Dick T. E., Hsieh Y. H., Dhingra R. R., Baekey D. M., Galán R. F., Wehrwein E., Morris K. F. Cardiorespiratory coupling: common rhythms in cardiac, sympathetic, and respiratory activities. *Progress in Brain Research,* 2014, vol. 209, pp. 191–205. DOI: https://doi.org/10.1016/B978-0-444-63274-6.00010-2
14. Tsoy M. O., Stiukhina E. S., Klochkov V. A., Postnov D. E. Akima splines for minimization of breathing interference in aortic rheography data. *Saratov Fall Meeting 2014: Optical Technologies in Biophysics and Medicine XVI; Laser Physics and Photonics XVI; and Computational Biophysics*, 2015, vol. 9448, pp. 94481L. DOI: https://doi.org/10.1117/12.2179872
15. Nardone M., Incognito A. V., Millar P. J. Evidence for pressure-independent sympathetic modulation of central pulse wave velocity. *Journal of the American Heart Association,* 2018, vol. 7, no. 3, pp. E007971. DOI: https://doi.org/10.1161/JAHA.117.007971

Cite this article as:

Tsoy M. O., Merkulova K. O., Postnov D. E. Distal Pulse Measurement Provides Statistical, but not Dynamical, Features of the Central Pulse. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 164–170 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-164-170

УДК 577.35:577.31:53.047

Измерение дистального импульса отражает статистические, но не динамические характеристики центрального пульса

М. О. Цой, К. О. Меркулова, Д. Э. Постнов

Цой Мария Олеговна, аспирант кафедры оптики и биофотоники, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, dethaos@bk.ru

Меркулова Ксения Олеговна, лаборант кафедры оптики и биофотоники, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, merksenia@gmail.com

Постнов Дмитрий Энгелевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и биофотоники, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, postnov@info.sgu.ru

Вариабельность сердечного ритма признана в медицине важным прогностическим фактором. Принято считать, что временные характеристики пульсового сигнала не зависят от точки измерения, что лежит в основе широкого применения фотоплетизмографии при дистальном (на пальцах) расположении датчиков. Используя методику измерений повышенной точности, мы показываем, что на пути от сердца к дистально расположенным точкам измерения величина каждого отдельного кардиоинтервала достоверно изменяется. Это происходит, потому что каждая последующая пульсовая волна распространяется по сосудам быстрее либо медленнее предыдущей, а величина этого отклонения от среднего, по-видимому, опосредована системными факторами. Наиболее вероятные физиологические механизмы обнаруженного эффект включают как модуляцию свойств пассивной упругости сосудистой стенки в зависимости от величины пика систолического артериального давления, так и нейрогенную модуляцию тонуса гладкой мускулатуры сосудов.

Ключевые слова: вариабельность сердечного ритма, интервалограмма, пульсовая волна, фотоплетизмография.

Поступила в редакцию: 18.04.2020 / Принята: 29.05.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1885.

Образец для цитирования:

Tsoy M. O., Merkulova K. O., Postnov D. E. Distal Pulse Measurement Provides Statistical, but not Dynamical, Features of the Central Pulse [*Цой М. О., Меркулова К. О., Постнов Д. Э.* Измерение дистального импульса отражает статистические, но не динамические характеристики центрального пульса] // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 164–170. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-164-170

Non-invasive Methods for *in vivo* Determination of the Skin Barrier Function – Advantages of Confocal Raman Microspectroscopy

M. E. Darvin, C. S. Choe, J. Schleusener, J. Lademann

Maxim E. Darvin, https://orcid.org/0000-0003-1075-1994, Charité – Universitätsmedizin Berlin, Chariteplatz 1, 10117 Berlin, Germany, maxim.darvin@charite.de

Chun Sik Choe, https://orcid.org/0000-0003-1633-7962, Kim Il Sung University, Ryongnam-Dong, Taesong District, Pyongyang, DPR Korea, cs.choi@ryongnamsan.edu.kp

Johannes Schleusener, https://orcid.org/0000-0003-4088-6523, Charité – Universitätsmedizin Berlin, Charitéplatz 1, 10117 Berlin, Germany, johannes.schleusener@charite.de

Jürgen Lademann, https://orcid.org/0000-0003-1828-7460, Charité – Universitätsmedizin Berlin, Charitéplatz 1, 10117 Berlin, Germany, juergen.lademann@charite.de

The physical barrier of the stratum corneum (SC) is provided by corneocytes and the lateral organization of intercellular lipids, which necessarily includes the orthorhombic organization phase. A review of methods used for *in vivo* non-invasive measurement of skin barrier function has been carried out and it has been shown that all currently used methods are indirect. The most popular method is the measurement of the transepidermal water loss (TEWL), which does not provide information on biophysical parameters responsible for the barrier function of the SC. It has been shown that confocal Raman microspectroscopy is the most suitable non-invasive method to determine the depth profile of the lateral organization of intercellular lipids, i.e. to study the skin barrier function *in vivo*.

Keywords: intercellular lipids, lateral organization, orthorhombic organization, hexagonal organization, lipid lamella, stratum corneum, Raman spectroscopy, TEWL.

Received: 18.04.2020 / Accepted: 29.05.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-171-177

1. Introduction

One of the main functions of the skin is the barrier function, i.e. protection against external physical and chemical influences, as well as against the penetration of pathogens into the body. The stratum corneum (SC), the uppermost continuously renewing layer of the epidermis, which represents a multifunctional system and serves as an effective physical barrier between the body and the environment, effectively protects against the penetration of pathogens (viruses, bacteria, allergens, microorganisms) into the "living" epidermis, and participates in the regulation of the water balance of the whole body.

The main components of the SC are keratin, lipids, water, natural moisturising factor molecules and antioxidants, whose concentrations are non-homogeneously distributed in the SC depth [1] and represent a morpho-functional unity, participating directly and indirectly in the formation and continuous maintenance of the skin barrier function. The physical barrier of the SC is provided by corneocytes and the lateral organization of intercellular lipids (ICL) [2], which necessarily include the orthorhombic organization phase, a strictly ordered and most densely packed structure [3]. Lipids are strictly structured inside lamellas in form of membrane and are oriented mainly perpendicular to the skin surface, which directly determines their lateral organization [3]. In the SC of healthy human individuals, where the lipid composition is balanced, the orthorhombic phase of the lateral organization dominates, in which lipids are most tightly packed, highly ordered and stay predominantly in a *trans*-conformation. The ICL matrix is also called the lipid barrier or the SC/skin barrier. The thickness of the SC on the human forearm is ≈19 μm [4] and varies depending on the skin area, being maximal on the palms and soles of the foot [5].

Methods for determining the lateral organization of ICL, which determines the skin barrier function [6], include wide angle and small-angle X-ray scattering, electron diffraction, electron paramagnetic resonance spectroscopy, infrared spectroscopy and confocal Raman microspectroscopy (CRM). All these methods are suitable for measuring skin biopsies *ex vivo*, and only CRM has an advantage of measuring the lateral organization of ICL *in vivo* [7, 8].

2. Barrier function of the SC is non-homogeneous in depth

The question of how the orthorhombic and hexagonal phases of the lateral organization of ICL coexist and how they are distributed in the

© Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J., 2020

SC has remained unanswered for a long time. The first attempts to answer this question were made by Pilgram *et al*. [6] in an *in vitro* study of unfrozen human forearm SC tapes, obtained by applying tape stripping using the electron diffusion method to distinguish both phases of the lateral organization of ICL. The results showed that the hexagonal phase of the ICL organization prevails near the surface of the SC. The orthorhombic phase is characterized by a clearly defined maximum inside the SC at a depth corresponding to the 10-th tape application [6]. Yagi *et al*. [9], using the electron paramagnetic resonance spectroscopy method, confirmed in an *in vitro* experiment that the structural organization of the ICL matrix of the human SC is most dense at the intermediate SC depths. Later, using the combination of small-angle and wide-angle X-ray scattering methods, Doucet *et al*. [10] determined for the first time the distribution of the orthorhombic and hexagonal phases of the lateral ICL organization co-existing in the ICL lamellas of the human abdominal SC *ex vivo*. The results gave a complete picture for the entire SC thickness and showed that the orthorhombic phase of the lateral ICL organization prevails at intermediate SC depths, and a clear maximum is observed at a depth of ≈8–10 μm (≈50% of the SC thickness). The authors have shown in an *ex vivo* experiment that the hexagonal phase of the lateral ICL organization prevails at the surface and at the boundary of the SC and stratum granulosum, which coincides with the data obtained earlier in an *in vitro* experiment [6]. Thus, the results of *in vitro* and *ex vivo* measurements obtained by different groups showed a non-homogeneous distribution of the lateral organization of ICL in the SC with predominance of the orthorhombic phase at a depth corresponding to ≈35–50% of the SC thickness [6, 10]. Noninvasive *in vivo* measurements of the lateral organization of ICL in the SC became possible using CRM after the development of an algorithm for processing of Raman spectra [8], which is presented below.

3. An overview of non-invasive methods for *in vivo* assessment of the skin barrier function

In clinical practice, a dermatologist often only conducts a visual assessment of the state of the skin barrier function by indirect signs, based on practical recommendations to determine the severity of skin diseases. These can include those associated with impaired skin barrier function, such as psoriasis (PASI: Psoriasis Area and Severity Index) and atopic dermatitis (SCORAD: Scoring Atopic Dermatitis Index) to determine a number of clinical parameters such as erythema, dryness and swelling of the skin. This approach is completely non-invasive, however is subjective, requires the experience of a physician, and can only be used to make a primary diagnosis and the assessment of the skin barrier function. Obviously, an objective study of the skin barrier function requires the use of accurate measurement methods [11].

A generally accepted non-invasive method, often used *in vivo* in dermatology and cosmetology to assess the skin barrier function, is the measurement of the transepidermal water loss (TEWL) [12]. This method measures a vapor pressure gradient near the skin surface by sensors located inside an open or closed chamber [13]. This method is indirect, but the correlation between the content of the orthorhombic phase of the ICL organization in the SC, which directly characterizes the skin barrier function, with the TEWL [14] confirmed the validity of this method. Thus, an increased TEWL characterizes the impaired skin barrier function. Presently, there is no alternative to the TEWL measurements in determining the skin barrier function *in vivo*, because the methods of direct analysis of the lateral ICL organization require the extraction of a biopsy and, thus, are invasive. Study of the SC by tape stripping is not a useful alternative, because tape stripping itself is a minimally invasive *in vitro* method that does not provide information in the entire SC. Despite the popularity of the TEWL measurement method, it has a number of serious practical shortcomings. These include the complexity of the measurement procedure and preparation for the measurement (the requirement of long-term acclimatization of a volunteer, the need for stable temperature and humidity inside the room, etc.), the large deviation of measurement results, the impossibility to measure TEWL after topical skin treatment with cosmetic or medical products (due to the presence of water in the formulation and due to the occlusion of the SC), as well as the impact of perspiration. It should also be kept in mind that water vapors contained in the exhaled air of people in the vicinity of the measurement device may influence the TEWL results.

The skin barrier function can be determined *in vivo* by the measurement of the superficial pH: an increase of pH in the skin surface is associated with a weakening of the SC barrier [15]. Usually, the pH value on the skin surface is measured with a pH-sensitive glass electrode. However, pH microscopy using pH-sensitive fluorescent dyes and the subsequent measurement of fluorescence intensity and

fluorescence lifetime decay are also possible [16]. The pH measurements on the skin surface are not time-consuming, well reproducible and often used in dermatology [15], however, the pH measurement is also an indirect method for measuring the skin barrier function.

An indirect indicator of the skin barrier function is the thickness of the SC, which can be determined non-invasively and *in vivo* using imaging techniques such as, for instance, reflection confocal laser scanning microscopy [17], two-photon tomography [18] and optical coherence tomography [19]. These methods provide the large scanning area and the ability to visually identify inhomogeneity in the SC thickness. However, these devices are unable to perform structural analysis of the SC components, responsible for maintaining a skin barrier function.

Optical non-invasive methods based on Fourier-transform infrared spectroscopy [20] may serve for *in vivo* studies of the ICL organization. However, this method has one major limitation, strong absorption of radiation by water and as a result, the possibility to measure only the superficial SC depths [7], or the need to combine it with a minimally invasive procedure, removal of a part of the SC with tape stripping.

Recently, it has been proposed to use CRM to determine the skin barrier function to measure the counteraction of sodium lauryl sulfate penetration through the SC [21]. Despite the fact that the proposed method is also indirect and minimally invasive, the authors have shown a correlation with TEWL measurements. Kikuchi *et al*. [7] found a correlation between the lateral ICL organization of the human SC, measured *in vivo* and *ex vivo* by Raman spectroscopy, with the ratio of the content of orthorhombic and hexagonal phases of the lateral ICL organization, measured *ex vivo* on the skin biopsy by using wide angle X-ray scattering. Thus, it is once again confirmed that the orthorhombic phase of the lateral ICL organization in the SC directly determines the barrier function of the skin and can be studied noninvasively and *in vivo* by CRM.

4. Confocal Raman microspectroscopy for non-invasive *in vivo* determination of the skin barrier function

In the range of 2820–3030 cm^{-1} the ratio of lipid-related Raman band intensities at 2880 cm^{-1} (anti-symmetric stretching mode of CH_2 groups) and at 2850 cm^{-1} (symmetric stretching mode of CH_2 groups) I_{2880}/I_{2850} describes the lateral organization of lipids. In skin research, the main difficulty lies in the strong superposition of lipid- and keratin-related Raman bands in this spectral range. To solve this problem, an algorithm has been developed for separating the lipid and keratin contributions of the SC into the Raman band intensity. The algorithm uses known Raman spectra of model lipids and keratin and directly measured Raman spectra for the calculation of the parameters (Figure 1, *a*). The following formula for calculating the lateral organization of ICL in the SC was proposed [8]:

$$I_{2880}/I_{2850} = GE/KI = ((K_{2880} - P_K^{2880})/(1 - K_{2880}\,P_L^{2880})) \cdot ((1 - K_{2850}\,P_L^{2850})/(K_{2850} - P_K^{2850})),$$

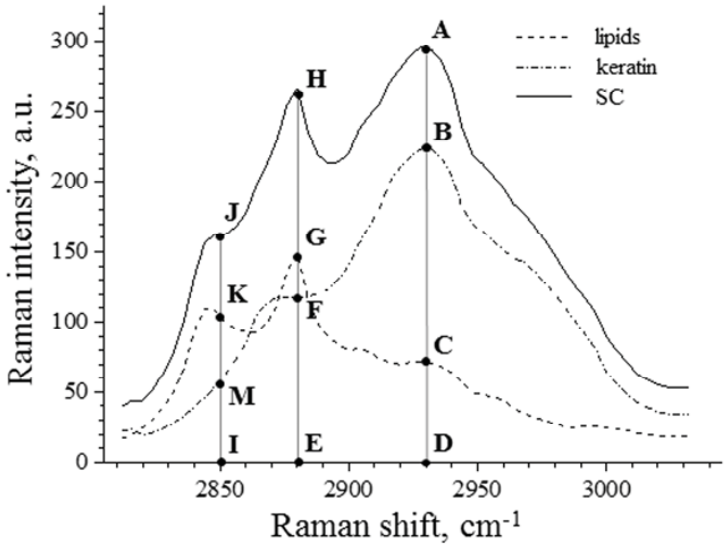
where $K_{2850} = JI/AD$; $K_{2880} = HE/AD$ – directly measured from the Raman spectra;

$$P_K^{2850} = MI/BD = 0.150 \pm 0.025;\ P_L^{2850} = KI/CD = 0.480 \pm 0.031,$$

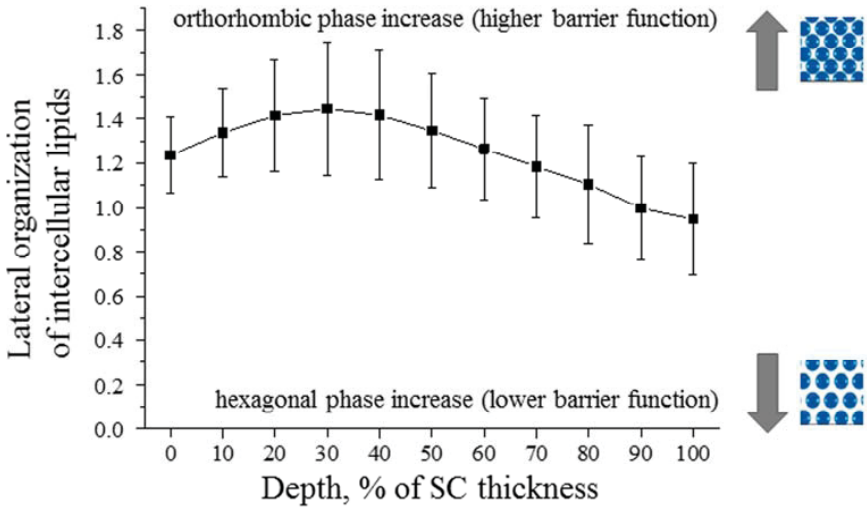
$$P_K^{2880} = FE/BD = 0.440 \pm 0.024;\ P_L^{2880} = GE/CD = 0.320 \pm 0.026.$$

Further, using the developed algorithm, the distribution of lateral ICL organization in the human SC *in vivo* was determined for the first time (Figure 1, *b*). A higher I_{2880}/I_{2850} value characterizes a greater number of lipid chains in trans-conformation, and thus a denser orthorhombic packing of lipids [8]. As can be seen from Figure 1, *b*, on the surface of the SC, the ratio of I_{2880}/I_{2850} is ≈1.2. Then, it increases with increasing SC depth and reaches a maximal value of ≈1.45 (the highest content of the orthorhombic phase of the lateral ICL organization, the most dense and least permeable ICL package) at a depth of 20–40% of the SC thickness. Further, the I_{2880}/I_{2850} ratio decreases and reaches a minimum value of ≈0.95 (the highest content of the hexagonal phase of ICL organization, less dense and more permeable ICL packing) in the bottom of the SC.

In order to validate the CRM method, the lateral ICL organization has been measured in vivo in the skin of volunteers of two age groups (Figure 2, *a*) [22] and in comparison to the porcine ear skin ex vivo [23], which is known for lower skin barrier function [24] (Figure 2, *b*). The results show that differences are obvious not in the entire SC, but at certain SC depths: “older” skin is characterized with higher skin barrier function (more orthorhombic ICL phase) in comparison to “younger” skin at



a



b

Fig. 1. Raman spectrum of human SC (depth 4 μm) *in vivo* (solid line), lipids (dashed line) and keratin (dash-dotted line) (*a*) and the distribution of lateral ICL organization in the SC, measured as I_{2880}/I_{2850} (*GE*/*KI* ratio in (*a*)) obtained *in vivo* in the skin of 6 volunteers (mean±SD) (*b*). The SC thickness is normalized to 100%. Figures adopted from [8].
/ – more or less ordered lateral structure of ICL in the SC

20–30% SC depth (Figure 2, *a*); porcine ear skin has lower skin barrier function (more hexagonal ICL phase) in comparison to human forearm skin at 10–50% SC depth (Figure 2, *b*). This method can also be effectively applied to the treated skin in vivo, i.e. to analyze the influence of cosmetic and medical formulations on the barrier function related parameters of the SC [25]. The main limitation of the CRM is its costs and relatively long measurement and analysis time.

5. Conclusions

The lateral organization of lipids in the human SC measured *in vivo* is non-homogeneous and is characterized by a maximal content of the orthorhombic phase of the lateral ICL organization (the most dense and least permeable ICL package) at a depth of 20–40% of the SC thickness. In the superficial SC depths and in the bottom of the SC, the content of the hexagonal phase of the lateral ICL organization (less dense and more permeable ICL

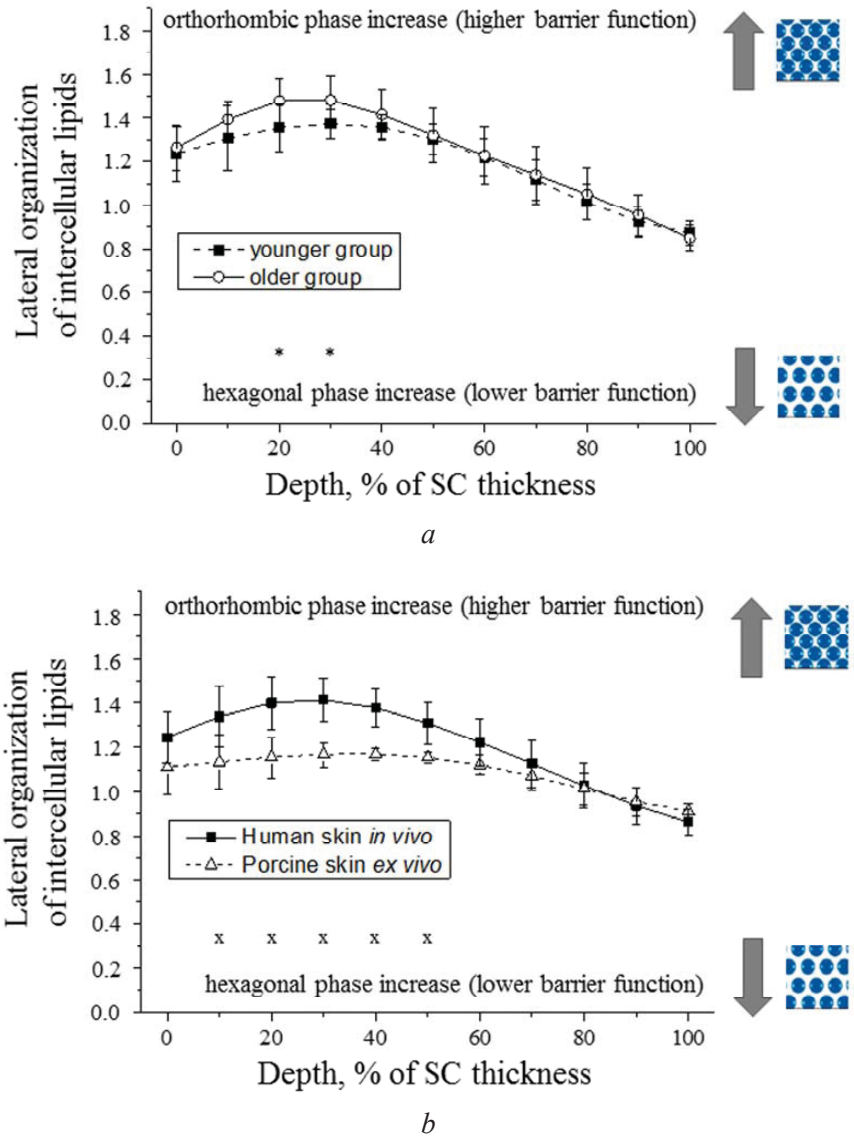


Fig. 2. The distribution of the lateral ICL organization in the SC obtained *in vivo* in the human skin of different age groups ("younger group": mean 29 y.o., 7 volunteers and "older group": mean 50 y.o., 4 volunteers) (*a*) and comparison to porcine ear skin *ex vivo* (*b*). The SC thickness is normalized to 100%. "*" and "x" represents modest ($p<0.1$) and strong ($p<0.01$) significant differences between the groups. Figures adopted from [22, 23].

/ – more / less ordered lateral structure of ICL in the SC

package) is maximal. Changes of skin barrier function were observed at the certain depths of the SC. Confocal Raman microspectroscopy is an optimal non-invasive method for *in vivo* study of the skin barrier function provided by the SC.

References

1. Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J. Non-invasive depth profiling of the stratum corneum *in vivo* using confocal Raman microscopy considering the non-homogeneous distribution of keratin. *Biomedical Optics Express*, 2019, vol. 10, pp. 3092–3103.
2. Schmitt T., Neubert R. H. H. State of the art in stratum corneum research. Part II: hypothetical stratum corneum lipid matrix models. *Skin Pharmacology and Physiology*, 2020. DOI: 10.1159/000509019
3. Van Smeden J., Janssens M., Gooris G. S., Bouwstra J. A. The important role of stratum corneum lipids for the cutaneous barrier function. *Biochimica et Biophysica Acta*, 2014, vol. 1841, pp. 295–313.
4. Choe C., Lademann J., Darvin M. E. Analysis of hu-

man and porcine skin *in vivo* / *ex vivo* for penetration of selected oils by confocal Raman microscopy. *Skin Pharmacology and Physiology*, 2015, vol 28, pp. 318–330.

5. Nouveau-Richard S., Monot M., Bastien P., de Lacharriere O. *In vivo* epidermal thickness measurement: ultrasound vs. confocal imaging, *Skin Research and Technology*, 2004, vol. 10, pp. 136–140.
6. Pilgram G. S. K., Engelsma-van Pelt A. M., Bouwstra J. A., Koerten H. K. Electron diffraction provides new information on human stratum corneum lipid organization studied in relation to depth and temperature. *Journal of Investigative Dermatology*, 1999, vol. 113, pp. 403–409.
7. Kikuchi S., Aosaki T., Bito K., Naito S., Katayama Y. *In vivo* evaluation of lateral lipid chain packing in human stratum corneum. *Skin Research and Technology*, 2015, vol. 21, pp. 76–83.
8. Choe C., Lademann J., Darvin M. E. A depth-dependent profile of the lipid conformation and lateral packing order of the stratum corneum *in vivo* measured using Raman microscopy. *Analyst*, 2016, vol. 141, pp. 1981–1987.
9. Yagi E., Sakamoto K., Nakagawa K. Depth dependence of stratum corneum lipid ordering: a slow-tumbling simulation for electron paramagnetic resonance, *Journal of Investigative Dermatology*, 2007, vol. 127, pp. 895–859.
10. Doucet J., Potter A., Baltenneck C., Domanov Y. A. Micron-scale assessment of molecular lipid organization in human stratum corneum using microprobe X-ray diffraction. *Journal of Lipid Research*, 2014, vol. 55, pp. 2380–2388.
11. Utz S. R., Karakaeva A. V., Galkina E. M. Noninvasive evaluation of the barrier properties of the skin (review). *Saratov Journal of Medical Scientific Research*, 2014, vol. 10, pp. 512–517.
12. Antonov D., Schliemann S., Elsner P. Methods for the assessment of barrier function. *Current Problems in Dermatology*, 2016, vol. 49, pp. 61–70.
13. Fluhr J. W., Feingold K. R., Elias P. M. Transepidermal water loss reflects permeability barrier status: validation in human and rodent *in vivo* and *ex vivo* models. *Experimental Dermatology*, 2006, vol. 15, pp. 483–492.
14. Damien F., Boncheva M. The extent of orthorhombic lipid phases in the stratum corneum determines the barrier efficiency of human skin *in vivo*. *Journal of Investigative Dermatology*, 2010, vol. 130, pp. 611–614.
15. Proksch E. pH in nature, humans and skin. *Journal of Dermatology*, 2018, vol. 45, pp. 1044–1052.
16. Hanson K. M., Behne M. J., Barry N. P., Mauro T. M., Gratton E., Clegg R. M. Two-photon fluorescence lifetime imaging of the skin stratum corneum pH gradient. *Biophysical Journal*, 2002, vol. 83, pp. 1682–1690.
17. Calzavara-Pinton P., Longo C., Venturini M., Sala R., Pellacani G. Reflectance confocal microscopy for *in vivo* skin imaging. *Photochemistry and Photobiology*, 2008, vol. 84, pp. 1421–1430.
18. Koehler M. J., Vogel T., Elsner P., Konig K., Buckle R., Kaatz M. *In vivo* measurement of the human epidermal thickness in different localizations by multiphoton laser tomography. *Skin Research and Technology*, 2010, vol. 16, pp. 259–264.
19. Li W. J., Li P., Fang Y. H., Lei T., Dong K., Zou J., Gong W., Xie S. S., Huang Z. Quantitative assessment of skin swelling using optical coherence tomography. *Photodiagnosis and Photodynamic Therapy*, 2019, vol. 26, pp. 413–419.
20. Boncheva M., Damien F., Normand V. Molecular organization of the lipid matrix in intact stratum corneum using ATR-FTIR spectroscopy. *Biochimica et Biophysica Acta*, 2008, vol. 1778, pp. 1344–1355.
21. Van Logtestijn M. D., Caspers P. J., Kezic S., Hoffman D. R., Koenig D. W., Ono M., Stamatas G. N., Tanaka R. J. Water resistance profile as a marker of skin barrier damage in atopic dermatitis patients. *Journal of Dermatological Science*, 2016, vol. 81, pp. 126–128.
22. Choe C., Schleusener J., Lademann J., Darvin M. E. Age related depth profiles of human stratum corneum barrier-related molecular parameters by confocal Raman microscopy *in vivo*. *Mechanisms of Ageing and Development*, 2018, vol. 172, pp. 6–12.
23. Choe C., Schleusener J., Lademann J., Darvin M. E. Human skin *in vivo* has a higher skin barrier function than porcine skin *ex vivo* – comprehensive Raman microscopic study of the stratum corneum. *Journal of Biophotonics*, 2018, vol. 11, pp. e201700355.
24. Caussin J., Gooris G. S., Janssens M., Bouwstra J. A. Lipid organization in human and porcine stratum corneum differs widely, while lipid mixtures with porcine ceramides model human stratum corneum lipid organization very closely. *Biochimica et Biophysica Acta*, 2008, vol. 1778, pp. 1472–1482.
25. Choe C., Schleusener J., Lademann J., Darvin M. E. *In vivo* confocal Raman microscopic determination of depth profiles of the stratum corneum lipid organization influenced by application of various oils. *Journal of Dermatological Science*, 2017, vol. 87, pp. 183–191.

Cite this article as:

Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J. Non-invasive Methods for *in vivo* Determination of the Skin Barrier Function – Advantages of Confocal Raman Microspectroscopy. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 171–177 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-171-177

УДК 577.3

Неинвазивные методы определения барьерной функции кожи *in vivo* – преимущества конфокальной микроспектроскопии комбинационного рассеяния света

М. Е. Дарвин, Ч. З. Чо, И. Шлойзенер, Ю. Ладеманн

Дарвин Максим Евгеньевич, доктор теоретической медицины (Dr. rer. medic.), кандидат физико-математических наук, научный сотрудник кафедры физиологии кожи медицинского университета «Шаритэ», Берлин, Германия, maxim.darvin@charite.de

Чо Чун Зик, доктор философии (PhD), научный сотрудник кафедры медицинской физики университета имени Ким Ир Сена, Пхеньян, Корейская Народно-Демократическая Республика, cs.choi@ryongnamsan.edu.kp

Шлойзенер Иоханес, доктор теоретической медицины (Dr. rer. medic.), научный сотрудник кафедры физиологии кожи медицинского университета «Шаритэ», Берлин, Германия, johannes.schleusener@charite.de

Ладеманн Юрген, доктор инженерии (Dr.-ing.), профессор кафедры физиологии кожи медицинского университета «Шаритэ», Берлин, Германия, juergen.lademann@charite.de

Физический барьер рогового слоя кожи обеспечивается корнеоцитами и латеральной организацией внеклеточных липидов, которая обязательно включает в себя орторомбическую фазу организации. Обзор методов, используемых для неинвазивного *in vivo* измерения барьерной функции кожи показал, что все используемые в настоящее время методы являются косвенными. Наиболее популярным методом является измерение трансэпидермальной потери воды, который не дает информации о биофизических параметрах, определяющих барьерную функцию рогового слоя кожи. Показано, что метод конфокальной микроспектроскопии комбинационного рассеяния света является наиболее подходящим неинвазивным методом для определения распределения степени латеральной организации внеклеточных липидов по глубине рогового слоя, т.е. для изучения барьерной функции кожи в *in vivo* эксперименте.

Ключевые слова: внеклеточные липиды, степень латеральной организации, орторомбическая организация, гексагональная организация, липидная ламелла, роговой слой, спектроскопия комбинационного рассеяния света, трансэпидермальная потеря воды.

Поступила в редакцию: 18.04.2020 / Принята: 29.05.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Образец для цитирования:

Darvin M. E., Choe C. S., Schleusener J., Lademann J. Non-invasive Methods for *in vivo* Determination of the Skin Barrier Function – Advantages of Confocal Raman Microspectroscopy [*Дарвин М. Е., Чо Ч. З., Шлойзенер И., Ладеманн Ю.* Неинвазивные методы определения барьерной функции кожи *in vivo* – преимущества конфокальной микроспектроскопии комбинационного рассеяния света] // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 171–177. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-171-177

УДК 53.043,577.38

Оценка величины обратного кровотока в артерии по второй производной пульсовой волны давления

Р. Т. Баатыров, М. Ю. Калинкин, А. Д. Усанов, С. Ю. Добдин, Ан. В. Скрипаль

Баатыров Рахим Таалайбекович, аспирант кафедры медицинской физики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, rahim_baatyrov@mail.ru

Калинкин Михаил Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, kalinkinmyu@mail.ru

Усанов Андрей Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, aka_norton@mail.ru

Добдин Сергей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики твёрдого тела, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, dobdinsy@info.sgu.ru

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики твёрдого тела, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, skripalav@info.sgu.ru

Приведены результаты моделирования формы пульсовой волны давления в двухэлементной модели виндкесселя. Диастолический участок пульсовой волны чаще всего анализировался ранее как результат отражения прямой волны от элементов периферических сосудов. Однако измерения отрицательной линейной скорости кровотока по ультразвуковым допплерограммам однозначно свидетельствуют о наличии обратного кровотока в артериях. Проведен расчет второй производной пульсовой волны давления с учетом возникающих в артериях прямого и обратного кровотока при различных величинах обратного кровотока. Получена линейная зависимость второй производной пульсовой волны на диастолическом участке от величины объема крови обратной волны. Сделан вывод о том, что вторая производная пульсовой волны давления может быть использована для определения величины обратного кровотока в артерии, который, в свою очередь, зависит от состояния периферической сосудистой системы.

Ключевые слова: пульсовая волна, вторая производная, объемный кровоток, артериальные сосуды, модель виндкесселя, периферическое сопротивление.

Поступила в редакцию: 14.05.2020 / Принята: 27.07.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-178-182

Введение

Как известно, величина обратного кровотока может служить критерием состояния периферической сосудистой системы [1–3]. Для оценки состояния периферических сосудов наиболее важным является участок диастолы на пульсовой волне. Немонотонность на этом участке, по мнению авторов ряда работ [4–6], обусловлена обратным кровотоком, который определяет амплитуду диастолического пика пульсовой волны.

Для определения взаимосвязи немонотонности на диастолическом участке пульсовой волны плечевой артерии с величиной обратного кровотока нами предлагается использовать вторую производную пульсовой волны давления диастолы.

Ранее в ряде работ [7–10] описано применение метода анализа пульсовой волны по величине второй производной. В работе [7] предлагается использовать вторую производную для диагностирования клапанного стеноза аорты. Авторы работы [8] сравнивали скорость пульсовой волны и вторую производную пальцевой фотоплетизмограммы у больных артериальной гипертензией. Установлено, что у пациентов с артериальной гипертензией эти параметры дают различную информацию о свойствах артерий в центральных и периферических участках. В работах [9, 10] вторую производную пульсовой волны предлагается использовать как индикатор артериальной жесткости на систолическом участке пульсовой волны. Ранее нами было показано, что вторая производная пульсовой волны на диастолическом участке может свидетельствовать о дисфункции эндотелиальной системы [11], ремоделировании сосудистой системы спортсменов, занимающихся циклическими видами спорта [12], и служить критерием риска развития коллапсоидной реакции [13].

В связи с этим цель работы – установить взаимосвязь второй производной пульсовой волны давления с величиной обратного кровотока в артериальном русле.

© Баатыров Р. Т., Калинкин М. Ю., Усанов А. Д., Добдин С. Ю., Скрипаль Ан. В., 2020

Моделирование пульсовой волны давления

Нами проведено моделирование пульсовой волны давления на основе двухэлементной модели виндкесселя [14, 15]. Согласно модели Франка упругого резервуара (двухэлементной модели виндкесселя) зависимость артериального давления $P_{sa}(t)$ в крупных артериях определяется уравнением:

$$\frac{d}{dt}P_{sa}(t) = \frac{1}{C_{sa}} \cdot (Q_L(t) - \frac{P_{sa}(t)}{R_s}), \qquad (1)$$

где $Q_L(t)$ – объемная скорость кровотока в артерии, R_s – гидростатическое сопротивление периферических сосудов, $C_{sa} = dV_{sa}/dP_{sa}$ – эластичность артерий, равная отношению изменения общего объема сосудов V_{sa} к изменению давления в них.

Объемная скорость кровотока $Q_{LA}(t)$ в прямой волне может быть приближенно описана бигармонической функцией с максимальной скоростью кровотока Q_{max}, временем максимальной скорости кровотока T_{max}, длительностью систолы T_S и временем кардиоцикла T:

$$Q_{LA}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}Q_{max}\left[\sin\frac{\pi(t-\frac{T_{max}}{2})}{T_{max}} + 1\right], 0 < t < T_{max}, \\ \frac{1}{2}Q_{max}\left[\cos\frac{\pi(t-T_{max})}{T_s - T_{max}} + 1\right], T_{max} < t < T_s, \\ 0, \qquad T_s < t < T. \end{cases} \qquad (2)$$

Для моделирования обратной волны объемная скорость кровотока в обратной волне задавалась в виде:

$$Q_{Lf}(t) = R_f \cdot Q_{LA}(t - t_d), \qquad (3)$$

где R_f – амплитудный коэффициент обратной волны, зависящий от тонуса периферической системы. Полная объемная скорость кровотока вычислялась как сумма прямой и обратной волн, причем обратная волна появляется с задержкой относительно прямой со временем задержки t_d:

$$Q_L(t) = Q_{LA}(t) + Q_{Lf}(t). \qquad (4)$$

На рис. 1 приведен вид задаваемой зависимости объемной скорости кровотока $Q_L(t)$ при следующих параметрах: T_{max} = 0.09 с; T_S = 0.33 с; t_d = 0.35 с, T = 0.80 с; Q_{max} = 0.37 л/с; C_{sa} = 1.0 · 10^{-3} л/мм рт. ст., R_S = 870 мм рт. ст./(л/с), R_f = 0.30. Параметры, используемые для расчета объемного кровотока $Q_L(t)$, а также величина коэффициента обратной волны и время задержки обратной волны выбирались на основе анализа скорости распространения пульсовой волны у 15 здоровых добровольцев (средний возраст 24.4 года, SD 3.0 года; средний рост 168.6 см, SD 8.0 см; средний вес 64.0 кг, SD 9.1 кг), приведенных в работах [15, 16].

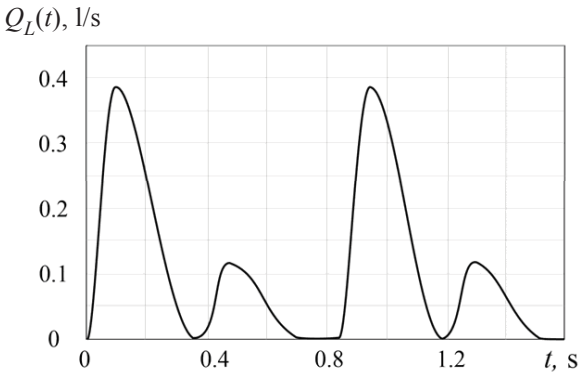


Рис. 1. Зависимость объемной скорости кровотока $Q_L(t)$ за период кардиоцикла как сумма прямой и обратной волн
Fig. 1. Dependence of the blood flow velocity $Q_L(t)$ over the period of the cardiocycle, as the sum of forward and reverse waves

Численное решение уравнения (1) осуществляли методом Эйлера с использованием рекуррентного соотношения

$$P_{sa}(t + \Delta t) = \frac{P_{sa}(t) + \frac{\Delta t \cdot Q_L(t)}{C_{sa}}}{1 + \frac{\Delta t}{R_s C_{sa}}}, \qquad (5)$$

где Δt – шаг по времени. Результаты расчета артериального давления $P_{sa}(t)$ при $\Delta t = 6.25 \cdot 10^{-3} c$ представлены на рис. 2.

Расчет второй производной пульсовой волны

После нормировки на единицу величины P_{sa} вычислялась вторая производная на катакроте пульсовой волны давления (5) следующего вида:

$$P_3 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\frac{d^2}{dt^2}\left[P_{sa}^i(t)\right]\right|, \qquad (6)$$

где N – количество точек пульсовой волны, в которых вычислялась вторая производная по

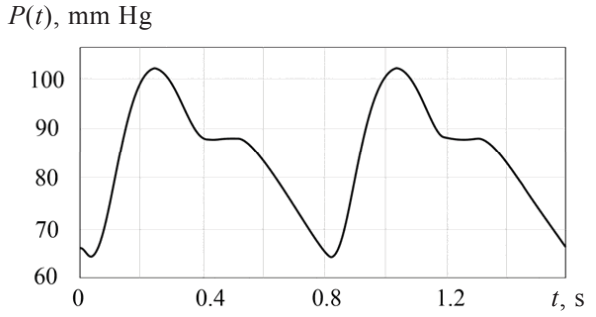


Рис. 2. Зависимость артериального давления $P_{sa}(t)$ от времени за период сердечного цикла для представленной на рис. 1 скорости кровотока $Q_L(t)$

Fig. 2. Dependence of the blood pressure $P_{sa}(t)$ on time during the cardiocycle for the blood flow velocity $Q_L(t)$ presented in Fig. 1

времени (N = 94). Интервал Δt соответствовал продолжительности катакроты, деленной на количество точек N.

На рис. 3 приведена зависимость параметра P_3, характеризующего кривизну пульсовой волны, от отношения максимальной объемной скорости кровотока в обратной волне к максимальной объемной скорости кровотока в прямой волне $Q_{Lf\,max} / Q_{LA\,max}$.

Из рис. 3 следует, что наблюдается линейная зависимость второй производной пульсовой волны давления P_3 от величины объема крови обратной волны.

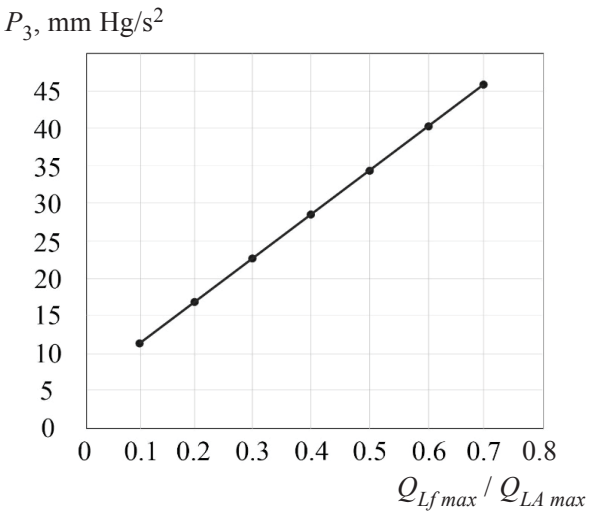


Рис. 3. Зависимость второй производной пульсовой волны давления P_3 от отношения максимальной объемной скорости кровотока в обратной волне к максимальной объемной скорости кровотока в прямой волне $Q_{Lf\,max} / Q_{LA\,max}$

Fig. 3. Dependence of the second derivative of the pulse pressure wave P_3 on the ratio of the maximum blood flow velocity in the reverse wave to the maximum blood flow velocity in the forward wave $Q_{Lf\,max} / Q_{LA\,max}$

Следует отметить, что используемая модель пульсовой волны давления содержит упрощения, в частности, связанные с исключением из рассмотрения важных элементов регуляции сердечно-сосудистой системы и процесса дыхания. Учет таких дополнительных элементов усложняет динамику модели, делает ее нерегулярной [17, 18]. Это может привести к некоторому изменению формы зависимости P_3 от $Q_{Lf\,max}/Q_{LA\,max}$. В предположении, что обратная волна формируется в тех же условиях, что и прямая волна, линейный характер этой зависимости должен оставаться неизменным.

Выводы

Диастолический участок пульсовой волны чаще всего анализировался ранее как результат отражения прямой волны от элементов периферических сосудов. Однако измерения отрицательной линейной скорости кровотока по ультразвуковым допплерограммам однозначно свидетельствуют о наличии обратного кровотока в артериях.

Проведенный расчет был основан на усредненных значениях параметров кровотока, приведенных для здорового обследуемого в [2, 14, 15]. Использовалась двухэлементная модель виндкесселя с предположением суммарного объёмного кровотока, являющегося результатом сложения возникающих в артериях прямого и обратного кровотока. Получена линейная зависимость второй производной пульсовой волны на диастолическом участке от величины объема крови обратной волны.

Таким образом, вторая производная пульсовой волны давления может быть использована для оценки величины обратного кровотока, который, в свою очередь, зависит от состояния периферической сосудистой системы.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-32-90072).

Список литературы

1. *Zhao E., Barber J., Burch M., Unthank J., Arciero J.* Modeling acute blood flow responses to a major arterial occlusion // Microcirculation. 2020. Vol. 27, iss. 4. P. e12610. DOI: 10.1111/micc.12610
2. *Hwang J. Y.* Doppler ultrasonography of the lower extremity arteries : anatomy and scanning guidelines // Ultrasonography. 2017. Vol. 36, № 2. P. 111–119.

3. *Жирнова О. А., Берестень Н. Ф., Пестовская О. Р., Богданова Е. Я.* Неинвазивная диагностика нарушения эластических свойств артериальных сосудов // Ангиология. 2011. № 1. С. 27–42.
4. *Калакутский Л. И., Федотов А. А.* Диагностика дисфункции сосудистого эндотелия методом контурного анализа пульсовой волны // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2009. Т. 98, № 9. С. 93–98.
5. *Иванов С. В., Рябиков А. Н., Малютина С. К.* Жесткость сосудистой стенки отражение пульсовой волны в связи с артериальной гипертензией // Бюл. СО РАМН. 2008. Т. 131, № 3. С. 9–12.
6. *Фролов А. В., Сидоренко Г. И., Воробьев А. П., Мельникова О. П., Гуль Л. М.* Прямая и отраженная пульсовые волны: методы исследования // Кардиология в Беларуси. 2009. № 5. С. 99–108.
7. *Mason D. T., Braunwald E., Ross J. Jr., Morrow A. G.* Diagnostic value of the first and second derivatives of the arterial pressure pulse in aortic valve disease and in hypertrophic subaortic stenosis // Circulation. 1964. Vol. 30, iss. 1. P. 90–100. DOI:10.1161/01.CIR.30.1.90
8. *Hashimoto J., Chonan K., Aoki Y., Nishimura T., Ohkubo T., Hozawa A., Suzuki M., Matsubara M., Michimata M., Araki T., Imai Y.* Pulse wave velocity and the second derivative of the finger photoplethysmogram in treated hypertensive patients : their relationship and associating factors // Journal of Hypertension. 2002. Vol. 20, iss. 12. P. 2415–2422. DOI: 10.1097/00004872-200212000-00021
9. *Inoue N., Kawakami H., Yamamoto H., Ito Ch., Fujiwara S., Sasaki H., Kihara Y.* Second derivative of the finger photoplethysmogram and cardiovascular mortality in middle-aged and elderly Japanese women // Hypertension Research. 2017. Vol. 40, iss. 2. P. 207–211. DOI: 10.1038/hr.2016.123
10. *Munir S., Guilcher A., Kamalesh T., Clapp B., Redwood S., Marber M., Chowienczyk P.* Peripheral augmentation index defines the relationship between central and peripheral pulse pressure // Hypertension. 2008. Vol. 51, iss. 1. P. 112–118. DOI: 10.1161/HYPERTENSIONAHA.107.096016
11. *Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Бриленок Н. Б., Добдин С. Ю., Аверьянов А. П., Бахметьев А. С., Баатыров Р. Т.* Функциональная диагностика состояния артериальных сосудов по форме пульсовой волны и аппаратура для ее реализации // Медицинская техника. 2020. Т. 54, № 1. С. 29–32.
12. *Usanov D. A., Skripal A. V., Brilenok N. B., Dobdin S. Yu., Averianov A. P., Bakhmetev A. S., Baatyrov R. T.* Diagnostics of functional state of endothelium in athletes by the pulse wave // Proceedings of the 12th International Symposium on Computer Science in Sport (IACSS 2019). 2019. Vol. 1028. P. 176–184. DOI: 10.1007/978-3-030-35048-2_21
13. *Усанов Д. А., Протопопов А. А., Скрипаль А. В., Аверьянов А. П., Репин В. Ф., Рытик А. П., Вагарин А. Ю., Кузнецов М. А., Петрова М. Г.* Диагностика риска развития коллапсоидных осложнений в группе студентов с аномальной сердечно-сосудистой реакцией // Саратовский научно-медицинский журнал. 2010. Т. 6, № 3. С. 615–619.
14. *Westerhof N., Lankhaar J., Westerhof B. E.* The arterial Windkessel // Med. Biol. Eng. Comput. 2009. Vol. 47, iss. 2. P. 131–141. DOI: 10.1007/s11517-008-0359-2
15. *Hoppensteadt F. C., Peskin Ch.* Modeling and Simulation in Medicine and the Life Sciences. N.Y. : Springer-Verlag, 2002. 355 p.
16. *Baruch M. C., Warburton D. ER., Bredin S. SD., Cote A., Gerdt D. W., Adkins C. M.* Pulse decomposition analysis of the digital arterial pulse during hemorrhage simulation // Nonlinear Biomed. Phys. 2011. Vol. 5, № 1. P. 1–15.
17. *Magosso E., Cavalcanti S., Ursino M.* Theoretical analysis of rest and exercise hemodynamics in patients with total cavopulmonary connection // Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol. 2002. Vol. 282. P. H1018–H1034.
18. *Karavaev A. S., Ishbulatov Yu. M., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Kiselev A. R., Prokhorov M. D.* Autonomic control is a source of dynamical chaos in the cardiovascular system // CHAOS. 2019. Vol. 29. P. 121101.

Образец для цитирования:

Баатыров Р. Т., Калинкин М. Ю., Усанов А. Д., Добдин С. Ю., Скрипаль Ан. В. Оценка величины обратного кровотока в артерии по второй производной пульсовой волны давления // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 178–182. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-178-182

Estimation of the Value of Reverse Blood Flow in the Artery by the Second Derivative of the Pulse Pressure Wave

R. T. Baatyrov, M. Yu. Kalinkin, A. D. Usanov, S. Yu. Dobdin, An. V. Skripal

Rahim T. Baatyrov, https://orcid.org/0000-0001-6747-7119, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, rahim_baatyrov@mail.ru

Mihail Yu. Kalinkin, https://orcid.org/0000-0002-3613-7290, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, kalinkinmyu@mail.ru

Andrey D. Usanov, https://orcid.org/0000-0002-4004-875X, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, aka_norton@mail.ru

Sergey Yu. Dobdin, https://orcid.org/0000-0002-0801-4664, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, dobdinsy@info.sgu.ru

Anatoly V. Skripal, https://orcid.org/0000-0002-9080-0057, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, skripalav@info.sgu.ru

Background and Objectives: Previously, the diastolic section of the pulse wave was most often analyzed as the result of reflection of a direct wave from the elements of peripheral vessels. However, measurements of the negative linear velocity of blood flow using ultrasound dopplerograms clearly indicate the presence of reverse blood flow in the arteries. The aim of the work was to establish the relationship of the second derivative of the pulse pressure wave with the value of the reverse blood flow in the arterial bed.

Materials and Methods: The shape of the pressure pulse wave was calculated based on the two-element windkessel model. The calculation of the second derivative of the pulse pressure wave was performed taking into account the direct and reverse blood flow occurring in the arteries at different values of the reverse blood flow. **Results:** The linear dependence of the second derivative of the pulse wave on the value of the blood volume of the reverse wave on the diastole is obtained. **Conclusions:** It is concluded that the second derivative of the pulse pressure wave can be used to estimate the value of the reverse blood flow in the artery, which depends on the state of the peripheral vascular system.

Keywords: pulse wave, second derivative, volume blood flow, arterial vessels, windkessel model, peripheral resistance.

Received: 14.05.2020 / Accepted: 27.07.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Acknowledgements: *This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 19-32-90072).*

Reference

1. Zhao E., Barber J., Burch M., Unthank J., Arciero J. Modeling acute blood flow responses to a major arterial occlusion. *Microcirculation*, 2020, vol. 27, iss. 4, pp. e12610. DOI: 10.1111/micc.12610
2. Hwang J. Y. Doppler ultrasonography of the lower extremity arteries: anatomy and scanning guidelines. *Ultrasonography*, 2017, vol. 36, no. 2, pp. 111–119.
3. Zhirnova O. A., Beresten' N. F., Pestovskaja O. R., Bogdanova E. Ja. Non-invasive diagnosis of disruptions of the elastic properties of arterial vessels. *Angiology*, 2011, no. 1, pp. 27–42 (in Russian).
4. Kalakutskiy L. I., Fedotov A. A. Diagnostics of endothelial dysfunction by the method of contour analysis of pulse wave. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2009, vol. 98, no. 9, pp. 93–98 (in Russian).
5. Ivanov S. V., Ryabikov A. N., Malyutina S. K. Arterial stiffness and pulse wave reflection in association with arterial hypertension. *Siberian Scientific Medical Journal*, 2008, vol. 131, no. 3, pp. 9–12 (in Russian).
6. Frolov A. V., Sidorenko G. I., Vorob'ev A. P., Mel'nikova O. P., Gul' L. M. Direct and reflected pulse waves: research methods. *Kardiologija v Belarusi* [Cardiology in Belarus], 2009, no. 5, pp. 99–108 (in Russian).
7. Mason D. T., Braunwald E., Ross J. Jr., Morrow A. G. Diagnostic value of the first and second derivatives of the arterial pressure pulse in aortic valve disease and in hypertrophic subaortic stenosis. *Circulation*, 1964, vol. 30, iss. 1, pp. 90–100. DOI: 10.1161/01.CIR.30.1.90
8. Hashimoto J., Chonan K., Aoki Y., Nishimura T., Ohkubo T., Hozawa A., Suzuki M., Matsubara M., Michimata M., Araki T., Imai Y. Pulse wave velocity and the second derivative of the finger photoplethysmogram in treated hypertensive patients: their relationship and associating factors. *Journal of Hypertension*, 2002, vol. 20, iss. 12, pp. 2415–2422. DOI: 10.1097/00004872-200212000-00021
9. Inoue N., Kawakami H., Yamamoto H., Ito Ch., Fujiwara S., Sasaki H., Kihara Y. Second derivative of the finger photoplethysmogram and cardiovascular mortality in middle-aged and elderly Japanese women. *Hypertension Research*, 2017, vol. 40, iss. 2, pp. 207–211. DOI: 10.1038/hr.2016.123
10. Munir S., Guilcher A., Kamalesh T., Clapp B., Redwood S., Marber M., Chowienczyk P. Peripheral augmentation index defines the relationship between central and peripheral pulse pressure. *Hypertension*, 2008, vol. 51, iss. 1, pp. 112–118. DOI: 10.1161/HYPERTENSIONAHA.107.096016
11. Usanov D. A., Skripal A. V., Brilenok N. B., Dobdin S. Yu., Averianov A. P., Bakhmetev A. S., Baatyrov R. T. Functional diagnostics of arterial vessels by pulse wave analysis and equipment for its implementation. *Biomedical Engineering*, 2020, vol. 54, no. 1, pp. 41–45. DOI: 10.1007/s10527-020-09970-w
12. Usanov D. A., Skripal A. V., Brilenok N. B., Dobdin S. Yu., Averianov A. P., Bakhmetev A. S., Baatyrov R. T. Diagnostics of functional state of endothelium in athletes by the pulse wave. *Proceedings of the 12th International Symposium on Computer Science in Sport (IACSS 2019*), 2019, vol. 1028, pp. 176–184. DOI: 10.1007/978-3-030-35048-2_21
13. Usanov D. A., Protopopov A. A., Skripal A. V., Averyanov A. P., Repin V. F., Rytik A. P., Vagarin A. Yu., Kuznetsov M. A., Petrova M. G. Diagnostics of evolution of risk collapse complications at student group with anomalous cardiovascular reaction. *Saratov Journal of Medical Scientific Research*, 2010, vol. 6, no. 3, pp. 615–619 (in Russian)
14. Westerhof N., Lankhaar J., Westerhof B. E. The arterial Windkessel. *Med. Biol. Eng. Comput.*, 2009, vol. 47, iss. 2, pp. 131–141. DOI: 10.1007/s11517-008-0359-2
15. Hoppensteadt F. C., Peskin Ch. *Modeling and simulation in medicine and the life sciences*. New York, Springer-Verlag, 2002. 355 p.
16. Baruch M. C., Warburton D.ER., Bredin S. SD., Cote A., Gerdt D. W., Adkins C. M. Pulse decomposition analysis of the digital arterial pulse during hemorrhage simulation. *Nonlinear Biomed. Phys*., 2011, vol. 5, no. 1, pp. 1–15.
17. Magosso E., Cavalcanti S., Ursino M. Theoretical analysis of rest and exercise hemodynamics in patients with total cavopulmonary connection. *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol*., 2002, vol. 282, pp. H1018–H1034.
18. Karavaev A. S., Ishbulatov Yu. M., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Kiselev A. R., Prokhorov M. D. Autonomic control is a source of dynamical chaos in the cardiovascular system. *CHAOS*, 2019, vol. 29, pp. 121101.

Cite this article as:

Baatyrov R. T., Kalinkin M. Yu., Usanov A. D., Dobdin S. Yu., Skripal An. V. Estimation of the Value of Reverse Blood Flow in the Artery by the Second Derivative of the Pulse Pressure Wave. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 178–182 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-178-182

РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

УДК 51.72:533:537

Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запылённую среду

Д. А. Тукмаков, А. А. Ахунов

Тукмаков Дмитрий Алексеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук, tukmakovDA@imm.knc.ru

Ахунов Адель Айратович, аспирант Казанского национального исследовательского технического университета имени А. Н. Туполева, white-bars95@yandex.ru

Рассматривается распространение ударной волны из чистого газа в гетерогенную смесь, состоящую из твердых частиц, взвешенных в газе и имеющих электрический заряд. Применяемая математическая модель учитывает скоростное и тепловое взаимодействие несущей и дисперсной компонент смеси. Силовое взаимодействие частиц и газа описывалось силой аэродинамического сопротивления. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Уравнения математической модели решались явным конечно-разностным методом второго порядка точности с применением схемы нелинейной коррекции сеточной функции. Система уравнений математической модели дополнялась граничными и начальными условиями для искомых функций, описывающих динамику несущей и дисперсной компонент смеси. В результате численного моделирования было выявлено, что в электрически заряженной газовзвеси наблюдается отличие в давлении и скорости газа, «средней плотности» и скорости дисперсной компоненты от аналогичных величин в газовзвеси с электрически нейтральной дисперсной компонентой. При этом на участках канала, где значение «средней плотности» в электрически заряженной газовзвеси больше, чем в нейтральной, наблюдается рост давления и уменьшение скорости несущей среды.

Ключевые слова: многофазные среды, межфазное взаимодействие, ударные волны, уравнение Навье – Стокса, сила Кулона.

Поступила в редакцию: 27.11.2019 / Принята: 15.01.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192

Введение

Многие природные явления и промышленные технологии связаны с течениями неоднородных сред [1–18], в частности, процессы, связанные с течением аэрозолей и запылённых сред, встречаются в горной и химической промышленностях, аэрокосмических технологиях и т.д. В ряде случаев возникает необходимость исследования динамики дисперсных потоков, движущихся как под действием аэродинамических сил, так и под влиянием сил электрической природы [10–18].

© Тукмаков Д. А., Ахунов А. А., 2020

В данной статье используется ряд известных из литературы результатов методологии математического моделирования динамики неоднородных сред. Общая теория гидродинамики многофазных сред представлена в работе [1], работы [3–5] посвящены методике численного моделирования ударно-волновой динамики газовзвесей. В монографии [2] представлены линеаризованные математические модели двухфазных потоков, также методами математического моделирования исследуется распространение акустических волн в аэрозолях. Работа [6] посвящена аналитическому расчёту динамики одиночных частиц, в то время как в работе [7] проводится обзор экспериментальных и теоретических результатов по исследованию влияния концентрации частиц на интенсивность взаимодействия несущей и дисперсной фазы. Статьи [8] и [9] посвящены соответственно математическому моделированию двухфазных потоков в стационарной постановке и экспериментальному исследованию течений газовзвесей в трубах. В статье [12] проводится сопоставление экспериментального исследования и численных расчётов течения запылённой электрически заряженной двухфазной среды в канале без учета взаимообратного силового влияния компонент смеси. В работе [13] проводилось экспериментальное исследование массопереноса дисперсной компоненты пылевой плазмы применительно к напылению покрытий на поверхности. В статье [14] осуществлено численное моделирование динамики нестационарных течений пылевой плазмы без учета влияния вязкости несущей среды. В работе [16] обсуждается применение электрически заряженных запылённых сред в целях нанесения покрытий на окрашиваемые поверхности.

Применяемая в данной работе методика моделирования нестационарных течений неоднородной среды описывает электрически заряженную газовзвесь с вязкой, сжимаемой и теплопроводной несущей средой, при этом учитывается силовое взаимодействие компонент смеси и межкомпонентный теплообмен. Учет взаимодействия компонент позволяет исследовать эффекты, связанные с взаимообратным влиянием фаз газовзвеси, что является актуальным для моделирования динамики газовых взвесей. Предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления [1, 2]. При описании движения электрически заряженной многофазной среды учитывается сила Кулона [19], действующая со стороны электрического поля, которое создано распределенным зарядом дисперсной компоненты газовзвеси.

В ряде работ [10, 11, 17] проводилось исследование распространения ударных волн из чистого газа в газовзвеси, а также из газовзвесей в чистый газ, изучалось влияние дисперсной фазы на параметры ударно-волнового течения. В работах [14, 18] исследовалась генерация акустических импульсов в газе, вызванных движением электрически заряженной дисперсной компоненты двухфазной среды.

Целью данной работы является исследование влияния электрического заряда дисперсной компоненты газовзвеси на параметры несущей среды при распространении ударной волны из чистого газа в запылённую среду.

1. Математическая модель

Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики многоскоростной и многотемпературной газовзвеси со скоростным скольжением фаз и межфазным теплообменом. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты гетерогенной смеси является «средняя плотность», представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [1–4]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla\left(\rho_i \mathbf{V}_i\right) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i\left(\rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}\right) = -F_k + \alpha \nabla^k p, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho_2 V_2^k}{\partial t} + \nabla^i\left(\rho_2 V_2^i V_2^k\right) = F_k - \alpha \nabla^k p, \tag{3}$$

$$\frac{\partial\left(e_1\right)}{\partial t} + \nabla^i\left(V_1^i\left(e_1 + p - \tau_{ii}\right) - V_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T\right) =$$

$$= -Q - \left|F_k\right|\left(V_1^k - V_2^k\right) + \alpha \nabla^k\left(p V_1^k\right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t}+\nabla^k\left(e_2V_2^k\right)=Q, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^{\ 2}}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^{\ 2}}=\rho_2 q_0, \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{V}_i=\left[u_i,v_i\right];\ \ i,k=1,2.$$

Тензор вязких напряжений несущей среды вычисляется следующим образом [20]:

$$\tau_{x_1x_1}=\mu(2\frac{\partial u_1}{\partial x_1}-\frac{2}{3}D),\ \tau_{x_2x_2}=\mu(2\frac{\partial v_1}{\partial x_2}-\frac{2}{3}D),$$

$$\tau_{x_1x_2}=\mu(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial v_1}{\partial x_1}),\quad D=\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial v_1}{\partial x_2}.$$

Межфазное силовое взаимодействие описывалось уравнениями [1, 3, 15]:

$$F_{x_1}=\frac{3}{4}\frac{\alpha}{(2r)}C_d\,\rho_1\sqrt{\left(u_1-u_2\right)^2+\left(v_1-v_2\right)^2}\left(u_1-u_2\right)-$$

$$-\alpha q_0\rho_{20}\,\partial\varphi/\partial x_1\,,$$

$$F_{x_2}=\frac{3}{4}\frac{\alpha}{(2r)}C_d\,\rho_1\sqrt{\left(u_1-u_2\right)^2+\left(v_1-v_2\right)^2}\left(v_1-v_2\right)-$$

$$-\alpha q_0\rho_{20}\,\partial\varphi/\partial x_2\,.$$

Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления [1–3], так как наиболее существенное влияние на межфазное силовое взаимодействие оказывает сила аэродинамического сопротивления [1–3], также при описании динамики частиц учитывается сила Кулона [19]. Здесь p, ρ_1, u_1, v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x_1 и x_2 соответственно; T_1, e_1 – температура и полная энергия газа; ρ_2, T_2, e_2, u_2, v_2 – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы; F_k – составляющие вектора силового взаимодействия дисперсной фазы и несущей среды, k = 1,2; Q – тепловой поток между дисперсной фазой и несущей средой [1–3]; λ и μ – теплопроводность и вязкость несущей среды соответственно. Температура несущей среды находится из уравнения $T_1 = (\gamma - 1)\,(e_1/\rho_1 - 0.5\,(u_1^2 + v_1^2))\,/\,R$, где R – газовая постоянная несущей фазы, γ – постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2 = \rho_2 C_p T_2$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. Тепловой поток между компонентами смеси описывается выражением $Q = 6\alpha\ Nu_{12}\ \lambda\ (T_1 - T_2)/(2r)^2$. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [2, 3]:

$$M_{12}=\left|\bar{V}_1-\bar{V}_2\right|/c,\ Re_{12}=\rho_1\left|\bar{V}_1-\bar{V}_2\right|2r/\mu,$$

$$Pr=\gamma\,C_p\mu/\lambda,$$

$$Nu_{12}=2\,exp(-M_{12})+0.459\,Re_{12}^{0.55}\,Pr^{0.33},$$

$$0\le M_{12}\le 2,\ \ 0\le Re_{12}<2\cdot 10^5.$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления вычислялся с использованием следующего выражения [1,3]:

$$C_d=\frac{24}{Re_{12}}+\frac{4}{Re^{0.5}_{\ 12}}+0.4.$$

Здесь c – скорость звука, вычисляемая из уравнения: $c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ = 342 м/с, где M = $= 29\cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха, теплопроводность несущей среды предполагалась равной λ = 0.02553 Вт/(м·К), динамическая вязкость несущей среды – μ = 1.72 10^{-5} Па·с, γ = 1.4, R = 8.31 Дж/(моль · К).

Составляющие силы Кулона на единицу объема газовзвеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газовзвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [19]:

$$div\boldsymbol{E}=\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon\varepsilon_0},\ \boldsymbol{E}=-\bar{\nabla}\varphi,\ \ \Delta^2\varphi=-\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

$$\rho_{эл}=\alpha\rho_{20}\cdot q_0=\rho_2\cdot q_0,\ \varepsilon_0=\frac{10^{-9}}{36\pi}\ \Phi/м,\varepsilon=1.$$

где q_0 – удельный заряд единицы массы твердой фракции, φ – потенциал электрического поля.

Система уравнений динамики многофазной среды (1)–(4) решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [20, 21]. Шаг по времени вычислялся, исходя из условия Куранта – Фридрихса – Леви [20]. Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [22] после перехода с n-го на новый временной слой -$t = t^{n+1}$.

При расчете ударно-волновых течений двухфазной смеси для составляющих скорости несущей среды и дисперсной компоненты задавались однородные граничные условия Дирихле на закрытых концах моделируемого канала $x = 0$ и $x = L$. Для остальных динамических функций гетерогенной смеси и для составляющих векторов скоростей несущей и дисперсной фазы на боковых поверхностях канала задавались однородные граничные условия Неймана, согласно методике конечно-разностного моделирования динамики сжимаемого теплопроводного газа [20] и методике моделирования динамики, взвешенной в сжимаемом топливопроводном газе, дисперсной компоненты с изменяющейся «средней плотностью» и энергией [3, 4]:

$$
\begin{aligned}
u_1(t,1,j)&=0, & u_2(t,1,j)&=0,\\
v_1(t,1,j)&=0, & v_2(t,1,j)&=0,\\
u_1(t,N_x,j)&=0, & u_2(t,N_x,j)&=0,\\
v_1(t,N_x,j)&=0, & v_2(t,N_x,j)&=0,\\
u_1(t,i,1)&=u_1(t,i,2), & u_2(t,i,1)&=u_2(t,i,2),\\
v_1(t,i,1)&=v_1(t,i,2), & v_2(t,i,1)&=v_2(t,i,2),\\
u_1(t,i,N_y)&=u_1(t,i,N_y-1), & u_2(t,i,N_y)&=u_2(t,i,N_y-1),\\
v_1(t,i,N_y)&=v_1(t,i,N_y-1), & v_2(t,i,N_y)&=v_2(t,i,N_y-1),\\
\rho_1(t,1,j)&=\rho_1(t,2,j), & \rho_2(t,1,j)&=\rho_2(t,2,j),\\
\rho_1(t,N_x,j)&=\rho_1(t,N_x-1,j), & \rho_2(t,N_x,j)&=\rho_2(t,N_x-1,j),\\
\rho_1(t,i,1)&=\rho_1(t,i,2), & \rho_2(t,i,1)&=\rho_1(t,i,2),\\
\rho_1(t,i,N_y)&=\rho_1(t,i,N_y-1), & \rho_2(t,i,N_y)&=\rho_2(t,i,N_y-1),\\
e_1(t,1,j)&=e_1(t,2,j), & e_2(t,1,j)&=e_2(t,2,j),\\
e_1(t,N_x,j)&=e_1(t,N_x-1,j), & e_2(t,N_x,j)&=e_2(t,N_x-1,j),\\
e_1(t,i,1)&=e_1(t,i,2), & e_2(t,i,1)&=e_1(t,i,2),\\
e_1(t,i,N_y)&=e_1(t,i,N_y-1), & e_2(t,i,N_y)&=e_2(t,i,N_y-1).
\end{aligned}
$$

Примененная в данной работе математическая модель может быть использована для расчёта двухмерных течений вязкого газа, но так как для составляющих скорости на боковых поверхностях задавались однородные граничные условия Неймана, то поперечные составляющие тензора вязких напряжений в моделируемом процессе отсутствовали.

Уравнение Пуассона [19, 23], описывающее потенциал электрического поля (6), решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [23] на сгенерированной для газодинамических расчетов сетке с целью учесть влияние силы Кулона при решении уравнений динамики двухфазной среды, а также учесть распределение «средней плотности» дисперсной фазы в узлах разбиения физической области при решении уравнения Пуассона. Для потенциала внутреннего электрического поля газовзвеси задавались однородные граничные условия Неймана в той части канала, которая заполнена электрически заряженной дисперсной компонентой газовзвеси, и однородные граничные условия Дирихле в той части канала, в которой расположен однородный газ:

$$
\begin{aligned}
&\varphi(1,j)=0, \quad \varphi(N_x,j)=\varphi(N_x-1,j),\\
&\varphi(i,1)=0, \quad \varphi(i,N_y)=\varphi(i,N_y-1).
\end{aligned}
$$

Такая постановка граничных условий связана с тем, что если граница области проводящая, то нормальная составляющая тока равна нулю:

$$\vec{j}_n = \tau \vec{E}_n = -\tau \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$$

(здесь τ – коэффициент проводимости), следовательно $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели был реализован на языке Fortran.

В работе [10] было проведено сопоставление результатов расчётов нестационарных течений неоднородной среды, проведенных описанной выше методикой моделирования, с известными из литературы результатами численного моделирования, в которых применялся метод крупных частиц [3]. Также результаты расчётов ударно-волновых течений запыленной среды явным конечно-разностным методом Мак-Кормака были сопоставлены с результатами физического эксперимента [11]. Сопоставление расчётов течений многофазных сред с численными расчетами, проведёнными на основе другой методики моделирования и результатами физического эксперимента, показали приемлемое соответствие.

2. Результаты расчетов

В данной работе численно моделировалось распространение прямого скачка уплотнения, движущегося из чистого газа в запылённую среду. Моделируемая ударная труба представляет собой канал, разделённый на две части: в левой части канала находится газ, сжатый до большего давления, чем газ в правой части канала. При этом правая часть канала содержит гетерогенную среду – газ с взвешенными в нём твердыми частицами. В расчётах предполагалось, что давление газа в камерах высокого и низкого давлений равно p_2 = 196 КПа и p_1 = 98 КПа соответственно. Дисперсная фаза в камере низкого давления имела объёмное содержание α = 0.0005 и истинную плотность материала ρ_{20} = 1850 кг/м^3. Длина канала составляла L = 10 м, ширина канала составляла h = 0.1 м; предполагалось, что все частицы дисперсной фазы имеют электрический заряд одинакового знака с удельным массовым зарядом q_0 = 0.001 Кл/кг. Из работ [3, 4, 17] следует, что в процессе движения ударной волны по запылённой среде в направлении движения ударной волны происходит увеличение концентрации частиц дисперсной фазы. Распространение ударной волны из чистого газа в газовзвесь характеризуется значительным уменьшением концентрации частиц за волной сжатия, распространяющейся в запылённую среду, и увеличением концентрации частиц вблизи переднего края ударной волны.

В начальный момент времени распределение давления, плотности и температуры газа, а также объёмного содержания частиц дисперсной фазы задавались следующими условиями:

$$0 < x < 5,\ p = 196 \text{ КПа},\ \rho_1 = 2.408 \text{ кг/м}^3,\ T_1 = 293 \text{ K},\ \alpha = 0;$$

$$x \geq 5,\ p = 98 \text{ КПа},\ \rho_1 = 1.204 \text{ кг/м}^3,\ T_1 = 293 \text{ K},\ \alpha = 0.0005.$$

Так как несущая среда моделируется как термодинамически идеальный газ, то количественные изменения в давлении газа учитывают изменения плотности и температуры несущей среды и в целом отражают процессы ударно-волнового течения газовой компоненты запылённой среды. На рис. 1 представлено пространственное распределение давления газа при распространении ударной волны в газовзвесях с электрически нейтральной и заряженной дисперсной компонентой. Видно, что на участке между волной сжатия и волной разряжения в электрически заряженной газовзвеси наблюдается область, где давление газа отличается от давления газа при прохождении ударной волны из чистого газа в нейтральную газовзвесь. На рис. 1 можно наблюдать, что в данной области давление газа в электрически заряженной газовзвеси больше, а затем меньше, чем давление газа в электрически нейтральной газовзвеси (в направлении движения ударной волны). Сила Кулона воздействует на дисперсную компоненту газовзвеси в направлении из камеры низкого давления, заполненной запылённой средой, в камеру высокого давления (рис. 2). Максимальное значение продольной составляющей удельной силы Кулона наблюдается на границе запылённой среды и чистого газа.

На рис. 3 представлено распределение продольной составляющей скорости несущей среды вблизи контакта ударной волны и невозмущенного газа. В процессе распространения ударной волны в камеру низкого давления происходит увеличение скорости спутного потока газа. При этом ускорение спутного потока происходит по мере продвижения ударной волны.

На рис. 4 изображены распределения «средней плотности» твердой фазы для газовзвесей с электрически заряженной и нейтральной дисперсными компонентами вдоль продольной

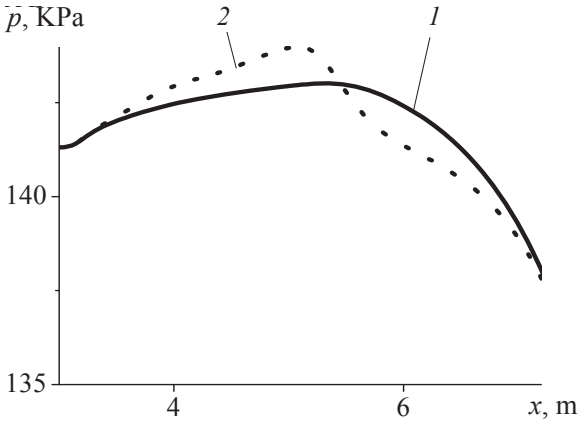


Рис. 1. Пространственное распределение давления в направлении продольной координаты для запылённых сред с диаметром частиц d = 100 мкм. Кривая *2* –электрически заряженная газовзвесь, кривая *1* – электрически нейтральная газовзвесь. Момент времени t = 10.3 мс

Fig. 1. Spatial distribution of the pressure in the direction of the longitudinal coordinate for dusty media with a particle diameter of d = 100 μm. Curve *2* is an electrically charged gas suspension, curve *1* is an electrically neutral gas suspension. The time instant is t = 10.3 ms

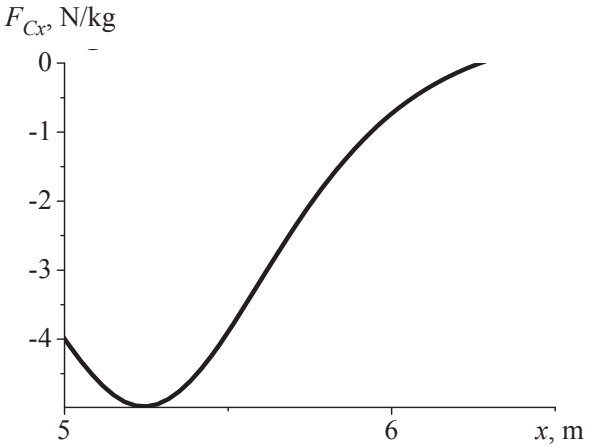


Рис. 2. Распределение продольной составляющей удельной силы Кулона вдоль канала на единицу массы дисперсной компоненты газовзвеси

Fig. 2. Distribution of the specific Coulomb force in the channel along the longitudinal coordinate per unit mass of the dispersed component of the gas suspension

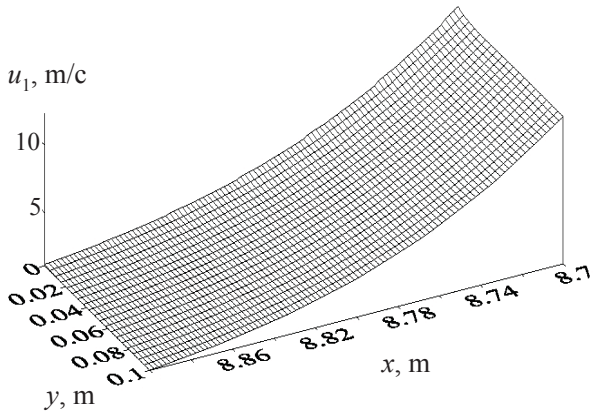


Рис. 3. Пространственное распределение продольной составляющей скорости газа на одном из участков канала. Момент времени t = 10.3 мс

Fig. 3. Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity in one of the channel sections. The time instant is t = 10.3 ms

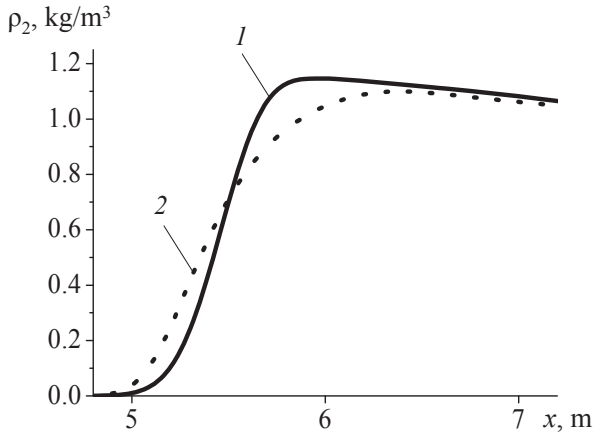


Рис. 4. Пространственное распределение «средней плотности» дисперсной компоненты смеси в направлении продольной координаты. Кривая *2* – электрически заряженная газовзвесь, кривая *1* – электрически нейтральная газовзвесь. Момент времени t = 10.3 мс

Fig. 4. Spatial distribution of the “average density” of the dispersed component of the mixture in the direction of the longitudinal coordinate. Curve *2* is an electrically charged gas suspension, curve *1* is an electrically neutral gas suspension. The time instant is t = 10.3 ms

координаты. Процесс массопереноса дисперсной компоненты смеси в направлении движения газа для электрически заряженной газовзвеси более длительный. В связи с этим в области контакта чистого газа и запылённой среды «средняя плотность» дисперсной фазы выше. На участке увеличения «средней плотности» значение этой величины в электрически заряженной газовзвеси меньше, чем в нейтральной. При этом продольная составляющая скорости несущей среды в процессе распространения ударной волны из чистого газа в электрически заряженную газовзвесь также имеет участки со значениями отличными от значения скорости несущей среды в электрически нейтральной газовзвеси (рис. 5, *а*).

Для давления газа и «средней плотности» дисперсной фазы отличие от аналогичных параметров нейтральной газовзвеси заключается

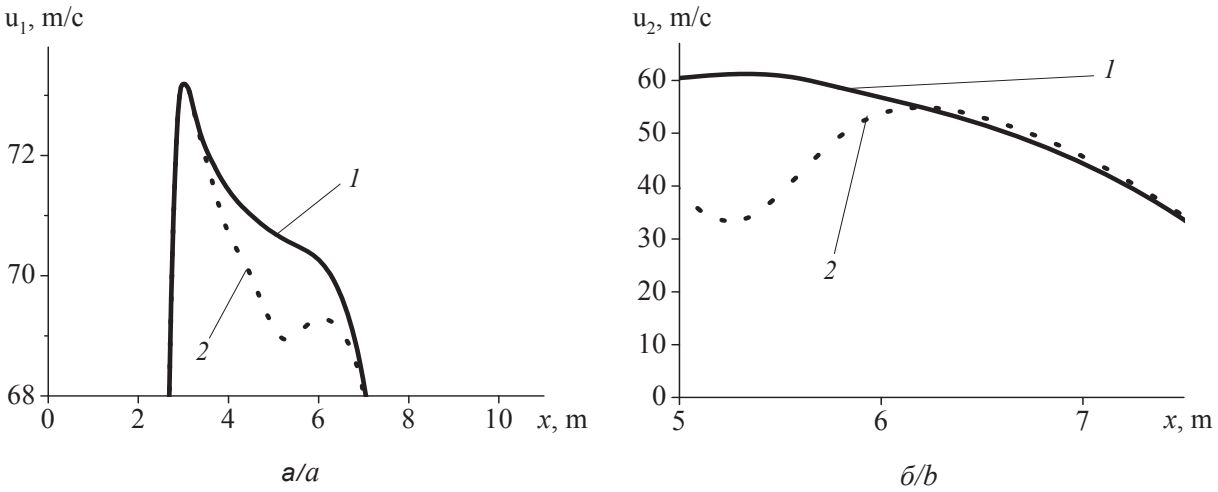


Рис. 5. Пространственное распределение продольных составляющих скоростей несущей среды (*а*) и дисперсной компоненты (*б*) в направлении продольной координаты. Кривая *2* – электрически заряженная газовзвесь, кривая *1* – электрически нейтральная газовзвесь, момент времени t = 10.3 мс

Fig. 5. Spatial distribution of the longitudinal components of the velocities of the carrier medium (*a*) and the dispersed component (*b*) in the direction of the longitudinal coordinate. Curve *2* is an electrically charged gas suspension, curve *1* is an electrically neutral gas suspension, the time instant is t = 10.3 ms

в том, что значения этих величин для электрически заряженной газовзвеси больше на участке контакта газа и запылённой среды, а на участке уплотнения «средней плотности» меньше (см. рис. 1, 4); для скорости газа на указанных участках в направлении движения ударной волны наблюдается сначала уменьшение, а затем увеличение (см. рис. 5, *а*). Данная закономерность может объясняться тем, что в процессе движения ударной волны по запылённой среде вследствие межфазного взаимодействия на участке с большей «средней плотностью» дисперсной фазы скорость несущей среды уменьшается, в результате чего происходит переход кинетической энергии газа в потенциальную, т. е. увеличивается давление газа. Для нейтральной и заряженной газовзвесей скорость дисперсной компоненты имеет меньшее значение, чем скорость газа (см. рис. 5, *б*). При этом в электрически заряженной газовзвеси вблизи контакта запылённой среды и чистого газа скорость движения дисперсной фазы существенно ниже, чем скорость движения дисперсной фазы в нейтральной запылённой среде: u_2 = 61 м/с и u_2 = 33 м/с в нейтральной и заряженной газовзвесях соответственно.

Выводы

Проведены численные эксперименты по распространению ударной волны из чистого газа в запылённую среду с электрически нейтральной и заряженной дисперсными компонентами. Было выявлено, что в электрически заряженной газовзвеси наблюдается отличие давления и скорости газа, «средней плотности» и скорости дисперсной компоненты от аналогичных величин в газовзвеси с электрически нейтральной дисперсной компонентой. При этом на участках канала, где значение «средней плотности» в электрически заряженной газовзвеси больше, чем в нейтральной, наблюдается рост давления и уменьшение скорости несущей среды. Данная закономерность может быть объяснена переходом кинетической энергии газа в потенциальную энергию при уменьшении скорости движения газа вследствие межфазного взаимодействия на участке канала, где концентрация частиц дисперсной фазы в электрически заряженной запылённой среде больше, чем в нейтральной. Отличие в распределении «средней плотности» дисперсной фазы электрически нейтральной и заряженной газовзвесей может быть вызвано тем, что действие силы Кулона направлено противоположно движению ударной волны: из запылённой среды в чистый газ, так как все частицы дисперсной фазы имеют одинаковый по знаку электрический заряд. Вследствие чего скорость частиц дисперсной компоненты электрически заряженной газовзвеси имеет меньшее значение, чем скорость частиц для электрически нейтральной газовзвеси. Таким образом, концентрация частиц дисперсной фазы в электрически заряженной газовзвеси в зоне контакта газа и

запылённой среды выше, чем в нейтральной. По этой причине наблюдается отличие в распределении физических параметров компонент смеси в ударно-волновом течении для электрически заряженной и нейтральной газовзвесей. Выявленные различия давления и скорости несущей среды при распространении ударной волны из чистого газа в нейтральную и электрически заряженную запылённые среды вызваны силовым взаимодействием газовой и твердой компоненты гетерогенной смеси, твердая компонента которой испытывает на себе воздействие как аэродинамических сил, так и сил, вызванных электрическим полем.

Список литературы

1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред : в 2 ч. М. : Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.
2. *Губайдуллин Д. А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань : Изд-во Казан. матем. о-ва, 1998. 153 с.
3. *Кутушев А. Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб. : Недра, 2003. 284 с.
4. *Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А.* Волновые процессы в газовзвесях частиц металлов. Новосибирск : Параллель, 2015. 300 с.
5. *Sadin D. V.* TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2016. Vol. 56, № 12. P. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137
6. *Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P.* Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls // High Temperature. 2013. Vol. 51, № 5. P. 665–672. DOI: 10.1134/S0018151X13050210
7. *Varaksin A. Y.* Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows // High Temperature. 2014. Vol. 52, № 5. P. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204
8. *Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I.* Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics. 2013. Vol. 20, № 1. P. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071
9. *Zhuoqing A., Jesse Z.* Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. 2019. March 1. Vol. 345. P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098
10. *Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A.* Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // Mathematical Models and Computer Simulations. 2015. Vol. 7, iss. 3, P. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072
11. *Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A.* Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures // Doklady Physics. 2016. Vol. 61, № 2. P. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038
12. *Tada Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y.* Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2016. February. Vol. 93. P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063
13. *Zinchenko S. P., Tolmachev G. N.* Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // Plasma Physics Reports. 2013. Vol. 39, № 13. P. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176
14. *Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T.* Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature. 2012. Vol. 50, № 5. P. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050
15. *Tukmakov A. L., Tukmakov D. A.* Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2018. Vol. 91, iss. 5. P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8
16. *Панюшкин В. В., Пашин М. М.* Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. 1984. № 2. С. 25–27.
17. *Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A.* Influence of the disperse phase properties on characteristics of the shock wave passing the direct shock from pure gas in the gas mixture // Russian Aeronautics. 2017. Vol. 60, № 3. P. 457–462. DOI: 10.3103/S1068799817030205
18. *Тукмаков Д. А.* Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Известия вузов. ПНД. 2019. Т. 27, № 3. С. 73–85. DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85
19. *Сальянов Ф. А.* Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М. : Наука, 1997. 240 с.
20. *Fletcher C. A.* Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin, etc. : Springer-Verlang, 1988. 502 p.
21. *Тукмаков А. Л.* Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
22. *Музафаров И. Ф., Утюжников С. В.* Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.
23. *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И.* Вычислительные методы : в 2 т. М. : Наука, 1977. Т. 2. 401 с.

Образец для цитирования:

Тукмаков Д. А., Ахунов А. А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запылённую среду // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 183–192. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192

Numerical Study of the Influence of the Electric Charge of a Dispersed Phase on the Propagation of a Shock Wave from Homogeneous Gas to a Dusty Medium

D. A. Tukmakov, A. A. Ahunov

Dmetry A. Tukmakov, https://orcid.org/0000-0002-0335-8548, Federal Research Center of the Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2/31 Lobachevsky St., Kazan 420111, Russia, tukmakovDA@imm.knc.ru

Adel A. Ahunov, https://orcid.org/0000-0001-9216-4675, Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev–KAI, 10 K. Marx St., Kazan 420111, Russia, white-bars95@yandex.ru

Background and Objectives: The currents of heterogeneous media occur in nature and in industrial technologies. In this paper, we consider the propagation of shock waves from pure gas to a heterogeneous mixture consisting of particles suspended in gas and having an electric charge. A mathematical model is used which takes into account the difference between the velocity and temperature of the components of the mixture. The force of aerodynamic drag describes interphase force interaction. **Materials and Methods:** The carrier medium is described as a viscous compressible heat conducting gas. The equations of the mathematical model are solved by an explicit method of finite differences of second order accuracy, using a nonlinear correction of the mesh function obtained using a numerical method. The system of equations of the mathematical model is supplemented with boundary conditions. **Results:** Due to numerical modeling, it has been found that in the electrically charged gas slurry there is a difference in the pressure and velocity of the gas, the "average density", and the velocity of the dispersed component from similar values in the gas slurry to the electrically neutral dispersed component. In addition, in the regions of the channel where the "average density" in the electrically charged gas slurry is greater than in the neutral gas slurry, there is an increase in pressure and a decrease in the velocity of the carrier medium. It is also apparent from the calculations that the particle velocity of the dispersed component of the electrically charged gas suspension of the particles is less than the particle velocity of the neutral gas suspension. Thus, the concentration of dispersed phase particles in the electrically charged gas slurry in the gas/dust contact zone is higher, resulting in a difference in the velocity and pressure distribution relative to that observed in the electrically neutral gas slurry. **Conclusions:** The revealed differences in the parameters of the carrier medium during the propagation of a shock wave from a pure gas into a neutral and electrically charged dusty medium arise due to the force interaction of the gas and solid components of a heterogeneous mixture. The differences were caused by the effect of Coulomb force on the dispersed component of the mixture.

Keywords: multiphase media, interphase interaction, shock waves, Navier–Stokes equation, Coulomb force.

Received: 27.11.2019 / Accepted: 15.01.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

References

1. Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznyh sred: v 2 ch.* [The dynamics of multiphase media: in 2 parts]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 2 pt. 464 p. (in Russian).
2. Gubaidullin D. A. *Dinamika dvukhfaznykh parogazokapel'nykh sred* [Dynamics of two-phase vapor-gas-droplet media]. Kazan, Izd-vo Kazan. Matem. o-va, 1998. 153 p. (in Russian).
3. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. St. Petersburg, Nedra Publ., 2003. 284 p. (in Russian).
4. Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel T. A. *Volnovye processy v gazovzvesyakh chastits metallov* [Wave processes in gas-suspended particles of metals]. Novosibirsk, Parallel Publ., 2015. 301 p. (in Russian).
5. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 12, pp. 2068–2078. DOI: 10.1134 / S0965542516120137
6. Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls. *High Temperature*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 665–672. DOI: 10.1134 / S0018151X13050210
7. Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows. *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 5, pp. 752–769. DOI: 10.1134 / S0018151X14050204
8. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2013, vol. 20, no. 1, pp. 79–86. DOI: 10.1134 / S0869864313010071
9. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 2019, March 1, vol. 345, pp. 346–351. DOI: 10.1016 / j.powtec.2018.12.098
10. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015, vol. 7, iss. 3, pp. 246–253. DOI: 10.1134/ S2070048215030072
11. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73. DOI: 10.1134 / S1028335816020038
12. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas – solid suspension flow by applying electric field. *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*, 2016, February, vol. 93, pp. 778–787. DOI: 10.1016 / j.ijheatmasstransfer.2015.09.0.063
13. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma

of an rf glow discharge. *Plasma Physics Reports*, 2013, vol. 39, no. 13, p. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176

14. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge. *High Temperature*, 2012, vol. 50, no. 5, pp. 571–578. DOI: 10.1134 / S0018151X12040050
15. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2018, vol. 91, iss. 5, pp. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8
16. Panyushkin V. V., Pashin M. M. Measurement of the charge of the powder applied by sprayers with external charging. *Lakokrasochnye materialy i ikh primenenie* [Paintwork materials and their application], 1984, no. 2, pp. 25–27 (in Russian).
17. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Influence of the disperse phase properties on characteristics of the shock wave passing the direct shock from pure gas in the gas mixture. *Russian Aeronautics*, 2017, vol. 60, no. 3, pp. 457–462. DOI: 10.3103 / S1068799817030205
18. Tukmakov D. A. Numerical simulation of oscillations of an electrically charged heterogeneous medium due to inter-component interaction. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 3, pp. 73–85 (in Russian). DOI: 10.18500 / 0869-6632-2019-27-3-73-85
19. Salyanov F. A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennykh apparatov i tekhnologii* [Fundamentals of low-temperature plasma physics, plasma devices and technologies]. Moscow, Nauka Publ., 1997. 240 p. (in Russian).
20. Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin, etc., Springer-Verlang, 1988. 502 p.
21. Tukmakov A. L. Numerical modeling of acoustic flows during resonant gas oscillations in a closed pipe. *Aviatsionnaya tekhnika* [News of higher educational institutions. Aircraft technology], 2006, no. 4, pp. 33–36 (in Russian).
22. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of a compressible gas. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling], 1993, vol. 5, no. 3, pp. 74–83 (in Russian).
23. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastic P. I. *Vychislitel'nye metody: v 2 t.* [Computational Methods: in 2 vols.] Moscow, Nauka Publ., 1977, vol. 2. 401 p. (in Russian).

Cite this article as:

Tukmakov D. A., Ahunov A. A. Numerical Study of the Influence of the Electric Charge of a Dispersed Phase on the Propagation of a Shock Wave from Homogeneous Gas to a Dusty Medium. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 183–192 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192

УДК 681.2.083:681.2.084

О физических основах работы сверхвысокочастотных электромагнитно-волновых гироскопов, базирующихся на эффекте Саньяка

П. К. Плотников, Л. А. Мельников, Ю. А. Мажирина

Плотников Пётр Колестратович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Приборостроение», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., plotnikovpk@mail.ru

Мельников Леонид Аркадьевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедры «Приборостроение», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., lam-pels@ya.ru

Мажирина Юлия Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Приборостроение», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., mazhirinayua@ya.ru

Излагаются физические основы трёх разновидностей СВЧ-гироскопов. На основе аналогий с оптическими гироскопическими устройствами выводятся соотношения для выходных характеристик, основных параметров гироскопов сверхвысокочастотного радиоволнового диапазона на основе магнетрона, настраиваемого напряжением (митрона), и для СВЧ-гироскопов на основе резонаторного волновода и гироскопов катушечного типа. Результаты могут быть использованы для определения основных параметров и свойств приборов, сопоставления расчетов с параметрами и свойствами лазерных, волоконно-оптических и других гироскопов, а также при обсуждении возможности их реализации и последующего применения на подвижных объектах.

Ключевые слова: радиочастотный гироскоп, эффект Саньяка, митрон, магнетрон, замедленные волны, показатель преломления, параметр замедления.

Поступила в редакцию: 28.11.2019 / Принята: 15.02.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-193-201

1. Состояние исследуемого вопроса и постановка задачи

В настоящее время известны гироскопы двух классов: гироскопы, основанные на принципах классической механики [1], и гироскопы, основанные на новых физических принципах – теории относительности и квантовой механики. Последние, в свою очередь, подразделяются в основном на два подкласса.

1. Гироскопы, базирующиеся на свойствах элементарных частиц, сходных со свойствами классических гироскопов, а именно: на свойстве сохранять угловое положение оси собственного вращения в пространстве неизменным и на свойстве прецессии. К этой разновидности относятся ядерные (корпускулярные) [2], ионные и радиоизотопные гироскопы. К ним также можно отнести поляризационные гироскопы в силу свойства сохранения ими инерциального характера плоскости поляризации электромагнитных волн при поворотах основания вокруг оси поляризатора или резонатора. К этой же разновидности можно отнести и некоторые другие типы гироскопов [2].

2. Гироскопы, базирующиеся на эффекте Саньяка (ГЭС), т. е. на зависимости разности фаз встречных потоков электромагнитных волн или материальных элементарных частиц в кольцевых интерферометрах от абсолютной угловой скорости. Эффект предсказан в [3], а подтвержден Саньяком экспериментально [4]. В [5] выделены этапы развития трех поколений ГЭС:

1 – лазерные гироскопы (ЛГ),

2 – волоконно-оптические гироскопы (ВОГ),

3 – гироскопы на «медленных» волнах.

Известно, что ЛГ были продемонстрированы сразу после создания лазеров. Важные положения их теории были изложены в первых статьях [6, 7]. Развитие теории, а также состояние теории, применения и перспективы развития изложены в ряде обзорных трудов, в том числе [5, 8–14 и др.].

К ГЭС относятся гироскопы радиоволнового диапазона, а также СВЧ-диапазонов и близких к ним разновидностей гироскопов. В патенте [15] заявлен СВЧ-гироскоп радиотехнического типа с многоступенчатыми гетеродинами для снижения исходных высоких частот выходов одного-двух круговых волноводных резонаторов до значений, при которых удобно определять фазу Саньяка. Она пропорциональна измеряемой угловой скорости основания. В патенте [16] также описана одна из схем гироскопа с круговым волноводом с электромагнитными встречными потоками волн и выявлением разности фаз Саньяка. В [17] изложены теоретические проработки схем гироскопов с замкнутыми контурами встречных потоков электронов с нахождением фазы Саньяка. В [18] – гироскопов на поверхностных акустических волнах (ПАВ), а в [19] – на магнитостатических волнах. Последние три типа гироскопов пока не нашли практического применения из-за низкой чувствительности.

© Плотников П. К., Мельников Л. А., Мажирина Ю. А., 2020

В данной работе излагаются физические основы трех разновидностей СВЧ-гироскопов. На основе аналогий между оптическими гироскопическими устройствами и микроволновыми получены соотношения для выходных характеристик, основных параметров гироскопов сверхвысокочастотного радиоволнового диапазона на основе магнетрона, настраиваемого напряжением (митрона) [20–24], а также для СВЧ-гироскопов на основе резонаторного волновода [15, 25, 22, 26], а также катушечного типа [27]. Результаты могут быть использованы для определения основных параметров и свойств приборов, сопоставления расчетов с параметрами и свойствами ЛГ, ВОГ и других гироскопов, а также при обсуждении возможности их реализации и последующего применения на подвижных объектах.

2. Физические основы работы

Первый СВЧ-гироскоп был описан в [28] его автором И. Л. Берштейном в 1950 г. Прибор представлял собой экспериментальный образец, в котором был обнаружен вихревой эффект Саньяка. В нем разность фаз сигналов двух встречных потоков электромагнитных радиоволн СВЧ диапазона частоты 30.4 МГц пропорциональна абсолютной угловой скорости поворота барабана с намотанным на нем 250-метровым коаксиальным кабелем-волноводом. Недостатки этого образца – низкая чувствительность, необходимость переключать направление распространения волн в кабеле и большие габариты – были устранены в ЛГ и ВОГ, нашедших широкое практическое применение. Некоторые недостатки схемы [28] устраняются и в указанных выше разновидностях СВЧ-гироскопов. Главное их достоинство – способность функционировать в более тяжелых по сравнению с другими приборами условиях работы: при ударах, больших скоростях и ускорениях углового и поступательного движений, при радиации, при температурных и других возмущениях. В магнетронных приборах присутствует источник магнитного поля с достаточно большой напряженностью, существенно превышающей напряженность магнитного поля Земли. Это приводит к тому, что небольшие изменения магнитного поля из-за ориентации прибора или присутствия сторонних полей не влияют на характеристики СВЧ-гироскопов. Электроны в СВЧ-гироскопах движутся под действием скрещенных магнитных и электрических полей по окружностям с большой угловой скоростью (циклотронное движение). Причем центры окружностей участвуют в медленном, по сравнению с циклотронной частотой, дрейфовом движении, которое происходит синхронно с замедленной электромагнитной волной. Эти движения мало-чувствительны к ускорениям, в том числе вызванным вибрациями. Срок службы СВЧ-приборов составляет сотни тысяч часов, что существенно превышает срок службы приборов, основанных на лазерном эффекте в смеси гелия и неона в лазерных гироскопах, вследствие утечек гелия или изменения состава смеси. Это может быть важным фактором при выборе того или иного типа приборов в тех случаях, когда нет нужды в высокой точности измерений.

Рассматриваемые три разновидности СВЧ-гироскопов будем обозначать как:

СВЧ-ГМ (гироскоп – магнетрон) на основе магнетрона, настраиваемого напряжением, т. е. митрона [16];

СВЧ-ГВ (гироскоп – волновод) на основе волновода-резонатора [25];

СВЧ-ГБ (гироскоп Берштейна) на основе гироскопа И. Л. Берштейна или его аналогов [27, 28].

Основные формулы для вычисления выходных характеристик получены из теории ЛГ и ВОГ, построенной в соответствии с положениями теории относительности, изложенными, в частности, в [3–4, 6, 12, 14 и др.], а также с учётом теории митронов и магнетронов [24, 26]. Основная идея состоит в том, что коэффициент преломления в оптических средах совпадает с коэффициентом замедления волны в замедляющей системе магнетрона, т.е. в СВЧ-электромагнитных полях. Это позволило применить с корректировкой соответствующие соотношения из теории оптических гироскопов в теории СВЧ-гироскопов.

2.1. Гироскоп-митрон

Сверхвысокочастотный гироскоп на основе митрона – гироскоп-митрон (ГМ) – является аналогом лазерного гироскопа [20]. Это рассмотрение относится и к гироскопу-магнетрону. Гироскоп состоит из двух митронов, развернутых относительно друг друга на 180° так, что векторы индукции магнитов коллинеарны измерительной оси подвижного объекта и направлены встречно. Работа гироскопа основана на вихревом эффекте Саньяка, т.е. на принципе сложения угловых скоростей вращения бегущих электромагнитных волн, синхронных с вращением «электронных спиц», и поворота подвижного объекта (ПО) с выделением разностной частоты двух встречно бегущих потоков волн, пропорциональной абсолютной угловой скорости ПО. В отличие от ЛГ «спицы» в каждом митроне вращаются в одну сторону, поэтому при-

менены два митрона, а также схема выделения их разностной частоты. В [20] описан прибор, состоящий из двух отдельных митронов, что приводит к большой погрешности при отличии их масштабных коэффициентов. В [23] представлено техническое решение, при котором оба митрона размещены в едином герметичном корпусе так, что их резонаторы имеют общую часть с едиными магнитым (оно слабое по сравнению с обычными митронами) и электрическим полями. Кроме того, митроны имеют одни и те же источники питающих напряжений. В [24] применена схема вычитания частот не на резисторах, а на волноводе для повышения точности устройства.

В нормальном режиме на подвижном объекте прибор ГМ работает следующим образом. После включения питания электронные пушки начинают инжектировать электронные потоки в пространства взаимодействий, находящиеся между катодами и анодными системами. Электроны попадают в скрещенные магнитные и электрические поля и под действием радиальных электростатических сил и тангенциальных сил Лоренца начинают двигаться по окружностям с циклотронной частотой. Электроны отдают свою энергию электромагнитному полю при синхронизме, когда вращение электронного облака и электронных спиц происходит синхронно с распространением электромагнитной волны в азимутальном направлении в замедляющей системе. Возникают бегущие электромагнитные волны, характеризуемые колебаниями π-типа, фазовые скорости распространения этих волн являются замедленными по сравнению со скоростью света.

Конструктивная схема резонансного гироскопа сверхвысокочастотного диапазона (СВЧ-ГМ) представлена в [20].

Рассмотрим работу прибора при настройке и в нормальном режиме функционирования. После подключения питающих напряжений вначале к накальным катодам, а затем к анодам с помощью переменных резисторов производят настройку частот колебаний митронов, контролируя их по показаниям прецизионного частотомера до полного уравнивания. Прибор при этом должен быть установлен измерительной осью в направлении, при котором измеряемая угловая скорость равна нулю, например, направление Восток – Запад. Питание от прибора отключают и его устанавливают на подвижном объекте.

В нормальном режиме прибор работает следующим образом. За счет перевернутого положения второго митрона по отношению к первому направления вращения электронных втулок со спицами являются встречными. При отсутствии измеряемой угловой скорости частоты вращения спиц одинаковы, а разность частот равна нулю. При наличии вращения объекта вокруг измерительной оси с абсолютной угловой скоростью Ω частота выходного сигнала, например, в первом митроне, уменьшается на величину, пропорциональную Ω, а во втором – на эту же величину возрастает. Разность частот выходных сигналов резонаторов митронов пропорциональна измеряемой угловой скорости. Сигналы снимаются электродами анодов и вводятся в систему вычитания. Следует отметить, что в СВЧ-магнетроне генерация происходит на одной волне (а не на двух встречных волнах), т. е. эффект связи встречных волн отсутствует. Но при этом приходится использовать два идентичных магнетрона для измерения угловой скорости вращения. Появление сдвига частоты во вращающемся магнетроне можно пояснить следующим образом. Азимутальная зависимость поля в кольцевом резонаторе замедляющей системы может быть записана как $exp(im\varphi)$, где m – целое число. Для типа колебания, при котором поля в соседних резонаторах колеблются в противофазе, m следует заменить на $N/2$, где N – число резонаторов в анодном блоке. При вращении анодного блока с угловой скоростью Ω находящиеся в инерциальном пространстве электроны будут воспринимать осциллирующее поле в резонаторах анодного блока с собственной частотой ω в неподвижном блоке на частоте $\omega+N\Omega/2$ вследствие пространственной модуляции поля [21], так как можно записать, что азимутальные углы в инерциальной и вращающейся системе координат связаны соотношением $\varphi' = \varphi + \Omega t$. На этой же частоте и будет происходить генерация из-за синхронизма вращения спиц и изменения поля. Так как направления вращения электронных облаков в митронах противоположны, то разностная частота $\Delta\omega = K_M \cdot \Omega$, где K_M – безразмерный масштабный коэффициент, т.е. с учетом изложенного выше $K_M = N$. Для выходного сигнала в круговых частотах он является безразмерным. K_M^K – масштабный коэффициент для выходного сигнала, в обычных частотах имеет размерность рад$^{-1}$.

Пример. Получим выражение для масштабного коэффициента K_M^K для $N = 4$. Как следует из соображений, приведенных выше, частота митрона соответствует частоте поля в резонаторах анодного блока, измененной из-за вращения. Ко-

эффициент K_M^K в случае отсчета выходного сигнала $\Delta\nu$ в обычных частотах, т.е. при $\Delta\omega_k = 2\pi\Delta\nu$, определяется выражением $K_M^K = \frac{4}{2\pi}$.

Значит $\Delta\nu = 4\Omega / 2\pi$, и $\Omega = 0.01$ рад/с.

$\Delta\omega_k = 0.04$ рад/с = 137.51 угл. мин/с.

Параметры вполне приемлемы для реализации, но для выходного сигнала СВЧ-ГМ прежде всего не по частоте, а по интегралу от этой частоты (углу поворота):

$$\frac{d\psi_k}{dt} = K_M\Omega(t); \quad \psi^k = \psi^k(0) + \int_0^t 4\Omega(\tau)d\tau, \quad (1)$$

где $\psi^k(0)$, $\psi^k(t)$ – начальный и текущий фазовые углы периодически изменяющегося разностного выходного сигнала. Величина масштабного коэффициента сравнима с аналогичной для широко используемых волновых твердотельных гироскопов.

Следует отметить, что в качестве чувствительных элементов СВЧ-ГМ можно применять многорезонаторные магнетроны, в которых обеспечивается большая стабильность несущей частоты, но сложнее осуществлять их перестройку в связи с более высокой, чем у митронов, добротностью резонаторов. Для функционирования чувствительных элементов достаточна мощность потребления на уровне долей-единиц Ватт в отличие от их обычного промышленного применения.

Нетрудно видеть, что масштабный коэффициент ГМ на несколько порядков меньше, чем в ЛГ. Но в ряде применений это не имеет решающего значения. Недостатком прибора является невозможность обеспечения одинаковости масштабных коэффициентов, приводящих к разности их частот даже при невращающемся объекте. С целью устранения этого недостатка было предложено несколько решений [22–25, 29, 30], одними из перспективных являются одномагнетронные гироскопы [29, 30].

Частота магнетрона при вращении изменяется на $\Delta\nu$ из-за эффекта Саньяка:

$$\nu = \nu_0 + \Delta\nu. \quad (2)$$

На выходе микропроцессора наблюдают разность частот, равную:

$$\Delta\nu = \nu - \nu_0 = \nu - \frac{4S}{4L}, \quad (3)$$

где $S = \pi R^2$ – площадь контура, охватываемого осевой линией замедляющей системы, L – периметр этого контура, R – полусумма радиусов катода и анода.

Приращение фазы выходного сигнала измеряют через приращение τ времени, задаваемое генератором в микропроцессоре:

$$\varphi - \varphi_0 = \nu_0\tau; \quad \tau = \frac{\varphi - \varphi_0}{\nu_0} = K_M^K \int_{t_0}^{t} \Omega(\tau)\, d\tau/\nu_0. \quad (4)$$

В России и за рубежом выпускается большое количество микропроцессоров. В частности, в США – это микропроцессоры Intel Xeon 3403, которые характеризуются тактовой частотой 2 ГГц, разрядностью 64 бит и другими параметрами, обеспечивающими функционирование одномагнитронных гироскопических измерителей угловой скорости (ОМ ГИУС). Могут быть применены и микроконтроллеры, например, Texas Instrument CC2640 с тактовой частотой 2.4 ГГц и разрядностью 32 бит. В его состав входят также два компаратора. Выпускаются промышленностью и сборки компараторов. Например, отечественная микросхема цифрового фазового генератора 5861 ДФ2У предназначена для измерения фазового рассогласования между двумя гармоническими сигналами. В ее состав входят два делителя частоты, фазовый компаратор и формирователь сигналов рассогласования.

Рассмотрим процесс работы одномагнетронного гироскопа-магнетрона более подробно. После подключения питания прибор через небольшое время готов к работе. Фазовый компаратор включают в работу при неподвижном объекте для определения собственной частоты генерации магнетрона. Производят калибровку прибора при размещении магнетрона, например, осью чувствительности по линии Восток–Запад в плоскости горизонта. Определяют по выходным сигналам магнетрона и генератора номинальную (при $\Omega = 0$) частоту магнетрона. В итоге частоты выходных сигналов магнетрона и генератора регулируют так, чтобы они стали равными ν_0. После этого, например, с помощью поворотного стола, измерительную ось прибора направляют в плоскости горизонта на Север, т.е. вдоль северной составляющей угловой скорости вращения Земли. Затем, после обработки, сигналов в микропроцессоре и калибраторе, определяют масштабный коэффициент прибора K_M. Масштабный коэффициент ОМ ГИУС вдвое меньше, чем в двухмагнетронных гироскопических измерителях угловых скоростей (ДМ ГИУС), поскольку в одномагнетронной системе, как отмечалось выше, сдвиг частоты равен $\Delta\nu$ (формулы (2, 3)). Для двухмагнетрон-

ной системы он равен $2\Delta\nu$, так как сдвиги частот генерации в каждом магнетроне одинаковы и противоположны по знаку.

Имеется схема одномагнетронного гироскопического измерителя угловых скоростей с реверсированием вектора магнитной индукции (ОМР ГИУС) [30]. Отличием от описанного выше прибора является реверсирование вектора магнитной индукции, что усложняет конструкцию, но приводит к повышению точности. Математические модели приборов во многом аналогичны. Отметим, что частота генерации митрона зависит от напряжения между катодом и анодом. Таким образом, для гироскопических применений необходимо использовать стабилизированные источники питания или питать оба магнетрона (митрона) от одного источника.

2.2. Сверхвысокочастотный гироскоп волноводного типа

Чувствительным элементом сверхвысокочастотного резонансного гироскопа является круговой в плане волновод с прямоугольным или другим поперечным сечением, например, круглым [15], с тонкими металлическими стенками, – тогда основу этого прибора составляет тороидальный резонатор, в котором добротность выше, чем в волноводах других типов. К косвенному аналогу рассматриваемого прибора можно отнести микроволновый гироскоп по патенту [15].

В состав прибора входит круговой волновод-резонатор с прямоугольным или круглым поперечным сечением оболочки с тонкими стенками, закрепленный на корпусе подвижного объекта, абсолютная угловая скорость ω которого подлежит определению. Плоскость осевой линии кругового резонатора перпендикулярна измерительной оси OZ прибора. При прямоугольном сечении резонатора широкая сторона параллельна измерительной оси OZ. В полость резонатора вводится возбудитель в виде, например, круглого штыря для подведения энергии электромагнитных сверхвысокочастотных колебаний. Частота подводимого напряжения и размеры резонатора соответствуют условиям резонанса электромагнитных волн. Кроме того, вводятся еще n электродов, конструктивно аналогичных возбудителю, но предназначенных для отвода энергии электромагнитных колебаний и являющихся зондами. Количество зондов должно быть таким, чтобы они позволяли отобразить кривую электрической напряженности не менее чем для полной волны неподвижной интерференционной картины, образованной встречными бегущими волнами, следовательно, их должно быть по крайней мере 8. В резонаторе размещено фазовращающее устройство, основанное, например, на эффекте Фарадея и представляющее собой невзаимный элемент. Фазовращающее устройство может быть выполнено в виде ферритового фазовращателя. За счет этого невзаимного элемента встречные электромагнитные волны претерпевают при проходе через него различные фазовые сдвиги, что может быть использовано для коррекции дрейфа и для других целей. Возбудитель электромагнитных колебаний соединен с выходом генератора СВЧ колебаний с помощью коаксиального кабеля, этот же выход соединен аналогичным коаксиальным кабелем с соответствующим входом схемы обработки сигналов. Зонды также с помощью коаксиальных кабелей соединены с соответствующими им входами схемы обработки сигналов. Один из входов этой схемы соединен кабелем с источником постоянного напряжения. Схема обработки сигналов представляет собой совокупность $n+1$ фазочувствительных выпрямителей, выполненных на основе СВЧ-транзисторов и входящих в блок фазочувствительных выпрямителей, с последовательно соединенными с ними фильтрами, составляющими блок фильтров. Фильтры предназначены для сглаживания СВЧ-колебаний несущей частоты, выходы которых соединены со входами $n+1$ аналого-цифровых преобразователей, составляющих блок. Выходы $n+1$ аналого-цифровых преобразователей, входящих в блок, соединены со входами бортового компьютера.

Функционирование прибора происходит следующим образом. После его подключения к источникам питания генератор начинает вырабатывать напряжение СВЧ-колебаний, которое через коаксиальный кабель подводится к штырю. Последний возбуждает электромагнитное поле в полости резонатора, в результате чего в направлении по часовой стрелке, а также в противоположном направлении в кольцевом резонаторе формируются два встречных потока бегущих электромагнитных волн одинаковой частоты, задаваемой генератором.

Интерферируя, они создают систему стоячих электромагнитных волн – неподвижную относительно резонатора интерференционную картину. При появлении постоянной угловой скорости ω поворота корпуса вокруг измерительной оси интерференционная картина, оставаясь неподвижной по углу в инерциальном пространстве, смещается относительно корпуса и, соответственно,

резонатора на величину, равную фазе Саньяка и пропорциональную измеряемой угловой скорости ω. При этом относительно каждого из зондов фазы Саньяка будут иметь различные значения.

Известно, что показатель преломления не влияет на чувствительность ВОГ: в работе [12] приведена следующая формула для фазы Саньяка для катушки из одного витка:

$$\Delta\varphi = 8\pi S n^2 (1-\alpha)\frac{\Omega}{\lambda c}, \qquad (6)$$

где $\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}$ – коэффициент увлечения Френеля. Остальные обозначения описаны выше. Полагая, как и в случае с ГМ $K_з = n$, делаем вывод о том, что коэффициент замедления не влияет на масштабный коэффициент, и имеем с учетом многократного числа пробегов m электромагнитных волн по резонатору следующую формулу для фазы Саньяка:

$$\Delta\varphi = 8\pi S m \frac{\omega}{\lambda c}. \qquad (7)$$

Число пробегов m электромагнитных волн оценивается при калибровке СВЧ-ГВ путем подачи импульсов СВЧ-сигналов и определения времени уменьшения амплитуды напряжения на выходных штырях, например в 1.41 раза. Этот же режим (в [26] представлен как рабочий) используется для определения в дискретные моменты времени фазовых сдвигов.

Пример. Условие резонанса в волноводном резонаторе $K=L/\lambda=1,2,3,4\ldots$
Зададим $\lambda = 0.25$ см; $K = 100$. Имеем:

$$K = \frac{2\pi r}{\lambda} \leftrightarrow r = \frac{K\lambda}{2\pi}, \text{ откуда } r = 3.98 \text{ см.}$$

Несущая частота, задаваемая генератором, равна: $\nu = c/\lambda = 12\cdot 10^{10}$ Гц. При $m = 10^5$ масштабный коэффициент равен:

$$K_M = m\frac{8\pi S}{\lambda c} = 2mk^2/\nu, \qquad (8)$$

$K_M = 0.0166\ c^{-1}$. Учитывая путь волны, $L_в = 2\pi r m = 2.499\cdot 10^4$ м.

Для сравнения рассчитаем масштабный коэффициент ВОГ при длине волоконной катушки $L_1 = 2.499\cdot 10^3$ м; $\lambda = 1$ мкм:

$$K_м^{ВОГ} = L_1\frac{4\pi r}{\lambda c} = 2.499\cdot 10^3\cdot\frac{12.56\cdot 3.98\cdot 10^{-2}}{10^{-6}\cdot 3\cdot 10^8} = 4.164\,c^{-1}.$$

Масштабный коэффициент в ВОГ при выбранных параметрах на два порядка больше, чем в СВЧ-ГВ, при $m = 10^4$ – на три порядка. Следовательно, данный тип гироскопов целесообразно применять на ПО с большими угловыми скоростями, где не требуются высокие точность и чувствительность.

Третий тип СВЧ-гироскопов – это катушечный гироскоп, являющийся развитием гироскопа И. Л. Берштейна [2] в направлении миниатюризации. Вместо барабана и коаксиального кабеля в [27] применены несколько вставленных друг в друга цилиндрических каркасов с катушками-волноводами микрополоскового типа. Благодаря этому принципу габариты прибора могут быть уменьшены более чем на порядок.

Заключение

В статье рассмотрены физические основы работы и схемные решения для СВЧ-гироскопов: гироскопа-магнетрона, настраиваемого напряжением (митрона), резонансного волноводного гироскопа и гироскопа катушечного типа на базе усовершенствованного гироскопа И. Л. Берштейна. Приведены основные соотношения, описывающие их свойства. Соотношения для определения выходных величин приборов получены на основе использования теории лазерных и волоконно-оптических гироскопов, в которой учтено влияние коэффициента преломления среды на их свойства. В работе использована аналогия коэффициента замедления в СВЧ-гироскопах с показателем преломления в оптических гироскопах со средами. На основе этой аналогии и получены основные соотношения (3), (5), (6), (7). Вычислено значение масштабного коэффициента, который связывает выходной сигнал СВЧ-гироскопов с угловой скоростью вращения объектов и характеризует, в том числе, чувствительность к изменениям угловой скорости. Значения этого коэффициента для СВЧ-гироскопов почти в 10 раз превышают значения этого параметра для твердотельных волновых гироскопов, что дает возможность использовать СВЧ-гироскопы в высокоточных навигационных системах.

Благодарности

Работа выполнена при фининсовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 9.2108.2017/4.6).

Список литература

1. *Граммель Р.* Гироскоп. Его теория и применения : в 2 т. М. : Изд-во иностр. лит., 1952. Т. 1, 319 с. ; Т. 2, 359 с.

2. *Малеев П. И.* Новые типы гироскопов. Л. : Судостроение, 1971. 160 с.
3. *Lodge O. J.* Aberration Problem. A Discussion concerning the Motion of the Ether near the Earth, and concerning the connection between Ether and Cross Matter, with Some New Experiments // Phil. Trans. A. 1893. Vol. 184. P. 727 –804.
4. *Sagnac G.* L'éther lumineux démontré par l'éffect du vent rélatif d'éther dans un interférométre en rotation uniforme // C. R. Acad. Sci. 1913. Vol. 157. P. 708 – 710.
5. *Кробка Н. И.* Квантовая микромеханика : гироскопы на волнах де Бойля и квантовых свойствах сверхтекучих жидкостей. Тенденции развития и состояния разработок // Сб. материалов 16-й междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2009. С. 124–137.
6. *Хромых А. М.* Кольцевой генератор во вращающейся системе отсчета // ЖЭТФ. 1966. Т. 50, вып. 1. С. 281–282.
7. *Post E. J.* Sagnac Effect // Rev. Mod. Phys. 1967. Vol. 39, № 2. P. 475–493.
8. *Вавилов С. И.* Экспериментальные основания теории относительности // Собр. соч. : в 4 т. М. : Изд-во АН СССР, 1956. Т. 4. С. 13–110.
9. *Франкфурт У. И., Френк А. М.* Оптика движущихся тел. М. : Наука, 1972. 212 с.
10. *Anderson R., Bilger H. R., Stedman G. E.* «Sagnac» effect : A century of Earth – rotated interferometers // Am. J. Phys. 1994. Vol. 62. P. 975–985. DOI: doi.org/10.1119/1.17656
11. *Малыкин Г. Б.* Ранние исследования эффекта Саньяка // УФН. 1997. Т. 167. С. 337–342. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199703i.0337
12. *Малыкин Г. Б.* Эффект Саньяка. Корректные и некорректные объяснения // УФН. 2000. Т. 170, № 12. С. 1325–1349. DOI: 10.3367/UFNr.0170.200012c.1325
13. *Loukianov D., Sorg H., Rodloff R., Stieler B.* Optical Gyros and their Application. North Atlantic Treaty Organization, 2000. 336 p. DOI: 10.14339/RTO-AG-339
14. *Вугальтер Г. А., Малыкин Г. Б.* Эффект Саньяка в кольцевых интерферометрах на «медленных» волнах // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. XLII, № 4. С. 373–382.
15. *Fesenthal Jr., Harry D.* Microwave gyro. Patent USA, no. 3861220, 1973.
16. *Speller J. B.* Relativistic inertial reference device. Patent USA, no. 3395270, 1968.
17. *Dressler E. R.* Angular rotation detection system utilizing the displactment of electron bam. Patent US, no. 3218871, 1965.
18. *Karapetyan G. G.* Microwave gyroscope – novel rotation sensor // Microwave and Optical Tech. Lett. 2000. Vol. 37, № 4. P. 255–257. DOI: https://doi.org/10.1002/1098-2760(20001120)27:4%3C255::AID-MOP10%3E3.0.CO;2-X
19. *Stancil D. D.* Theory of Magnitostatic Waves in Moving Ferrite Films and Applications to Rotation Rate Sensing // IEEE Trans. MTT. 1989. Vol. 37, № 5. P. 851–859. DOI: 10.1109/22.17451
20. Патент № 2207511 Рос. Федерация, МПК G01C19/64. Кольцевой резонансный гироскоп сверхвысокочастотного диапазона / Плотников П. К. ; Заявл. 06.12.01 ; Опубл. 27.06.03, Бюл. № 18. 4 с.
21. *Петров Б. М.* Электродинамика и распространение радиоволн. 2-е изд., испр. М. : Горячая линия-Телеком, 2004. 558 с.
22. *Melnikov L. A., Plotnikov P. K.* The perspective of microwave gyros // Symp. Gyro Tech. Lett. 2000. Vol. 27, № 4. P. 255–257.
23. Патент на полезную модель № 111632 Рос. Федерация, МПК G01C 19/64. Кольцевой резонансный гироскоп сверхвысокочастотного диапазона / Плотников П. К., Мельников Л. А. ; Заявл. 03.10.11 ; Опубл. 20.12.11, Бюл. № 35. 14 с.
24. Патент на полезную модель № 116999 Рос. Федерация, МПК G01C 19/64. Резонансный гироскоп сверхвысокочастотного диапазона / Мельников Л. А., Плотников П. К., Бессонов Д. Ю. ; Заявл. 29.12.11 ; Опубл. 10.06.12, Бюл. № 16. 14 с.
25. Патент № 2258908 Рос. Федерация, МПК G01C 19/64. Сверхвысокочастотный резонансный гироскоп / Плотников П. К. ; Заявл. 21.07.03 ; Опубл. 20.08.05, Бюл. № 23. 14 с.
26. *Плотников П. К., Сивяков Б. К., Слаповская Ю. П.* Математическое моделирование работы СВЧ-резонансного гироскопа // Сб. материалов 14-й междунар. науч. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2007. С. 44–46.
27. Патент № 2090842 Рос. Федерация, МПК G01C 19/64. Кольцевой гироскоп радиоволнового диапазона / Плотников П. К. ; Заявл. 07.05.93 ; Опубл. 20.09.97.
28. *Берштейн И. Л.* Опыт Саньяка на радиоволнах // Доклады АН СССР. 1950. Т. 75, № 5. С. 475–493.
29. Патент на полезную модель № 163266 Рос. Федерация, МПК G01C 19/00. Однорезонаторный гироскоп – магнетрон / Плотников П. К. ; Заявл. 11.01.16 ; Опубл. 10.07.16, Бюл. № 19. 12 с.
30. Патент на полезную модель № 174674 Рос. Федерация, МПК G01C 19/00. Одномагнетронный гироскоп с реверсированием вектора магнитной индукции / Плотников П. К., Мельников Л. А., Наумов С. Г. ; Заявл. 05.06.17 ; Опубл. 25.10.17, Бюл. № 30. 12 с.

Образец для цитирования:

Плотников П. К., Мельников Л. А., Мажирина Ю. А. О физических основах работы сверхвысокочастотных электромагнитно-волновых гироскопов, базирующихся на эффекте Саньяка // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 193–201. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-193-201

On the Physical Basis of Ultra-High-Frequency Electromagnetic Wave Gyroscopes Based on the Sagnac Effect

P. K. Plotnikov, L. A. Melnikov, Yu. A. Mazhirina

Petr K. Plotnikov, https://orcid.org/0000-0002-3441-4012, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politekhnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, plotnikov pk@mail.ru

Leonid A. Melnikov, https://orcid.org/0000-0002-0423-3982, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politekhnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, lam-pels@ya.ru

Yuliya A. Mazhirina, https://orcid.org/0000-0002-5495-7604, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politekhnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, mazhirinayua@ya.ru

Background and Objectives: In the present paper the physical backgrounds of three types of microwave gyroscopes are presented. **Materials and Methods:** Using the relativistic approach the relations for output characteristics are derived to determine the main parameters and properties of the microwave gyro devices: voltage tuned magnetron (mitron) and microwave gyros based on the resonant cavity, and for microwave gyro with coil. **Results and Conclusion:** The results can be used to determine the main parameters of these devices and their properties. The calculated parameters are compared with the parameters and properties of Laser Gyros, Fiber Optics Gyros and with other types of gyros. The discussion of their realizations issues and subsequent applications at the moving objects is given.

Keywords: microwave gyro, Sagnac effect, mitron, magnetron, slow waves, refraction index, slowing parameter.

Received: 28.11.2019 / Accepted: 15.02.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

***Acknowledgements**: This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 9.2108.2017/4.6).*

References

1. Grammel R. *Giroskop. Ego teoriya i primeneniya* [The gyro. Theory and applications]. Moscow, Izd-vo inostr. lit., 1952, vol. 1. 359 p.; vol. 2. 319 p. (in Russian).
2. Maleev P. I. *Novye tipy giroskopov* [New kinds of gyros]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1971. 160 p. (in Russian).
3. Lodge O. J. Aberration Problem. A Discussion concerning the Motion of the Ether near the Earth, and concerning the connection between Ether and Cross Matter, with Some New Experiments. *Phil. Trans. A,* 1893, vol. 184, pp. 727–804.
4. Sagnac G. L'éther lumineux démontré par l'éffect du vent rélatif d'éther dans un interférométre en rotation uniforme. *C.R. Acad. Sci.*, 1913, vol. 157, pp. 708–710.
5. Krobka N. I. Quantrum micromechanics: the gyro wchich use the de-Broglie waves and quantum properties of superfluids. The trends and state of developments. *Proc. of 16th International Conference on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, TsNII "Elektropribor", 2009, pp. 124–137 (in Russian).
6. Hromyh A. M. Ring cavity laser in rotated coordinate. *JETP,* 1966, vol. 50, no. 1, pp. 281–282 (in Russian).
7. Post E. J. Sagnac Effect. *Rev. Mod. Phys.*, 1967, vol. 39, no. 2, pp. 475–493.
8. Vavilov S. I. Eksperimental'nye osnovaniya teorii otnositel'nosti. *Sobranie sochinenij. T. 4* [Experimental foundations of relativity theory. Vol. 4]. Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1956, pp. 13–110 (in Russian).
9. Frankfurt U. I., Frenk A. M. *Optika dvizhushchikhsya tel* [Optics of moving]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 212 p. (in Russian).
10. Anderson R., Bilger H. R., Stedman G. E. ''Sagnac'' effect: A century of Earth-rotated interferometers. *Am. J. Phys.*, 1994, vol. 62, pp. 975–985. DOI: doi.org/10.1119/1.17656
11. Malykin G. B. Earlier investigations of Sagnac effect. *Sov. Phys. Uspekhi,* 1997, vol. 167, pp. 337–342. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199703i.0337
12. Malykin G. B. Correct and noncorrect explanations. *Sov. Phys. Uspekhi*, 2000, vol. 170, no. 12, pp. 1325–1349 (in Russian). DOI: 10.3367/UFNr.0170.200012c.1325
13. Loukianov D., Sorg H., Rodloff R., Stieler B. *Optical Gyros and Their Application.* North Atlantic Treaty Organization, 1999. 336 p. DOI: 10.14339/RTO-AG-339
14. Vugalter G. A., Malykin G. B. Sagnac effect in the ring interferometers with slow waves. *Sov. Radielectronics, Radiophysics*, 1999, vol. XLII, no. 4, pp. 373–382 (in Russian).
15. Fesenthal Jr., Harry D. *Microwave gyro.* Patent USA, no. 3861220, 1973.
16. Speller J. B. *Relativistic inertial reference device*. Patent USA, no. 3395270, 1968.
17. Dressler E. R. *Angular rotation detection system utilizing the displactment of electron bam*. Patent USA, no. 3218871, 1965.
18. Karapetyan G. G. Microwave gyroscope – novel rotation sensor. *Microwave and Optical Tech. Lett.*, 2000, vol. 37, no. 4, pp. 255–257. DOI: https://doi.org/10.1002/1098-2760(20001120)27:4%3C255::AID-MOP10%3E3.0.CO;2-X
19. Stancil D. D. Theory of Magnitostatic Waves in Moving Ferrite Films and Applications to Rotation Rate Sensing. *IEEE Trans. MTT*, 1989, vol. 37, no. 5, pp. 851–859. DOI: 10.1109/22.17451

20. Plotnikov P. K. *Ring resonant microwave gyro*. Patent RF, no. 2207511, 2003 (in Russian).
21. Petrov B. M. *Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln* [Electrodynamics and radio wave propagation]. 2nd ed. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2004. 558 p.
22. Melnikov L. A., Plotnikov P. K. The perspective of microwave gyros. *Symp. Gyro Tech. Lett*., 2000, vol. 27, no. 4, pp. 255–257.
23. Plotnikov P. K., Melnikov L. A. *Ring resonant microwavw gyro*. Patent RF, no. 111632, 2011 (in Russian).
24. Melnikov L. A., Plotnikov P. K. *Resonsnant microwave gyro*. Patent RF, no. 116999, 2012 (in Russian).
25. Plotnikoiv P. K. *Microwave resonant gyro*. Patent RF, no. 2258908, 2005 (in Russian).
26. Plotnikov P. K., Sivyakov B. K., Slapovskaya Yu. P. Mathematical modeling of the operation of microwave resonant gyro. *Proc. of 16th International Conference on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, TsNII “Elektropribor”, 2007, pp. 44–46 (in Russian).
27. Plotnikov P. K. *Ring microwave gyro*. Patent RF, no. 2090842, 1997 (in Russian).
28. Bershtein I. L. Sagnac experiment at microwaves. *Proceeding of RAS (doclady),* 1950, vol. 75, no. 5, pp. 475–493 (in Russian).
29. Plotnikov P. K. *Singlecavity gyro-magnetron*. Patent RF, no. 163266, 2016 (in Russian).
30. Plotnikov P. K., Melnikov L. A., Naumov S. G. *Singlemagnetron gyro with reversible magnetic induction*. Patent RF, no. 174674, 2017 (in Russian).

Cite this article as:

Plotnikov P. K., Melnikov L. A., Mazhirina Yu. A. On the Physical Basis of Ultra-High-Frequency Electromagnetic Wave Gyroscopes Based on the Sagnac Effect. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 193–201 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-193-201

УДК 621.37

Системы передачи информации с корреляционным приемом на базе генераторов с динамическим хаосом

В. И. Пономаренко, Е. Е. Лапшева, Е. В. Навроцкая, Ю. М. Ишбулатов, М. Д. Прохоров

Пономаренко Владимир Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского; ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, ponomarenkovi@gmail.com

Лапшева Елена Евгеньевна, старший преподаватель, кафедра информатики и программирования, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, lapsheva@yandex.ru

Навроцкая Елена Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, sidakev@gmail.com

Ишбулатов Юрий Михайлович, аспирант, кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, ishbulatov95@mail.ru

Прохоров Михаил Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, mdprokhorov@yandex.ru

Объектом исследования являются системы передачи информации, основанные на методах корреляционного приема. Целью исследования является сравнительная оценка помехоустойчивости трех различных систем передачи информации при одних и тех же уровнях внешнего шума. Использованы методы численного моделирования систем с запаздыванием. Для автоколебательных систем с запаздыванием использован подход, применяющийся в системах передачи информации на основе корреляционного приема. Показано, что принцип корреляционного приема, который используется в классических системах передачи информации, может быть использован и в том случае, когда в качестве опорных сигналов используются хаотические сигналы, генерируемые автоколебательными системами со сложным поведением. При этом помехоустойчивость такой системы связи приближается к помехоустойчивости классической системы передачи информации.

Ключевые слова: системы передачи информации, широкополосные сигналы, хаотическая несущая, корреляционный прием.

Поступила в редакцию: 21.04.2020 / Принята: 11.05.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-202-209

Введение

Гармонические колебания являются основой большинства современных систем передачи информации. Передаваемая информация в передатчике модулирует гармонические колебания по амплитуде, частоте или фазе, а в приемнике происходит обратный процесс – демодуляция. Для передачи информации можно использовать также хаотические сигналы, сгенерированные детерминированными генераторами хаоса. Возможности управления здесь значительно шире, поскольку хаотические колебания даже при небольших вариациях управляющих параметров и начальных условий демонстрируют существенно отличающееся поведение. Кроме того, хаотические сигналы являются широкополосными, и повышенный интерес к таким сигналам в радиотехнике традиционно связан с их большей информационной емкостью по сравнению с узкополосными колебаниями [1–6]. В то же время многие исследования свидетельствуют об относительно низкой помехоустойчивости систем передачи информации, основанных на синхронизации генераторов с хаотической динамикой [7–9].

В классических системах передачи информации широко используется метод корреляционного приема, который является также весьма привлекательным при использовании хаотической несущей и его идея используется в целом ряде работ по хаотической передаче информации [10–14]. Обычно считается, что из-за чувствительности к изменению начальных условий в приемнике нельзя построить точную копию сигнала передатчика, поскольку даже при задании близких начальных условий в приемнике и передатчике системы с динамическим хаосом

© Пономаренко В. И., Лапшева Е. Е., Навроцкая Е. В., Ишбулатов Ю. М., Прохоров М. Д., 2020

сначала эволюционируют по близким траекториям, а затем разбегаются в силу экспоненциальной расходимости и становятся совсем непохожи друг на друга. Поэтому один из принципов передачи информации на основе хаоса состоит в том, чтобы создать набор опорных функций (отрезков временного ряда, соответствующих символам передаваемого сигнала). Опорные функции известны в приемнике и передатчике, и в корреляционном приемнике происходит сравнение взаимной корреляции сигнала в канале связи и опорной функции. Решение о приеме того или иного символа зависит от того, с какой опорной функцией взаимная корреляция оказалась максимальной [15]. Однако развитие цифровых технологий позволяет идеально точно задавать начальные условия и создавать копию сигнала передатчика любой длины. Для этого достаточно использовать идентичные процедуры расчетов уравнений эволюции хаотического генератора в приемнике и передатчике, задавая при этом идентичные начальные условия. Построение копии сигнала передатчика в приемнике позволяет использовать стандартные схемы корреляционного приемника, разработанные для передачи информации с помощью простых детерминированных сигналов.

1. Описание метода

Одним из способов передачи двоичных сигналов в классических системах передачи информации является корреляционный прием, в частности реализованный в системах передачи с двоичной фазовой манипуляцией (binary phase shift key (BPSK)) [16]. Принцип построения такой системы передачи информации проиллюстрирован на рис. 1. В передатчике сигнал s_1 используется для кодирования логической 1, а сигнал s_2 – для кодирования логического 0. Информационный сигнал $m(t)$ управляет работой электронного ключа таким образом, что когда $m(t) = 1$, по каналу связи передается сигнал s_1, а когда $m(t) = 0$, по каналу связи передается сигнал s_2. В качестве опорных сигналов обычно используют синусоидальный сигнал с фазой 0 (s_1) и с фазой π (s_2). В приемнике верхняя и нижняя ветви схемы фактически находят взаимную корреляцию между передаваемым сигналом $z(t)$ и опорными сигналами s_1, s_2 (проводится умножение при помощи умножителя, а затем сглаживание при помощи фильтров F_1, F_2). Если корреляция принятого сигнала z с опорным сигналом s_1 выше, чем корреляция сигнала z с опорным сигналом s_2, то дискриминатор D принимает решение о том, что принята логическая 1. В противном случае дискриминатор D принимает решение о том, что принят логический 0. Таким образом, в приемнике формируется принятый информационный сигнал $m'(t)$.

Эта же структура системы передачи информации может быть использована в том случае, если опорные сигналы s_1, s_2 являются хаотическими сигналами. Эти хаотические сигналы генерируются в приемнике и передатчике при помощи идентичных цифровых процедур генерации хаотического сигнала. При этом для них идентичными являются параметры численных расчетов, начальные условия и управляющие

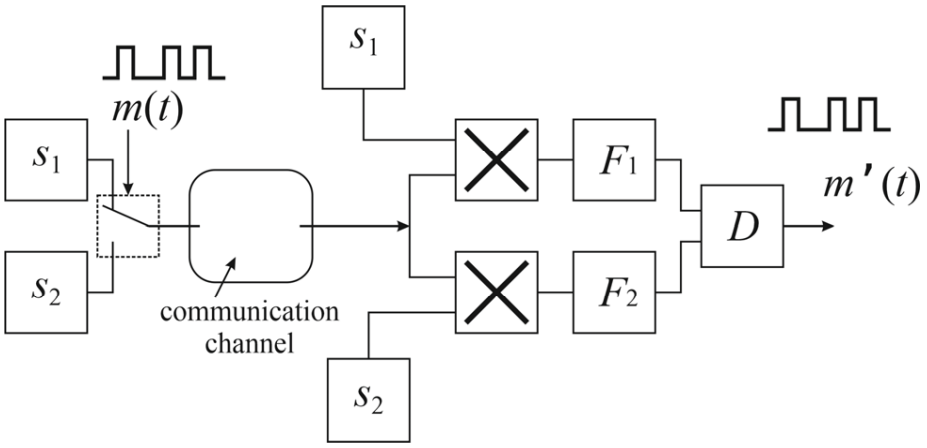


Рис. 1. Блок-схема классической системы передачи информации с корреляционным приемником: s_1, s_2 – опорные сигналы, F_1, F_2 – фильтры, D – дискриминатор

Fig. 1. Block diagram of a classical communication system with a correlation receiver, here s_1 and s_2 are reference signals, F_1 and F_2 are filters, D is a discriminator

параметры хаотической системы. Проиллюстрируем идею использования хаотических сигналов в качестве опорных на примере сигналов систем с запаздыванием. Кроме того, проведем сравнение помехоустойчивости классической системы передачи информации BPSK и системы с той же структурой, но основанной на передаче сигналов систем с динамическим хаосом.

В качестве хаотического генератора возьмем генератор с запаздывающей обратной связью, описываемый дифференциальным уравнением первого порядка с запаздыванием:

$$\varepsilon\dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t-\tau)), \qquad (1)$$

где $\varepsilon = 6.7$ – параметр инерционности, $\tau = 100$ – время запаздывания, нелинейная функция имеет вид $f(x) = a \cdot \sin(x)$, $a = 4$ – параметр нелинейности.

При этих значениях параметров в системе (1) наблюдается хаотическое поведение (рис. 2).

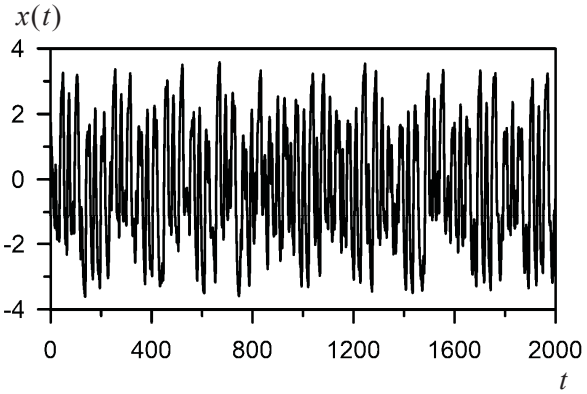


Рис. 2. Хаотический временной ряд системы с запаздыванием (1)

Fig. 2. Chaotic time series of the time-delay system (1)

Дисперсия сигнала равна примерно 3.7, среднее близко к нулю. Спектр сигнала имеет максимум на частоте, близкой к 0.025, что характерно для режимов, эволюционирующих на базе пятой гармоники основной моды системы с запаздыванием [17] с выбранным нами временем задержки.

2. Сравнение помехоустойчивости систем передачи информации

Проведем сравнение помехоустойчивости классической и двух хаотических схем передачи информации. В классической системе передачи информации сигналы s_1, s_2 являются синусоидальными с фазами 0 и π соответственно. Информационный сигнал в передатчике переключает сигнал в канале связи. Если передается сигнал s_1, то это соответствует логической 1, а если s_2 – логическому 0. Фактически информационный сигнал переключает знак сигнала задающего генератора, так что s_1 соответствует логической 1, а $s_2 = -s_1$ – логическому 0.

Первый вариант хаотической схемы предполагает наличие в передатчике хаотического сигнала от системы (1), так что $s_1 = x(t)$, $s_2 = -x(t)$. В приемнике мы получаем копию сигнала передатчика, запуская цифровую копию генератора передатчика с тех же начальных условий, что и в передатчике. Дальнейшая обработка сигнала происходит точно так же, как и в классическом приемнике.

Второй вариант хаотической схемы – в передатчике имеется 2 цифровых генератора хаоса, параметры которых идентичны, а начальные условия различаются при генерации опорных сигналов s_1, s_2. В приемнике, зная начальные условия и параметры в передатчике, мы можем получить копии сигналов s_1, s_2. Обработка сигналов происходит так же, как и в первых двух схемах.

Шаг в численной схеме интегрирования уравнения (1) равен 1, с таким же шагом введено дискретное время в классической системе передачи информации. При выбранных параметрах хаотического генератора и шаге интегрирования количество точек на характерном периоде временного ряда оказывается около 40. Для всех трех систем связи будем находить количество ошибок при передаче информации по зашумленному каналу связи. При этом дисперсия синусоидального сигнала выбрана равной дисперсии хаотического сигнала, а частота синусоидального сигнала – близкой к основной частоте в спектре хаотического сигнала. Длина бита во всех случаях равна 400 условным единицам времени (шагам интегрирования).

На рис. 3 представлены временные ряды передаваемого $m(t)$ и принимаемого $m'(t)$ информационного сигнала, а также сигнала в канале связи для трех исследуемых систем. На рис. 3, *а* в моменты переключения информационного сигнала видны изменения фазы синусоидального сигнала. На рис. 3, *б* в моменты переключения также происходит изменение знака. На рис. 3, *в* в моменты переключения информационного сигнала происходит переключение с одной хаотической системы на другую.

Информационный сигнал $m'(t)$, выделяемый в приемнике, за счет фильтрации немного сдвинут относительно $m(t)$, что легко учесть, зная параметры фильтров приемника.

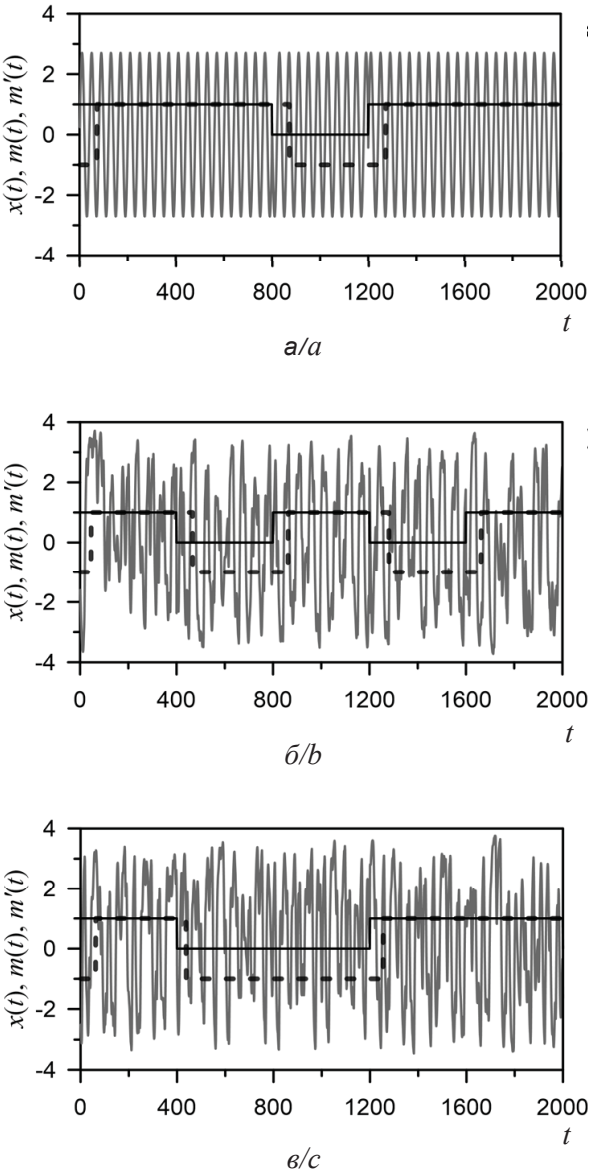


Рис. 3. Временные ряды передаваемого $m(t)$ (черный цвет) и принимаемого $m'(t)$ (пунктир) информационного сигнала, а также сигнала в канале связи (серый цвет) для трех исследуемых систем передачи информации: классической (*а*), хаотической с изменением знака передаваемого сигнала (*б*) и хаотической с различными начальными условиями (*в*)

Fig. 3. Time series of the transmitted information signal $m(t)$ (black), the received information signal $m'(t)$ (dashed line), and the signal in the communication channel (gray) for the three studied communication systems: the classical system (*a*), a chaotic system with a change in the sign of the transmitted signal (*b*) and a chaotic system with different initial conditions (*c*)

Рис. 4 иллюстрирует устойчивость предложенного метода передачи информации к шумам в канале связи. Здесь представлены временные ряды передаваемого $m(t)$ и принимаемого $m'(t)$ информационного сигнала, а также сигнала в канале связи для хаотической системы с различными начальными условиями при добавлении в канал связи нормального шума с дисперсией, равной дисперсии сигнала в канале связи.

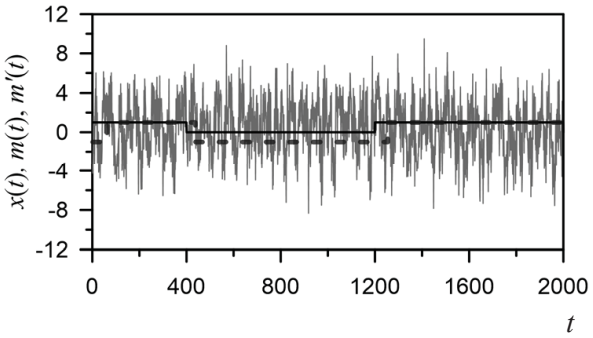


Рис. 4. Временные ряды передаваемого $m(t)$ (черный цвет) и принимаемого $m'(t)$ (пунктир) информационного сигнала, а также сигнала в канале связи (серый цвет) для хаотической системы с различными начальными условиями при добавлении шума

Fig. 4. Time series of the transmitted information signal $m(t)$ (black), the received information signal $m'(t)$ (dashed line), and the signal in the communication channel (gray) for a chaotic system with different initial conditions when adding noise

Видно, что за счет добавления шума амплитуда сигнала в канале связи стала существенно выше, но информационный сигнал практически не изменился.

Нами было проведено сравнительное исследование помехоустойчивости всех трех рассмотренных систем передачи информации. Для цифровых систем передачи информации обычно строят зависимость битовой ошибки (Bit Error Rate, BER) от величины E_b/N_0, которая представляет собой отношение энергии бита E_b к энергии шума N_0 в полосе приема [16]. На рис. 5 представлена зависимость BER от E_b/N_0 для классической схемы передачи информации и двух схем хаотической передачи информации.

Видно, что помехоустойчивость хаотической системы с изменением знака передаваемого сигнала близка к помехоустойчивости классической схемы, а помехоустойчивость хаотической системы, в которой для генерации сигналов s_1, s_2, задаются различные начальные условия, несколько уступает помехоустойчивости классической схемы. Несмотря на это, предложенные в статье хаотические схемы связи имеют преимущество в том, что обладают некоторой степенью конфиденциальности. При этом для того чтобы перехватить сообщение, неавторизованный поль-

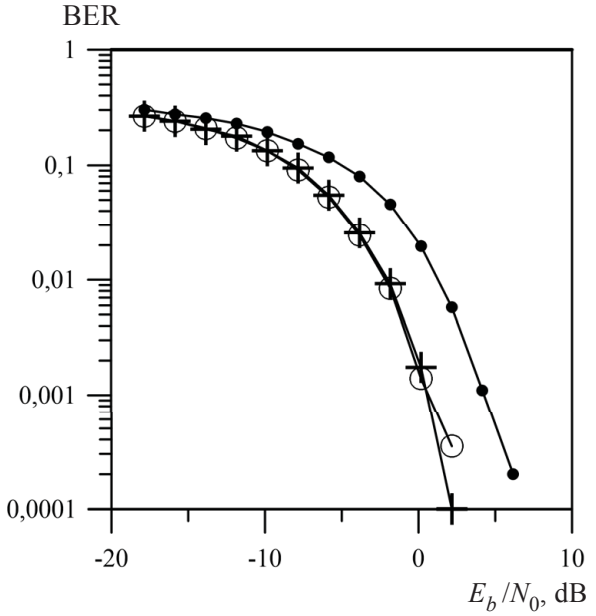


Рис. 5. Зависимость BER от E_b / N_0 для классической системы передачи информации (окружности), хаотической системы связи с изменением знака передаваемого сигнала (крестики) и хаотической схемы связи с различными начальными условиями (точки)

Fig. 5. BER dependence on E_b/N_0 for the classical communication system (circle), a chaotic communication system with a change in the sign of the transmitted signal (crosses), and a chaotic communication system with various initial conditions (points)

зователь должен знать не только управляющие параметры генераторов [18, 19], но и начальные условия автогенераторов в передатчике.

Отметим, что другие хаотические системы передачи информации, основанные на эффекте хаотической синхронизации или нелинейном подмешивании, имеют еще меньшую помехоустойчивость [20, 21].

Заключение и обсуждение

В работе показано, что идеология корреляционного приема, на которой построены классические системы передачи информации, может быть использована и в том случае, когда в качестве опорных сигналов используются хаотические сигналы, генерируемые автоколебательными системами со сложным поведением. При этом помехоустойчивость хаотической системы с изменением знака передаваемого сигнала приближается к помехоустойчивости классической системы передачи информации с наилучшими характеристиками помехоустойчивости. В то же время помехоустойчивость хаотической схемы связи с различными начальными условиями несколько хуже. По-видимому, это связано с тем, что даже при различных начальных условиях существуют отрезки времени, на которых временные ряды хаотических систем, имеющих одинаковые управляющие параметры, но различные начальные условия, становятся близкими. Это приводит к тому, что при некотором уровне аддитивного шума наблюдаются ошибки приема зашумленного сигнала.

Физическая реализация систем передачи информации с хаотической несущей возможна при использовании чисто цифровых технологий для формирования хаотической несущей. При этом все расчеты проводятся внутри цифровой схемы с использованием заранее заданных начальных условий, в канал связи подается аналоговый сигнал, полученный с выхода цифровой схемы при помощи ЦАП. В приемнике сигнал из канала связи оцифровывается при помощи АЦП и сравнивается с цифровой копией сигнала, генерируемого цифровой схемой с заранее известными начальными условиями, такими же, как в передатчике. Наиболее дешёвый вариант – использование микроконтроллеров. Частотный диапазон такого варианта – от единиц до десятков мегагерц. Использование сигнальных процессоров позволяет продвинуться в диапазон десятков – сотен мегагерц. Наконец, применение топовых программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) совместно с топовыми высокоскоростными АЦП и ЦАП позволяет использовать диапазон до 1 ГГц.

Серьезной проблемой для хаотических систем передачи информации, предложенных в данной работе, является также проблема синхронизации приемника и передатчика. Необходимо синхронизировать начало генерации опорного сигнала в приемнике, чтобы он соответствовал опорному сигналу, сгенерированному в передатчике и затем принятому приемником после прохождения по каналу связи. Кроме того, на всем протяжении сеанса связи опорные сигналы в приемнике и передатчике должны быть идентичными. Если при генерации использовать кварцевый генератор, то точность воспроизведения тактовой частоты в приемнике будет порядка 10^{-6}. Если полагать, что расхождение сигналов передатчика и приемника должно быть не более четверти характерного периода, то это примерно $2.5 \cdot 10^4$ бит, после чего необходимо синхронизировать приемник и передатчик, либо запустить процесс заново.

Ожидается, что конфиденциальность исследованных методов передачи информации с помощью хаотической несущей будет, по крайней мере, не хуже, чем для систем связи с переключением хаотических режимов, которые стали одним из эталонов в хаотической передаче информации. Существенным отличием предложенных систем связи от известных может быть то, что параметры хаотической системы в передатчике могут оставаться неизменными, что затрудняет для неавторизованного пользователя реконструкцию сигнала, основанную на оценке параметров передающей системы. В то же время помехоустойчивость рассмотренных методов передачи информации существенно лучше.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 18-07-00205 (в части исследования помехоустойчивости хаотических систем передачи информации с корреляционным приемом) и в рамках государственного задания (в части разработки систем скрытой передачи информации).

Список литературы

1. *Андреев Ю. В., Гуляев Ю. В., Кузьмин Л. В., Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Кузьмин Л. В, Лазарев В. А., Рыжов А. И., Мохсени Т. И.* Процессы передачи и обработки информации в системах со сложной динамикой / под ред. А. С.Дмитриева, Е. В. Ефремовой. М. : Техносфера, 2019. 320 с.
2. *Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // Успехи физических наук. 2009. Т. 179, № 12. С. 1281–1310. DOI: 10.3367/UFNr.0179.200912c.1281
3. *Ren H.-P., Bai C., Liu J., Baptista M. S., Grebogi C.* Experimental validation of wireless communication with chaos // Chaos. 2016. Vol. 26. 083117. DOI: 10.1063/1.4960787
4. *Кульминский Д. Д., Пономаренко В. И., Караваев А. С., Прохоров М. Д.* Устойчивая к шумам система скрытой передачи информации на хаотическом генераторе с запаздыванием с переключаемым временем задержки // Журнал технической физики. 2016. Т. 86, вып. 5. С. 1–8.
5. *Yao J.-L., Li C., Ren H.-P., Grebogi C.* Chaos-based wireless communication resisting multipath effects // Physical Review E. 2017. Vol. 96. 032226. DOI: 10.1103/PhysRevE.96.032226
6. *Carroll T. L.* Chaos for low probability of detection communications // Chaos, Solitons & Fractals. 2017. Vol. 103. P. 238–245. DOI: 10.1016/j.chaos.2017.06.011
7. *Kolumban G., Kennedy M. P.* The role of synchronization in digital communication using chaos-part II : Chaotic modulation and chaotic synchronization // IEEE Trans. on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications. 1998. Vol. 45, № 11. P. 1129–1140.
8. *Tao Y.* A survey of chaotic secure communication systems // Intern. J. Comput. Cogn. 2004. Vol. 2, № 2. P. 81–130.
9. *Wang M., Wang X., Pei B.* A new digital communication scheme based on chaotic modulation // Nonlinear Dynamics. 2012. Vol. 67. P. 1097–1104. DOI: 10.1007/s11071-011-0053-z
10. *Kolumban G., Kennedy M. P.* The role of synchronization in digital communication using chaos-part III : Performance bounds for correlation receivers // IEEE Trans. on Circuits and Systems – I : Fundamental Theory and Applications. 2000. Vol. 47, № 12. P. 1673–1683.
11. *Капранов М. В., Томашевский А. И.* Система скрытной связи с использованием корреляционного приема и синхронного хаотического отклика // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. Т. 8, № 3. С. 35–48.
12. *Rohdea G. K., Nichols J. M., Bucholtz F.* Chaotic signal detection and estimation based on attractor sets : Applications to secure communications // Chaos. 2008. Vol. 18. 013114. DOI: 10.1063/1.2838853
13. *Corron N. J., Blakely J. N., Stahl M. T.* A matched filter for chaos // Chaos. 2010. Vol. 20. 023123. DOI: 10.1063/1.3432557
14. *Carroll T. L., Rachford F. J.* Chaotic sequences for noisy environments // Chaos. 2016. Vol. 26. 103104. DOI: 10.1063/1.4964348
15. *Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Kulminskiy D. D., Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Hramov A. E.* Resistant to noise chaotic communication scheme exploiting the regime of generalized synchronization // Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 87, № 3. P. 2039–2050. DOI: 10.1007/s11071-016-3174-6
16. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / изд. 2-е, испр. ; пер. с англ. М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. 1004 с.
17. *Ikeda K., Matsumoto K.* High-dimensional chaotic behavior in systems with time-delayed feedback // Physica D. 1987. Vol. 29. P. 223–235. DOI: 10.1016/0167-2789(87)90058-3
18. *Пономаренко В. И., Навроцкая Е. В., Кульминский Д. Д., Прохоров М. Д.* Оценка конфиденциальности системы передачи информации на основе хаотического генератора с запаздыванием и переключаемым временем задержки // Информационно-управляющие системы. 2019. № 4. С. 54–61. DOI: 10.31799/1684-8853-2019-4-54-61
19. *Hou T. T., Yi L. L., Yang X. L., Ke J. X., Hu Y., Yang Q., Zhou P., Hu W. S.* Maximizing the security of cha-

otic optical communications // Optics Express. 2016. Vol. 24, № 20. 23439. DOI: dx.doi.org/10.1364/OE.24.023439

20. *Чуб Р. О., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Способ передачи информации с использованием предсказательной модели в связанных системах с запаздыванием // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2018. Т. 18, вып. 2. С. 84–91. DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-84-91
21. *Дмитриев А. С., Панас А. И.* Динамический хаос : новые носители информации для систем связи. М. : Физматлит, 2002. 252 с.

Образец для цитирования:

Пономаренко В. И., Лапшева Е. Е., Навроцкая Е. В., Ишбулатов Ю. М., Прохоров М. Д. Системы передачи информации с корреляционным приемом на базе генераторов с динамическим хаосом // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 202–209. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-202-209

Communication Systems with Correlation Receiver Based on Generators with Dynamical Chaos

V. I. Ponomarenko, E. E. Lapsheva, E. V. Navrotskaya, Yu. M. Ishbulatov, M. D. Prokhorov

Vladimir I. Ponomarenko, https://orcid.org/0000-0002-1579-6465, Saratov Branch of Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya St., Saratov 410019, Russia, ponomarenkovi@gmail.com

Elena E. Lapsheva, https://orcid.org/0000-0001-6632-1083, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, lapsheva@yandex.ru

Elena V. Navrotskaya, https://orcid.org/0000-0002-1649-440X, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, sidakev@gmail.com

Yurii M. Ishbulatov, https://orcid.org/0000-0003-2871-5465, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, ishbulatov95@mail.ru

Mikhail D. Prokhorov, https://orcid.org/0000-0003-4069-9410, Saratov Branch of Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya St., Saratov 410019, Russia, mdprokhorov@yandex.ru

Background and Objectives: The object of research is communication systems based on the methods of correlation receiving. The aim of the study is a comparative assessment of the noise immunity of three different information transmission systems at the same levels of external noise. **Materials and Methods:** The methods of numerical simulation of time-delay systems are used. For the self-oscillating systems with delay, the approach based on correlation receiving is used for communication systems. **Results:** It is shown that the principle of correlation receiver, which is applied in classical communication systems, can also be used in the case when chaotic signals generated by self-oscillating systems with complex behavior are taken as reference signals. **Conclusion:** The noise immunity of the communication system based on the methods of correlation receiving and dynamical chaos is close the noise immunity of a classical communication system.

Keywords: information transmission systems, broadband signals, chaotic carrier, correlation reception.

Received: 21.04.2020 / Accepted: 11.05.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Acknowledgements: *This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 18-07-00205 (problem of the study of noise immunity of chaotic communication systems with correlation receiver) and within the framework of the state task (problem of the development of systems for hidden data transmission).*

References

1. Andreev Yu. V., Gulyaev Yu. V., Kuzmin L. V., Dmitriev A. S., Efremova E. V., Kuzmin L. V., Lazarev V. A., Ryzhov A. I., Mokhseni T. I. *Processy peredachi i obrabotki informatsii v sistemakh so slojnoi dinamikoi* [Processes of information transmission and processing in systems with complex dynamics]. A. S. Dmitriev, E. V. Efremova, eds. Moscow, Technosfera Publ., 2019. 320 p. (in Russian).
2. Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Hramov A. E. On the use of chaotic synchronization for secure communication. *Physics – Uspekhi*, 2009, vol. 52, pp. 1213–1238. DOI: 10.3367/UFNe.0179.200912c.1281
3. Ren H.-P., Bai C., Liu J., Baptista M. S., Grebogi C. Experimental validation of wireless communication with chaos. *Chaos,* 2016, vol. 26, 083117. DOI: 10.1063/1.4960787
4. Kul'minskii D. D., Ponomarenko V. I., Karavaev A. S., Prokhorov M. D. Noise-Resistant System of Concealed Information Transfer on a Chaotic Delayed Feedback Oscillator with Switchable Delay Time. *Technical Physics*, 2016, vol. 61, no. 5, pp. 639–647. DOI: 10.1134/S1063784216050121
5. Yao J.-L., Li C., Ren H.-P., Grebogi C. Chaos-based wireless communication resisting multipath effects. *Physical Review E,* 2017, vol. 96, 032226. DOI: 10.1103/PhysRevE.96.032226
6. Carroll T. L. Chaos for low probability of detection communications, *Chaos, Solitons & Fractals,* 2017, vol. 103, pp. 238–245. DOI: 10.1016/j.chaos.2017.06.011

7. Kolumban G., Kennedy M. P. The role of synchronization in digital communication using chaos-part II: Chaotic modulation and chaotic synchronization. *IEEE Trans. On Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications,* 1998, vol. 45, no. 11, pp. 1129–1140.
8. Tao Y. A survey of chaotic secure communication systems. *Int. J. Comput. Cogn.,* 2004, vol. 2, no. 2, pp. 81–130.
9. Wang M., Wang X., Pei B. A new digital communication scheme based on chaotic modulation. *Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 67, pp. 1097–1104. DOI: 10.1007/s11071-011-0053-z
10. Kolumban G., Kennedy M. P. The role of synchronization in digital communication using chaos-part III: Performance bounds for correlation receivers. *IEEE Trans. On Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications*, 2000, vol. 47, no. 12, pp. 1673–1683.
11. Kapranov M. V., Tomashevskiy A. I. System of hidden communication using correlation receiver and synchronous chaotic response. *Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2003, vol. 8, no. 3. pp. 35–48 (in Russian).
12. Rohdea G. K., Nichols J. M., Bucholtz F. Chaotic signal detection and estimation based on attractor sets: Applications to secure communications. *Chaos*, 2008, vol. 18, 013114. DOI: 10.1063/1.2838853
13. Corron N. J., Blakely J. N., Stahl M. T. A matched filter for chaos. *Chaos*, 2010, vol. 20, 023123. DOI: 10.1063/1.3432557
14. Carroll T. L., Rachford F. J. Chaotic sequences for noisy environments. *Chaos*, 2016, vol. 26, 103104. DOI: 10.1063/1.4964348
15. Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Kulminskiy D. D., Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Hramov A. E. Resistant to noise chaotic communication scheme exploiting the regime of generalized synchronization. *Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 87, no. 3, pp. 2039–2050. DOI: 10.1007/s11071-016-3174-6
16. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications.* 2nd ed. Los Angeles, University of California, 2001. 1104 p.
17. Ikeda K., Matsumoto K. High-dimensional chaotic behavior in systems with time-delayed feedback. *Physica D,* 1987, vol. 29, pp. 223–235. DOI: 10.1016/0167-2789(87)90058-3
18. Ponomarenko V. I., Navrotskaya E. V., Kul'minskii D. D., Prokhorov M. D. Estimation of confidentiality of a communication system based on chaotic time-delay generator with switchable delay time. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2019, no. 4, pp. 54–61 (in Russian). DOI: 10.31799/1684-8853-2019-4-54-61
19. Hou T. T., Yi L. L., Yang X. L., Ke J. X., Hu Y., Yang Q., Zhou P., Hu W. S. Maximizing the security of chaotic optical communications. *Optics Express*, 2016, vol. 24, no. 20, 23439. DOI: 10.1364/OE.24.023439
20. Chub R. O., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Method for information transmission using a predictive model in coupled time-delay systems. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics,* 2018, vol. 18, iss. 2, pp. 84–91 (in Russian). DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-84-91
21. Dmitriev A. S., Panas A. I. *Dinamicheskii haos: novye nositeki infornatsii dlya system sviazi* [Dynamic chaos: new storage media for communication systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 252 p. (in Russian).

Cite this article as:

Ponomarenko V. I., Lapsheva E. E., Navrotskaya E. V., Ishbulatov Yu. M., Prokhorov M. D. Communication Systems with Correlation Receiver Based on Generators with Dynamical Chaos. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 202–209 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-202-209

УДК 530.182

Взаимная синхронизация диссипативно связанных мемристивных генераторов

И. А. Корнеев, А. В. Слепнев, В. В. Семенов, Т. Е. Вадивасова

Корнеев Иван Александрович, заведующий учебной лаборатории радиофизики кафедры радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, ivankorneew@yandex.ru

Слепнев Андрей Вячеславович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, a.v.slepnev@gmail.com

Семенов Владимир Викторович, кандидат физико-математических наук, Институт FEMTO-ST, CNRS и Университет Бургундии Франш-Конте, Безансон, Франция, semenov_v_v@list.ru

Вадивасова Татьяна Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, vadivasovate@yandex.ru

Исследуются особенности полной и частотной синхронизации в системе двух диссипативно связанных мемристивных генераторов периодических колебаний. Демонстрируются особенности синхронизации, связанные с мемристивным характером взаимодействующих систем. Они заключаются в непрерывной зависимости границ синхронизации (как полной, так и частотной) от начальных условий, в частности от начального состояния мемристивных элементов двух генераторов. Исследуется влияние неидеального характера мемристивных элементов, приводящее к исчезновению чувствительности к начальным условиям.

Ключевые слова: мемристор, мемристивные системы, синхронизация, автоколебания.

Поступила в редакцию: 23.04.2020 / Принята: 01.06.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-210-221

Введение

Динамические системы, содержащие мемристивные элементы, то есть элементы, обладающие «памятью», составляют особый класс динамических систем, которые могут быть названы мемристивными системами. Примером мемристивного двухполюсника может служить мемристор Чуа (мемристивная проводимость или сопротивление в теоретической работе [1] реализуется на практике с помощью различных физических устройств [2–9]). Под мемристивными элементами и устройствами в обобщенном смысле понимают двухполюсники с характеристикой вида:

$$x(t) = G_M(y,z,t)y(t), \quad \frac{dz}{dt} = f(y,z,t),$$

где x и y – некоторые переменные, соответствующие воздействию и отклику (например, ток и напряжение), а z – переменная, задающая мгновенное состояние мемристивного элемента. Характеристика мемристивного элемента G_M (например, проводимость) в текущий момент времени зависит от переменной $z(t)$, значение которой в данный момент времени связано со входной переменной y инерционно, т.е. зависит от предыстории мемристора [10, 11]. Если уравнение мемристивной переменной имеет вид $dz/dt = f(y)$, то

$$z(t) = z(0) + \int_0^t f[y(\theta)]d\theta, \qquad (1)$$

т.е. состояние мемристивного элемента в момент времени t зависит от начального значения переменной $z(0)$ и «память» о начальном состоянии мемристивного элемента сохраняется бесконечно долго. Такой мемристивный элемент можно назвать «идеальным». Реальные устройства не обладают бесконечно долгой памятью, однако при некоторых условиях влияние начального состояния может сохраняться на достаточно длительном времени. В «неидеальном» случае мемристивный элемент можно рассматривать как некоторую цепочку инерционной нелинейности. При соответствующем выборе характеристики она может существенно повлиять на динамику системы. Например, привести к возникновению динамического хаоса, как это имеет место в радиотехническом генераторе с инерционной нелинейностью Анищенко – Астахова [12].

Мемристивные системы изучались в работах [13–22], в которых были описаны особенности их динамики. Наличие идеальных мемристивных элементов в ряде случаев приводит к возникновению в фазовом пространстве динамической системы многообразий, состоящих из точек равновесия и замкнутых орбит. Они не являются изолированными и образуют непрерыв-

© Корнеев И. А., Слепнев А. В., Семенов В. В., Вадивасова Т. Е., 2020

ное инвариантное множество притягивающих траекторий, т.е. притягивающее предельное множество. Оно является аттрактором системы, но не обладает всюду плотной траекторией. Особенности поведения динамических систем с такими притягивающими множествами описаны в [13, 14, 17, 20–22].

В ряде работ были установлены и исследованы эффекты синхронизации в мемристивных системах [18, 23–28]. При исследовании синхронизации можно выделить следующие виды мемристивных взаимодействующих систем: «обычные» системы (например, периодические генераторы ван дер Поля и ФитцХью – Нагумо или генераторы хаоса, такие как осцилляторы Лоренца), связанные через мемристивные элементы [23–28]; мемристивные системы с обычной резистивной или иной немемристивной связью [18, 29–31] и мемристивные системы с мемристивной связью. Последний случай, насколько нам известно, пока еще не рассматривался. Большое количество статей посвящено синхронизации искусственных мемристивных нейронных сетей [29–35], в которых определяются условия их полной или запаздывающей синхронизации.

В мемристивных системах синхронизация колебаний имеет особенности, однако полное описание этих особенностей до настоящего времени отсутствует. В целом синхронизация мемристивных систем еще недостаточно исследована. Особенно это касается синхронизации мемристивных генераторов, как идентичных, так и с расстройкой частот.

В настоящей работе исследуются два резистивно связанных генератора, содержащих мемристивные проводимости. Рассматривается как полная синхронизация идентичных генераторов, так и синхронизация частот в генераторах с расстройкой. Выявляются особенности эффектов синхронизации, связанные с мемристивным характером парциальных систем. Анализируется влияние «неидеальности» мемристивных элементов и длительность процессов установления в этом случае.

1. Исследуемая модель

В данной работе рассматриваются два мемристивных генератора, взаимодействующих через обычную проводимость (диссипативная связь). Парциальные мемристивные генераторы представляют собой LCR-контуры с постоянной отрицательной проводимостью и с мемристивной проводимостью. Отдельно взятый подобный генератор подробно описан в работах [20–22]. Было показано, что в случае мемристивной проводимости с «идеальной памятью» такой генератор обладает линией равновесий и демонстрирует бифуркации при постоянных параметрах системы и изменении начальных условий (так называемые бифуркации без параметров [36]). Притягивающее предельное множество в фазовом пространстве системы в колебательном режиме представляет собой объединение двумерной поверхности, состоящей из непрерывного множества замкнутых траекторий и двух полупрямых, образованных устойчивыми точками равновесия.

Уравнения системы двух связанных мемристивных генераторов (рис. 1) в безразмерных переменных имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1 - G(z_1)x_1 + k(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 = -x_1 + \beta y_1, \\ \dot{z}_1 = x_1 - \delta z_1, \\ \dot{x}_2 = y_2 - G(z_2)x_2 - k(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_2 = p(-x_2 + \beta y_2), \\ \dot{z}_2 = x_2 - \delta z_2. \end{cases} \quad (2)$$

Переменные x_1, x_2 представляют собой нормированные напряжения на конденсаторах C_1 и C_2; y_1, y_2 – токи через индуктивности L_1 и L_2; z_1, z_2 – переменные, управляющие мемристивными проводимостями (мемристивные переменные). В соответствии с [1] их можно понимать как нормированные магнитные потоки. В реальных мемристивных устройствах эти переменные имеют другой физический смысл. Например, в полупроводниковых мемристорах они могут означать толщину слоя с высокой концентрацией миграционных примесей [2]. Парциальные генераторы полагаются идентичными за исключением расстройки частот. Этого можно добиться, если все элементы двух генераторов (см. рис. 1) выбрать одинаковыми за исключением индуктивностей, отношение которых определяет отношение частот генераторов. Уравнения системы (2) содержат следующие безразмерные параметры: k – коэффициент, регулирующий силу связи; $p = \omega_2^2/\omega_1^2 = L_1/L_2$ – коэффициент частотной расстройки; $\beta = 0.035$ – параметр, определяемый величиной отрицательного сопротивления.

Будем полагать, что зависимость мемристивных проводимостей от переменных z_1 и z_2 задается одной и той же гладкой функцией $G(z) = a + bz^2$, где $a = 0.02$, $b = 0.8$. Уравнения, описывающие динамику мемристивных переменных, в общем случае содержат малый параметр δ, который определяет «неидеальность» мемри-

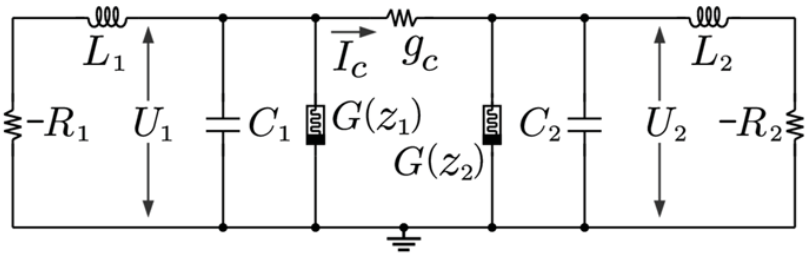


Рис. 1. Радиотехническая схема исследуемой системы двух диссипативно связанных мемристивных генераторов

Fig. 1. Schematic circuit diagram of the studied system of two dissipatively coupled memristive self-oscillators

стивных элементов. В реальных мемристорах «неидеальность» является следствием процесса диффузии носителей заряда в активном слое [37, 38]. Равенство $\delta = 0$ соответствует «идеальному» мемристору. При этом в фазовом пространстве системы (2) существует инвариантное многообразие (плоскость) E, состоящее из точек равновесия с координатами $x_{1,2} = 0$, $y_{1,2} = 0$, и произвольными z_1 и z_2. При фиксированных значениях параметров часть плоскости состоит из устойчивых точек, а часть – из неустойчивых. В результате потери устойчивости точками равновесия в парциальных генераторах возникают колебания. При этом, как и в отдельно взятом мемристивном генераторе, в системе (2) будет существовать множество различных фазовых траекторий, соответствующих установившемуся режиму, характеристики которых непрерывным образом зависят от начального состояния.

«Неидеальные» мемристоры ($\delta \neq 0$) играют роль инерционных нелинейных элементов, которые не являются в строгом смысле мемристивными, так как начальные значения переменных $z_{1,2}(0)$ со временем перестают влиять на значения проводимостей $G(z_{1,2}(t))$. В результате исчезает многообразие точек равновесия. При определенной связи можно ожидать синхронизацию колебаний взаимодействующих мемристивных систем. Рассмотрим эффекты полной и частотной синхронизации колебаний в системе (2), а также исследуем влияние параметра δ на явление синхронизации.

2. Полная синхронизация идентичных мемристивных генераторов

Полная (синфазная) синхронизация колебаний имеет место в полностью идентичных взаимодействующих системах и означает, что соответствующие фазовые траектории, принадлежащие инвариантному многообразию (симметричному подпространству) S: $x_1 = x_2 = x$, $y_1 = y_2 = y$, $z_1 = z_2 = z$, являются устойчивыми относительно возмущений, трансверсальных к этому многообразию. Полагая в уравнениях (2) $x_1 = x$, $y_1 = y$, $z_1 = z$, $x_2 = x + u$, $y_2 = y + v$, $z_2 = z + w$ и раскладывая правые части уравнений в ряд в окрестности значений x, y, z по малым приращениям u, v, w, ограничиваясь первым порядком малости, можно получить уравнения для малых возмущений u, v, w:

$$\begin{cases} \dot{u} = v - [G(z) + 2k]u - G_z(z)xw, \\ \dot{v} = -u + \beta v, \\ \dot{w} = u - \delta w, \end{cases} \tag{3}$$

где $G_z(z) = dG(z)/ds$. Поведение возмущений во времени, рассчитанное вдоль траектории, принадлежащей инвариантному многообразию S, характеризует устойчивость или неустойчивость этой траектории в направлениях, трансверсальных S. Если мемристоры являются «идеальными» ($\delta = 0$), то из уравнений (2) следует, что значение z для решения, принадлежащего многообразию S, в любой момент времени t зависит от начального значения $z(0)$. Действительно

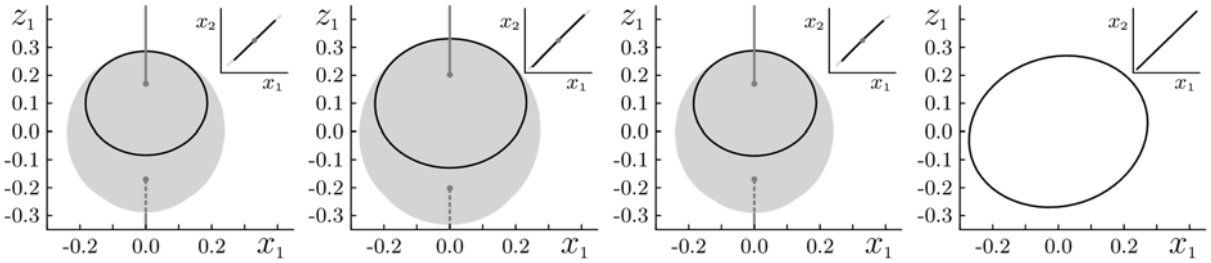
$$z(t) = z(0) + \int_0^t x(\tau)d\tau. \tag{4}$$

Переменные $x(t)$ и $y(t)$ также зависят от начальных условий. Таким образом, параметры системы (3) и условия устойчивости траектории в инвариантном многообразии S зависят от начальных условий. Выход на ту или иную траекторию, лежащую в S, зависит от координат начальной точки, особенно от начальных значений мемристивных переменных $z_1(0) = z_2(0) = z(0)$. При $\delta > 0$ решение уравнения для z в S имеют вид:

$$z(t) = z(0)e^{-\delta t} + e^{-\delta t}\int_0^t e^{\delta\tau}x(\tau)d\tau. \quad (5)$$

Влияние начального значения $z(0)$ в этом случае экспоненциально убывает, и скорость «забывания» характеризуется величиной δ. Непрерывная зависимость устойчивости синхронного режима от начальных условий исчезает.

Исследование режима полной синхронизации при $p = 1$ двух мемристивных генераторов показало, что при $\delta = 0$ в инвариантном многообразии S, как и в отдельно взятом генераторе, существует двумерная поверхность из замкнутых периодических траекторий, которые несколько различаются по форме и диаметру, а также множества точек равновесия. Если оно становится асимптотически устойчивым в трансверсальном направлении, то возникает режим полной синхронизации. Представление о характере аттрактора можно получить на основании проекций фазовых портретов (рис. 2, *а–в*). Он представляет собой множество периодических кривых, полученных для множества различных начальных значений $z_1(0)$. при фиксированных $x_{1,2}(0)$, $y_{1,2}(0)$ и трех значениях $z_2(0)$: $z_2(0) = 0.1$ (см. рис. 2, *а*); $z_2(0) = 0$ (см. рис. 2, *б*); $z_2(0) = -0.1$ (см. рис. 2, *в*). Серая область соответствует множеству замкнутых траекторий на аттракторе, получаемых для соответствующего множества начальных условий. Это множество несколько меняется с изменением $z_2(0)$ (см. рис. 2, *а*, *б*). Для фрагмента на рис. 2, *в* форма этого множества повторяет случай, приведенный на рис. 2, *а*, что связанно с симметрией аттрактора. Аттрактор также включает отрезки на оси OZ, образованные устойчивыми равновесиями (серые линии). Черным цветом на рис. 2 изображена одна из множества возможных замкнутых кривых на поверхности аттрактора. Единственная замкнутая кривая, приведенная на рис. 2, *г*, соответствует притягивающему предельному циклу в системе при выбранных параметрах в случае «неидеального» мемристора ($\delta = 0.1$).



а/a *б/b* *в/c* *г/d*

Рис. 2. Проекции фазовых траекторий на притягивающем предельном множестве системы (2) при $k = 0.1$ и $\delta = 0$: *а* – $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0.1$ (серая поверхность), $z_1(0) = z_2(0) = 0.1$ (черная кривая); *б* – $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0$ (серая поверхность), $z_1(0) = 0.1$, $z_2(0) = 0$ (черная кривая); *в* – $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = -0.1$ (серая поверхность), $z_1(0) = 0.1$, $z_2(0) = -0.1$ (черная кривая); *г* – проекция фазовых траекторий при $k = 0.1$ и $\delta = 0.1$, $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0.1$ (черная кривая). Другие начальные условия: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

Fig. 2. Projections of phase trajectories on the attracting limit set of the system (2) at $k = 0.1$ and $\delta = 0$: (*a*) $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0.1$ (gray surface), $z_1(0) = z_2(0) = 0.1$ (black curve); (*b*) $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0$ (gray surface), $z_1(0) = 0.1$, $z_2(0) = 0$ (black curve); (*c*) $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = -0.1$ (gray surface), $z_1(0) = 0.1$, $z_2(0) = -0.1$ (black curve); (*d*) projection of phase trajectories at $k = 0.1$ and $\delta = 0.1$, $z_1(0) \in [-0.3{:}0.3]$, $z_2(0) = 0.1$ (black curve). Other initial conditions: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

Не все траектории в серой области на рис. 2 принадлежат строго инвариантному многообразию S, хотя на проекциях x_1, x_2 и y_1, y_2 они могут быть так близко расположены к биссектрисе, что отклонение от нее на глаз незаметно. Для регистрации режима полной синхронизации использовалось следующее условие:

$$D = \frac{1}{M}\sum_0^M [(x_1(t_i) - x_2(t_i))^2 + (y_1(t_i) - y_2(t_i))^2] \le 0.00001, \quad (6)$$

где i – номер отсчета по времени, M – число отсчетов. Отклонение значений $z_1(t)$ и $z_2(t)$ при расчете величины D не учитывалось, поскольку в случае $x_1(t) = x_2(t), y_1(t) = y_2(t)$ также выполняется равенство $z_1(t) = z_2(t)$.

Рассмотрим влияние начальных значений мемристивных переменных $z_1(0)$ и $z_2(0)$ на установление режима полной синхронизации при различных коэффициентах связи в случае «идеальных» мемристивных проводимостей ($\delta = 0$). На рис. 3, *а*, *б* приведены диаграммы режимов при двух фиксированных значениях $z_2(0)$. Начальные значения всех других динамических переменных были выбраны одинаковыми и равными 0.001. Серым тоном выделена область, соответствующая режиму полной синхронизации колебаний генераторов согласно критерию (6). В белой области возможны как несинхронные колебательные режимы, для которых замкнутые траектории не лежат в инвариантном многообразии S, так и устойчивые точки равновесия. Можно видеть, что режим полной синхронизации колебаний имеет порог по связи, зависящий от начального состояния первого мемристора (т.е. от значения мемристивной переменной $z_1(0)$). Аналогично он зависит и от начального состояния второго мемристора. Пороговое значение коэффициента связи обращается в ноль только при выборе начального состояния в инвариантном многообразии S, что в рассматриваемом случае соответствует равенству $z_1(0) = z_2(0)$. Начальные значения мемристивных переменных, при которых реализуется колебательный режим, ограничены (примерно в интервале [−0.2, 0.2]), поэтому значительной расстройки значений $z_1(0)$ и $z_2(0)$ задать не удается. Важно отметить, что пороговое значение коэффициента связи непрерывно зависит от начальных значений динамических переменных $z_1(0)$ и $z_2(0)$, что не может быть связано с «обычной» мультистабильностью и является следствием «идеальной» мемристивности. Синхронный и несинхронный колебательные режимы проиллюстрированы на рис 3, *в*, *г*. В случае полной синхронизации проекции траекторий располагаются строго на биссектрисе. В случае несинхронных колебаний проекция траектории также лежит на прямой, но эта прямая отклоняется от биссектрисы. Это означает, что траектория в установившемся режиме не стремится к инвариантному многообразию S и полная синхронизация отсутствует.

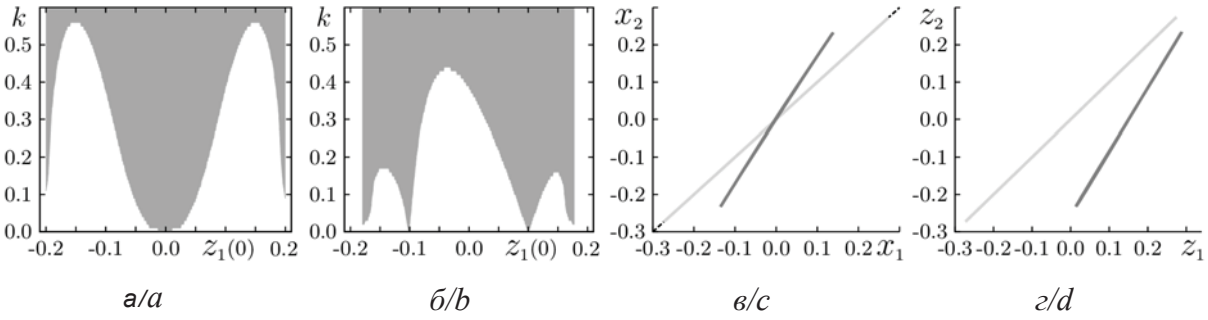
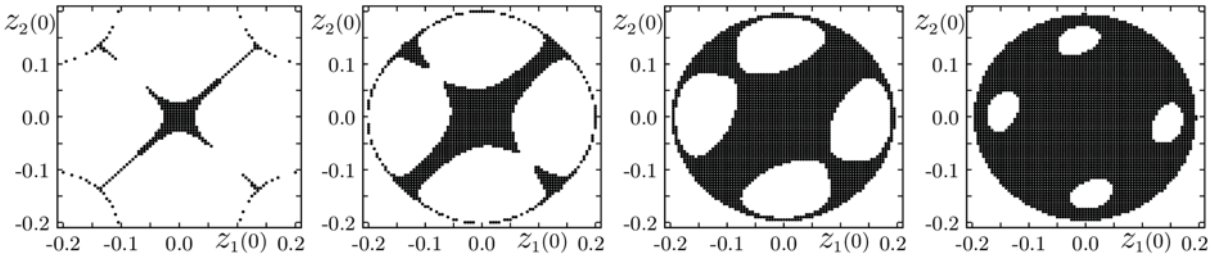


Рис. 3. Область полной синхронизации колебаний (серый тон) системы (2) при $\delta = 0$ и $z_2(0) = 0$ (*а*) и $z_2(0) = 0.1$ (*б*). Проекции колебаний (*в, г*) в случае синхронного режима при $z_1(0) = z_2(0) = 0.1$ (светло-серая линия) и несинхронного режима при $z_1(0) = 0.15$, $z_2(0) = 0$ (темно-серая линия) при $k = 0.01$. Черной пунктирной линией показана биссектриса прямого угла. Другие начальные условия: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

Fig. 3. The region of complete synchronization of oscillations (gray tone) in the system (2) at $\delta = 0$ and $z_2(0) = 0$ (*a*), and $z_2(0) = 0.1$ (*b*). Oscillations projections (*c, d*) in the case of synchronous mode at $z_1(0) = z_2(0) = 0.1$ (light gray line) and non-synchronous mode at $z_1(0) = 0.15$, $z_2(0) = 0$ (dark gray line) at $k = 0.01$. The black dotted line shows the bisector of a right angle. Other initial conditions: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

На рис. 4 показаны диаграммы на плоскости начальных значений $z_1(0), z_2(0)$, построенные для различной силы связи при $\delta = 0$. На них черными точками отмечены синхронные режимы, соответствующие условию (6). Увеличение коэффициента связи приводит к увеличению области синхронизации, что видно на рис. 4.

Отличное от нуля значение параметра δ ведет к разрушению поверхности равновесий. При этом для любого коэффициента связи $k > 0$ имеет место полная синхронизация колебаний независимо от начальных условий. Однако время установления синхронного режима при малых δ может быть очень велико.



а/a б/b в/c г/d

Рис. 4. Область полной синхронизации колебаний (черные точки) двух идентичных генераторов при $\delta = 0$ на плоскости $z_1(0)$, $z_2(0)$ при различных значениях коэффициента связи: $k = 0.01$ (а); $k = 0.1$ (*б*); $k = 0.3$ (*в*); $k = 0.5$ (*г*). Другие начальные условия: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

Fig. 4. The region of complete synchronization of oscillations (black dots) of two identical self-oscillators for $\delta = 0$ on the ($z_1(0)$, $z_2(0)$) plane at various values of the coupling coefficient: $k = 0.01$ (*a*); $k = 0.1$ (*b*); $k = 0.3$ (*c*); $k = 0.5$ (*d*). Other initial conditions: $x_1(0) = x_2(0) = 0.001$, $y_1(0) = y_2(0) = 0.001$

Рассмотрим влияние δ на длительность переходного процесса t_{tr}, приводящего к установлению полной синхронизации в соответствии с критерием (6). При фиксированном значении коэффициента связи $k = 0.001$ была рассчитана зависимость длительности переходного процесса от величины δ для двух начальных условий: соответствующих отсутствию полной синхронизации при $\delta = 0$ и приводящих к полной синхронизации при любом значении δ. Результаты приведены на рис. 5. В первом случае длительность переходного процесса стремится к бесконечности при $\delta \to 0$ и выходит на некоторый постоянный уровень с ростом δ. При достаточно малых значениях δ длительность переходного процесса может превышать любое заданное время наблюдения. Во втором случае длительность переходного процесса всегда конечна и слабо зависит от величины δ. Таким образом, при малом δ, когда мемристоры близки к «идеальным», на конечном времени наблюдения поведение связанных генераторов будет мало отличаться от поведения «идеальной» мемристивной системы.

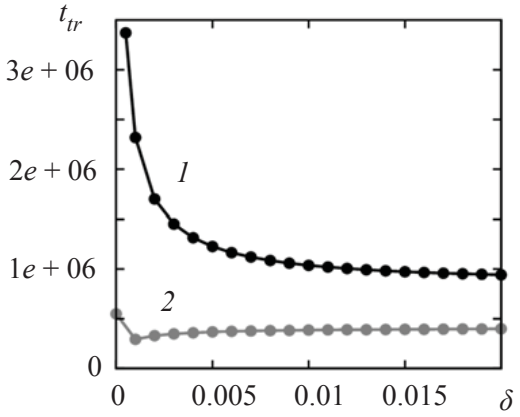


Рис. 5. Зависимость длительности переходного процесса t_{tr} от параметра δ при $k = 0.001$ и начальных условиях: $x_1(0) = 0.15$, $x_2(0) = 0.01$, $y_1 = 0.01$, $y_2 = 0.001$, $z_1(0) = 0$, $z_2(0) = 0.15$ (линия *1*); $x_1(0) = 0.05$, $x_2(0) = 0.01$, $y_1 = y_2 = 0.1$, $z_1(0) = z_2(0) = 0$ (линия *2*)

Fig. 5. Dependence of the duration of the transition process t_{tr} on the parameter δ at $k = 0.001$ and following initial conditions: $x_1(0) = 0.15$, $x_2(0) = 0.01$, $y_1 = 0.01$, $y_2 = 0.001$, $z_1(0) = 0$, $z_2(0) = 0.15$ (line *1*); $x_1(0) = 0.05$, $x_2(0) = 0.01$, $y_1 = y_2 = 0.1$, $z_1(0) = z_2(0) = 0$ (line *2*)

3. Синхронизация частот мемристивных генераторов с расстройкой

Рассмотрим систему (2) при наличии малой частотной расстройки ($p \neq 1$). Можно предположить, что, как и в случае обычных автогенераторов, связанных через мемристор [27], для резистивно взаимодействующих мемристивных систем с частотной расстройкой предельное множество траекторий включает как периодические, так и квазипериодические траектории, а реализация соответствующего режима зависит от начальных значений динамических переменных. Проведенные расчеты полностью подтвердили данное предположение. В зависимости от начальных значений переменных $z_1(0)$, $z_2(0)$ при одних и тех же значениях коэффициента связи k и параметра частотной расстройки p наблюдались как периодические (синхронные), так и квазипериодические (несинхронные) колебания. Численно были построены области частотной синхронизации на плоскости параметров k и p при различных значениях $z_1(0)$, $z_2(0)$. На рис. 6, *а* приведены две области синхронизации колебаний в системе (2) при $\delta = 0$, полученные

для различных начальных значений $z_2(0)$ (при одинаковых начальных значениях прочих переменных). Они построены для малых значений коэффициента связи и соответствуют синхронизации через фазовый захват.

С ростом коэффициента связи наблюдается эффект подавления автоколебаний одного из генераторов, а область существования периодического (синхронного) режима резко расширяется (на графиках не изображено). Особенностью мемристивной системы является зависимость границ частотно-фазового захвата от начальных условий. Это хорошо видно на рис. 6, *а*. Такая зависимость является непрерывной. Непрерывная зависимость границ области захвата от начального значения одной из мемристивных переменных проиллюстрирована на рис. 6, *б*, на котором приведена область синхронизации на плоскости значений частотной расстройки p и величины $z_1(0)$ при фиксированных других начальных условиях и $k = 0.003$. Также на рис. 6, *в*, *г* приведены фазовые проекции, соответствующие синхронному режиму периодических колебаний и несинхронному режиму двухчастотных биений, наблюдающимся при одних и тех же параметрах системы, но разном выборе начальных условий.

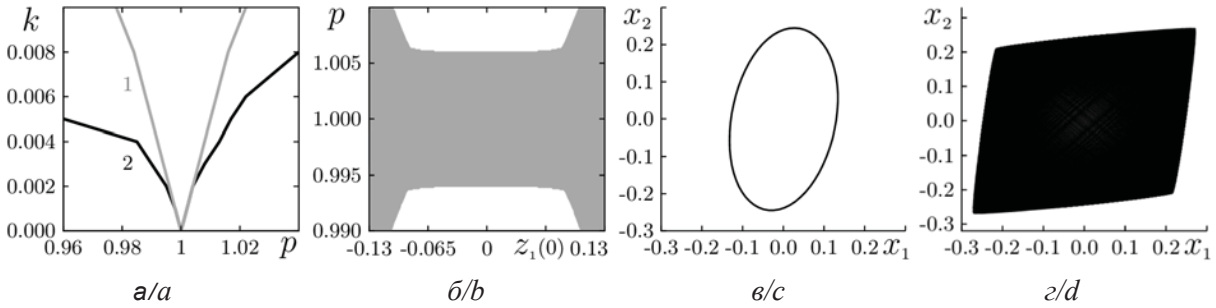


Рис. 6. Взаимная синхронизация частот мемристивных генераторов (2) с расстройкой по частотам при $\delta = 0$: *а* – синхронизация для различных начальных значениях мемристивных переменных при $z_1(0) = z_2(0) = 0$ (линия *1*) и $z_1(0) = 0$, $z_2(0) = 0.1$ (линия *2*); *б* – область синхронизации на плоскости значений частотной расстройки p и величины $z_1(0)$ при $z_2(0) = 0$, $k = 0.003$. Фазовые проекции (*в, г*) при $k = 0.003$ и $p = 0.993$, иллюстрирующие режим частотной синхронизации при $z_1(0) = 0.11$ и $z_2(0) = 0$ (*в*) и биений вне области синхронизации при $z_1(0) = z_2(0) = 0$

Fig. 6. Mutual frequency synchronization of memristive self-oscillators (2) with frequency detuning at $\delta = 0$: (*a*) synchronization for various initial values of memristive variables at $z_1(0) = z_2(0) = 0$ (line *1*) and $z_1(0) = 0$, $z_2(0) = 0.1$ (line *2*); (*b*) the synchronization region on the plane of the frequency detuning p and $z_1(0)$ at $z_2(0) = 0$, $k = 0.003$. Phase projections (*c, d*) at $k = 0.003$ and $p = 0.993$ illustrating the frequency synchronization mode at $z_1(0) = 0.11$ and $z_2(0) = 0$ (c) and beats outside the synchronization region at $z_1(0) = z_2(0) = 0$

Заключение

Проведенное численное моделирование динамики резистивно-связанных мемристивных генераторов показало, что рассматриваемые мемристивные системы демонстрируют как эффект полной синхронизации (при полной идентичности парциальных систем), так и эффект синхронизации частот колебаний (при наличии частотной расстройки). То есть мемристивным генераторам присуще фундаментальное явление синхронизации, что позволяет отнести их к классу автоколебательных систем. В то же время, для идеальных мемристивных систем (при $\delta = 0$) эффекты синхронизации имеют свои особенности. Ранее в работе [27] была описана особенность синхронизации генераторов ван дер Поля, взаимодействующих через мемристивную проводимость. В такой мемристивной системе также образуется многообразие равновесий и эффект синхронизации характеризуется непрерывной зависимостью границы частотно-фазового захвата от начальных условий. Однако, поскольку динамика парциального генератора не имеет мемристивных свойств и характеризуется существованием устойчивого предельного цикла, в случае идентичных парциальных в режиме полной синхронизации слагаемое связи обращается в ноль и система демонстрирует поведение, аналогичное поведению парциального генератора. То есть в случае полной синхронизации мемристивный характер взаимодействия в данном случае не проявляется. При взаимодействии мемристивных генераторов чувствительность к начальным условиям проявляется уже при взаимодействии идентичных систем. Это связано

с наличием уже у самой парциальной системы многообразия равновесий и сложного устройства притягивающего множества. В парциальном генераторе режим периодических колебаний связан не с предельным циклом (изолированной замкнутой кривой), а с плотным множеством замкнутых кривых, имеющих разные амплитуды [20–22]. В этом случае полная синхронизация колебаний характеризуется наличием порога по связи, величина которого непрерывно зависит от начальных условий, в частности от начальных значений переменных, задающих состояния мемристивных элементов. Меняя эти значения, можно наблюдать или не наблюдать режим полной синхронизации.

При введении частотной расстройки мемристивных генераторов и вариации параметра связи имеет место классический эффект частотно-фазового захвата. В этом случае свойства рассматриваемой системы двух мемристивных генераторов, взаимодействующих через обычную проводимость, аналогичны свойствам «обычных» периодических генераторов, взаимодействующих через «идеальный» мемристор [27]. При постоянном значении коэффициента связи имеет место непрерывная зависимость границ области синхронизации частот от начальных условий. Таким образом, влияние начальных условий на эффекты синхронизации можно рассматривать как общее свойство мемристивных систем.

Все сказанное выше касается «идеальных» мемристивных систем, для которых мемристивные элементы «помнят» свое исходное состояние бесконечно долго. Однако реальные мемристивные элементы не могут в строгом смысле обладать таким свойством. В настоящей работе рассмотрено влияние конечной памяти мемристивных элементов на примере эффекта полной синхронизации мемристивных генераторов. Было показано, что введение параметра δ, характеризующего скорость «забывания» мемристорами своего исходного состояния, приводит к исчезновению зависимости характера установившегося режима от начальных условий. В режиме периодических колебаний полная синхронизации наблюдается при любой силе связи парциальных генераторов и при любых начальных условиях. Однако время установления стационарных синхронных колебаний зависит не только от значения параметра δ и силы связи, но также и от начальных условий. При близости мемристивных элементов к «идеальным» (малое δ) и соответствующем выборе начальных условий время установления синхронного режима может быть очень большим. При ограниченном времени наблюдения система ведет себя как мемристивная, демонстрируя ту же чувствительность наблюдаемого поведения к начальным условиям.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-32-90030).

Список литературы

1. *Chua L. O.* Memristor – The missing circuit element // IEEE Transactions on Electron Devices. 1971. Vol. 18. P. 507–519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337
2. *Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S.* The missing memristor found // Nature. 2008. Vol. 453. P. 80–83. DOI: 10.1038/nature06932
3. *Berzina T., Smerieri A., Bernabó M., Pucci A., Ruggeri G., Erokhin V., Fontana M.* Optimization of an organic memristor as an adaptive memory element // Journal of Applied Physics. 2009. Vol. 105, № 12. P. 124515. DOI: 10.1063/1.3153944
4. *Jeong H. Y., Kim J. Y., Kim J. W., Hwang J. O., Kim J. E., Lee J. Y., Choi S. Y.* Graphene oxide thin films for flexible nonvolatile memory applications // Nano Letters. 2010. Vol. 10, № 11. P. 4381–4386. DOI: 10.1021/nl101902k
5. *Chang T., Jo S.-H., Kim K.-H., Sheridan P., Gaba S., Lu W.* Synaptic behaviors and modeling of a metal oxide memristive device // Applied Physics A. 2011. Vol. 102. P. 857–863. DOI: 10.1007/s00339-011-6296-1
6. *Yang Y., Sheridan P., Lu W.* Complementary resistive switching in tantalum oxide-based resistive memory devices // Applied Physics Letters. 2012. Vol. 100, № 20. P. 203–112. DOI: 10.1063/1.4719198
7. *Strachan J., Torrezan A., Miao F., Pickett M., Yang J., Yi W., Medeiros-Ribeiro G., Williams R.* State dynamics and modeling of tantalum oxide memristors // IEEE Transactions on Electron Devices. 2013. Vol. 60, № 7. P. 2194–2202. DOI: 10.1109/TED.2013.2264476
8. *Liu G., Chen Y., Wang C., Zhang W., Li R.-W., Wang L.* Polymer memristor for information storage and neuromorphic applications // Materials Horizons. 2014. Vol. 1, № 5. P. 489–506. DOI: 10.1039/C4MH00067F
9. *Erokhina S., Sorokin V., Erokhin V.* Polyaniline-based organic memristive device fabricated bylayed-by-layed deposition technique // Electronic Materials Letters. 2015. Vol. 11, № 5. P. 801–805. DOI: 10.1007/s13391-015-4329-1
10. *Chua L. O., Kang S. M.* Memristive devices and systems // Proceedings of the IEEE. 1976. Vol. 64, iss. 2. P. 209–223. DOI: 10.1109/PROC.1976.10092
11. *Volos C. K., Kyprianidis I. M., Stouboulos I. N., Munoz-Pacheko J. M., Pham V. T.* Synchronization of chaotic

nonlinear circuits via a memristor // Journal of Engineering Science & Technology Review. 2015. Vol. 8, iss. 2. P. 44–51.

12. *Anishchenko V. S., Astakhov V. V., Neiman A. B., Vadivasova T. E., Schimansky-Geier L.* Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems: tutorial and modern developments. Springer Science & Business Media, 2007. 455 p.
13. *Messias M., Nespoli C., Botta V. A.* Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters in memristor oscillators // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2010. Vol. 20, № 2. P. 437–450. DOI: 10.1142/S0218127410025521
14. *Pirani V. A. B., Néspoli C., Messias M.* Mathematical Analisys of a Third-order Memristor-based Chua's Oscillator // Trends in Applied and Computational Mathematics. 2011. Vol. 12, № 2. P. 91–99. DOI: 10.5540/tema.2011.012.02.0091
15. *Riaza R.* Manifolds of equilibria and bifurcations without parameters in memristive circuits // SIAM Journal on Applied Mathematics. 2012. Vol. 72, iss. 3. P. 877–896. DOI: 10.1137/100816559
16. *Fitch A. L., Yu D., Iu H. H. C., Sreeram V.* Hyperchaos on memristor-based modified canonical Chua`s circuit // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2012. Vol. 22, № 6. P. 1250133–1250138. DOI: 10.1142/S0218127412501337
17. *Li Q., Hu S., Tang S., Zeng G.* Hyperchaos and horseshoe in a 4D memristive system with a line of equilibria and its implementation // International Journal of Circuit Theory and Applications. 2014. Vol. 42, iss. 11. P. 1172–1188. DOI: 10.1002/cta.1912
18. *Pham V. T., Volos C. K., Vaidyanathan S., Le T. P., Vu V. Y.* A memristor-based hyperchaotic system with hidden attractors: dynamics, synchronization and circuital emulating // Journal of Engineering Science & Technology Review. 2015. Vol. 8, iss. 2. P. 205–214.
19. *Kengne J., Tabekoung Z. N., Namba V. K., Negou A. N.* Periodicity, chaos and multiple attractors in a memristor-based Shinriki`s circuit // Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2015. Vol. 25. P. 103126. DOI: 10.1063/1.4934653
20. *Semenov V., Korneev I., Arinushkin P., Strelkova G., Vadivasova T., Anishchenko V.* Numerical and experimental studies of attractors in memristor-based Chua's oscillator with a line of equilibria. Noise-induced effects // The European Physical Journal Special Topics. 2015. Vol. 224, iss. 8. P. 1553–1561. DOI: 10.1140/epjst/e2015-02479-6
21. *Korneev I. A., Vadivasova T. E., Semenov V. V.* Hard and soft excitation of oscillations in memristor-based oscillators with a line of equilibria // Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 89, iss. 4. P. 2829–2843. DOI: 10.1007/s11071-017-3628-5
22. *Korneev I. A., Semenov V. V.* Andronov-Hopf bifurcation with and without parameter in a cubic memristor oscillator with a line of equilibria // Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2017. Vol. 27, iss. 8. P. 081104(1–5). DOI: 10.1063/1.4996401
23. *Frasca M., Gambuzza L., Buscarino A., Fortuna L.* Implementation of adaptive coupling through memristor // Physica Status Solidi C. 2014. Vol. 12, iss. 1–2. P. 206210. DOI: 10.1002/pssc.201400097
24. *Gambuzza L., Buscarino A., Fortuna L., Frasca M.* Memristor-based adaptive coupling for consensus and synchronization // IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers. 2015. Vol. 62, iss. 4. P. 1175–1184. DOI: 10.1109/TCSI.2015.2395631
25. *Volos C. K., Pham V.-T., Vaidyanathan S., Kyprianidis I. M., Stouboulos I. N.* The case of bidirectionally coupled nonlinear circuits via a memristor // Advances and Applications in Nonlinear Control Systems. 2016. Vol. 635. P. 317–350. DOI: 10.1007/978-3-319-30169-3_15
26. *Ignatov M., Hansen M., Ziegler M., Kohlstedt H.* Synchronization of two memristively coupled van der Pol oscillators // Applied Physics Letters. 2016. Vol. 108, iss. 8. P. 84–105. DOI: 10.1063/1.4942832
27. *Корнеев И. А., Шабалина О. Г., Семенов В. В., Вадивасова Т. Е.* Синхронизация автогенераторов, взаимодействующих через мемристор // Известия вузов. ПНД. 2018. Т. 26, № 2. С. 24–40. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-24-40
28. *Xu F., Zhang J., Fang T., Huang Sh., Wang M.* Synchronous dynamics in neural system coupled with memristive synapse // Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 92, № 3. P. 1395–1402. DOI: 10.1007/s11071-018-4134-0
29. *Yang X., Cao J., Yu W.* Exponential synchronization of memristive Cohen–Grossberg neural networks with mixed delays // Cognitive Neurodynamics. 2014. Vol. 8, № 3. P. 239–249. DOI: 10.1007/s11571-013-9277-6
30. *Hu X., Duan Sh.* Adaptive synchronization of memristor-based chaotic neural systems // Journal of Engineering Science and Technology Review. Rev. 2015. Vol. 8, iss. 2. P. 17–23.
31. *Yangand X., Ho D. W. C.* Synchronization of delayed memristive neural networks : Robust analysis approach // IEEE Transactions on Cybernetics. 2016. Vol. 46, iss. 12, № 2. P. 3377–3387. DOI: 10.1109/TCYB.2015.2505903
32. *Zhao H., Li L., Peng H., Kurths J., Xiao J., Yang Y.* Anti-synchronization for stochastic memristor-based neural networks with non-modeled dynamics via adaptive control approach // The European Physical Journal B. 2015. Vol. 88, iss. 5. P. 1–10. DOI: 10.1140/epjb/e2015-50798-9
33. *Wang C., Lv M., Alsaedi A., Ma J.* Synchronization stability and pattern selection in a memristive neuronal network // Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2017. Vol. 27, iss. 11. P. 113108(1–8). DOI: 10.1063/1.5004234
34. *Zhang L., Yang Y., Wang F.* Lag synchronization for fractional-order memristive neural networks via period intermittent control // Nonlinear Dynamics. 2017.

Vol. 89. P. 367–381. DOI: 10.1007/s11071-017-3459-4

35. *Chen C., Li L., Peng H., Yang Y., Li T.* Synchronization control of coupled memristor-based neural networks with mixed delays and stochastic perturbations // Neural Processing Letters. 2018. Vol. 47, № 2. P. 679–696. DOI: 10.1007/s11063-017-9675-6
36. *Fiedler B., Liebscher S., Alexander J.* Generic Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters: I. theory // Journal of Differential Equations. 2000. Vol. 167, iss. 1. P. 16–35. DOI: 10.1006/jdeq.2000.3779
37. *Chen L., Li Ch., Huang T., Chen Y., Wen Sh., Qi J.* A synapse memristor model with forgetting effect // Physics Letters A. 2013. Vol. 377, iss. 45–48. P. 3260–3265. DOI: 10.1016/j.physleta.2013.10.024
38. *Zhou E., Fang L., Yang B*. A general method to describe forgetting effect of memristor // Physics Letters A. 2019. Vol. 383, iss. 10. P. 942–948. DOI: 10.1016/j.physleta.2018.12.028

Образец для цитирования:

Корнеев И. А., Слепнев А. В., Семенов В. В., Вадивасова Т. Е. Взаимная синхронизация диссипативно связанных мемристивных генераторов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 210–221. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-210-221

Mutual Synchronization of Dissipatively Coupled Memristive Self-Oscillators

I. A. Korneev, A. V. Slepnev, V. V. Semenov, T. E. Vadivasova

Ivan A. Korneev, https://orcid.org/0000-0003-1716-5170, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, ivankorneew@yandex.ru

Andrei V. Slepnev, https://orcid.org/0000-0003-0273-6479, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, a.v.slepnev@gmail.com

Vladimir V. Semenov, https://orcid.org/0000-0002-4534-8065, FEMTO-ST Institute, CNRS & University Bourgogne Franche-Comté, 15B avenue des Montboucons Besançon Cedex 25030, France, semenov_v_v@list.ru

Tatiana E. Vadivasova, https://orcid.org/0000-0002-8081-2820, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, vadivasovate@yandex.ru

Background and Objectives: Dynamical systems containing memristive elements, i.e. elements with "memory", represent a special class of dynamical systems that can be named memristive systems. In memristive systems, the synchronization of oscillations has some features. However, a complete description of these features is still lacking. For the most part, this concerns the synchronization of memristive self-oscillators, both identical and with frequency detuning. In this paper, we study two resistively coupled self-oscillators containing memristive conductivities. We consider both the complete synchronization of identical self-oscillators and the frequency synchronization of self-oscillators with detuning. The features of synchronization effects associated with the memristive nature of partial systems are revealed. The influence of "non-ideality" of memristive elements and the duration of the establishment processes in this case are analyzed. **Materials and Methods:** Using numerical integration methods for various parameter values, approximate solutions of a system of ordinary differential equations that describe the dynamics of two coupled memristive self-oscillators are obtained. Projections of phase trajectories are plotted on various planes, as well as regions of synchronization of oscillations of the system under study. **Results:** It is shown that the memristive systems under consideration demonstrate both the effect of complete synchronization (with full identity of partial systems) and the effect of frequency synchronization (in the presence of frequency detuning). The complete synchronization of oscillations is characterized by the presence of a threshold for the coupling, the value of which continuously depends on the initial conditions, in particular, on the initial values of variables that specify the states of memristive elements. With a constant value of the coupling coefficient, there is a continuous dependence of the boundaries of the frequency synchronization region on the initial conditions. The introduction of a parameter characterizing the rate of memristors "forgetting" their initial state ("non-ideality") leads to the disappearance of the dependence of the type of the steady state on the initial conditions. **Conclusion:** The fundamental phenomenon of synchronization is inherent in memristive self-oscillators, which allows them to be attributed to the class of self-oscillating systems. The influence of the initial conditions on the effects of synchronization can be considered as a general property of "ideal" memristive systems.

Keywords: memristor, memristive systems, synchronization, self-oscillations.

Received: 23.04.2020 / Accepted: 01.06.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Acknowledgements: *This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 19-32-90030).*

References

1. Chua L. O. Memristor – The missing circuit element. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1971, vol. 18, pp. 507–519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337
2. Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. The missing memristor found. *Nature*, 2008, vol. 453, pp. 80–83. DOI: 10.1038/nature06932
3. Berzina T., Smerieri A., Bernabó M., Pucci A., Ruggeri G., Erokhin V., Fontana M. Optimization of an organic memristor as an adaptive memory element. *Journal of Applied Physics*, 2009, vol. 105, no. 12, pp. 124515. DOI: 10.1063/1.3153944

4. Jeong H. Y., Kim J. Y., Kim J. W., Hwang J. O., Kim J. E., Lee J. Y., Choi S. Y. Graphene oxide thin films for flexible nonvolatile memory applications. *Nano Letters*, 2010, vol. 10, no. 11, pp. 4381–4386. DOI: 10.1021/nl101902k
5. Chang T., Jo S.-H., Kim K.-H., Sheridan P., Gaba S., Lu W. Synaptic behaviors and modeling of a metal oxide memristive device. *Applied Physics A*, 2011, vol. 102, pp. 857–863. DOI: 10.1007/s00339-011-6296-1
6. Yang Y., Sheridan P., Lu W. Complementary resistive switching in tantalum oxide-based resistive memory devices. *Applied Physics Letters*, 2012, vol. 100, no. 20, pp. 203–112. DOI: 10.1063/1.4719198
7. Strachan J., Torrezan A., Miao F., Pickett M., Yang J., Yi W., Medeiros-Ribeiro G., Williams R. State dynamics and modeling of tantalum oxide memristors. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2013, vol. 60, no. 7, pp. 2194–2202. DOI: 10.1109/TED.2013.2264476
8. Liu G., Chen Y., Wang C., Zhang W., Li R.-W., Wang L. Polymer memristor for information storage and neuromorphic applications. *Materials Horizons*, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 489–506. DOI: 10.1039/C4MH00067F
9. Erokhina S., Sorokin V., Erokhin V. Polyaniline-based organic memristive device fabricated bylayed-by-layed deposition technique. *Electronic Materials Letters*. 2015, vol. 11, no. 5, pp. 801–805. DOI: 10.1007/s13391-015-4329-1
10. Chua L. O., Kang S. M. Memristive devices and systems. *Proceedings of the IEEE*. 1976, vol. 64, iss. 2, pp. 209–223. DOI: 10.1109/PROC.1976.10092
11. Volos C. K., Kyprianidis I. M., Stouboulos I. N., Munoz-Pacheko J. M., Pham V. T. Synchronization of chaotic nonlinear circuits via a memristor. *Journal of Engineering Science & Technology Review*, 2015, vol. 8, iss. 2, pp. 44–51.
12. Anishchenko V. S., Astakhov V. V., Neiman A. B., Vadivasova T. E., Schimansky-Geier L. *Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems: tutorial and modern developments*. Springer Science & Business Media, 2007. 455 p.
13. Messias M., Nespoli C., Botta V. A. Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters in memristor oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, vol. 20, no. 2, pp. 437–450. DOI: 10.1142/S0218127410025521
14. Pirani V. A. B., Néspoli C., Messias M. Mathematical Analisys of a Third-order Memristor-based Chua's Oscillator. *Trends in Applied and Computational Mathematics*, 2011, vol. 12, no. 2, pp. 91–99. DOI: 10.5540/tema.2011.012.02.0091
15. Riaza R. Manifolds of equilibria and bifurcations without parameters in memristive circuits. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2012, vol. 72, iss. 3, pp. 877–896. DOI: 10.1137/100816559
16. Fitch A. L., Yu D., Iu H. H. C., Sreeram V. Hyperchaos on memristor-based modified canonical Chua`s circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2012, vol. 22, no. 6, pp. 1250133–1250138. DOI: 10.1142/S0218127412501337
17. Li Q., Hu S., Tang S., Zeng G. Hyperchaos and horseshoe in a 4D memristive system with a line of equilibria and its implementation. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2014, vol. 42, iss. 11, pp. 1172–1188. DOI: 10.1002/cta.1912
18. Pham V. T., Volos C. K., Vaidyanathan S., Le T. P. , Vu V. Y. A memristor-based hyperchaotic system with hidden attractors: dynamics, synchronization and circuital emulating. *Journal of Engineering Science & Technology Review*, 2015, vol. 8, iss. 2, pp. 205–214.
19. Kengne J., Tabekoung Z. N., Namba V. K., Negou A. N. Periodicity, chaos and multiple attractors in a memristor-based Shinriki`s circuit. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2015, vol. 25, pp. 103126. DOI: 10.1063/1.4934653
20. Semenov V., Korneev I., Arinushkin P., Strelkova G., Vadivasova T., Anishchenko V. Numerical and experimental studies of attractors in memristor-based Chua's oscillator with a line of equilibria. Noise-induced effects. *The European Physical Journal Special Topics*, 2015, vol. 224, iss. 8, pp.1553–1561. DOI: 10.1140/epjst/e2015-02479-6
21. Korneev I. A., Vadivasova T. E., Semenov V. V. Hard and soft excitation of oscillations in memristor-based oscillators with a line of equilibria. *Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 89, iss. 4, pp. 2829–2843. DOI: 10.1007/s11071-017-3628-5
22. Korneev I. A., Semenov V. V. Andronov-Hopf bifurcation with and without parameter in a cubic memristor oscillator with a line of equilibria. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, vol. 27, iss. 8, pp. 081104(1–5). DOI: 10.1063/1.4996401
23. Frasca M., Gambuzza L., Buscarino A., Fortuna L. Implementation of adaptive coupling through memristor. *Physica Status Solidi C*, 2014, vol. 12, iss. 1–2, pp. 206210. DOI: 10.1002/pssc.201400097
24. Gambuzza L., Buscarino A., Fortuna L., Frasca M. Memristor-based adaptive coupling for consensus and synchronization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2015, vol. 62, iss. 4, pp.1175–1184. DOI: 10.1109/TCSI.2015.2395631
25. Volos C. K., Pham V.-T., Vaidyanathan S., Kyprianidis I. M., Stouboulos I. N. The case of bidirectionally coupled nonlinear circuits via a memristor. *Advances and Applications in Nonlinear Control Systems*, 2016, vol. 635, pp. 317–350. DOI: 10.1007/978-3-319-30169-3_15
26. Ignatov M., Hansen M., Ziegler M., Kohlstedt H. Synchronization of two memristively coupled van der Pol oscillators. *Applied Physics Letters*, 2016, vol. 108, iss. 8, pp. 84–105. DOI: 10.1063/1.4942832
27. Korneev I. A., Shabalina O. G., Semenov V. V., Vadivasova T. E. Synchronization self-sustained oscillators interacting through the memristor. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 2, pp. 24–40. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-24-40

28. Xu F., Zhang J., Fang T., Huang Sh., Wang M. Synchronous dynamics in neural system coupled with memristive synapse. *Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 92, no. 3, pp. 1395–1402. DOI: 10.1007/s11071-018-4134-0
29. Yang X., Cao J., Yu W. Exponential synchronization of memristive Cohen–Grossberg neural networks with mixed delays. *Cognitive Neurodynamics*, 2014, vol. 8, no. 3, pp. 239–249. DOI: 10.1007/s11571-013-9277-6
30. Hu X., Duan Sh. Adaptive synchronization of memristor-based chaotic neural systems. *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 2015, vol. 8, iss. 2, pp. 17–23.
31. Yangand X., Ho D. W. C. Synchronization of delayed memristive neural networks: Robust analysis approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, vol. 46, iss. 12, no. 2, pp. 3377–3387. DOI: 10.1109/TCYB.2015.2505903
32. Zhao H., Li L., Peng H., Kurths J., Xiao J., Yang Y. Anti-synchronization for stochastic memristor-based neural networks with non-modeled dynamics via adaptive control approach. *The European Physical Journal B*, 2015, vol. 88, iss. 5, pp. 1–10. DOI: 10.1140/epjb/e2015-50798-9
33. Wang C., Lv M., Alsaedi A., Ma J. Synchronization stability and pattern selection in a memristive neuronal network. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, vol. 27, iss. 11, pp. 113108(1–8). DOI: 10.1063/1.5004234
34. Zhang L., Yang Y., Wang F. Lag synchronization for fractional-order memristive neural networks via period intermittent control. *Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 89, pp. 367–381. DOI: 10.1007/s11071-017-3459-4
35. Chen C., Li L., Peng H., Yang Y., Li T. Synchronization control of coupled memristor-based neural networks with mixed delays and stochastic perturbations. *Neural Processing Letters*, 2018, vol. 47, no. 2, pp. 679–696. DOI: 10.1007/s11063-017-9675-6
36. Fiedler B., Liebscher S., Alexander J. Generic Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters: I. theory. *Journal of Differential Equations*, 2000, vol. 167, iss. 1, pp. 16–35. DOI: 10.1006/jdeq.2000.3779
37. Chen L., Li Ch., Huang T., Chen Y., Wen Sh., Qi J. A synapse memristor model with forgetting effect. *Physics Letters A*, 2013, vol. 377, iss. 45–48, pp. 3260–3265. DOI: 10.1016/j.physleta.2013.10.024
38. Zhou E., Fang L., Yang B. A general method to describe forgetting effect of memristor. *Physics Letters A*, 2019, vol. 383, iss. 10, pp. 942–948. DOI: 10.1016/j.physleta.2018.12.028

Cite this article as:

Korneev I. A., Slepnev A. V., Semenov V. V., Vadivasova T. E. Mutual Synchronization of Dissipatively Coupled Memristive Self-Oscillators. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 210–221 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-210-221

УДК 517.9

Каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой и квазипериодический аттрактор Эно в дискретной модели Лоренца-84

Е. С. Попова, Н. В. Станкевич, А. П. Кузнецов

Попова Елена Сергеевна, соискатель, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, lenochkafnp@yandex.ru

Станкевич Наталия Владимировна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН; профессор кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., stankevichnv@mail.ru

Кузнецов Александр Петрович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, apkuz@rambler.ru

Представлено исследование трехмерного отображения, полученного посредством дискретизации осциллятора Лоренца-84. Изучена структура плоскости параметров, классифицированы различные типы аттракторов: периодические, квазипериодические (с двумя и тремя несоизмеримыми частотами) и хаотические. Показано, что возникновение хаотических аттракторов в модели происходит через каскад бифуркаций инвариантных кривых. Хаотические аттракторы, возникающие таким образом, являются квазипериодическими аттракторами Эно и характеризуются одним положительным, одним нулевым и одним отрицательным показателями Ляпунова.

Ключевые слова: удвоение инвариантной кривой, квазипериодический аттрактор Эно, динамический хаос, отображение.

Поступила в редакцию: 26.03.2020 / Принята: 08.05.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-222-232

Введение

Хаотическое поведение является одним из фундаментальных свойств нелинейных динамических систем, в том числе отображений [1–7]. Наиболее легко и достоверно можно диагностировать хаос с помощью старшего показателя Ляпунова [8], который будет положительным для хаотического режима. Хаотическая динамика может возникать в диффеоморфизмах размерности два и выше или даже в одномерных эндоморфизмах. Для отображений, в отличие от потоковых динамических систем, наличие нулевого показателя Ляпунова в спектре не является обязательным, поскольку фазовая траектория будет дискретной и нет непрерывной траектории, вдоль которой малые отклонения не изменяются со временем. Наличие нулевого показателя в спектре будет свидетельствовать о возможности вложения такого отображения в поток, т. е. о такой вырожденной ситуации, когда движение изображающей точки во времени будет соответствовать траектории некоторой потоковой динамической системы.

Один из простейших способов построения отображений состоит в замене конечными разностями производных по времени в дифференциальных уравнениях, описывающих динамическую систему. Этот прием восходит к первым исследованиям в области нелинейной динамики и продолжает использоваться и в настоящее время [9–13]. Дискретизация обогащает динамику. Например, вместо одномерного потока с простейшей бифуркацией «седло-узел» получается логистическое отображение с каскадом бифуркаций удвоения периода и универсальностью Фейгенбаума. Дискретный осциллятор ван дер Поля демонстрирует простейшую инвариантную кривую, что соответствует тору в потоковой системе. Для системы Ресслера вместо предельных циклов и бифуркаций удвоения периода в дискретной версии становятся возможны инвариантные торы, их удвоения и т.д. [12]. С точки зрения разнообразия динамических режимов особый интерес представляют потоковые модели с автономной квазипериодической динамикой [14, 15]. В результате дискретизации в таких системах можно ожидать возникновение тора в фазовом пространстве отображения и его разрушение.

В работе [13] был предложен обзор динамики отображений, полученных в результате дискретизации автономных трехмерных систем с квазипериодическим поведением. В [12, 13] было показано, что в таких отображениях возможно наблюдать двумерный тор, удвоения инвариантных кривых, а также хаотическую и гиперхаотическую динамику. Однако авторы не классифицировали в системах особый тип хаоти-

© Попова Е. С., Станкевич Н. В., Кузнецов А. П., 2020

ческого поведения, когда в спектре показателей Ляпунова содержится один положительный, один нулевой и один отрицательный показатели Ляпунова [16–19]. В работах [16–18] такой тип хаотического аттрактора был назван квазипериодическим аттрактором Эно. В недавней работе [19] была показана возможность возникновения такого особого типа хаоса (с дополнительным нулевым показателем в спектре) на примере потоковой шестимерной динамической системы, представляющей два связанных осцилляторов квазипериодических колебаний. В такой системе хаос с дополнительным нулевым показателем Ляпунова возникает в результате каскада бифуркаций удвоений двухчастотного тора.

В рамках данной работы будет показана возможность возникновения хаотических аттракторов, спектр показателей которых содержит один положительный, один близкий к нулю и один отрицательный показатели на примере дискретного осциллятора Лоренца-84. Представлен сценарий возникновения хаоса с близким к нулю показателем Ляпунова, после каскада бифуркаций инвариантной кривой.

Работа построена следующим образом. В разделе 1 представлен объект исследования – трехмерная потоковая система Лоренца-84, реализована процедура дискретизации и получено соответствующее трехмерное отображение. В разделе 2 показаны иллюстрации области пространства параметров, где наблюдается двумерный тор. В разделе 3 изучены вопросы разрушения инвариантной кривой, а также исследованы области, где формируется хаос с дополнительным нулевым показателем Ляпунова в результате каскада бифуркаций удвоений инвариантной кривой.

1. Объект исследования

В качестве объекта исследования рассмотрим осциллятор Лоренца-84 [20–24]. Данная модель была разработана Эдвардом Лоренцом в 1984 г., как одна из возможных моделей для описания циркуляции атмосферы [20]. Модель имеет трехмерное фазовое пространство и описывается системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax - y^2 - z^2 + aF, \\ \dot{y} &= -y + xy - bxz + G, \\ \dot{z} &= -z + bxy + xz. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь x, y, z – динамические переменные, a, b, F, G – параметры системы. Данная модель может демонстрировать каскады бифуркаций удвоения периода, автономные квазипериодические колебания, а также их разрушение, в результате которого возникают хаотические колебания. Одной из особенностей модели является возможность возникновения в системе гомоклинических аттракторов [21].

Для перехода к дискретной модели используем метод искусственной дискретизации, который состоит в модификации исходной потоковой системы путем замены производных на конечные разности, что соответствует простейшему методу численного решения дифференциального уравнения методом Эйлера. Данный метод реализуется следующим образом.

Пусть есть некоторая система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x), \qquad (2)$$

с которой выполняется следующая аппроксимация производных:

$$\dot{x} \to (x_{n+1} - x_n)/h, \qquad (3)$$

где h – параметр, представляющий собой шаг интегрирования, x_{n+1}, x_n – значения динамической переменной до и после одного шага интегрирования по схеме Эйлера. Таким образом, вместо дифференциального уравнения (2) можно анализировать следующее отображение:

$$x_{n+1} = x_n + hf(x_n). \qquad (4)$$

Применив данный подход к системе дифференциальных уравнений (1), получим трехмерное отображение следующего вида:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + h[-ax_n - y_n^2 - z_n^2 + aF], \\ y_{n+1} &= y_n + h[-y_n + x_n y_n - bx_n z_n + G], \\ z_{n+1} &= z_n + h[-z_n + bx_n y_n + x_n z_n]. \end{aligned} \qquad (5)$$

Отображение (5) можно назвать дискретным осциллятором Лоренца-84. В качестве основного инструмента исследования динамики отображения будем использовать метод карт динамических режимов, при этом для идентификации динамических режимов будем использовать спектр показателей Ляпунова. Данная карта строится следующим образом: плоскость параметров сканируется с некоторым небольшим шагом, в каждой точке плоскости параметров с помощью алгоритма Бенеттина и ортогонализации по Грамму-Шмидту [25] рассчитывается полный спектр показателей Ляпунова. В соответствии со значениями показателей диагностируется наблюдаемый режим, и точка на плоскости параметров окрашивается в тот или иной цвет. В наших численных экспериментах для расчета

спектра показателей Ляпунова бралась траектория длиной 27000 итераций. Для отображений в спектре показателей нет обязательного условия присутствия нулевого показателя Ляпунова, так как динамика системы дискретна. Таким образом, для трехмерного отображения возможны следующие типы динамического поведения*

– устойчивая неподвижная точка, $0 > \Lambda_1 > \Lambda_2 > \Lambda_3$ (красный цвет, *P*);

– инвариантная кривая, $\Lambda_1 = 0$, $0 > \Lambda_2 > \Lambda_3$ (желтый цвет, *IC*);

– тор, $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$, $0 > \Lambda_3$ (синий цвет, *T*);

– хаос, $\Lambda_1 > 0$, $0 > \Lambda_2 > \Lambda_3$ (серый цвет, *C*);

– хаос с нулевым показателем Ляпунова, квазипериодический аттрактор Эно, $\Lambda_1 > 0$, $\Lambda_2 = 0$, $0 > \Lambda_3$ (черный цвет, *C0*);

– гиперхаос 1, $\Lambda_1 > \Lambda_2 > 0$, $0 > \Lambda_3$ (белый цвет, *HC1*);

– гиперхаос с нулевым показателем Ляпунова, $\Lambda_1 > \Lambda_2 > 0$, $\Lambda_3 = 0$ (белый цвет, *HC0*).

Значение нуля в численных экспериментах, конечно, имеет определенную точность. Для построения карт в данной работе порог нуля был установлен равным 0.0003. Таким образом, значения показателей Ляпунова более 0.0003 считались положительными; если они попадали в диапазон [-0.0003 –0.0003], то такой показатель считался нулевым; и все значения меньше -0.0003 считаются отрицательными. В соответствии с указанной классификацией мы и будем диагностировать динамические режимы.

На рис. 1 представлена карта динамических режимов для отображения (5) на плоскости параметров (*G*, *F*) при $h = 0.1$. На рис. 1 справа также представлена цветовая палитра, в соответствии с которой были окрашены области с различными динамическими режимами. Таким образом, из семи возможных типов динамического поведения в системе наблюдается только четыре: устойчивая

*В скобках указаны цвет, которым отмечены точки соответствующего режима на карте, а также его символьное обозначение.

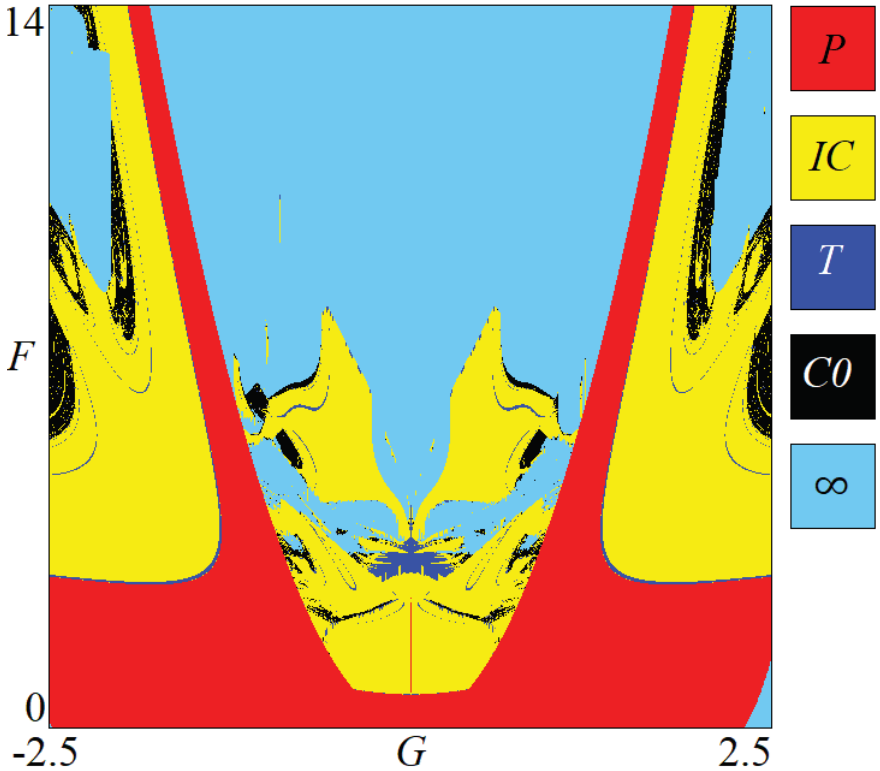


Рис. 1. Карта динамических режимов дискретного осциллятора Лоренца-84 (5) при $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$. *P* – неподвижная точка, красный цвет; *IC* – инвариантная кривая, желтый цвет; *T* – тор, синий цвет; *C0* – хаос с нулевым показателем Ляпунова в спектре, черный цвет; ∞ – разбегание на бесконечность, голубой цвет (цвет online)

Fig.1. Chart of dynamical regimes of the discrete Lorenz-84 oscillator (5) for $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$. *P* is a fixed point, red color; *IC* is an invariant curve, yellow color; *T* is a torus, blue color; *C0* is chaos with zero Lyapunov exponent in the spectrum, black color; ∞ is the regime of divergency, light blue color (color online)

неподвижная точка (красный цвет), инвариантная кривая (желтый цвет), тор (синий цвет) и хаос с нулевым показателем Ляпунова (черный цвет).

Обсудим устройство плоскости параметров. При малых значениях параметра F в системе наблюдается только устойчивое состояние равновесия. Карта обладает симметрией относительно линии равенства $G = 0$. Из состояния равновесия с увеличением параметра F рождается инвариантная кривая, причем наблюдаются две наиболее ярко выраженные линии, в окрестности $G = 0$, с порогом бифуркации F~1 и для достаточно больших значений параметра G ($G > 2$). Эти линии соответствуют линиям потери устойчивости состояния равновесия в потоковой системе. Для малых значений параметра G также характерно возникновение области существования двумерного тора со встроенной системой языков инвариантных кривых.

Одной из характерных особенностей динамики отображения (5) является возможность бифуркаций удвоения инвариантной кривой. Данная особенность является преемственной от потоковой системы, в которой наблюдались каскады бифуркаций удвоения циклов. Интересной особенностью является то, что в результате каскада бифуркаций удвоения инвариантной кривой в отображении (5) рождается хаотический режим, характеризующийся одним положительным, одним нулевым и одним отрицательным показателем Ляпунова, что не характерно для отображений. Далее рассмотрим более подробно трансформации инвариантных кривых, возникающих при различных параметрах.

2. Область существования двумерного тора

Рассмотрим особенности динамики системы в области малых значений параметра G. На рис. 2 представлены увеличенные фрагменты карты динамических режимов для данной области.

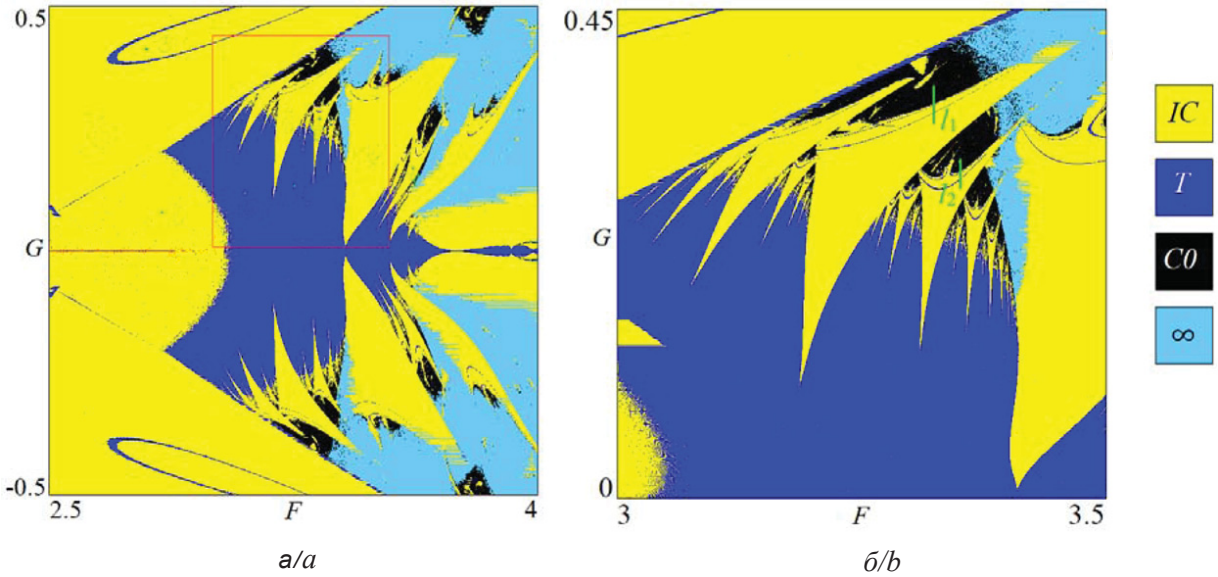


Рис. 2. Увеличенные фрагменты карты динамических режимов в окрестности области тора дискретного осциллятора Лоренца-84 (5): $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$

Fig. 2. Enlarged fragments of the chart of dynamical regimes in the area of the torus for the discrete Lorenz-84 oscillator (5): $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$

При увеличении параметра G и малых значениях параметра F происходит бифуркация удвоения базовой однооборотной инвариантной кривой, на рис. 3, *а*, 3, *б*, 3, *в* представлены данные трансформации на примере двумерных проекций отображения (5). На рис. 2, *а* хорошо видна линия рождения тора. Тор рождается на базе однооборотной инвариантной кривой при малых отклонениях от нуля параметра G и увеличении параметра F. На рис. 3, *г*, 3, *д* представлены примеры фазовых портретов двумерного тора. При больших значениях параметра F внутри области двумерных торов наблюдаются языки с инвариантными кривыми. Языки имеют разные числа вращения, на рис. 3, *е* – 3, *и* показаны примеры фазовых портретов для различных языков.

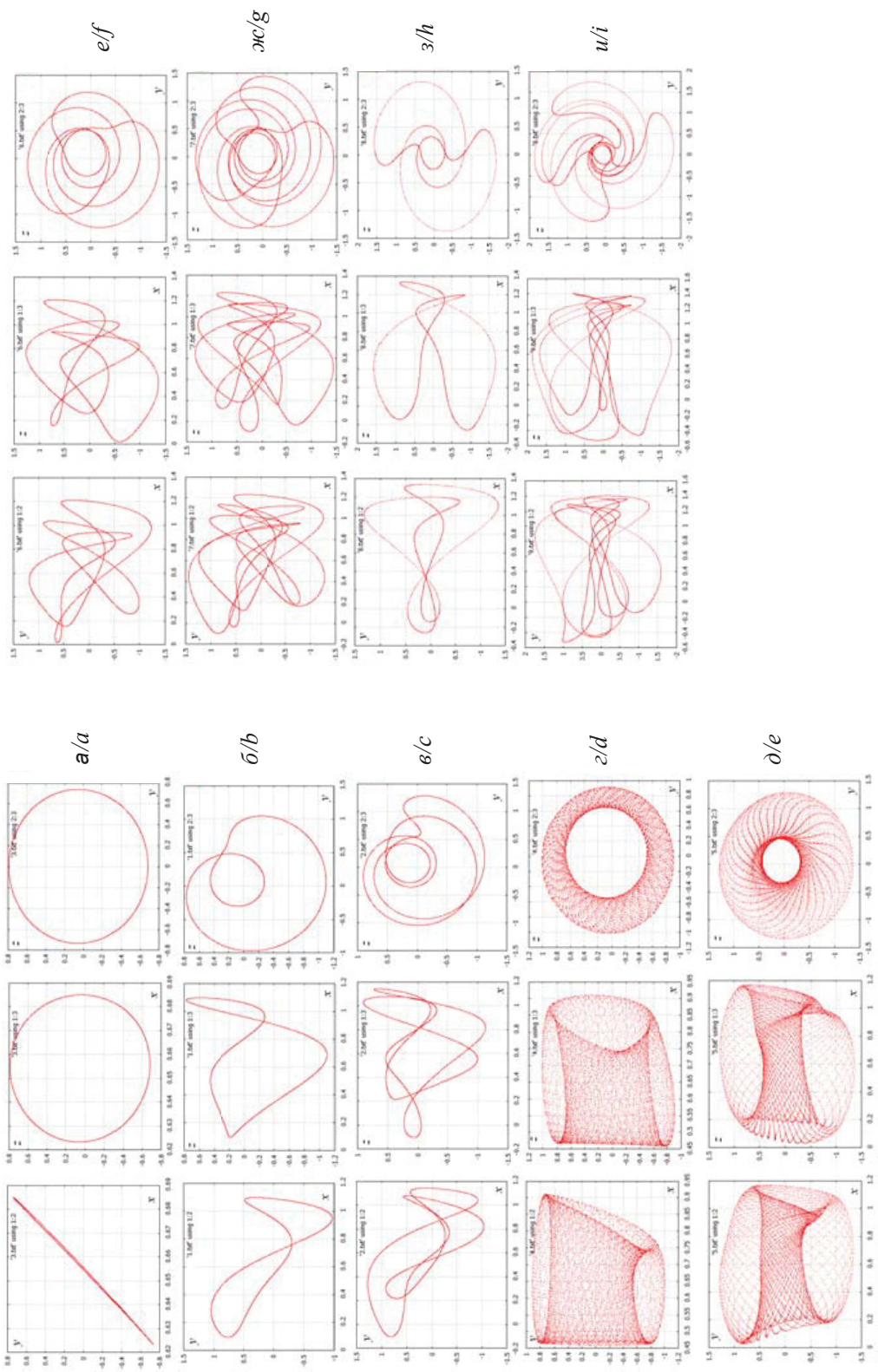


Рис. 3. Двумерные проекции фазовых портретов дискретного осциллятора Лоренца-84 (5) для различных точек плоскости параметров, указанных на рис. 2, **а**: $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$. **а** – F = 2.85, G = 0.078; *б* – F = 2.66, G = 0.268; *в* – F = 2.8, G= 0.413; *г* – F = 3.1, G = 0.117; *д* – F= 3.26, G = 0.133; *е* – F = 3.24, G = 0.29; *ж* – F = 3.33,G = 0.27; *з* – F = 3.5, G = 0.173; *и* – F = 3.62, G = 0.168

Fig. 3. Two-dimensional projection of phase portraits in discrete Lorenz-84 oscillator (5) for different points on the parameter plane, marked in Fig. 2, *a*. $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$. (*a*) F = 2.85, G = 0.078; (*b*) F = 2.66, G = 0.268; (*c*) F = 2.8, G= 0.413; (*d*) F = 3.1, G = 0.117; (*e*) F= 3.26, G = 0.133; (*f*) F= 3.24, G = 0.29; (*g*) F= 3.33, G = 0.27; (*h*) F = 3.5, G = 0.173; (*i*) F = 3.62, G = 0.168

На рис. 2, *б* показан фрагмент карты показателей Ляпунова, демонстрирующий структуру языков. Хорошо видно, что внутри языков происходят бифуркации удвоения инвариантной кривой. А в результате каскада возникает хаос с нулевым показателем Ляпунова. Структура некоторых языков имеет характерные формы типа CrossRoad-Area и Spring-Area [1, 3, 26, 27]. Структуры CrossRoad-Area имеют следующее устройство: область устойчивости 2-тора ограничена линиями удвоений, а также двумя линиями складок, образующих нижнюю границу отростков. Линии складок продолжаются внутрь области устойчивости 2-тора и сходятся в точке, которую в теории катастроф называют точкой сборки. Структура Spring-Area имеет схожие особенности: линии касательных бифуркаций, формирующих отростки границы области 2-тора, также имеют пересечение в точке сборке. Принципиально другое устройство в нижней области структуры: там имеются еще две особые точки, соответствующие вырожденной flip-бифуркации, между которыми находится линия бифуркации жесткого перехода через мультипликатор μ=-1. Важным и принципиальным отличием данных структур в рассматриваемом случае является то, что все трансформации происходят не с неподвижными точками (как в классическом случае [26, 27]), а для инвариантной кривой.

3. Квазипериодический аттрактор Эно

В контексте данной задачи весьма интересным представляется вопрос исследования каскада бифуркаций удвоения инвариантной кривой [15, 28–33]. Данная проблема является дискуссионной уже более 40 лет. Большинство численных экспериментов показывают, что каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой конечный: происходит несколько бифуркаций удвоения и затем инвариантная кривая разрушается по какому-либо другому сценарию [15, 28–32], зачастую это потеря гладкости по сценарию Афраймовича – Шильникова [5]. Однако в некоторых работах авторы предполагают возможность и бесконечного каскада [33]. В рамках данной работы мы также не сможем дать однозначного ответа на этот вопрос, однако для рассматриваемой модели мы считаем, что есть предпосылки предполагать, что в ней возможен сценарий, демонстрирующий бесконечный каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой.

В работах [16–18] было введено понятие квазипериодического аттрактора Эно, который представляет собой произведение аттрактора Эно на тор, что приводит к формированию хаотического аттрактора, у которого сохранено двумерное нейтральное многообразие тора в потоковой системе, а в спектре показателей Ляпунова появляется дополнительный нулевой показатель, отвечающий нейтральному многообразию на торе. Примеры таких аттракторов были продемонстрированы на отображении [18] и неавтономной потоковой системе [16, 17], в которых один нулевой показатель является обязательным. Недавно в [19] был описан универсальный сценарий формирования такого типа аттракторов на примере потоковой системы. Основной механизм, приводящий к возникновению такого аттрактора, связан с поглощением аттрактором счетного множества седловых торов с двумерным нейтральным многообразием, возникших в результате каскада бифуркаций удвоения инвариантных кривых или двухчастотных торов.

Для исследования механизма возникновения квазипериодического аттрактора Эно проследим каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой. На рис. 4 представлены графики двух старших показателей Ляпунова в зависимости от параметра G, где показана последовательность удвоений инвариантной кривой. На рис. 3–6 представлена базовая инвариантная кривая, для которой рассматривались дальнейшие трансформации. С увеличением параметра G инвариантная кривая претерпевает каскад бифуркаций удвоения. На графиках хорошо просматриваются 10 бифуркаций удвоения инвариантной кривой. Затем инвариантная кривая разрушается, формируя хаотический аттрактор. Спектр показателей Ляпунова такого аттрактора имеет один положительный, один нулевой и один отрицательный показатели Ляпунова, что соответствует квазипериодическому аттрактору Эно. Аналогичные трансформации происходят на базе и других языков инвариантных кривых, в которых в результате каскада бифуркаций удвоения инвариантных кривых возникает хаотический аттрактор.

На рис. 5 представлены графики показателей Ляпунова для двух различных языков инвариантных кривых. На рис. 5, *б*, *в* и 5, *д*, *е* также показаны базовые инвариантные кривые и хаотические

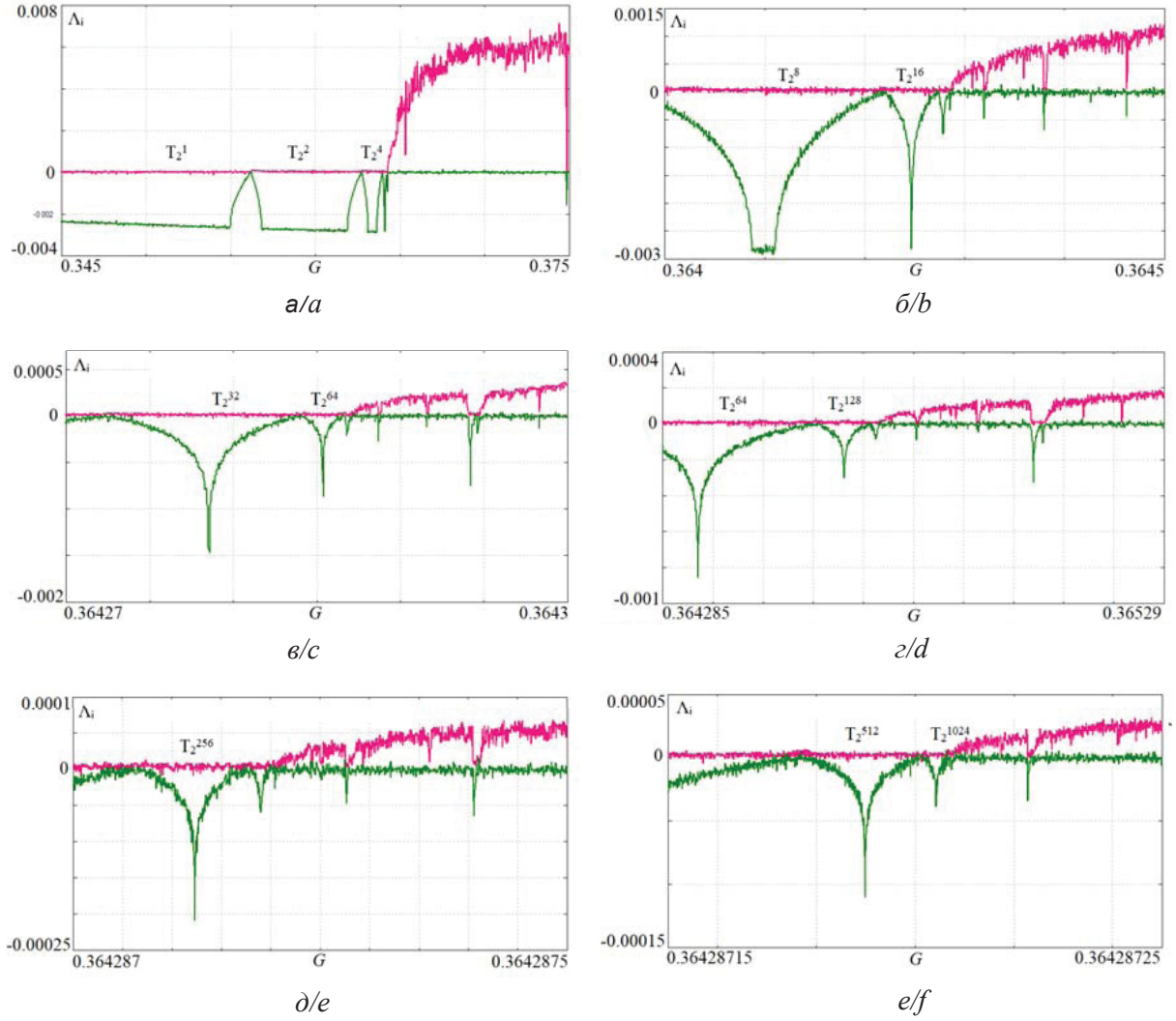


Рис. 4. График двух первых показателей Ляпунова (*а*) и его увеличенные фрагменты (*б*)–(*е*) дискретного осциллятора Лоренца-84 (5) в зависимости от параметра G: $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$, $F = 3.325$. Красная линия соответствует старшему показателю Ляпунова, зеленая линия – второй показатель Ляпунова (цвет online)

Fig. 4. Plots of the first two Lyapunov exponents and their enlarged fragments for the discrete Lorenz-84 oscillator (5) in dependence on the parameter G: $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$, $F = 3.325$. Red line corresponds to the largest Lyapunov exponent, green line – to the second Lyapunov exponent (color online)

аттракторы, возникшие на их основе. Интересной особенностью является то, что инвариантная кривая в процессе удвоений остается гладкой, не трансформируется в хаотический аттрактор по сценарию Афраймовича –Шильникова [5]. С увеличением параметра G инвариантная кривая расширяется и возникает хаотический аттрактор, далее постепенно поглощая седловые инвариантные кривые, возникшие в результате каскада бифуркаций удвоения, таким образом, наблюдается развитие хаотического аттрактора.

На графиках показателей Ляпунова в областях хаотической динамики хорошо видны провалы второго показателя Ляпунова в отрицательную область, которые представляют собой окна периодичности, однако, в этих окнах реализуется не неподвижная точка, а инвариантная кривая. Внутри таких окон также происходят каскады бифуркаций удвоения инвариантных кривых.

Заключение

Таким образом, в работе исследован дискретный осциллятора Лоренца-84, представляющий собой трехмерное отображение (трехмерный диффеоморфизм). В отображении показана возможность реализации устойчивого состояния равновесия, инвариантной кривой, трехмерного

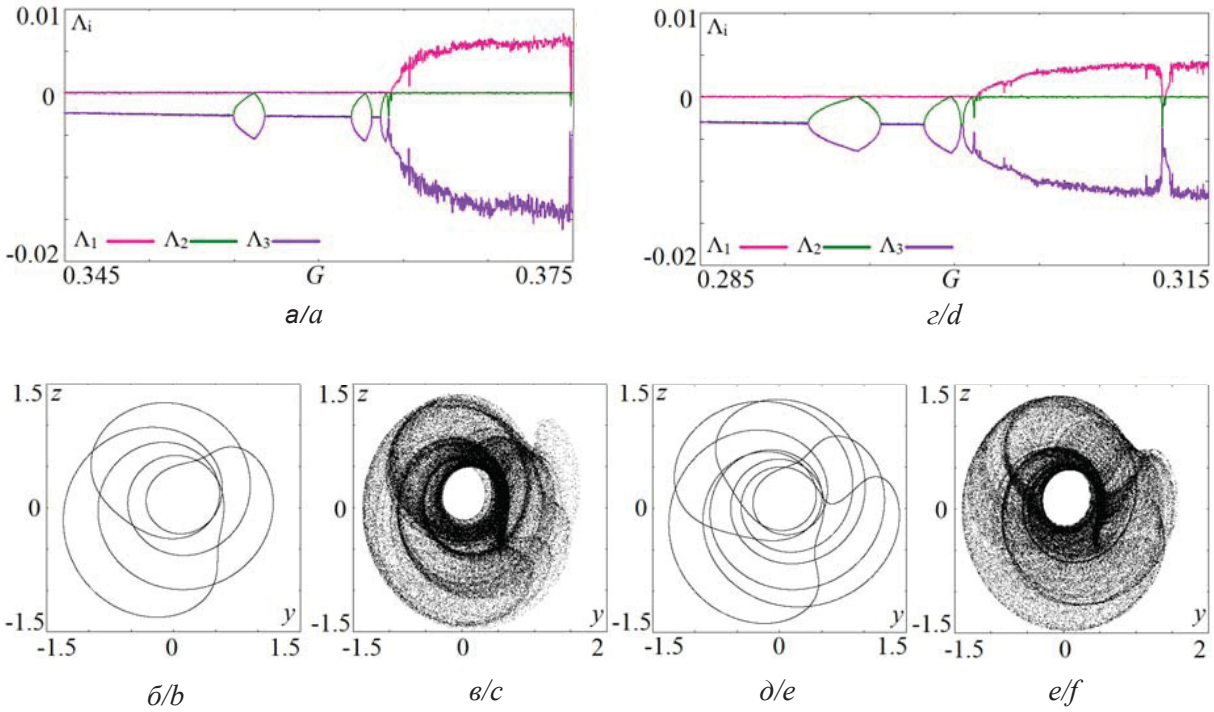


Рис. 5. Графики показателей Ляпунова (*а*, *г*), двумерные проекции фазовых портретов дискретного осциллятора Лоренца-84 (5) для языков инвариантных кривых с различными числами вращения, $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$: *а* – $F = 3.325$; *б* – $F = 3.325$, $G = 0.35$; *в* – $F = 3.325$, $G = 0.37$; *г* – $F = 3.35$; *д* – $F = 3.35$, $G = 0.289$; *е* – $F = 3.35$, $G = 0.315$. На рис. 5, *а*, 5, *г* красная линия соответствует старшему показателю Ляпунова, зеленая линия – второй показатель Ляпунова, фиолетовая линия – третий показатель Ляпунова (цвет online)

Fig.5. Plots of the Lyapunov exponents (*a*, *d*), two-dimensional projections of phase portraits of the discrete Lorenz-84 oscillator (5) for different tongues of invariant curves with various winding numbers, $a = 0.25$, $b = 4$, $h = 0.1$. (*a*) $F = 3.325$; (*b*) $F = 3.325$, $G = 0.35$; (*c*) $F = 3.325$, $G = 0.37$; (*d*) $F = 3.35$; (*e*) $F = 3.35$, $G = 0.289$; (*f*) $F = 3.35$, $G = 0.315$. In Figs. 5, *a*, 5, *d* red line corresponds to the largest Lyapunov exponent, green line – to the second Lyapunov exponent, violet line – to the third Lyapunov exponent (color online)

тора и хаоса с нулевым показателем Ляпунова. Показана возможность возникновения хаоса с нулевым показателем Ляпунова в результате каскада бифуркаций удвоения инвариантной кривой, представляющего собой квазипериодический аттрактор Эно. Продемонстрированы типичные структуры на плоскости параметров, такие как CrossRoad-Area, Spring-Area, базовым режимом которых является инвариантная кривая. Типичные структуры и хаотические колебания могут возникать на базе различных инвариантных кривых.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-32-00285). Работа А.П.К. выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН.

Список литературы

1. *Mira C., Gardini L., Barugola A., Cathala J.* Chaotic dynamics in two-dimensional noninvertible maps. World Scientific, Series on Nonlinear Science, Series A, 1996. Vol. 20. 632 p. DOI: 10.1142/2252
2. *Schuster H. G., Just W.* Deterministic chaos : an introduction. 4th ed. John Wiley & Sons, 2006. 312 p.
3. *Кузнецов А. П., Савин А. В., Седова Ю. В., Тюрюкина Л. В.* Бифуркации отображений. Саратов : ООО Издательский центр «Наука», 2012. 196 с.
4. *Gonchenko S. V., Ovsyannikov I. I., Simo C., Turaev D.* Three-dimensional Hénon-like maps and wild Lorenz-like attar tors // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2005. Vol. 15, № 11. P. 3493–3508. DOI: 10.1142/S0218127405014180
5. *Гонченко А. С., Гонченко С. В., Шильников Л. П.* К вопросу о сценариях возникновения хаоса у трехмерных отображений // Нелинейная динамика. 2012. Т. 8, № 1. С. 3–28.
6. *Gonchenko A. C., Gonchenko S. V., Kazakov A., Turaev D.* Simple scenarios of onset of chaos in three-dimen-

sional maps // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. Vol. 24, № 8. P. 1440005. DOI: 10.1142/S0218127414400057

7. *Gonchenko A. S., Gonchenko S. V.* Variety of strange pseudohyperbolic attractors in three-dimensional generalized Hénon maps // Physica D : Nonlinear Phenomena. 2016. Vol. 337. P. 43–57. DOI: 10.1016/j.physd.2016.07.006
8. *Pikovsky A., Politi A.* Lyapunov exponents : a tool to explore complex dynamics. Cambridge University Press, 2016. 295 p.
9. *Arrowsmith D. K., Cartwright J. H. E., Lansbury A. N., Place C. M.* The Bogdanov map : bifurcations, mode locking, and chaos in a dissipative system // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1993. Vol. 3, № 4. P. 803–842. DOI: 10.1142/S021812749300074X
10. *Zaslavsky G. M.* The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems. World Scientific, 2007. 328 p. DOI: 10.1142/p507
11. *Кузнецов А. П., Савин А. В., Седова Ю. В.* Бифуркация Богданова–Такенса: от непрерывной к дискретной модели // Известия вузов. ПНД. 2009. Т. 17, № 6. С. 139–158. DOI: 10.18500/0869-6632-2009-17-6-139-158
12. *Адилова А. Б., Кузнецов А. П., Савин А. В.* Динамика связанных дискретных осцилляторов Ресслера // Известия вузов. ПНД. 2013. Т. 21, № 5. С. 108–119. DOI: 10.18500/0869-6632-2013-21-5-108-119
13. *Кузнецов А. П., Седова Ю. В.* Отображения с квазипериодичностью разной размерности и квазипериодическими бифуркациями // Известия вузов. ПНД. 2017. Т. 25, № 4. С. 33–50. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50
14. *Анищенко В. С., Николаев С. М.* Генератор квазипериодических колебаний. Бифуркация удвоения двумерного тора // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 19. С. 88–94. DOI: 10.1134/1.2121837
15. *Кузнецов А. П., Станкевич Н. В.* Автономные системы с квазипериодической динамикой: примеры и свойства (обзор) // Известия вузов. ПНД. 2015. Т. 23, № 3. С. 71–93. DOI: 10.18500/0869-6632-2015-23-3-71-93
16. *Broer H., Simó C., Vitolo R.* Bifurcations and strange attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing // Nonlinearity. 2002. Vol. 15, № 4. P. 1205–1267. DOI: 10.1088/0951-7715/15/4/312
17. *Broer H. W., Vitolo R., Simó C.* Quasi-periodic Hénon-like attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing // EQUADIFF 2003. World Scientific, 2005. P. 601–606. DOI: 10.1142/9789812702067_0100
18. *Broer H. W., Simó C., Vitolo R.* Chaos and quasi-periodicity in diffeomorphisms of the solid torus // Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B. 2010. Vol. 14, № 3. P. 871–905. DOI: 10.3934/dcdsb.2010.14.871
19. *Kuznetsov A. P., Kuznetsov S. P., Shchegoleva N. A., Stankevich N. V.* Dynamics of coupled generators of quasiperiodic oscillations: Different types of synchronization and other phenomena // Physica D. 2019.Vol. 398. P. 1–12. DOI: 10.1016/j.physd.2019.05.014
20. *Lorenz E. N.* Irregularity : a fundamental property of the atmosphere // Tellus A. 1984. Vol. 36, № 2. P. 98–110. DOI: 10.1111/j.1600-0870.1984.tb00230.x
21. *Shil'nikov A., Nicolis G., Nicolis C.* Bifurcation and predictability analysis of a low-order atmospheric circulation model // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1995. Vol. 5, № 6. P. 1701–1711. DOI: 10.1142/S0218127495001253
22. *Van Veen L.* Baroclinic flow and the Lorenz-84 model // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 2003. Vol. 13, № 08. P. 2117–2139. DOI: 10.1142/S0218127403007904
23. *Freire J. G., Bonatto C., DaCamara C. C., Gallas J. A. C.* Multistability, phase diagrams, and intransitivity in the Lorenz-84 low-order atmospheric circulation model // Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2008. Vol. 18, № 3. P. 033121. DOI: 10.1063/1.2953589
24. *Wang H., Yu Y., Wen G.* Dynamical analysis of the Lorenz-84 atmospheric circulation model // Journal of Applied Mathematics. 2014. Vol. 2014. Article ID 296279. 15 p. DOI: 10.1155/2014/296279
25. *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J. M.* Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; a method for computing all of them. Part 1 : Theory // Meccanica. 1980. Vol. 15, № 1. P. 9–20. DOI: 10.1007/BF02128236
26. *Carcasses J. P., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J. C.* CrossRoad Area–Spring Area. Transition (I) foliated parametric representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Vol. 1, № 01. P. 183–196. DOI: 10.1142/S0218127491000117
27. *Mira C., Carcasses J. P., Bosch M., Simo C., Tatjer J. C.* CrossRoad Area–Spring Area. Transition (II) foliated parametric representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Vol. 1, № 02. P. 339–348. DOI: 10.1142/S0218127491000269
28. *Franceschini V.* Bifurcations of tori and phase locking in a dissipative system of differential equations // Physica D : Nonlinear Phenomena. 1983. Vol. 6, № 3. P. 285–304. DOI: 10.1109/ISCAS.2000.857196
29. *Kaneko K.* Doubling of torus // Progress of Theoretical Physics. 1983. Vol. 69, № 6. P. 1806–1810. DOI: 10.1143/PTP.69.1806
30. *Kaneko K.* Oscillation and doubling of torus // Progress of Theoretical Physics. 1984. Vol. 72, № 2. P. 202–215. DOI: 10.1143/PTP.72.202
31. *Anishchenko V. S., Vadivasova T. E., Sosnovtseva O.* Mechanisms of ergodic torus destruction and appearance of strange nonchaotic attractors // Physical Review E. 1996. Vol. 53, № 5. P. 4451. DOI: 10.1142/S0218127401002195
32. *Kuznetsov S., Feudel U., Pikovsky A.* Renormalization group for scaling at the torus-doubling terminal point // Physical Review E. 1998. Vol. 57, № 2. P. 1585. DOI: 10.1103/PhysRevE.57.1585
33. *Sekikawa M., Inaba N., Yoshinaga T., Tsubouchi T.* Bifurcation structure of successive torus doubling // Physics Letters A. 2006. Vol. 348, № 3–6. P. 187–194. DOI: 10.1016/j.physleta.2005.08.089

Образец для цитирования:

Попова Е. С., Станкевич Н. В., Кузнецов А. П. Каскад бифуркаций удвоения инвариантной кривой и квазипериодический аттрактор Эно в дискретной модели Лоренца-84 // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 222–232. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-222-232

Cascade of Invariant Curve Doubling Bifurcations and Quasi-Periodic Hénon Attractor in the Discrete Lorenz-84 Model

E. S. Popova, N. V. Stankevich, A. P. Kuznetsov

Elena S. Popova, https://orcid.org/0000-0002-9665-1793, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, lenochkafnp@yandex.ru

Nataliya V. Stankevich, https://orcid.org/0000-0002-4781-0567, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politehnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, stankevichnv@mail.ru

Alexander P. Kuznetsov, https://orcid.org/0000-0001-5528-1979, Saratov Branch of Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, 38 Zelenaya St., Saratov 410019, Russia, apkuz@rambler.ru

Background and Objectives: Chaotic behavior is one of the fundamental properties of nonlinear dynamical systems, including maps. Chaos can be most easily and reliably diagnosed using the largest Lyapunov exponent, which will be positive for the chaotic mode. Unlike flow dynamical systems, the presence of zero Lyapunov exponent in the spectrum is not an obligatory condition for maps. The zero exponent in the spectrum of a map will indicate the possibility of embedding such a map in a flow. In the framework the present paper, using as an example a three-dimensional discrete Lorenz-84 model, it is shown that there can appear chaotic attractors whose Lyapunov exponent spectrum contains one positive, one zero, and one negative exponents. Such a specific attractor represents the production of a two-dimensional torus and the Hénon attractor and was called the Quasi-periodic Hénon attractor. A scenario of development of such kind behavior is an open problem. **Materials and Methods:** The discrete Lorenz-84 oscillator obtained by discretizing the three-dimensional flow Lorenz-84 model is considered as an object of the present research. The dynamics of the map is studied numerically. The main analysis is carried out using the charts of dynamical regimes based on the calculation of Lyapunov exponents. Lyapunov exponents were calculated by the Benettin method with Gramm-Schmidt orthogonalization. **Results:** The scenario of occurrence of the Quasi-periodic Hénon attractor via a cascade of invariant curve doubling bifurcations is described. **Conclusion:** We study the discrete Lorenz-84 oscillator, which is a three-dimensional map (three-dimensional diffeomorphism). In the map the possibility of implementing a steady state of equilibrium, an invariant curve, a torus-attractor, and chaos with zero Lyapunov exponent in the spectrum was shown. It is also demonstrated that the chaotic mode with zero Lyapunov exponent, the Quasi-periodic Hénon attractor, can appear as a result of a cascade of doubling bifurcations of the invariant curve. Typical structures on the parameter plane, such as CrossRoad-Area, Spring-Area, whose base mode is an invariant curve, are illustrated. These structures and chaotic oscillations can arise on the basis of various invariant curves.

Keywords: invariant curve doubling, quasi-periodic Hénon attractor, dynamical chaos, map.

Received: 26.03.2020 / Accepted: 08.05.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Acknowledgements: *This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 18-32-00285). The work of A.P.K. was performed in the framework of a state order to the Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences.*

Reference

1. Mira C., Gardini L., Barugola A., Cathala J. *Chaotic dynamics in two-dimensional noninvertible maps*. World Scientific, Series on Nonlinear Science, Series A, 1996, vol. 20. 632 p. DOI: 10.1142/2252
2. Schuster H. G., Just W. *Deterministic chaos: an introduction.* 4th ed. John Wiley & Sons, 2006. 312 p.
3. Kuznetsov A. P., Savin A. V., Sedova Yu. V., Tyurykina L. V. *Bifurkatsii otobrazheniy* [Bifurcations of mappings]. Saratov, OOO Izdatel'skiy tsentr "Nauka", 2012. 196 p. (in Russian).
4. Gonchenko S. V., Ovsyannikov I. I., Simo C., Turaev D. Three-dimensional Hénon-like maps and wild Lorenz-like attar tors. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, vol. 15, no. 11, pp. 3493–3508. DOI: 10.1142/S0218127405014180
5. Gonchenko A. S., Gonchenko S. V., Shilnikov L. P. Towards scenarios of chaos appearance in three-dimensional maps. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 8, no. 1, pp. 3–28.
6. Gonchenko A. S., Gonchenko S. V., Kazakov A., Turaev D. Simple scenarios of onset of chaos in three-dimensional maps. *International Journal of Bifurcation and Chaos,* 2014, vol. 24, no. 8, pp. 1440005. DOI: 10.1142/S0218127414400057
7. Gonchenko A. S., Gonchenko S. V. Variety of strange pseudohyperbolic attractors in three-dimensional generalized Hénon maps. *Physica D: Nonlinear Phenomena,* 2016, vol. 337, pp. 43–57. DOI: 10.1016/j.physd.2016.07.006
8. Pikovsky A., Politi A. *Lyapunov exponents: a tool to explore complex dynamics.* Cambridge University Press, 2016. 295 p.
9. Arrowsmith D. K., Cartwright J. H. E., Lansbury A. N., Place C. M. The Bogdanov map: bifurcations, mode

locking, and chaos in a dissipative system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1993, vol. 3, no. 4, pp. 803. DOI: 10.1142/S021812749300074X

10. Zaslavsky G. M. *The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems.* World Scientific, 2007. DOI: 10.1142/p507
11. Kuznetsov A. P., Savin A. V., Sedova Y. V. Bogdanov-Takens bifurcation: from flows to discrete systems. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2009, vol.17, no. 6, pp. 139–158. DOI: 10.18500/0869-6632-2009-17-6-139-158
12. Adilova A. B., Kuznetsov A. P., Savin A. V. Complex dynamics in the system of two couple discrete Rossler oscillators. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2013, vol. 21, no. 5, pp. 108–119. DOI: 10.18500/0869-6632-2013-21-5-108-119.
13. Kuznetsov A. P., Sedova Y. V. Maps with quasi-periodicity of different dimension and quasi-periodic bifurcations. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 25, no. 4, pp. 33–50. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50
14. Anishchenko V. S., Nikolaev S. M. Generator of quasi-periodic oscillations featuring two-dimensional torus doubling bifurcations. *Technical Physics Letters,* 2005, vol. 31, no. 10, pp. 853–855. DOI: 10.1134/1.2121837
15. Kuznetsov A. P., Stankevich N. V. Autonomous systems with quasiperiodic dynamics. Examples and their properties: Review. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2015, vol. 23, no. 3, pp. 71–93. DOI: 10.18500/0869-6632-2015-23-3-71-93
16. Broer H., Simó C., Vitolo R. Bifurcations and strange attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing. *Nonlinearity*, 2002, vol. 15, no. 4, pp. 1205. DOI: 10.1088/0951-7715/15/4/312
17. Broer H. W., Vitolo R., Simó C. Quasi-periodic Hénon-like attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing. *EQUADIFF 2003*, World Scientific, 2005, pp. 601–606. DOI: 10.1142/9789812702067_0100
18. Broer H. W., Simó C., Vitolo R. Chaos and quasi-periodicity in diffeomorphisms of the solid torus. *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B,* 2010, vol. 14, no. 3, pp. 871–905. DOI: 10.3934/dcdsb.2010.14.871
19. Kuznetsov A. P, Kuznetsov S. P., Shchegoleva N. A., Stankevich N. V. Dynamics of coupled generators of quasiperiodic oscillations: Different types of synchronization and other phenomena. *Physica D*, 2019, vol. 398, pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.physd.2019.05.014
20. Lorenz E. N. Irregularity: a fundamental property of the atmosphere. *Tellus A*, 1984, vol. 36, no. 2, pp. 98–110. DOI: 10.1111/j.1600-0870.1984.tb00230.x
21. Shil'nikov A., Nicolis G., Nicolis C. Bifurcation and predictability analysis of a low-order atmospheric circulation model. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1995, vol. 5, no. 6, pp. 1701–1711. DOI: 10.1142/S0218127495001253
22. Van Veen L. Baroclinic flow and the Lorenz-84 model. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2003, vol. 13, no. 08, pp. 2117–2139. DOI: 10.1142/S0218127403007904
23. Freire J. G., Bonatto C., DaCamara C. C., Gallas J. A. C. Multistability, phase diagrams, and intransitivity in the Lorenz-84 low-order atmospheric circulation model. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science,* 2008, vol. 18, no. 3, pp. 033121. DOI: 10.1063/1.2953589
24. Wang H., Yu Y., Wen G. Dynamical analysis of the Lorenz-84 atmospheric circulation model. *Journal of Applied Mathematics*, 2014, vol. 2014, article ID 296279. 15 p. DOI: 10.1155/2014/296279
25. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J. M. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; a method for computing all of them. Part 1: Theory. *Meccanica*, 1980, vol. 15, no. 1, pp. 9–20. DOI: 10.1007/BF02128236
26. Carcasses J. P., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J. C. CrossRoad Area–Spring Area. Transition (I) foliated parametric representation. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1991, vol. 1, no. 1, pp. 183–196. DOI: 10.1142/S0218127491000117
27. Mira C., Carcasses J. P., Bosch M., Simo C., Tatjer J. C. CrossRoad Area–Spring Area. Transition (II) foliated parametric representation. *International Journal of Bifurcation and Chaos,* 1991, vol. 1, no. 2, pp. 339–348. DOI: 10.1142/S0218127491000269
28. Franceschini V. Bifurcations of tori and phase locking in a dissipative system of differential equations. *Physica D: Nonlinear Phenomena,* 1983, vol. 6, no. 3, pp. 285–304. DOI: 10.1109/ISCAS.2000.857196
29. Kaneko K. Doubling of torus. *Progress of Theoretical Physics,* 1983, vol. 69, no. 6. pp. 1806–1810. DOI: 10.1143/PTP.69.1806
30. Kaneko K. Oscillation and doubling of torus. *Progress of Theoretical Physics,* 1984, vol. 72, no. 2, pp. 202–215. DOI: 10.1143/PTP.72.202
31. Anishchenko V. S., Vadivasova T. E., Sosnovtseva O. Mechanisms of ergodic torus destruction and appearance of strange nonchaotic attractors. *Physical Review E.,* 1996, vol. 53, no. 5. pp. 4451. DOI: 10.1142/S0218127401002195
32. Kuznetsov S., Feudel U., Pikovsky A. Renormalization group for scaling at the torus-doubling terminal point. *Physical Review E*, 1998, vol. 57, no. 2, pp. 1585. DOI: 10.1103/PhysRevE.57.1585
33. Sekikawa M., Inaba N., Yoshinaga T., Tsubouchi T. Bifurcation structure of successive torus doubling. *Physics Letters A*, 2006, vol. 348, no. 3–6. pp. 187–194. DOI: 10.1016/j.physleta.2005.08.089

Cite this article as:

Popova E. S., Stankevich N. V., Kuznetsov A. P. Cascade of Invariant Curve Doubling Bifurcations and Quasi-Periodic Hénon Attractor in the Discrete Lorenz-84 Model. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 222–232 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-222-232

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

УДК 539.172.17

Исследование возможности замораживания некоторых степеней свободы системы при расчете процесса столкновения атомных ядер

В. Л. Литневский, Ф. А. Иванюк, Г. И. Косенко

Литневский Владимир Леонидович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии, Омский государственный университет путей сообщения, vlad.lit@bk.ru

Иванюк Федор Алексеевич, доктор физико-математических наук, заведующий отделом теории ядра, Институт ядерных исследований Национальной Академии наук Украины, Киев, ivanyuk@kinr.kiev.ua

Косенко Григорий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физико-математических дисциплин, Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулёва (Омский автобронетанковый инженерный институт), kosenkophys@gmail.com

Рассматривается процесс столкновения атомных ядер в реакциях горячего синтеза $^{36}S + {}^{23}8U$ и $^{64}Ni + {}^{238}U$. Для моделирования данного процесса используется динамическая стохастическая модель, в которой учитывается оболочечная структура сталкивающихся ядер и их взаимная ориентация в пространстве. Обсуждается вопрос о возможности замораживания части степеней свободы системы. Показано, что относительно тяжелое, деформированное в основном состоянии ядро-мишень слабо меняет свою деформацию и ориентацию в пространстве на протяжении эволюции системы вплоть до перехода через кулоновский барьер. Таким образом, запрет эволюции данных степеней свободы системы не оказывает существенного влияния на результаты моделирования, а именно на сечения перехода системы через кулоновский барьер и на соответствующее значение расстояния между центрами масс сталкивающихся ядер в момент перехода. Результаты моделирования сопоставляются с экспериментальными данными по сечениям захвата ядра-снаряда ядром-мишенью. Выбор рассматриваемых реакций позволяет судить о влиянии массы ядра-снаряда на результаты расчетов, а также обобщить полученные в работе результаты на широкий круг реакций с соотношением масс сталкивающихся ядер, лежащих в диапазоне от 0.15, до 0.27. Большая часть реакций, используемых в настоящее время для синтеза сверх тяжелых элементов, находится в данном диапазоне.

Ключевые слова: столкновение атомных ядер, уравнения Ланжевена, коллективные координаты.

Поступила в редакцию: 25.04.2020 / Принята: 21.05.2020 / Опубликована: 31.08.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-233-242

Введение

Изучению реакции слияния–деления тяжелых ионов посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ, например [1–5]. Это связано в первую очередь с тем, что данные ре-

© Литневский В. Л., Иванюк Ф. А., Косенко Г. И., 2020

акции позволяют получать сверхтяжелые ядра или экзотические изотопы, лежащие вдали от линии бета-стабильности. Для описания данных реакций необходимо уметь описывать процесс столкновения исходных ядер. Данному вопросу посвящены, например, работы [6–9]. Причем точность описания входного канала влияет на качество всех последующих результатов моделирования [10]. В последнее время появился ряд работ, например, [9, 11, 12], стремящихся учесть при расчете взаимодействия сталкивающихся атомных ядер, их всевозможные деформации и ориентации. Например, в работе [9] учитываются 7 параметров формы системы. Вместе с тем увеличение количества учитываемых параметров формы системы (увеличение размерности пространства коллективных координат системы) плохо сказывается на скорости и сложности осуществления выполнения динамических расчетов. Так, в рассматриваемой модели время компьютерного расчета может достигать нескольких суток (в зависимости от энергии реакции). Поэтому актуален поиск таких приближений, которые позволяли бы учитывать большое количество степеней свободы системы, но не приводили бы к существенному усложнению процесса моделирования.

В настоящей работе изучается вопрос о возможности замораживания некоторых степеней свободы системы взаимодействующих ядер. Результаты приближенных расчетов сопоставляются экспериментальными данными [1] и с результатами полноценных расчетов процесса столкновения сферического в основном состоянии ядра-снаряда (например ^{36}S или ^{64}Ni) с вытянутым ядром-мишенью (^{238}U). Выбранные реакции сильно отличаются соотношением масс сталкивающихся ядер. Изучение данных реакций позволит судить о влиянии массы ядра снаряда на результат моделирования процесса столкновения атомных ядер.

Модель

В рассматриваемой модели [13, 14] производится описание входного канала реакций слияния – деления, а именно процесс сближения и столкновения ядра-снаряда и ядра-мишени.

Основными результатами моделирования входного канала реакций слияния – деления являются сечение захвата ядра-снаряда ядром-мишенью (сечение перехода системы через кулоновский барьер) и распределение значений расстояний между центрами масс сталкивающихся ядер в момент захвата [10]. Данные характеристики систем будут проанализированы в настоящей работе.

В рассматриваемых реакциях ядро-снаряд имеет в начальный момент времени (в основном состоянии) сферическую форму. Оно налетает на деформированное в основном состоянии ядро-мишень. Для того чтобы задать форму такой системы (рис. 1), необходимо использовать хотя бы четыре параметра (четыре коллективных координаты). Параметр r задает расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер, параметры α_t и α_p описывают деформации взаимодействующих ядер [15], ориентационный параметр θ_t определяется как угол между осью симметрии деформированного ядра и линией, соединяющей центры масс сталкивающихся ядер.

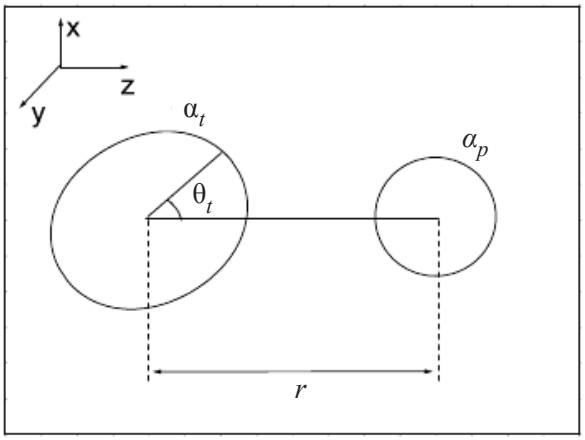


Рис. 1. Форма системы во входном канале реакции
Fig. 1. Shape of the system in the entrance channel

Эволюция коллективных координат системы $\boldsymbol{q}$ ($q \equiv r, \alpha_t, \alpha_p, \theta_t$) и соответствующих им импульсов $\boldsymbol{p}$ описывается с помощью динамических уравнений Ланжевена [6, 7, 10], содержащих стохастическое слагаемое (случайную силу):

$$\dot{q}_\beta = \mu_{\beta\nu}\, p_\nu\,,$$
$$\dot{p}_\beta = K_\beta - \frac{1}{2}\, p_\nu\, p_\eta\, \frac{\partial \mu_{\eta\nu}}{\partial q_\beta} - \gamma_{\beta\nu}\, \mu_{\eta\nu}\, p_\eta + \theta_{\beta\nu}\, \xi_\nu\,. \tag{1}$$

По повторяющимся индексам ν и η здесь подразумевается суммирование, $\gamma_{\beta\nu}$ – компоненты фрикционного тензора системы γ; $\mu_{\beta\nu}$ и $\mu_{\eta\nu}$ – компоненты тензора μ, обратного тензору инерции m; K_β – консервативная сила, которую можно определить как [16]:

$$K_\beta = -\left[\frac{\partial\left(V_{Coul} + V_{GK} + V_{rot}\right)}{\partial q_\beta} + \frac{\partial\left(F^t_{def} + F^p_{def}\right)}{\partial q_\beta}\right]. \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое описывает силу, обусловленную кулоновским (V_{Coul}) и ядерным (V_{GK}) взаимодействиями сталкивающихся ядер, а также вращением системы; второе слагаемое описывает консервативную силу, возникающую во взаимодействующих атомных ядрах, каждое из которых рассматривается как термодинамическая система. Данная консервативная сила определяется термодинамическим потенциалом каждого из ядер, а именно их свободной энергии Гельмгольца: $F = E - TS$. Свободную энергию вычисляем в рамках метода оболочечных поправок [17,18]:

$$F(q, T) = F_{LDM}(q, T) + \delta E(T = 0) \cdot \exp(-aT^2 / E_d). \quad (3)$$

Здесь E_d = 20 МэВ, T – температура системы, определяемая из модели ферми-газа соотношением $T = \sqrt{E^* / a}$, где a – параметр плотности уровней [19], а E^* – энергия возбуждения каждого из сталкивающихся ядер.

Макроскопическая часть свободной энергии $F_{LDM}(q,T)$ в соответствии с [16] определяется исходя из соотношения

$$F_{LDM}(q, T) = E_{LDM}(q) - \tilde{a}T^2. \quad (4)$$

Таким образом, конечное выражение для $F(q,T)$ принимает вид:

$$F(q,T) = E_{LDM}(q) - \tilde{a}T^2 + \\ + \delta E(T = 0)\exp\left(-aT^2 / E_d\right). \quad (5)$$

Для параметров плотности уровней a и $\tilde{a}$ мы использовали, соответственно, выражения (4) и (5) из [19]. При проведении расчетов мы считаем, что энергия возбуждения E^*системы делится между ядрами пропорционально числу содержащихся в них нуклонов, т.е. температура обоих ядер одинакова. Суммарная энергия возбуждения определяется на каждом шаге интегрирования уравнений Ланжевена (1), исходя из требования выполнения закона сохранения энергии:

$$E_{c.m.} - \frac{1}{2} p_\eta p_\nu \mu_{\eta\nu} - V_{pot} = E^*. \quad (6)$$

Потенциальная энергия системы V_{pot} учитывает кулоновское и ядерное взаимодействия сталкивающихся ядер, вращательную энергию системы, а также деформационную энергию E_{def} каждого из ядер, рассчитанную с учетом ядерной оболочечной структуры [15, 17, 18]:

$$V_{pot} = V_{Coul} + V_{GK} + V_{rot} + \\ + E^t_{def}(T = 0) + E^p_{def}(T = 0). \quad (7)$$

Слагаемое $\theta_{\beta\nu}\xi_\nu$, входящее в уравнение (1), выполняет роль случайной силы, которая обеспечивает переход энергии от одночастичных степеней свободы системы к коллективным. Обратный переход энергии обеспечивается наличием в уравнениях фрикционного тензора. Фактически случайная сила описывает флуктуации в системе. Случайное число ξ_ν имеет следующие свойства:

$$< \xi_\nu >= 0, \\ < \xi_\beta(t_1)\xi_\nu(t_2) >= 2\delta_{\beta\nu}\delta(t_1 - t_2). \quad (8)$$

Амплитуда случайной силы $\theta_{\beta\nu}$ связана с диффузионным тензором $D_{\beta\nu}$, который рассчитывается с помощью модифицированного соотношения Эйнштейна $D_{\beta\nu} = T^*\gamma_{\beta\nu}$, где T^* – эффективная температура, связанная с температурой системы T и с параметром локальной частоты коллективного движения ϖ соотношением [20]

$$T^* = \frac{\hbar\varpi}{2}\coth\frac{\hbar\varpi}{2T}, \quad (9)$$

где ϖ =2 МэВ.

При описании энергии кулоновского отталкивания сталкивающихся ядер используется выражение

$$V_{Coul} = \frac{9 Z_t Z_p e^2}{r_0^6 \cdot 32\pi^2 A_t A_p}\int\int\frac{1}{\sigma}\, dV_t\, dV_p, \quad (10)$$

в котором предполагается, что ядра имеют резкий край (не учитывается диффузность ядерной поверхности), а протоны распределены по объему ядра равномерно. Интегрирование производится по объемам обоих взаимодействующих ядер. В ряде случаев выражение (10) может быть сведено к двум поверхностным интегралам [21].

За притяжение атомных ядер ответственно ядерное взаимодействие. Выбору вида ядерного взаимодействия посвящено большое количество работ [7, 12, 22]. В настоящей работе мы пользуемся выражением [12]

$$V_{GK} = \frac{1}{2}\left(\int V_t(\vec{r} - \vec{r}'', \alpha_t, \theta_t)\cdot\rho_p(\vec{r}'', \alpha_p)d\vec{r}'' + \\ + \int V_p(\vec{r} - \vec{r}'', \alpha_p)\cdot\rho_t(\vec{r}'', \alpha_t, \theta_t)d\vec{r}''\right), \quad (11)$$

где в первом слагаемом интегрирование ведется по объему ядра снаряда, а во втором – по объему ядра мишени; $\rho_{t,p}$ – плотность соответствующего ядра (по объему которого ведется интегрирова-

ние); $V_{t,p}$ – потенциал взаимодействия нуклонов этого ядра с ближайшей точкой поверхности второго ядра. Величина $V_{t,p}$ записывается в форме потенциала Вудса – Саксона:

$$V_t(\vec{r}, \alpha_t, \theta_t) = V_g\left[1 + \exp\left(\frac{r - R_t^V(\alpha_t, x', y', z')}{a_g}\right)\right]^{-1}, \quad (12)$$

$$V_p(\vec{r}, \alpha_p) = V_g\left[1 + \exp\left(\frac{r - R_p^V(\alpha_p, z)}{a_g}\right)\right]^{-1}. \quad (13)$$

Параметры потенциала V_g и a_g определяются в работах [6, 7]. Величины R_t^V и R_p^V представляют собой расстояния от центра масс соответствующего ядра до точки на его поверхности, имеющей либо декартовы координаты (x', y', z') для произвольно ориентированного в пространстве деформированного ядра-мишени, либо цилиндрические координаты (ρ, φ, z) для сферического в основном состоянии ядра-снаряда:

$$R_t^V(\alpha_t, x', y', z') = 1.25 \cdot A_t^{1/3} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}, \quad (14)$$

$$R_p^V(\alpha_p, z) = 1.25 \cdot A_p^{1/3} \cdot \sqrt{\rho^2(\alpha_p, z) + z^2}. \quad (15)$$

Плотность ядерного вещества (нуклонов) каждого из ядер определяется формулами:

$$\rho_t(\vec{r}, \alpha_t, \theta_t) = \rho_0\left[1 + \exp\left(\frac{r - R_t^\rho(\alpha_t, x', y', z')}{a_d}\right)\right]^{-1}, \quad (16)$$

$$\rho_p(\vec{r}, \alpha_p) = \rho_0\left[1 + \exp\left(\frac{r - R_p^\rho(\alpha_p, z)}{a_d}\right)\right]^{-1}, \quad (17)$$

где $\rho_0 = 0.17$ фм$^{-3}$ и параметр, описывающий диффузность ядерной поверхности, $a_d = 0.54$ фм,

$$R_t^\rho(\alpha_t, x', y', z') = \left(1.25 \cdot A_t^{1/3} - 0.86\, A_t^{-1/3}\right)\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}, \quad (18)$$

$$R_p^\rho(\alpha_p, z) = \left(1.25 \cdot A_p^{1/3} - 0.86\, A_p^{-1/3}\right)\sqrt{\rho^2(\alpha_p, z) + z^2}. \quad (19)$$

При расчете потенциальной энергии системы, состоящей из двух сталкивающихся ядер, кроме энергий кулоновского и ядерного взаимодействий необходимо учитывать также деформационную энергию каждого из ядер (рис. 2).

Вращательная энергия системы зависит от углового момента системы L, приведенной массы системы M, от расстояния между центрами масс

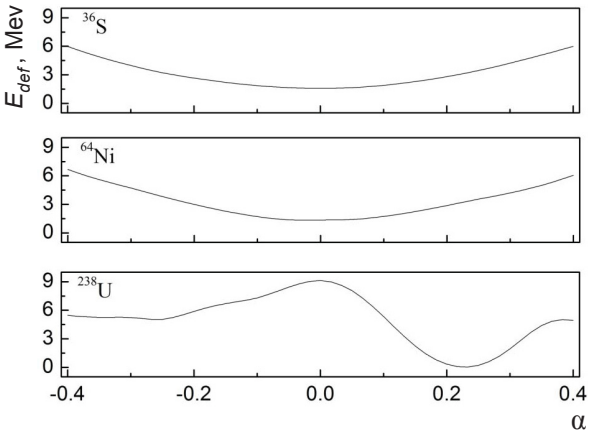


Рис. 2. Зависимость потенциальной энергии рассматриваемых ядер от их деформационного параметра α

Fig. 2. Dependence of the potential energy of the nuclei under consideration on their deformation parameter α

сталкивающихся ядер r, от моментов инерции каждого из сталкивающихся ядер J_t и J_p, при расчете которых предполагается, что атомные ядра можно рассматривать как вращающиеся твердые тела (твердотельное приближение [23]). В конечном итоге, вращательная энергия системы рассчитывается по формуле

$$V_{rot} = \frac{1}{2}\hbar^2 L^2 / (Mr^2 + J_t + J_p). \quad (20)$$

Деформационная энергия атомных ядер при нулевой температуре определяется как энергия деформации в модели жидкой капли плюс оболочечная поправка:

$$E_{def}(q, T = 0) = E_{LDM}^{(def)}(q) + \delta E(q, T = 0). \quad (21)$$

Макроскопическая часть данной энергии ($E_{LDM}^{(def)}$) рассчитана в модели жидкой капли, микроскопическая часть (δE) получена с помощью метода оболочечных поправок Струтинского [17]. Из рис. 2 можно видеть, что ядра-снаряды имеют в основном состоянии сферическую форму (минимум энергии соответствует значению параметра деформации $\alpha = 0$), а ядро-мишень в основном состоянии является деформированным ($\alpha = 0.227$). Таким образом, используемый нами метод расчета деформационной энергии сталкивающихся ядер позволяет учитывать начальные деформации сталкивающихся ядер, что существенно влияет на качество моделирования входного канала [24]. Кроме того, потенциал ядра ^{238}U является жестким, т. е. для деформации данного ядра необходимо затратить достаточно большую энергию.

Параметры системы являются независимыми, поэтому тензор инерции имеет диагональный вид:

$$m = \begin{pmatrix} m_{\alpha t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\alpha p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_t \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Две из его компонент описывают инерцию ядра-мишени ($m_{\alpha t}$) и ядра-снаряда ($m_{\alpha p}$) по отношению к их деформациям. Инерция системы по отношению к радиальному движению описывается приведенной массой системы M. Инерция ядра-мишени по отношению к изменению его ориентации в пространстве описывается моментом инерции J_t. Фрикционный тензор системы также является диагональным:

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{\alpha t} + \gamma_{\alpha t}^{nucl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{\alpha p} + \gamma_{\alpha p}^{nucl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{\theta t} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Его компоненты $\gamma_{\alpha t}$, $\gamma_{\alpha p}$, γ_r и $\gamma_{\theta t}$ рассчитываются в модели поверхностного трения [6]. Компоненты тензоров (21) и (22), ответственные за внутриядерные процессы, происходящие при деформации сталкивающихся ядер ($m_{\alpha t}$ и $m_{\alpha p}$ для инерционного тензора, а также $\gamma_{\alpha t}^{nucl}$ и $\gamma_{\alpha p}^{nucl}$ для фрикционного тензора) рассчитываются в теории линейного отклика и локального гармонического приближения [25].

Результаты и их обсуждение

Основную роль при моделировании процесса столкновения атомных ядер играет зависимость потенциальной энергии системы от параметров ее формы.

Зависимость потенциальной энергии системы (энергии взаимодействия) от параметров деформации системы представлена на рис. 3. Анализируя рис. 3, *а*, можно прийти к выводу о том, что ядро-снаряд начнет деформироваться задолго до пересечения кулоновского барьера. На сравнительно большом расстоянии от кулоновского барьера (когда действуют только силы кулоновского отталкивания) оказывается выгодной немного сплюснутая форма ядра-снаряда. Далее, по мере включения ядерных сил, становится выгодной вытянутая форма налетающего ядра. Таким образом, форма ядра-снаряда в момент перехода через потенциальный барьер определяется скоростью подлета ядра к барьеру. При высокой энергии реакции ядро будет быстро подходить к барьеру и в момент перехода останется сплюснутым. В противном случае, при низкой скорости радиального движения, ядро-снаряд успеет приобрести сферическую или даже вытянутую форму до момента перехода через барьер.

На рис. 3, *б* представлена зависимость потенциальной энергии сталкивающихся ядер от расстояния между их центрами масс и деформации ядра-мишени. При фиксированном значении параметра $R_{c.m.}$ (при $R_{c.m.} > 15$ фм) хорошо прослеживается минимум потенциальной энергии, соответствующий значению параметра $\alpha_t \approx 0.227$ (основное состояние ядра-мишени). Это означает, что ядро-мишень практически не будет менять свою форму до тех пор, пока система не приблизится к потенциальному барьеру. По мере продвижения за кулоновский барьер интенсивность взаимодействия сталкивающихся ядер увеличивается, соответственно в системе начинают действовать силы, способные изменить форму сталкивающихся ядер. За кулоновским барьером энергетически выгодными становятся более вытянутые формы ядер.

Зависимость потенциальной энергии системы (энергии взаимодействия) от параметров θ_t и $R_{c.m.}$ приведена на рис. 3, *в*. Видно, что до достижения системой вершины кулоновского барьера (штриховая линия), ориентационная зависимость потенциальной энергии системы является достаточно слабой, т. е. ядро-мишень сохраняет свою начальную ориентацию практически неизменной. После перехода через кулоновский барьер и вплоть до линии геометрического касания ядер (пунктирная линия) энергетически выгодными являются ориентации с малыми значениями параметра θ_t.

Таким образом, из анализа вида карты потенциальной энергии можно прийти к выводу, что при рассмотрении процесса столкновения атомных ядер только до момента пересечения ими кулоновского барьера изменение ориентации и деформации ядра-мишени будет минимальным в отличие от изменения деформации ядра-снаряда.

Основными результатами, которые нужно получить при моделировании процесса столкновения атомных ядер, являются сечение перехода системы через кулоновский барьер и расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер в момент перехода [10].

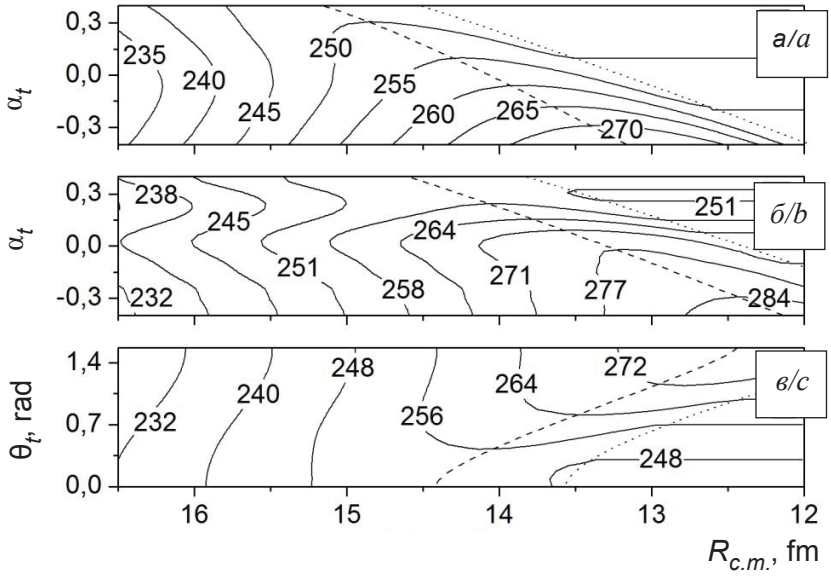


Рис. 3. Зависимость потенциальной энергии системы двух сталкивающихся ядер (^{64}Ni + ^{238}U) от расстояния между их центрами масс; *а* – деформации ядра-снаряда (ядро-мишень ориентировано под углом 30 градусов к линии, соединяющей центры масс сталкивающихся ядер, и имеет деформацию, соответствующую его форме в основном состоянии ($\alpha_t \approx 0.22$)); *б* – деформации ядра-мишени (ядро-мишень ориентировано под углом 30 градусов к линии, соединяющей центры масс сталкивающихся ядер, ядро-снаряд является сферическим); *в* – ориентации деформированного ядра-мишени (деформации обоих ядер зафиксированы и соответствуют их деформациям в основном состоянии)

Fig. 3. Dependence of the potential energy of the system of two colliding nuclei (^{64}Ni + ^{238}U) on the distance between their centers of mass; *a* – deformation of the projectile nucleus (the target nucleus is oriented at an angle of 30 degrees to the line connecting the centers of mass of the colliding nuclei, and has a deformation that corresponds to its form in the ground state ($a_t \approx 0.22$)); *b* – deformation of the target nucleus (the target nucleus is oriented at an angle of 30 degrees to the line connecting the centers of mass of the colliding nuclei, the projectile nucleus is spherical); *c* – orientations of the deformed target nuclei (deformations of both nuclei are fixed and correspond to their deformations in the ground state)

Сечение перехода системы через кулоновский барьер зависит от вероятности P соответствующего процесса:

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L+1) P(L), \qquad (24)$$

где $k^2 = 2ME_{c.m.}/\hbar^2$.

Мы провели моделирование процесса столкновения атомных ядер с фиксированными значениями тех или иных параметров системы. В частности, кроме полноценного (когда все параметры могут меняться со временем) расчета, мы производим расчеты: с фиксированной деформацией ядра-снаряда; с фиксированной деформацией ядра-мишени; с фиксированной ориентацией ядра-мишени; с фиксированными деформацией и ориентацией ядра-мишени. Сравнивая полученные результаты между собой, мы увидим, возможно ли упрощение расчета путем наложения ограничений на возможность эволюции некоторых параметров.

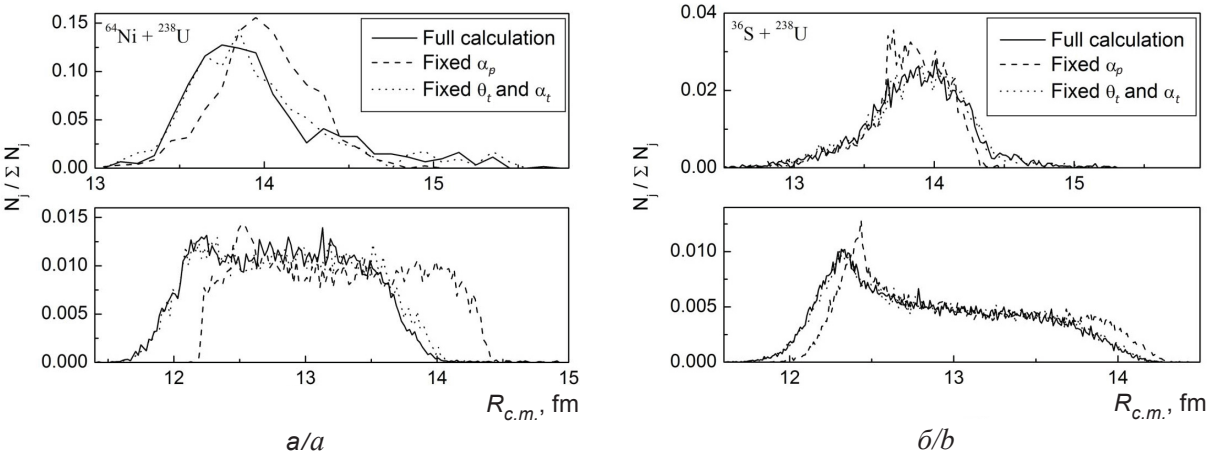
В таблице приведена зависимость сечения перехода системы через кулоновский барьер от энергии реакции. Хорошо видно, что расчет с фиксированной деформацией ядра-снаряда (α_p) дает завышенные значения сечений, в то время как результаты всех остальных расчетов практически не отличаются от результатов полноценного расчета. Результаты моделирования достаточно неплохо согласуются с экспериментальными данными [1].

На рис. 4 представлены распределения событий перехода через кулоновский барьер по расстояниям между центрами масс сталкивающихся ядер. Приведены результаты моделирования с фиксированной деформацией ядра-снаряда с одновременно фиксированными значениями пара-

Сечения перехода системы, полученной в реакциях ^{64}Ni + ^{238}U и ^{36}S + ^{238}U, через кулоновский барьер. Приведены результаты расчетов, проведенных при условии замораживания значений одного (α_p, α_t или θ_t) или двух (α_t и θ_t) параметров, а также результаты полноценных расчетов и экспериментальные данные [1]

Table. Cross sections of transition of the system, obtained in the ^{64}Ni + ^{238}U and ^{36}S + ^{238}U reactions, through the Coulomb barrier. The results of calculations performed under the condition of freezing the values of one (α_p, α_t or θ_t) or two (α_t и θ_t) parameters, also the results of full calculations and experimental data are presented

$E_{c.m.}$, MeV	$\sigma_{\alpha p}$	$\sigma_{\alpha t}$	$\sigma_{\theta t}$	$\sigma_{\alpha t,\,\theta t}$	Полный расчет / Full calculation	Экспериментальные данные [1] / Experimental data [1]	Реакция / Reaction
259.6	1.21	0.74	0.62	0.68	0.44	0.91	^{64}Ni+ ^{238}U
269.8	15.49	9.97	9.20	9.42	6.97	4.7	
281.5	65.98	45.9	49.9	48.7	41.4	33.2	
300.5	219.5	220.2	226.3	227.5	219.8	117.1	
149.4	10.86	10.27	10.12	9.82	9.67	10	^{36}S + ^{238}U
155.1	73.58	68.69	68.72	68.82	66.69	45.49	
160.8	219.2	204.9	205.4	206.9	204.1	206.9	
171.2	688.8	669.2	668.5	678.4	658.2	367.95	



а/a *б/b*

Рис. 4. Распределения событий перехода через кулоновский барьер по расстояниям между центрами масс сталкивающихся ядер $L = 0$: *а* – $E_{c.m.}$=259.6 МэВ (сверху) и $E_{c.m.}$=300.5 МэВ (снизу); *б* – $E_{c.m.}$=149.4 МэВ (сверху) и $E_{c.m.}$=171.2 МэВ (снизу)

Fig. 4. Distribution of Coulomb barrier transition events by the distances between the centers of mass of colliding nuclei $L = 0$: *a* – $E_{c.m.}$=259.6 MeV (top) и $E_{c.m.}$=300.5 MeV (bottom); *b* – $E_{c.m.}$= 149.4 MeV (top) и $E_{c.m.}$=171.2 MeV (bottom)

метров деформации и ориентации ядра-снаряда и полноценного расчета. Хорошо видно, что расчет с фиксированной деформацией ядра-снаряда (прерывистая линия) во всех рассмотренных случаях явно отличается от практически сливающихся результатов всех остальных расчетов. Следует заметить, что данное отличие зависит от энергии реакции и массы ядра-снаряда. Понятно, что чем тяжелее масса ядра снаряда, тем сильнее его деформация влияет на процесс столкновения.

Заключение

Анализируя результаты, полученные в настоящей работе, можно прийти к выводу, что пренебрежение возможностью изменения параметров деформации и ориентации в пространстве ядра-мишени, в случае достаточно тяжелого ядра-мишени, а также в случае, если оно имеет достаточно жесткий потенциал (см. рис. 2), приводит к физически обоснованным результатам, мало отличающимся от результатов полноценного расчета. Причем, чем легче налетающее ядро, тем эти отличия меньше. В то же время подобное приближение приводит к существенному упрощению расчета и, соответственно, к уменьшению времени выполнения расчета на компьютере за счет уменьшения количества уравнений Ланжевена (1), требующих численного интегрирования. Так,

в описанной модели, замораживание двух из четырех степеней свободы привело к двукратному уменьшению времени выполнения динамического расчета на компьютере.

Список литературы

1. *Kozulin E. M., Knyazheva G. N., Novikov K. V., Itkis I. M., Itkis M. G., Dmitriev S. N., Oganessian Yu. Ts., Bogachev A. A., Kozulina N. I., Harca I., Trzaska W. H., Ghosh T. K.* Fission and quasifission of composite systems with $Z = 108-120$: Transition from heavy-ion reactions involving S and Ca to Ti and Ni ions // Phys. Rev. C. 2016. Vol. 94. P. 054613. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.94.054613
2. *Nishio K., Ikezoe H., Mitsuoka S., Nishinaka I., Nagame Y., Watanabe Y., Ohtsuki T., Hirose K., Hofmann S.* Effects of nuclear orientation on the mass distribution of fission fragments in the reaction of 36S+238U // Phys. Rev. C. 2008. Vol. 77. P. 064607. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.77.064607
3. *Dvorak J., Brüchle W., Chelnokov M., Dressler R., Düllmann Ch. E., Eberhardt K., Gorshkov V., Jäger E., Krücken R., Kuznetsov A., Nagame Y., Nebel F., Novackova Z., Qin Z., Schädel M., Schausten B., Schimpf E., Semchenkov A., Thörle P., Türler A., Wegrzecki M., Wierczinski B., Yakushev A., Yeremin A.* Doubly Magic Nucleus 270Hs // PRL. 2006. Vol. 97. P. 242501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.242501
4. *Karpov A. V., Saiko V. V.* Modeling near-barrier collisions of heavy ions based on a Langevin-type approach // Phys. Rev. C. 2018. Vol. 96. P. 024618. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.96.024618
5. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Lenske H., Malov L. A.* Predictions of identification and production of new superheavy nuclei with Z=119 and 120 // Phys. Rev. C. 2020. Vol. 101. P. 034301. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.101.034301
6. *Fröbrich P.* Fusion and capture of heavy ions above the barrier : analysis of experimental data with the surface friction model // Phys. Rep. 1984. Vol. 116. P. 337-400. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-1573(84)90162-5
7. *Marten J., Fröbrich P.* Langevin description of heavy-ion collisions within the surface friction model // Nucl. Phys. A. 1992. Vol. 545. P. 854–870. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(92)90533-P
8. *Волков В. В.* Процесс полного слияния атомных ядер. Слияние ядер в рамках концепции двойной ядерной системы // ЭЧАЯ. 2004. Т. 35. С. 796–857.
9. *Saiko V. V., Karpov A. V.* Analysis of multinucleon transfer reactions with spherical and statically deformed nuclei using a Langevin-type approach // Phys. Rev. C. 2019. Vol. 99. P. 014613. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.014613
10. *Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A., Chiba S.* Description of the mass-asymmetric fission of the Pt isotopes, obtained in the reaction 36Ar+142Nd within the two-stage fusion-fission model // Phys. Rev. C. 2019. Vol. 99. P. 054624. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.054624
11. *Davydovska O. I., Denisov V. Yu., Nesterov V. A.* Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions // Nucl. Phys. A. 2019. Vol. 989. P. 214–230. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2019.06.004
12. *Ismail M., Ellithi A. Y., Botros M. M., Mellik A. E.* Azimuthal angle dependence of Coulomb and nuclear interactions between two deformed nuclei // Phys. Rev. C. 2007. Vol. 75. P. 064610. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.75.064610
13. *Литневский В. Л., Косенко Г. И., Иванюк Ф. А.* Учет туннельного эффекта во входном канале реакций слияния-деления // ЯФ. 2016. Т. 79, № 3. С. 236–244.
14. *Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A., Pashkevich V. V.* Description of synthesis of super-heavy elements within the multidimentional stochastic model // Phys. Rev. C. 2014. Vol. 89. P. 034626. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.89.034626
15. *Pashkevich V. V.* On the asymmetric deformation of fissioning nuclei // Nucl. Phys. A. Vol. 169. P. 275–293. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(71)90884-0
16. *Адеев Г. Д., Карпов А. В., Надточий П. Н., Ванин Д. В.* Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36. С. 732–800.
17. *Strutinsky V. M.* Shell effects in nuclear masses and deformation energy // Nucl. Phys. A. 1967. Vol. 95. P. 420–442. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(67)90510-6
18. *Ivanyuk F. A., Ishizuka C., Usang M. D., Chiba S.* Temperature dependence of shell corrections // Phys. Rev. C. 2018. Vol. 97. P. 054331. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.97.054331
19. *Iljinov A. S., Mebel M. V., Bianchi N., De Sanctis E., Guaraldo C., Lucherini V., Muccifora V., Polli E., Reolon A. R., Rossi P.* Phenomenological statistical analysis of level densities, decay widths and lifetimes of excited nuclei // Nucl. Phys. A. 1992. Vol. 543. P. 517–554. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(92)90278-R
20. *Hofmann H., Kiderlen D.* A Self-Consistent Treatment of Damped Motion for Stable and Unstable Collective Modes // Int. J. Mod. Phys. E. 1998. Vol. 7. P. 243–274. DOI: https://doi.org/10.1142/S0218301398000105
21. *Курманов Р. С., Косенко Г. И.* Новый подход к расчету потенциальной энергии сталкивающихся ядер // ЯФ. 2014. Т. 77, № 12. С. 1514–1524.
22. *Koura H., Yamada M.* Single-particle potentials for spherical nuclei // Nucl. Phys. A. 2000. Vol. 671. P. 96–118. DOI: https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)00428-5
23. *Hasse R. W., Myers W. D.* Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics. Heidelberg : Springer-Verlag, 1988. 116 p.
24. *Zu-Hua L., Jing-Dong B.* The effects of deformation and orientation of colliding nuclei on synthesis of superheavy elements // Nucl. Phys. A. 2019. Vol. 991. P. 121616. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2019.121616
25. *Hofmann H.* A quantal transport theory for nuclear collective motion : The merits of a locally harmonic approximation // Phys. Rept. 1997. Vol. 284, iss. 4–5. P. 137–380. DOI: https://doi.org/10.1016/S0370-1573(97)00006-9

Образец для цитирования:

Литневский В. Л., Иванюк Ф. А., Косенко Г. И. Исследование возможности замораживания некоторых степеней свободы системы при расчете процесса столкновения атомных ядер // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 3. С. 233–242. DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-233-242

Research of the Possibility of Freezing Some Degrees of Freedom of the System in the Calculation of the Collision Process of Atomic Nuclei

V. L. Litnevsky, F. A. Ivanyuk, G. I. Kosenko

Vladimir L. Litnevsky, https://orcid.org/0000-0002-3016-0174, Omsk State Transport University, 35 Marksa pr., Omsk 644046, Russia, vlad.lit@bk.ru

Fedor A. Ivanyuk, https://orcid.org/0000-0002-5321-6986, Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, 47 Nauki pr., Kiev 03028, Ukraine, ivanyuk@kinr.kiev.ua

Grigory I. Kosenko, https://orcid.org/0000-0002-3876-4917, Omsk Tank Automotive Engeneering Institute, 14 Voennii gorodok, Omsk 644098, Russia, kosenkophys@gmail.com

Background and Objectives: A large number of theoretical and experimental papers have been devoted to the study of the fusion-fission reaction of heavy ions. This is primarily due to the fact that these reactions allow us to obtain superheavy nuclei or exotic isotopes that lie far from the beta-stability line. To describe these reactions, you must be able to describe the collision process of the initial nuclei. Moreover, the accuracy of the entrance channel description affects the quality of all subsequent modeling results. Recently, a number of works have appeared that seek to take into account all possible deformations and orientations when calculating the interaction of colliding atomic nuclei. At the same time, increasing the number of system shape parameters taken into account (increasing the dimension of the space of collective coordinates of the system) increases the complexity of performing dynamic calculations. So, the purpose of this work is to find an approximation that takes into account the main physical processes that occur when two atomic nuclei collide, but does not lead to serious complication of calculations. **Materials and Methods:** In this paper, we consider the collision of atomic nuclei in the hot fusion reactions $^{36}S + ^{238}U$ and $^{64}Ni + ^{238}U$. To model this process, a dynamic stochastic model is used. It takes into account the shell structure of colliding cores and their mutual orientation in space. Four deformation parameters are used to describe the shape of the system under consideration. The dynamic evolution of these parameters is described in the framework of the Langevin equations. **Results:** The paper discusses the possibility of freezing some of the degrees of freedom of the system. It is shown that a relatively heavy target nucleus, deformed in the ground state, weakly changes its deformation and orientation in space during the evolution of the system up to the transition through the Coulomb barrier. The numerical results are compared with the experimental data. **Conclusion:** The prohibition of the evolution of the target nucleus deformation and orientation degrees of freedom does not significantly affect the simulation results, namely, the probability of the system passing through the Coulomb barrier and the distance between the centers of mass of colliding nuclei at the moment of the penetration through the Coulomb barrier. The choice of the reactions under consideration allows us to judge the effect of the mass of the projectile nucleus on the results of calculations, and also allows us to generalize the results obtained in the present work to a wide range of reactions with the mass ratio of colliding nuclei lying in the range from 0.15 to 0.27. Most of the reactions currently used for the synthesis of superheavy elements are in this range.

Keywords: nuclear collision, Langevin equations, collective coordinates.

Received: 25.04.2020 / Accepted: 21.05.2020 / Published: 31.08.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

References

1. Kozulin E. M., Knyazheva G. N., Novikov K. V., Itkis I. M., Itkis M. G., Dmitriev S. N., Oganessian Yu. Ts., Bogachev A. A., Kozulina N. I., Harca I., Trzaska W. H., Ghosh T. K. Fission and quasifission of composite systems with $Z = 108–120$: Transition from heavy-ion reactions involving S and Ca to Ti and Ni ions. *Phys. Rev. C,* 2016, vol. 94, pp. 054613. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.94.054613
2. Nishio K., Ikezoe H., Mitsuoka S., Nishinaka I., Nagame Y., Watanabe Y., Ohtsuki T., Hirose K., Hofmann S. Effects of nuclear orientation on the mass distribution of fission fragments in the reaction of 36S+238U. *Phys. Rev. C,* 2008, vol. 77, pp. 064607. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.77.064607
3. Dvorak J., Brüchle W., Chelnokov M., Dressler R., Düllmann Ch. E., Eberhardt K., Gorshkov V., Jäger E., Krücken R., Kuznetsov A., Nagame Y., Nebel F., Novackova Z., Qin Z., Schädel M., Schausten B., Schimpf E., Semchenkov A., Thörle P., Türler A., Wegrzecki M., Wierczinski B., Yakushev A., Yeremin A. Doubly Magic Nucleus 270Hs. *PRL,* 2006, vol. 97, pp. 242501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.242501
4. Karpov A. V., Saiko V. V. Modeling near-barrier collisions of heavy ions based on a Langevin-type approach. *Phys. Rev. C,* 2018, vol. 96, pp. 024618. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.96.024618
5. Adamian G. G., Antonenko N. V., Lenske H., Malov L. A. Predictions of identification and production of new superheavy nuclei with Z=119 and 120. *Phys. Rev. C*, 2020, vol. 101, pp. 034301. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.101.034301
6. Fröbrich P. Fusion and capture of heavy ions above the barrier: analysis of experimental data with the surface friction model. *Phys. Rep.,* 1984, vol. 116, pp. 337–400. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-1573(84)90162-5
7. Marten J., Fröbrich P. Langevin description of heavy-ion collisions within the surface friction model. *Nucl. Phys. A,* 1992, vol. 545, pp. 854–870. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(92)90533-P

8. Volcov V. V. Process of Complete Fusion of Atomic Nuclei. Complete Fusion of Nuclei in the Framework of the Dinuclear System Concept. *Phys. Part. Nucl.,* 2004, vol. 35, pp. 425–486.
9. Saiko V. V., Karpov A. V. Analysis of multinucleon transfer reactions with spherical and statically deformed nuclei using a Langevin-type approach. *Phys. Rev. C*, 2019, vol. 99. pp. 014613. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.014613
10. Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A., Chiba S. Description of the mass-asymmetric fission of the Pt isotopes, obtained in the reaction 36Ar+142Nd within the two-stage fusion-fission model. *Phys. Rev. C*, 2019, vol. 99, pp. 054624. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.054624
11. Davydovska O. I., Denisov V. Yu., Nesterov V. A. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A,* 2019, vol. 989, pp. 214–230. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2019.06.004
12. Ismail M., Ellithi A. Y., Botros M. M., Mellik A. E. Azimuthal angle dependence of Coulomb and nuclear interactions between two deformed nuclei. *Phys. Rev. C,* 2007, vol. 75, pp. 064610. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.75.064610
13. Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A. Allowance for the Tunnel Effect in the Entrance Channel of Fusion–Fission Reactions. *Phys. At. Nucl.,* 2016, vol. 79, no. 3, pp. 342–450.
14. Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A., Pashkevich V. V. Description of synthesis of super-heavy elements within the multidimentional stochastic model. *Phys. Rev. C,* 2014, vol. 89. pp. 034626. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.89.034626
15. Pashkevich V. V. On the asymmetric deformation of fissioning nuclei. *Nucl. Phys. A,* vol. 169, pp. 275–293. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(71)90884-0
16. Adeev G. D., Karpov A. V., Nadtochy P. N., Vanin D. V. Multidimensional stochastic approach to the fission dynamics of excited nuclei. *Phys. Part. Nucl.*, 2005, vol. 36, pp. 387–426.
17. Strutinsky V. M. Shell effects in nuclear masses and deformation energy. *Nucl. Phys. A,* 1967, vol. 95, pp. 420–442. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(67)90510-6
18. Ivanyuk F. A., Ishizuka C., Usang M. D., Chiba S. Temperature dependence of shell corrections. *Phys. Rev. C*, 2018, vol. 97, pp. 054331. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevC.97.054331
19. Iljinov A. S., Mebel M. V., Bianchi N., De Sanctis E., Guaraldo C., Lucherini V., Muccifora V., Polli E., Reolon A. R., Rossi P. Phenomenological statistical analysis of level densities, decay widths and lifetimes of excited nuclei. *Nucl. Phys. A,* 1992, vol. 543, pp. 517–554. DOI: https://doi.org/10.1016/0375-9474(92)90278-R
20. Hofmann H., Kiderlen D. A Self-Consistent Treatment of Damped Motion for Stable and Unstable Collective Modes. *Int. J. Mod. Phys. E,* 1998, vol. 7, pp. 243–274. DOI: https://doi.org/10.1142/S0218301398000105
21. Kurmanov R. S., Kosenko G. I. New approach to calculating the potential energy of colliding nuclei. *Phys. At. Nucl*., 2014, vol. 77, pp. 1442–1452.
22. Koura H., Yamada M. Single-particle potentials for spherical nuclei. *Nucl. Phys. A*, 2000, vol. 671, pp. 96–118. DOI: https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)00428-5
23. Hasse R. W., Myers W. D. *Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics*. Heidelberg, Springer-Verlag, 1988. 116 p.
24. Zu-Hua L., Jing-Dong B. The effects of deformation and orientation of colliding nuclei on synthesis of superheavy elements. *Nucl. Phys. A,* 2019, vol. 991, pp. 121616. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2019.121616
25. Hofmann H. A quantal transport theory for nuclear collective motion: The merits of a locally harmonic approximation. *Phys. Rep.*, 1997, vol. 284, iss. 4–5, pp. 137–380. DOI: https://doi.org/10.1016/S0370-1573(97)00006-9

Cite this article as:

Litnevsky V. L., Ivanyuk F. A., Kosenko G. I. Research of the Possibility of Freezing Some Degrees of Freedom of the System in the Calculation of the Collision Process of Atomic Nuclei. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 3, pp. 233–242 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-233-242