



14. Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D. J. Chaos in blood flow control in genetic and renovascular hypertensive // Amer. J. Physiol. Renal Fluid Electrolyte Physiol. 1991. Vol. 261. P. F400–F408.
15. Yip K.-P., Marsh D. J., Holstein-Rathlou N.-H. Low dimensional chaos in renal blood flow control in genetic and experimental hypertension // Physica D. 1995. Vol. 80. P. 95–104.
16. Sosnovtseva O. V., Pavlov A. N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Synchronization phenomena in multimode dynamics of coupled nephrons // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11, № 3. С. 133–147.
17. Sosnovtseva O. V., Pavlov A. N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D. J. Synchronization among mechanisms of renal autoregulation is reduced in hypertensive rats // Amer. J. Physiol. Renal Physiol. 2007. Vol. 293. P. F1545–F1555.
18. Mallat S. G. A wavelet tour of signal processing. N. Y. : Academic Press, 1998.
19. Addison P. S. The illustrated wavelet transform handbook : applications in science, engineering, medicine and finance. Bristol ; Philadelphia : IOP Publishing, 2002.
20. Hartigan J. A. Clustering algorithms. N. Y. : John Willey & Sons, 1975.
21. Pavlov A. N., Makarov V. A., Mosekilde E., Sosnovtseva O. V. Application of wavelet-based tools to study the dynamics of biological processes // Briefings in Bioinformatics. 2006. Vol. 7. P. 375–389.
22. Pavlov A. N., Sosnovtseva O. V., Pavlova O. N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Characterizing multimode interaction in renal autoregulation // Physiological Measurement. 2008. Vol. 29. P. 945–958.

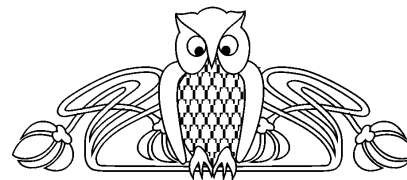
УДК 535.345.1

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СВОЙСТВ КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЁННОСТЕЙ В ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫХ ПОЛЯХ

В. Л. Дербов, И. Л. Пластун*, А. А. Оруджев*

Саратовский государственный университет
E-mail: derbovvl@gmail.com

* Саратовский государственный технический университет
E-mail: inna_pls@mail.ru



На основе численного моделирования исследуется динамика населённости уровней трёхуровневой Λ -системы в условиях проявления резонанса когерентного пленения населённости (КПН). Численная модель основана на уравнениях для матрицы плотности в приближении вращающегося поля с учетом релаксации. Рассматривается случай, когда одно из резонансных полей модулировано по частоте. Медленная модуляция частоты поля равносильна пошаговому изменению частоты накачки. Поскольку период модуляции сравним с атомными временами релаксации, то возникает задержка отклика среды, вызывающая, в свою очередь, сдвиг и деформацию резонанса КПН, а также появление нестационарных осцилляций населённости энергетических уровней.

Ключевые слова: когерентное пленение населённости, Λ -система, частотная модуляция, матрица плотности, нестационарное поведение, населённости уровней.

Non-Stationary Coherent Population Trapping in Frequency-Modulated Fields

V. L. Derbov, I. L. Plastun, A. A. Orudjev

Coherent population trapping (CPT) resonance formation is modeled numerically in a three-level Λ -system with one of the near-resonance fields being frequency-modulated. The model is based on density matrix equations in RW approximation with atomic relaxation properly taken into account. Slow modulation is shown to be equivalent to CW excitation with the frequency changed point by point. As the modula-

tion period approaches the relaxation times, the delayed response of the system is shown to cause the CPT resonance shift and reshaping, as well as the appearance of transient oscillations of the energy level populations.

Key words: coherent population trapping, Λ -system, frequency modulation, density matrix, non-stationary behavior, energy level populations.

Когерентное пленение населённости (КПН), наблюдаемое в трёхуровневых системах с двойным резонансом, представляет собой такое состояние, когда система практически не взаимодействует с полем, в результате чего атомы не могут поглощать или испускать резонансные фотоны и в спектре флуоресценции появляется провал, или так называемая «чёрная линия» (см., например, [1–4]). Это особое суперпозиционное состояние достигается только при определенных значениях частотных расстроек и интенсивностях световых волн и присуще только системам, в которых есть условия для интерференции нескольких каналов возбуждения.



Эффект КПН используется в методах спектроскопии сверхвысокого разрешения [2], основанных на нелинейном когерентном взаимодействии атомной системы с падающим электромагнитным излучением и последующем анализе тонкой структуры отклика, несущего информацию о спектральных характеристиках квантовой системы, при построении атомных часов [3] и в других применениях.

Одной из простейших трёхуровневых систем, где наблюдается резонанс КПН, является так называемая Λ -схема энергетических уровней среды, взаимодействующая с двумя световыми волнами. При этом поле накачки резонансно с переходом 1–3, а зондирующее поле – с переходом 2–3 (рис. 1).

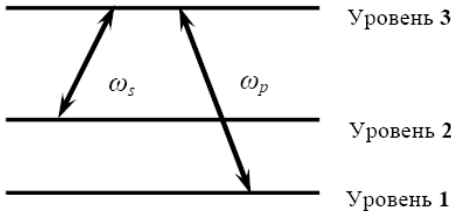


Рис. 1. Λ -схема энергетических уровней среды

Резонанс КПН возникает в случае, когда отстройки частот световых волн от частот соответствующих смежных переходов равны друг другу [1].

Таким образом, для наблюдения резонанса КПН можно зафиксировать частоту

одного лазера и изменять частоту другого. В данном исследовании мы рассматриваем это изменение как процесс, происходящий в реальном времени, иначе говоря, излучение второго лазера модулируется по частоте и населённость верхнего энергетического уровня исследуется в зависимости от времени и мгновенного значения частоты. Было обнаружено, что когда период модуляции приближается к величинам порядка времён атомной релаксации, задержка отклика атомной системы проявляется в виде нестационарных явлений и во временной, и в частотной зависимостях заселённости верхнего уровня. Такие явления могут служить источником дополнительной информации о релаксационных свойствах системы.

Рассматривалась трёхуровневая система с энергетическими уровнями $E_1 < E_2 < E_3$ (Λ -схема уровней (см. рис. 1)), возбуждаемая двумя лазерными полями на частотах $\omega_p \approx \omega_{31}$ и $\omega(t) = \omega_s + \omega_1 \sin \Omega t \approx \omega_{32}$, где $\omega_{ij} = (E_i - E_j)/\hbar$ – частоты переходов, ω_s – несущая частота частотно-модулированного лазера, ω_1 и Ω – амплитуда и частота модуляции соответственно.

Состояние трёхуровневой квантовой системы, взаимодействующей с внешним электромагнитным полем, описывается системой уравнений для элементов матрицы плотности ρ_{ij} в приближении вращающегося поля:

$$\dot{\tilde{\rho}}_{21} = \frac{1}{i}(\omega_{21} - (\omega_p - \omega_s) - i\gamma_{12})\tilde{\rho}_{21} + \frac{1}{\hbar i}((\tilde{\rho}_{31}(V_s^-)_{23} - \tilde{\rho}_{32}^*(V_p^+)_{31}), \quad (1)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{31} = \frac{1}{i}(\omega_{31} - \omega_p - i\gamma_{13})\tilde{\rho}_{31} + \frac{1}{\hbar i}((\rho_{11} - \rho_{33})(V_p^+)_{21} + \tilde{\rho}_{21}(V_s^+)_{32}), \quad (2)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{32} = \frac{1}{i}(\omega_{32} - \omega_s - i\gamma_{32})\tilde{\rho}_{32} + \frac{1}{\hbar i}((\rho_{22} - \rho_{33})(V_s^+)_{32} + \tilde{\rho}_{21}^*(V_p^+)_{31}), \quad (3)$$

$$\dot{\rho}_{11} = \frac{1}{\hbar i}((V_p^-)_{13}\tilde{\rho}_{31} - (V_p^-)^*_{13}\tilde{\rho}_{31}^*) + W_{21}\rho_{22} + W_{31}\rho_{33}, \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{1}{\hbar i}((\tilde{\rho}_{32}(V_s^-)_{23} - \kappa.c.) + W_{32}\rho_{33} - W_{21}\rho_{22}), \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{33} = \frac{1}{\hbar i}((-\tilde{\rho}_{31}(V_p^-)_{13} + \kappa.c. - \tilde{\rho}_{32}(V_s^-)_{23} + \kappa.c.) - W_{32}\rho_{33} - W_{31}\rho_{33}), \quad (6)$$



где *к.с.* означает величину, комплексно сопряженную по отношению к предыдущему слагаемому.

Данная система уравнений отличается корректным учетом релаксации во всех каналах, то есть в ней учтены как все ширины линий переходов, связанные с временами поперечной релаксации, так и все вероятности спонтанных переходов, ответственные за релаксацию заселенностей. Такая модель описывает замкнутую систему атомных уровней, у которой нижний уровень является основным состоянием, а полная заселенность (сумма диагональных элементов матрицы плотности) сохраняется и равна единице.

В системе (1)–(6) медленные огибающие недиагональных элементов матрицы плотности определяются как $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21} \exp(-i(\omega_p - \omega_s)t)$, $\rho_{31} = \tilde{\rho}_{31} \exp(-i\omega_p t)$, $\rho_{32} = \tilde{\rho}_{32} \exp(-i\omega_s t)$, γ_{ij} – ширины линий переходов, W_{ij} – скорости релаксации переходов. Медленные огибающие операторов взаимодействия выражаются через элементы матрицы дипольных моментов переходов d_{ij} и комплексные амплитуды полей $E_{p,s}^0$: $(V_{p,s}^+)_{ij} = -d_{ij} E_{p,s}^0$, $(V_{p,s}^-)_{ij} = -d_{ij} E_{p,s}^{0*}$. В начальный момент времени предполагается, что атом находится в основном состоянии: $\rho_{11}(0) = 1$, $\rho_{ij}(0) = 0$, $i, j \neq 1$. Поле E_s^0 модулировано по фазе: $E_s^0 = A \exp[i(\omega_1/\Omega) \cos \Omega t]$, в то время как E_p^0 остаётся постоянным.

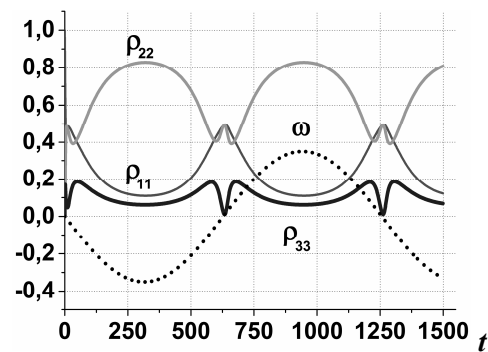
Система уравнений (1)–(6) решалась численно при помощи метода Рунге–Кутты 4-го порядка.

После включения полей и последующего нестационарного переходного процесса мы наблюдаем установление периодических изменений населённостей уровней, синхронизированных с модуляцией частоты. В используемой численной модели частотные изменения измерялись в единицах γ_{31} , поэтому $\gamma_{31} = 1$ и единицей времени является $2\pi/\gamma_{31}$. Мы полагаем $\hbar = 1$, в этом случае легко убедиться, что при $d_{13} = 1$ амплитуда $E_p^0 = 0.5$ соответствует интенсивности насыщения, то есть интенсивности, которая вызывает уменьшение разницы заселённостей в два раза.

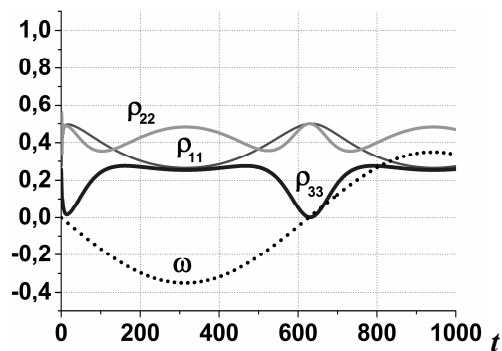
Для удобства сравнения результатов расчета стационарного и нестационарного

КПН выбор численных значений параметров квантовой системы осуществлялся в соответствии с примерами, рассмотренными в обзоре [1], а именно частоты переходов $\omega_{21} = 4$, $\omega_{31} = 6$, $\omega_{32} = 2$, дипольные моменты всех переходов $d_{ij} = 1$, параметры релаксации: $\gamma_{31} = \gamma_{32} = 1$, $\gamma_{21} = 0,0001$, $W_{31} = W_{32} = 0,5$, $W_{21} = 0,0001$. Значения несущих частот полей $\omega_p = 6$, $\omega_s = 2$ соответствовали условию точного резонанса обоих полей с соответствующими переходами.

Для сравнения с результатами расчета резонансов КПН в стационарном режиме начнем с рассмотрения очень медленной модуляции, период которой гораздо больше, чем характерные времена релаксации в системе. В примере, показанном на рис. 2, частота модуляции $\Omega = 0,005$, амплитуда модуляции $\omega_1 = 3,5$. Амплитуды полей взяты одинаковыми. На рис. 2, *а* показан случай относительно слабого насыщения $E_p = A = 0,5$, а на рис. 2, *б* – случай умеренного насыщения $E_p = A = 1,5$.



а



б

Рис. 2. Зависимость от времени заселённостей уровней ρ_{33} , ρ_{22} , ρ_{11} и частотной отстройки $\omega(t) - \omega_s = \omega_1 \sin \Omega t$ в случае слабого ($E_p = A = 0.5$) (*а*) и среднего ($E_p = A = 1.5$) (*б*) насыщения



Проследим за показанной на рис. 2 зависимостью населенностей уровней от времени. Видно, что населенность $\rho_{33}(t)$ резко падает в момент прохождения частотной отстройки через ноль (резонанс КПН) и плавно снижается между нулями (уход частоты на крыло линии). При увеличении амплитуды поля (см. рис. 2, б) резонансы КПН уширяются вместе со всей линией резонансной флуоресценции по причине эффекта насыщения. Глубина резонанса КПН увеличивается, и в его минимуме достигается почти идеальное пленение населенностей, то есть почти нулевая населенность верхнего уровня 3.

Рассмотрим эффекты, возникающие с увеличением частоты модуляции до значений, сравнимых со скоростями релаксационных процессов. Оставив без изменения параметры, соответствующие точному резонансу несущих частот и умеренному насыщению $E_p = A = 0,5$, а также амплитуду частотной модуляции $\omega_1 = 3,5$, увеличим в десять частоту модуляции и положим $\Omega = 0,05$ (рис. 3, а). Хорошо видно, что острые минимумы $\rho_{33}(t)$ теперь появляются с запаздыванием относительно моментов прохождения переменной добавки к частоте поля E_s через нулевые значения. Так как амплитуда сканирования частоты достаточно велика, время прохождения сканируемой частоты через резонанс с атомами среды составляет небольшую часть периода модуляции. Поэтому эффект в определенной степени аналогичен действию периодической последовательности коротких импульсов, за каждым из которых следует затухающий переходный процесс типа оптической нутации. При общем усложнении временной картины взаимодействия нужно отметить, что минимальное значение ρ_{33} , характеризующее степень КПН, с ростом частоты модуляции растет, то есть быстрая модуляция частоты ухудшает условия для КПН. Провалы в зависимости $\rho_{33}(t)$ не только сдвигаются, но и сглаживаются. При высоких частотах модуляции $\Omega = 0,05$ эффект КПН практически исчезает (рис. 3, б).

Из рис. 3, а видно, что острые минимумы $\rho_{33}(t)$ появляются с запаздыванием относительно моментов прохождения переменной добавки к частоте поля E_s через нулевые зна-

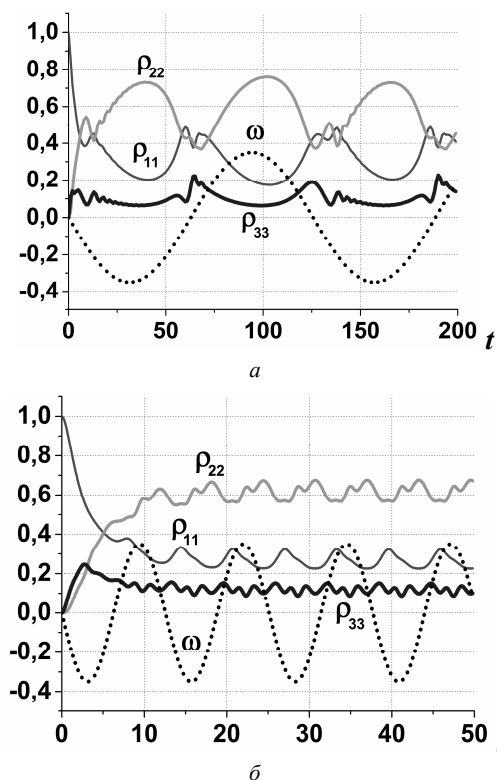


Рис.3. Зависимость от времени заселённости уровней ρ_{33} , ρ_{22} , ρ_{11} и частотной отстройки $\omega(t) = \omega_s + \omega_1 \sin \Omega t$ в случае слабого насыщения ($E_p = A = 0,5$) при высокочастотной модуляции $\Omega = 0,05$ (а) и $\Omega = 0,5$ (б)

чения. Эффект в этом смысле похож на действие серии коротких импульсов, за каждым из которых следует затухающий переходный процесс типа оптической нутации. При общем усложнении временной картины взаимодействия нужно отметить, что минимальное значение ρ_{33} , характеризующее степень КПН, с ростом частоты модуляции растет, то есть быстрая модуляция частоты ухудшает условия для КПН, провалы в зависимости $\rho_{33}(t)$ не только сдвигаются, но при этом еще становятся менее острыми и глубокими. При высоких частотах модуляции $\Omega = 0,5$ эффект КПН практически исчезает (рис. 3, б).

Таким образом, на основе численного решения уравнений для матрицы плотности известный эффект формирования резонанса когерентного пленения населенностей в трехуровневой квантовой системе, возбуждаемой двумя квазирезонансными полями по Λ -схеме, впервые рассмотрен как нестационарный процесс, происходящий при модуляции частоты одного из полей в реальном времени. В случае медленной модуляции



воспроизведены ранее описанные другими авторами особенности формирования резонанса КПН. При росте частоты модуляции продемонстрированы нестационарные эффекты, связанные с запаздыванием отклика среды на изменение мгновенной частоты модулированного поля. В дальнейшем планируется исследование резонансов КПН в случае пространственно-временной модели [5], реализующей распространение модулированных лазерных сигналов в среде с насыщением поглощения и дисперсии.

Отличием от предыдущих исследований является частотная модуляция одного из полей в реальном времени. При медленной модуляции воспроизведены эффекты формирования резонанса КПН. При росте частоты модуляции продемонстрированы нестационарные эффекты, связанные с запаздыванием отклика среды на изменение мгновенной частоты модулированного поля. В дальней-

шем планируется исследование резонансов КПН в случае пространственно-временной модели [5], реализующей распространение модулированных лазерных сигналов в среде с насыщением поглощения и дисперсии.

Список литературы

1. Агапьев Б. Д., Горный М. Б., Матисов Б. Г., Рождественский Ю. В. Когерентное пленение населенностей в квантовых системах // УФН. 1993. Т. 163, № 9. С. 1–36.
2. Arimondo E. Coherent population trapping in laser spectroscopy // Progress in Optics. 1996. Vol. 35. P. 257–354.
3. Vanier J. Atomic clocks based on coherent population trapping: a review // Appl. Physics B. 2005. Vol. 81, № 4. P. 421–442.
4. Huss A., Lammegger R., Windholz L. et al. Polarisation-dependent sensitivity of level-crossing, coherent-population-trapping resonances to stray magnetic fields // J. of Optical Society of America B. 2006. Vol. 23, № 9. P. 1729–1736.
5. Пластун И. Л., Дербов В. Л. Исследование влияния нестационарных когерентных эффектов и резонансного самовоздействия на характеристики лазерного пучка, модулированного по частоте // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33, № 3. С. 233–239.