



РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2023. Т. 23, вып. 4. С. 294–306
Izvestiya of Saratov University. Physics, 2023, vol. 23, iss. 4, pp. 294–306
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-4-294-306>, EDN: TUWVUB

Научная статья
УДК 530.182

Роль связей, шумового и гармонического воздействий в колебательной активности сетей возбудимых осцилляторов ФитцХью–Нагумо

Е. В. Рыбалова[✉], Т. Р. Богатенко, А. В. Бух, Т. Е. Вадивасова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Рыбалова Елена Владиславовна, ассистент и аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики, rybalovaev@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-3008-1078>

Богатенко Татьяна Романовна, инженер и аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики, trbogatenko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4007-7649>

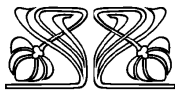
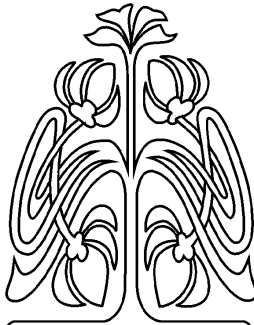
Бух Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики, buh.andrey@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4786-6157>

Вадивасова Татьяна Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики, vadivasovate@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8081-2820>

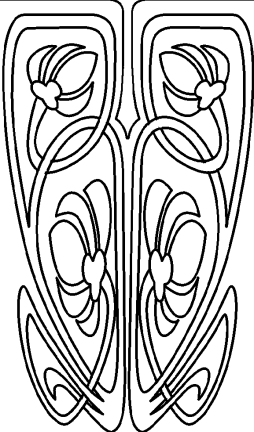
Аннотация. *Объект исследования, цель:* Исследуется динамика отдельного малого ансамбля и связанных малых ансамблей осцилляторов ФитцХью–Нагумо в возбудимом режиме при различных топологии и типе связи между элементами под внешним шумовым и гармоническим воздействием. *Модели и методы:* В качестве основных моделей используются кольцо, состоящее из пяти локально связанных нейронов ФитцХью–Нагумо в возбудимом режиме, в которое вводятся дополнительные связи и внешние возмущения, а также две таких системы, связанные через хаб, представляющий собой один нейрон ФитцХью–Нагумо. Для оценки влияния различных параметров системы на спайковую активность нейронов строятся карты средней частоты зажигания на плоскости управляющих параметров, а также находятся критические значения параметров, необходимые для возникновения спайков. *Основные результаты:* Показано, что отталкивающая локальная связь может возбудить спайковую активность в сети возбудимых осцилляторов без внешних воздействий, а добавление удаленных связей расширяет область параметров, в которой наблюдаются зажигания. Введение аномального шума Леви способно возбудить колебания в системе при меньших значениях силы связи между нейронами, чем в случае нормального гауссовского шума. В системе двух ансамблей нейронов, связанных через общий хаб, межслойная связь приводит не только к синхронизации частоты зажигания этих ансамблей, но и к переходу в режим спайковой активности даже в том случае, когда в отдельных ансамблях зажигания не наблюдались. Изменяя параметры внешнего гармонического воздействия и коэффициентов связи двух ансамблей с общим хабом, можно влиять на среднюю частоту зажигания.

Ключевые слова: осциллятор ФитцХью–Нагумо, возбудимый режим, локальная связь, удаленные связи, многослойная сеть, шум Леви

Благодарности: Исследования, представленные в разделе 1 (Динамика одиночного ансамбля), выполнены Е. В. Рыбаловой в рамках гранта Российского научного фонда № 23-72-10040, <https://rscf.ru/project/23-72-10040/>. Исследования, представленные в разделе 2



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ





(Динамика трехслойной сети осцилляторов ФитцХью–Нагумо), выполнены Т. Р. Богатенко, А. В. Бухом, Т. Е. Вадивасовой в рамках гранта Российского научного фонда № 23-12-00103, <https://rscf.ru/project/23-12-00103/>.

Для цитирования: Рыбалова Е. В., Богатенко Т. Р., Бух А. В., Вадивасова Т. Е. Роль связей, шумового и гармонического воздействий в колебательной активности сетей возбудимых осцилляторов ФитцХью–Нагумо // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2023. Т. 23, вып. 4. С. 294–306. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-4-294-306>, EDN: TUWVUB

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

The role of coupling, noise and harmonic impact in oscillatory activity of an excitable FitzHugh–Nagumo oscillator network

E. V. Rybalova[✉], T. R. Bogatenko, A. V. Bukh, T. E. Vadivasova

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Elena V. Rybalova, rybalovaev@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-3008-1078>

Tatiana R. Bogatenko, trbogatenko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4007-7649>

Andrey V. Bukh, buh.andrey@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4786-6157>

Tatyana E. Vadivasova, vadivasovate@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8081-2820>

Abstract. Background and Objectives: The dynamics of a separate small ensemble and coupled small ensembles of excitable FitzHugh–Nagumo oscillators is studied. Different topologies and types of coupling between elements, as well as external noise and harmonic impact are considered.

Models and Methods: The main model is a ring of five locally coupled excitable FitzHugh–Nagumo neurons, into which additional connections and external disturbances are introduced. Also, two such systems are connected via a hub, represented by a single FitzHugh–Nagumo neuron. To assess the influence of various system parameters on the neuronal spike activity, maps of the average firing frequency are constructed in the plane of control parameters, and the critical values of the parameters necessary for the occurrence of spikes are found. **Results:** It has been shown that a repulsive local coupling can excite spike activity in a network of excitable oscillators without external impact, and the addition of remote coupling expands the range of parameters in which firings are observed. Besides, by introducing anomalous Lévy noise, it is possible to excite oscillations in the system at lower values of the coupling strength between neurons than by utilising normal Gaussian noise. Also, in a system of two ensembles of neurons connected through a common hub, the interlayer coupling leads not only to synchronisation of the firing frequencies of these ensembles, but also to a transition to the spike activity mode even when no firing was observed in individual ensembles. By changing the parameters of the external harmonic impact and the coupling coefficients of the two ensembles with a common hub, it is possible to influence the average firing frequency.

Keywords: FitzHugh–Nagumo oscillator, excitable mode, local coupling, remote coupling, multi-layer network, Lévy noise

Acknowledgements: The research presented in Part 1 (The Dynamics of a 1-D Ensemble) and conducted by E. Rybalova was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-72-10040, <https://rscf.ru/project/23-72-10040/>). The research presented in Part 2 (The Dynamics of a Three-layer Network of FitzHugh–Nagumo oscillators) and conducted by T. Bogatenko, A. Bukh, and T. Vadivasova was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-12-00103, <https://rscf.ru/project/23-12-00103/>).

For citation: Rybalova E. V., Bogatenko T. R., Bukh A. V., Vadivasova T. E. The role of coupling, noise and harmonic impact in oscillatory activity of an excitable FitzHugh–Nagumo oscillator network. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2023, vol. 23, iss. 4, pp. 294–306 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2023-23-4-294-306>, EDN: TUWVUB

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Одним из актуальных и наиболее быстро развивающихся направлений в нелинейной динамике является исследование поведения многокомпонентных систем, таких как ансамбли и многослойные сети активных нелинейных элементов. Это связано с распространением таких систем в реальном мире, их многообразием и сложностью поведения, изучение которого продолжает порождать новые задачи и теории. Ярким примером сложной многокомпонентной системы взаимодействующих активных осцилляторов служат ансамбли живых нейронов, образующих нервную систему живых организмов.

На сегодняшний день существует множество моделей нейронной активности. Осцилляторные

модели нейронных ансамблей способны воспроизводить сложные нелинейные процессы нейронной активности, которые происходят в реальных нервных волокнах и играют в них важную роль [1–4]. Сопоставление поведения нейроморфных моделей и реальных систем является актуальной, но пока еще далекой от решения задачей нейродинамики. Динамика ансамблей осцилляторных нейронов, так же, как и любых других активных элементов, определяется не только динамическим режимом осцилляторов, но также топологией и характером связей. Например, связь, близкая к локальной, и периодические граничные условия могут привести к появлению волновых структур [5–8], нелокальная связь – к стационарным кластерным структурам, в том числе химерам [9–12],



связи типа «безмасштабная сеть» и «малый мир» приводят к частичной и полной синхронизации [13–16]. Характерной для реальных нейронных систем топологией является связь нейронов или отдельных субансамблей через общий элемент (хаб) [17–19]. Важным фактором коллективной динамики является и характер связей. Особый тип связи представляет собой отталкивающее взаимодействие, когда коэффициент связи отрицателен. В возбудимых системах, какими, по преимуществу, являются нейроны, эта связь может индуцировать спайковую активность.

При исследовании нейронных систем важно также учитывать влияние источников шума. Вызывают интерес исследования поведения осцилляторных нейронов и ансамблей под действием негауссовых источников шума, таких как аномальный шум Леви [20–23]. Влияние источников шума с различными статистическими характеристиками в целом еще мало изучено и представляет широкое поле деятельности для дальнейших исследований.

В настоящей работе рассмотрены достаточно простые модели нейронных ансамблей, узлами которых являются возбудимые осцилляторы ФитцХью–Нагумо. Небольшое число узлов в исследуемых моделях позволяет более детально исследовать динамику ансамблей при вариации различных параметров системы и построить карты режимов на плоскости выбранных параметров. В разделе 1 приведены результаты исследования динамики одиночного ансамбля связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо при различной топологии связей, а также при влиянии на спайковую активность аддитивного шума с различными статистическими характеристиками. Раздел 2 посвящен исследованию динамики двух взаимодействующих ансамблей, связанных через общий элемент (хаб). Исследуется спайковая активность в ансамблях при различных характере связей и параметрах осцилляторов ФитцХью–Нагумо в отсутствие внешнего воздействия и при гармоническом воздействии на один из ансамблей.

1. Динамика одиночного ансамбля

1.1. Исследуемая модель

В данном разделе исследуется одиночный ансамбль, состоящий из пяти осцилляторов ФитцХью–Нагумо [24, 25], которые связаны как локальными связями, так и удаленными. Такая

сеть описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\varepsilon \dot{u}_i = u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + \sum_j B_{ij}(u_j - u_i), \quad (1)$$

$$\dot{v}_i = u_i + a + \eta_i^{\alpha^L \beta^L}(t, \sigma^L),$$

где u_i и v_i – переменные, задающие динамику во времени активатора (быстрой переменной) и ингибитора (медленной переменной) соответственно, $i = 1, 2, \dots, 5$ – номер элемента в кольце. Начальные значения для всех нейронов выбираются случайным образом из области значений, удовлетворяющей условию: $u^2 + v^2 < 2^2$. Малый параметр ε , отвечающий за разделение временных масштабов быстрой и медленной переменных. Параметр a определяет динамику режима: при $|a| < 1$ осциллятор ФитцХью–Нагумо находится в колебательном режиме, а при $|a| > 1$ – в возбудимом. B_{ij} – матрица связи между элементами, которая задает силу связи между каждой парой элементов. Рассматриваются два случая связи в ансамбле: 1) между элементами есть только локальная связь с коэффициентом связи σ_0 , матрица связи и схематическое представление для такой системы изображены на рис. 1, а и рис. 1, в, соответственно; 2) кроме локальной связи (σ_0) в системе присутствует одна удаленная связь между первым и третьим элементами (σ_1), матрица связи и схематическое представление для такой системы изображены на рис. 1, б и рис. 1, г соответственно. Предполагается, что связь может быть как притягивающей (диссипативной), так и отталкивающей. В первом случае коэффициент связи принимает положительные значения, во втором – отрицательные. Во вторые уравнения осцилляторов добавлены независимые источники белого шума Леви $\eta_i^{\alpha^L \beta^L}(t, \sigma^L)$, представляющего собой производную от α -стабильного процесса Леви (процесса с независимыми, в общем случае, не гауссовыми приращениями). Для моделирования шума Леви был использован алгоритм Яницкого–Верона (Janicki–Weron) [26]. Параметры данного случайного воздействия: $\alpha^L \in (0, 2)$ – параметр стабильности, отвечающий за наличие выбросов высокой амплитуды (влияет на хвосты кривой распределения), при $\alpha^L = 2$ вырождается в гауссовский шум; $\beta^L \in [-1, 1]$ характеризует асимметрию распределения; $\sigma^L > 0$ определяет ширину распределения, при этом $A^L = (\sigma^L)^{\alpha^L}$ – интенсивность шума.

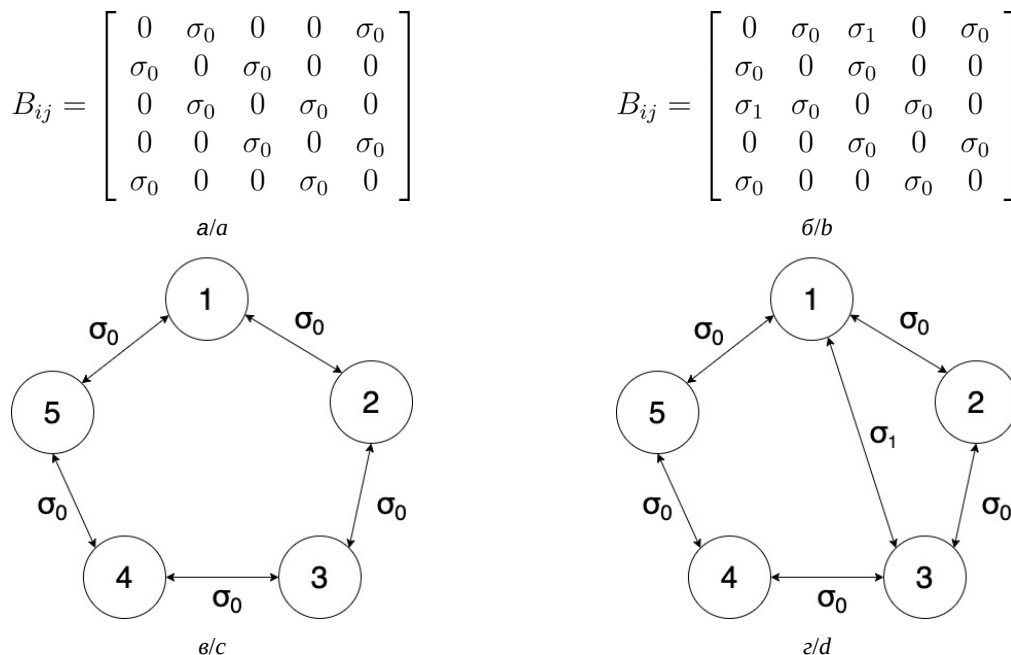


Рис. 1. Матрица связей (а, б) и схематическое представление связей (в, з) в ансамбле уравнения (1) для двух типов связей между элементами в кольце осцилляторов ФитцХью–Нагумо: а, в – только локальные связи; б, з – локальные связи и одна удаленная

Fig. 1. Coupling matrix (a, b) and coupling scheme (c, d) in the ensemble (1) for two types of coupling between elements in the ring of the FitzHugh–Nagumo oscillators: a, c – only local links; b, d – local links and one remote link

Для анализа изменений в динамике ансамбля при вариации управляющих параметров использовалась средняя частота зажигания, которая рассчитывалась либо для отдельных элементов, либо для всех и представляла собой среднюю по времени и ансамблю частоту зажигания.

1.2. Возбуждение колебаний в одиночном ансамбле локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо без внешнего шумового воздействия

Были проведены исследования динамики малого ансамбля локально связанных (см. рис. 1, а, в) осцилляторов ФитцХью–Нагумо при различной силе связи σ_0 , а также параметра возбудимости a . Для этого было построено распределение средней по времени частоты зажигания первого осциллятора на плоскости параметров «параметр возбудимости – сила локальной связи» (рис. 2). Исследования показали, что количество спайков каждого нейрона в среднем в такой сети одинаково, поэтому достаточно наблюдать только за одним заранее выбранным узлом.

На рис. 2 показано, что плоскость параметров (a, σ_0) можно разделить на 4 области линиями $a = 1$ и $\sigma_0 = 0$. При $a > 1$ и $\sigma_0 > 0$ в исследуемой системе в отсутствие воздействий не возникает колебаний, с другой стороны, при $a < 1$ и $\sigma_0 > 0$ наличие локальных связей, очевидно, не влияет на частоту спайков, так как все элементы находятся в автоколебательном режиме

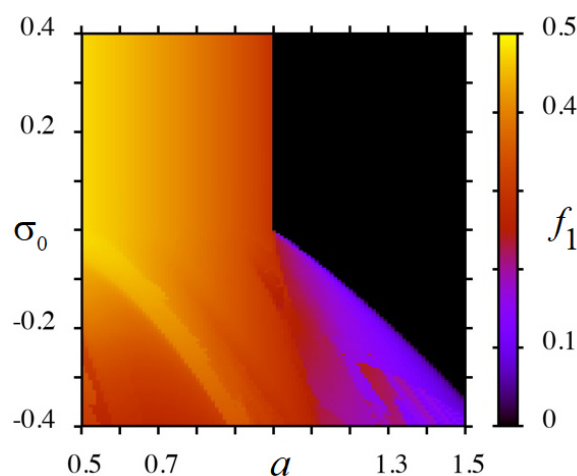


Рис. 2. Зависимость средней частоты зажигания первого элемента в кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо на плоскости параметров «параметр возбудимости – сила локальной связи» при $\epsilon = 0.01$ (цвет онлайн)

Fig. 2. Dependence of the average firing frequency of the first element in the ring of locally coupled FitzHugh–Nagumo oscillators in the “excitability parameter – local coupling strength” parameter plane for $\epsilon = 0.01$ (color online)



и имеют одинаковые параметры и, соответственно, одинаковую частоту автоколебаний. Более интересна область $\sigma_0 < 0$. При $a < 1$ отталкивающие локальные связи ведут к снижению частоты спайков. И, наконец, при $a > 1$ и $\sigma_0 < 0$ в системе возникают колебания, несмотря на то, что в отсутствие связей нейроны находятся в возбужденном режиме и не демонстрируют спайковой активности без внешних воздействий. При этом существует критическое значение силы связи между элементами, при котором исследуемая сеть начинает генерировать спайки. Значение критической силы связи в этом случае почти линейно зависит от параметра возбудимости. Также с увеличением (по модулю) силы связи растет средняя частота спайков для всех значений параметра a .

1.3. Динамика сети при наличии одной удаленной связи без внешнего шумового воздействия

В данном параграфе исследуется кольцо локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо при наличии в сети одной удаленной связи (см. рис. 1, в, з). Как и в предыдущем случае, были построены карты распределения средней частоты зажигания на плоскости параметров «параметр возбудимости – сила локальной связи», однако в данном случае так же строились карты для второго элемента. Это объясняется тем, что удаленная связь присутствует только между первым и третьим нейроном, что может привести к возбуждению колебаний только в этих элементах. На рис. 3 представлены карты распределения средней частоты зажигания первого и второго нейронов на плоскости параметров (σ_0, a) при

отталкивающей удаленной связи. Исследования показали, что увеличение силы удаленной связи (по модулю) ведет к возникновению колебаний в системе при меньшей по модулю силе локальной связи, чем в случае отсутствия удаленной связи (область между белой и синей линиями на рис. 3). При этом увеличение силы удаленной связи способствует возбуждению колебаний при малой или даже стремящейся к нулю локальной связи, несмотря на то, что, в таком случае, сначала возбуждаются колебания только в первом и третьем элементах, что отлично видно при сравнении карт для первого и второго элементов в области $\sigma_0 \rightarrow 0$ (см. рис. 3, а, б). И только при достаточной силе отталкивающей локальной связи возбуждается вся сеть с одинаковой частотой спайков. Кроме отталкивающей удаленной связи был рассмотрен случай положительного значения σ_1 . В таком случае колебания не возбуждаются при значениях параметров выше белой линии, и частота спайков почти не изменяется.

1.4. Динамика сети локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо в присутствии шума Леви

В данном параграфе моделируется динамика системы с внешним воздействием в виде шума Леви. При этом параметр асимметрии был зафиксирован $\beta^L = 0$ (распределение является симметричным относительно нуля), $\sigma^L = 0.01$, а параметр стабильности α^L изменялся в интервале [1,2].

На рис. 4 приведены распределения средней частоты зажигания для трех значений параметра стабильности в шуме Леви. Видно, что умень-

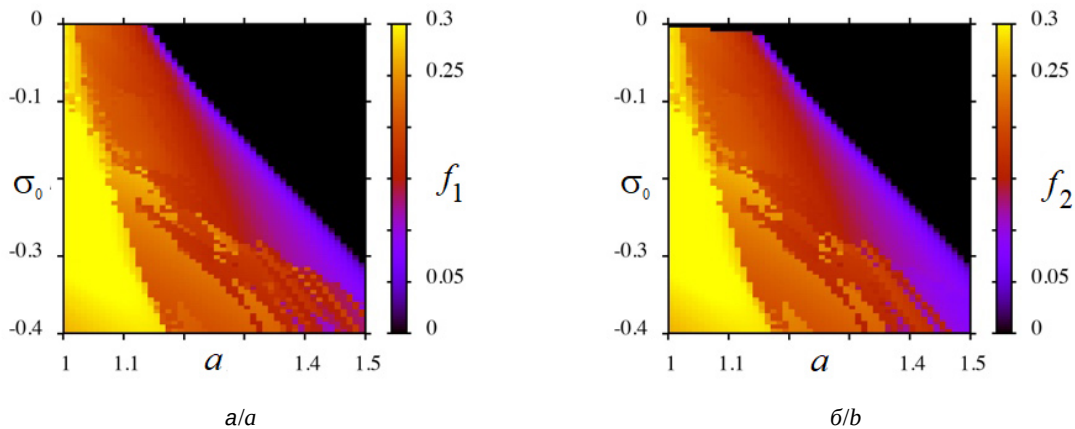


Рис. 3. Средняя частота зажигания первого (а) и второго (б) элементов в кольце связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо в случаях отталкивающей локальной и удаленной связей при $\sigma_1 = -0.15$, $\epsilon = 0.01$ (цвет онлайн)

Fig. 3. Average firing frequency of the first (a) and the second (b) element in the ring of coupled FitzHugh–Nagumo oscillators for repulsive local and remote couplings at $\sigma_1 = -0.15$, $\epsilon = 0.01$

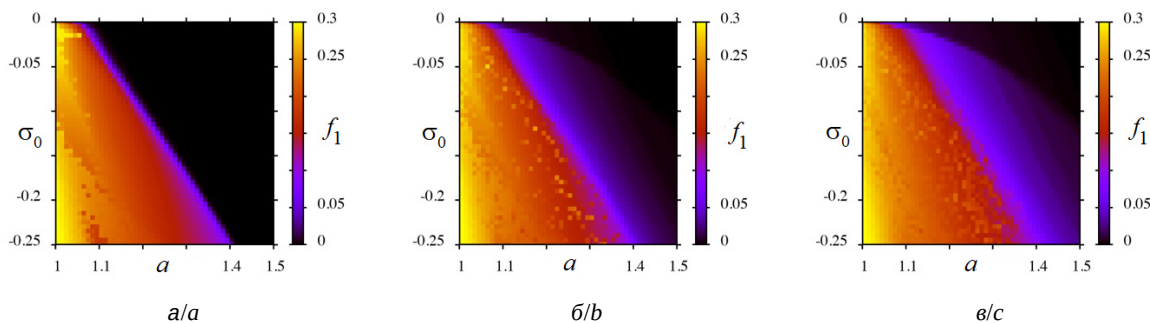


Рис. 4. Средняя частота зажигания первого элемента в кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо в зависимости от параметра возбудимости a и силы связи σ_0 при введении в систему аддитивного шума Леви с различными значениями параметра стабильности: $a - \alpha^L = 2$ (случай гауссовского шума), $b - \alpha^L = 1.8$, $c - \alpha^L = 1.6$. Другие параметры: $\varepsilon = 0.01$, $\sigma^L = 0.01$, $\beta^L = 0$ (цвет онлайн)

Fig. 4. Average firing frequency of the first element in the ring of locally coupled FitzHugh–Nagumo oscillators depending on the excitation parameter a and coupling strength σ_0 when additive Lévy noise with different values of the stability parameter is introduced into the system: $a - \alpha^L = 2$ (Gaussian noise), $b - \alpha^L = 1.8$, $c - \alpha^L = 1.6$. Other parameters: $\varepsilon = 0.01$, $\sigma^L = 0.01$, $\beta^L = 0$ (color online)

шение этого параметра ведет к более раннему по параметру σ_0 возбуждению колебаний в кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо. Несмотря на то, что область с высокой частотой зажигания почти не изменяется при вариации α^L (см. рис. 4, красно-оранжевая область), шлейф с малой частотой увеличивается с уменьшением параметра стабильности (см. рис. 4, синефиолетовая область).

Для более детального анализа роли шума Леви в возбуждении колебаний в кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо были построены зависимости минимальной по модулю силы связи между элементами σ_0^{\min} , при которой элементы в сети начинают демонстрировать колебания, от параметра возбудимости a при различных значениях параметра стабильности источника Леви α^L (рис. 5). При этом σ_0^{\min} соответствует силе связи, при которой суммарная по всем элементам средняя частота зажигания становится больше 0.1. Результаты исследований показывают, что гауссовский шум ($\alpha^L = 2$) ведет к изменению наклона зависимости $\sigma_0^{\min}(a)$ и сдвигу ее вправо (см. рис. 5, линии NF, $\alpha^L = 2.0$). В случае введения шума с любым значением α^L колебания возбуждаются при малой локальной связи, следовательно, только за счет внешнего шумового возмущения, а не наличия связи между элементами и разбросанных начальных условий. Отметим, что зависимости для $\alpha^L < 2.0$ можно разделить на три участка, формально разделив на область слабой связи, средней и сильной (по модулю), например, для $\alpha^L = 1.5$ это $\sigma_0 > -0.02$, $\sigma_0 \in [-0.02, -0.07]$, $\sigma_0 < -0.07$ соответственно. Эти отрезки зависимостей имеют

разный наклон, так как в области слабой связи на зажигание сети в первую очередь влияет шум, а в области сильной – локальная связь. В области же средней связи $\sigma_0 \in [-0.02, -0.07]$ локальная связь и внешнее шумовое воздействие усиливают друг друга, и мы можем наблюдать зажигание сети при меньших по абсолютной величине значениях силы отталкивающей связи.

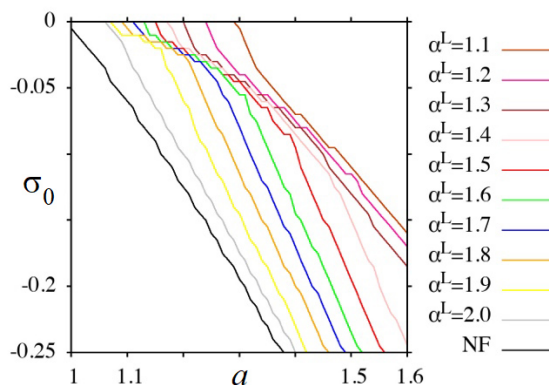


Рис. 5. Зависимость минимальной силы связи σ_0^{\min} , необходимой для возбуждения колебаний в кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо, от параметра возбудимости a под воздействием шума Леви при различных значениях параметра стабильности α^L (см. легенду). Черная линия (NF – noise-free) соответствует случаю отсутствия в системе источника шума. Другие параметры: $\varepsilon = 0.01$, $\sigma^L = 0.01$, $\beta^L = 0$ (цвет онлайн)

Fig. 5. Dependence of the minimal coupling strength σ_0^{\min} , which is necessary for exciting oscillations in the ring of locally coupled FitzHugh–Nagumo oscillators, of the excitation parameter a under Lévy noise for various values of the stability parameter α^L (see the legend). The black line corresponds to the case of a noise-free system. Other parameters: $\varepsilon = 0.01$, $\sigma^L = 0.01$, $\beta^L = 0$ (color online)



2. Динамика трехслойной сети осцилляторов ФитцХью–Нагумо

2.1. Исследуемая модель

Перейдем к исследованию динамики трехслойной сети, в которой внешние слои представляют собой кольца локально связанных нейронов ФитцХью–Нагумо, а передающий (средний) слой – одиночный нейрон ФитцХью–Нагумо. Параметры элементов выбираются одинаковыми и могут соответствовать как возбудимому, так и автоколебательному режиму. Также исследуется динамика сети при различных значениях внутрислойной и межслойной сил связи. Показывается возможность как возбуждения, так и подавления колебаний в ансамблях. Математическое описание исследуемой системы представлено в виде системы нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{u}_{1i} &= u_{1i} - \frac{u_{1i}^3}{3} - v_{1i} + \sum_{j=1}^5 B_{1ij} (u_{1j} - u_{1i}) + \\ &+ k_1 \sum_{j=1}^5 (u_{hub} - u_{1j}) + A \sin \psi, \\ \dot{v}_{1i} &= u_{1i} + a_1, \\ \varepsilon \dot{u}_{2i} &= u_{2i} - \frac{u_{2i}^3}{3} - v_{2i} + \sum_{j=1}^5 B_{2ij} (u_{2j} - u_{2i}) + \\ &+ k_2 \sum_{j=1}^5 (u_{hub} - u_{2j}), \\ \dot{v}_{2i} &= u_{2i} + a_2, \\ \varepsilon \dot{u}_{hub} &= u_{hub} - \frac{u_{hub}^3}{3} - v_{hub} + \frac{k_1}{2} \sum_{j=1}^5 (u_{1j} - u_{hub}) + \\ &+ \frac{k_2}{2} \sum_{j=1}^5 (u_{2j} - u_{hub}), \\ \dot{v}_{hub} &= u_{hub} + a_{hub}, \\ \dot{\psi} &= w_{ex}. \end{aligned} \quad (2)$$

Переменные u_{1i}, v_{1i} задают состояние первого слоя (кольца), переменные u_{2i}, v_{2i} задают состояние второго слоя (кольца), переменные u_{hub}, v_{hub} задают состояние общего элемента (хаба), через который осуществляется взаимодействие внешних слоев сети. Изучается система как в присутствии, так и в отсутствие внешнего воздействия. Внешнее воздействие состоит в том, что на все элементы первого ансамбля оказывается одинаковое гармоническое воздействие. Все элементы первого и второго ансамблей взаимно связаны с хабом. Матрицы связей соответствуют случаю локальной связи (см. рис. 1, а, в), при этом для первого слоя ненулевые элементы в матрице обозначаются как σ_1 , а для второго – σ_2 . В данном

случае мы не вводили в систему удаленные связи, поэтому в качестве характеристики колебаний ансамблей была использована средняя по времени и пространству частота зажиганий для каждого слоя.

2.2. Динамика в отсутствие внешнего воздействия

Вначале рассмотрим результаты исследования динамики трехслойной системы в условиях отсутствия внешнего воздействия. Связь всех нейронов с хабом предполагалась взаимной, симметричной и могла быть как притягивающей, так и отталкивающей. Коэффициент связи с хабом для нейронов первого слоя k_1 и второго слоя k_2 полагались одинаковыми: $k_1 = k_2 = k$. Было проведено исследование влияния на динамику сети межслойной связи, внутрислойной связи в первом ансамбле и значения параметра возбудимости передающего элемента.

Первая часть исследования была проведена для случая, когда во втором слое наблюдалась спайковая активность в результате отталкивающего внутрислойного взаимодействия ($a_1 = 1.1$, $\sigma_2 = -0.15$, см. рис. 2). Параметр возбудимости нейронов первого слоя был зафиксирован соответствующим возбудимому режиму: $a_2 = 1.01$. В таком случае в нем начинается колебательная активность при $\sigma_1 \lesssim -0.007$. Было рассмотрено два случая: 1) хаб находится в автоколебательном режиме (рис. 6, I); 2) хаб – в возбудимом режиме (рис. 6, II). Распределения суммарной средней частоты зажигания первого ансамбля (см. рис. 6, а) показывают, что введение межслойной связи может привести к зажиганию первого кольца при меньших значениях силы связи (по модулю) по сравнению со случаем отсутствия межслойной связи ($\sigma_1 \gtrsim -0.007$). При этом для случая хаба в автоколебательном режиме нужна меньшая по модулю сила межслойной связи, чтобы элементы первого кольца начали зажигаться при любых значениях силы внутрислойной связи в нем (см. рис. 6, а, I, $\sigma_{hub} < -0.0015$), чем для случая, когда параметры хаба соответствуют возбудимому режиму (см. рис. 6, а, II, $\sigma_{hub} < -0.0038$). Стоит отметить, что для случая $a_{hub} = 1.05$ средние частоты зажигания во втором кольце и хабе заметно меняются при изменении силы межслойной связи и силы внутрислойной связи в первом кольце (см. рис. 6, б, в, II) в отличие от случая $a_{hub} = 0.5$ (см. рис. 6, б, в, I). Вместе с этим при $\sigma_{hub} > 0.0019$ в хабе не возбуждаются колебания, несмотря на то, что первое и второе кольца



демонстрируют колебательную активность. При этом средняя частота зажигания в первом кольце при выбранных параметрах почти не зависит от силы межслойной связи и определяется преимущественно силой внутрислойной связи (см. рис. 6, а, II), а частота колебаний во втором кольце начинает возрастать при увеличении силы связи с хабом (рис. 6, в, II). На рис. 6, г представлены разности средних частот зажигания во втором и первом слоях, которые могут служить оценкой степени синхронизации. Отметим, что в случае, когда хаб находится в автоколебательном режиме, не удастся получить режим синхронизации внешних слоев сети с хабом, в отличие от случая, когда параметры хаба отвечают возбудимому режиму в отдельном нейроне. Вместе с тем в обоих случаях слои могут синхронизоваться между собой, если их частоты зажигания изначально близки (см. рис. 6, г, I, II).

На рис. 7 представлены карты значений средней частоты зажигания в слоях на плоскости параметров «сила межслойной связи (связи с хабом) – параметр возбудимости хаба» при различных значениях силы внутрислойной связи в первом кольце. При этом значения параметров второго кольца (σ_2 и a_2) выбраны таким образом, что в нем наблюдается спайковая активность в отсутствие межслойной связи. Для силы внутрислойной связи в первом кольце выбрано

два значения: первое соответствует отсутствию спайков в системе (см. рис. 7, I), а второе – наличие (см. рис. 7, II). Видно, что различные значения σ_1 почти не влияют на динамику системы: нужно ненулевое значение силы межслойной связи, чтобы зажечь спайки в первом кольце, а также существует область, в которой первое и второе кольцо синхронизованы по средней частоте зажигания (см. рис. 7, г, I, II). Отметим, что данная область преимущественно располагается в области параметров хаба, соответствующих колебательному режиму, и только часть – при $a_{hub} \in [1, 1.1]$. При $\sigma_1 = -0.1$ (см. рис. 7, II) параметры первого и второго колец близки, поэтому спайки в двух слоях проще синхронизируются, и почти отсутствует область, разделяющая регионы синхронизации на плоскости параметров (σ_{hub}, a_{hub}) , как при $\sigma_1 = -0.02$ (см. рис. 7, I).

2.3. Динамика при внешнем воздействии на один из ансамблей

Перейдем к исследованию влияния внешнего гармонического воздействия при изменении параметров k_1, k_2 , задающих связь с хабом нейронов первого и второго слоев соответственно.

Сначала было исследовано влияние частоты воздействия на среднюю частоту зажигания в исследуемой трехслойной системе (рис. 8). Для этого коэффициенты внутрислойной связи были

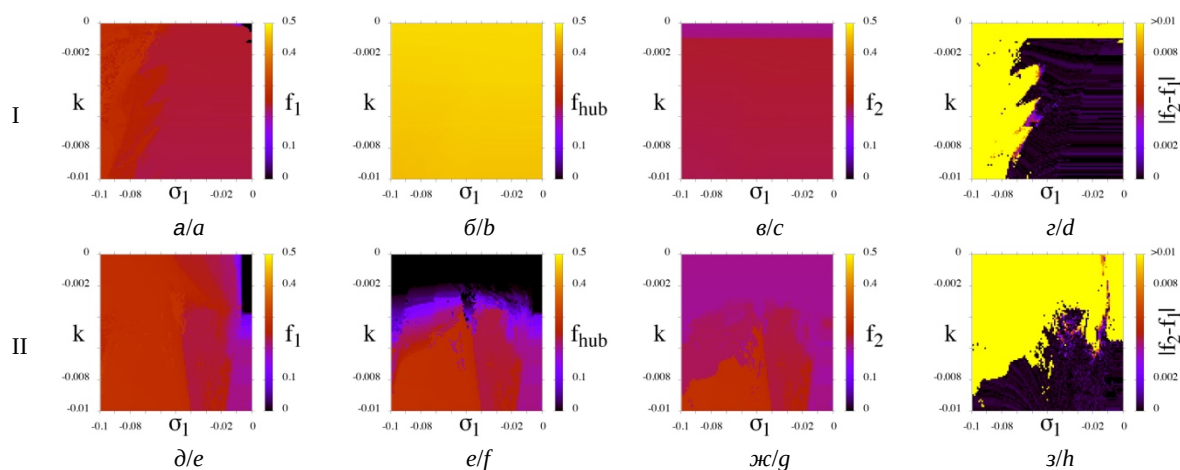


Рис. 6. Диаграммы средней частоты зажигания первого нейрона первого кольца (а), хаба (б), первого нейрона второго кольца (в), разности между средней частотой зажигания в первом кольце и во втором (г) при изменении силы внутрислойной связи в первом слое и межслойной связи с хабом для случая хаба в колебательном ($a_{hub} = 0.5$, I) и возбудимом ($a_{hub} = 1.05$, II) режимах при отсутствии связей. Другие параметры: $\epsilon = 0.01, a_1 = 1.01, a_2 = 1.1, \sigma_2 = -0.15$ (цвет онлайн)

Fig. 6. Diagrams of the average firing frequency of the first neuron of the first ring (a), average firing frequency of the hub (b), average firing frequency of the first neuron of the second ring (c), and difference between average firing frequencies of the first elements of the first and second layers (d) with alterations in the intracoupling strength values within the first layer and in the intercoupling strength of the connection with the hub for the cases of the hub being in an oscillatory mode ($a_{hub} = 0.5$, I) and in an excitable mode ($a_{hub} = 1.05$, II) without couplings. Other parameters: $\epsilon = 0.01, a_1 = 1.01, a_2 = 1.1, \sigma_2 = -0.15$ (color online)

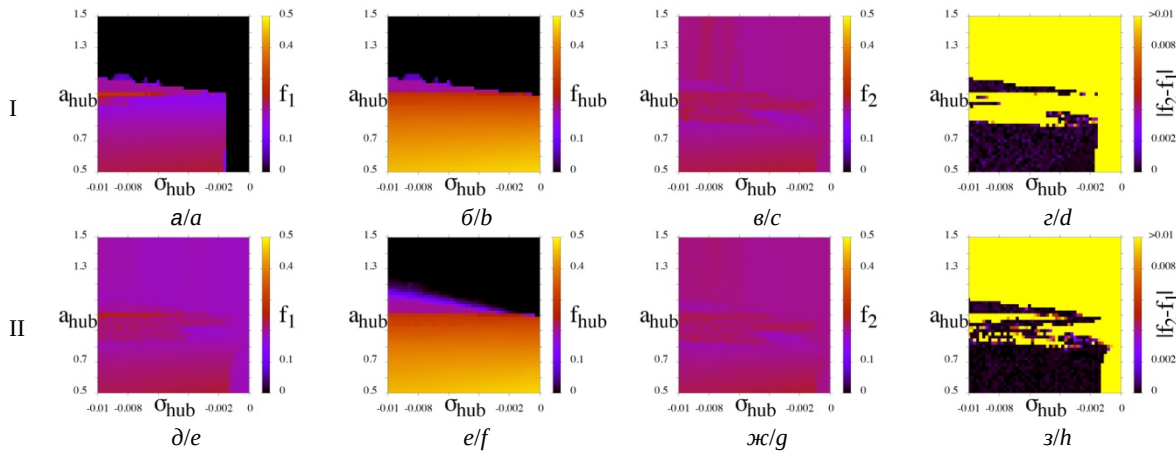


Рис. 7. Диаграммы средней частоты зажигания первого элемента первого кольца (а), хаба (б), первого элемента второго кольца (в), разности между средней частотой зажигания в первом кольце и во втором (г) при изменении силы межслойной связи с хабом и параметра возбудимости хаба для различных значений силы внутрислойной связи в первом кольце: (I) $\sigma_1 = -0.02$ (в отсутствие межслойной связи зажигания в первом слое отсутствуют), (II) $\sigma_1 = -0.10$ (в отсутствие межслойной связи нейроны первого слоя генерируют спайки). Другие параметры: $\varepsilon = 0.01$, $a_1 = a_2 = 1.1$, $\sigma_2 = -0.15$ (цвет онлайн)

Fig. 7. Diagrams of the average firing frequency of the first element of the first ring (a), average firing frequency of the hub (b), average firing frequency of the first element of the second ring (c), and difference between average firing frequencies of the first elements of the first and second layers (d) with alterations in the intercoupling strength of the connection with the hub and in the hub's excitation parameter for various values of the intercoupling strength in the first layer: (I) $\sigma_1 = -0.02$ (when there is no intercoupling, there are no oscillations in the first layer), (II) $\sigma_1 = -0.10$ (when there is no intercoupling, the elements of the first layer oscillate). Other parameters: $\varepsilon = 0.01$, $a_1 = a_2 = 1.1$, $\sigma_2 = -0.15$ (color online)

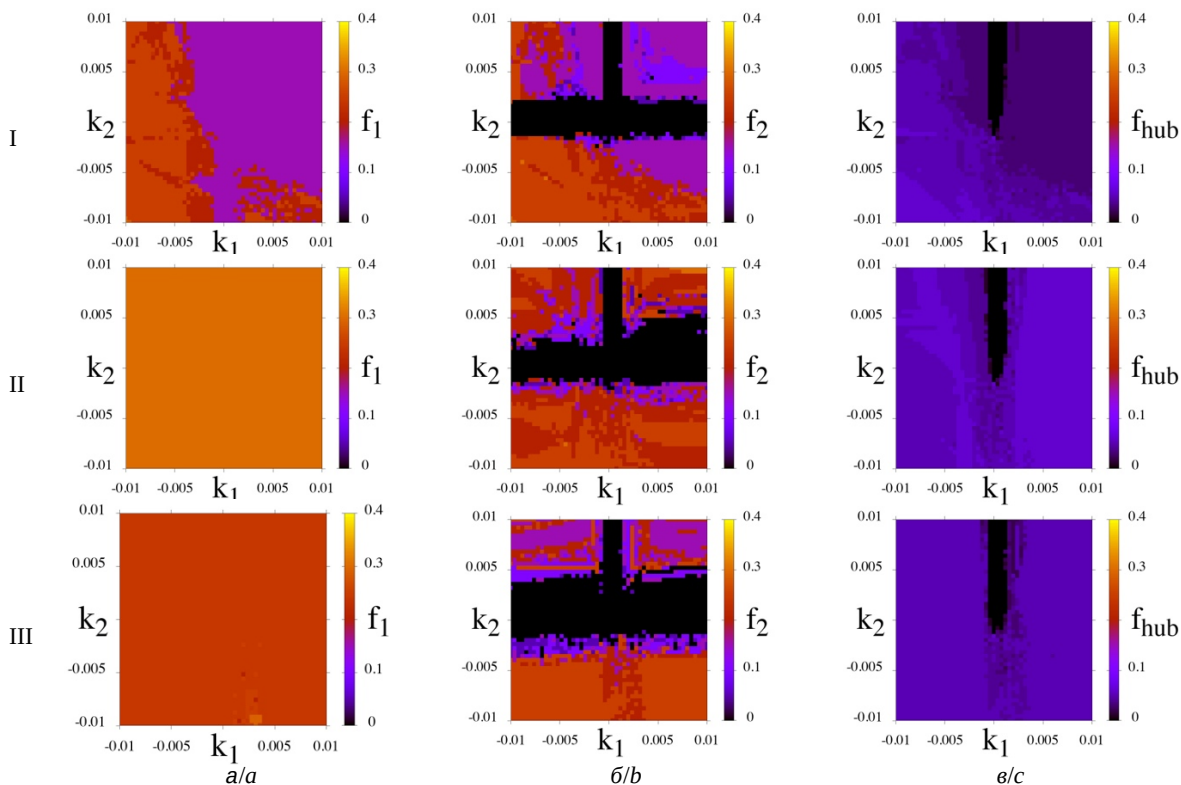


Рис. 8. Диаграммы средней частоты зажиганий первого слоя (а), хаба (б) и второго слоя (в) при $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.05$ на плоскости параметров связи с хабом (k_1, k_2) при воздействии на частотах $w_{ex} = 1$ (I), $w_{ex} = 2$ (II), $w_{ex} = 3$ (III). Другие параметры системы: $a_1 = a_2 = a_{hub} = 1.001$, $\varepsilon = 0.02$, $A = 0.1$ (цвет онлайн)

Fig. 8. Diagrams of the average firing frequency of the first layer (a), the hub (b), and the second layer (c) with $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.05$ on the (k_1, k_2) parameter plane for various values of the impact frequency $w_{ex} = 1$ (I), $w_{ex} = 2$ (II), $w_{ex} = 3$ (III). Other parameters: $a_1 = a_2 = a_{hub} = 1.001$, $\varepsilon = 0.02$, $A = 0.1$ (color online)



зафиксированы $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.05$, как и параметры $a_1 = a_2 = a_{hub} = 1.001$, задающие удаленность от порога генерации (для первого слоя, второго слоя и хаба соответственно). Параметры связи с хабом меняются в диапазоне $k_1, k_2 \in [-0.01, 0.01]$, т. е. рассматривается как отталкивающая, так и притягивающая связи.

При воздействии на частоте $w_{ex} = 1$ (рис. 8, I) средняя частота зажиганий в первом слое и, соответственно, во втором в области притягивающей связи с хабом не достигает максимума, так как период воздействия больше минимального времени восстановления (минимального периода времени между спайками). В области отталкивающей связи частота зажиганий выше за счет перехода в автоколебательный режим. На диаграмме для второго слоя имеются черные полосы, соответствующие маленьким значениям коэффициентов связи. При малых по модулю значениях k_2 достаточное воздействие не передается от хаба к узлам второго слоя (горизонтальная черная полоса). При малых по модулю значениях k_1 не зажигается хаб и, соответственно, второй слой (вертикальная черная полоса), но это касается только положительных или малых по модулю отрицательных значений k_2 , при которых хаб и нейроны второго слоя находятся в возбужденном режиме. При воздействии на частоте $w_{ex} = 2$ (рис. 8, II) картина остается прежней, но частота зажиганий увеличивается за счет более высокой частоты воздействующего сигнала. По-видимому, она становится максимально возможной и соответствует частоте в автоколебательном режиме. Поэтому на диаграмме для первого ансамбля области притягивающей и отталкивающей связи имеют один цвет. При воздействии на частоте $w_{ex} = 3$ (рис. 8, III) количество спайков становится несколько меньше, чем при $w_{ex} = 2$, поскольку период воздействия оказывается меньше времени восстановления и предыдущие спайки «мешают» появлению новых.

Далее было проведено исследование влияния внутрислойной связи на частоту зажиганий нейронов в слоях. В данном случае частота воздействия была зафиксирована $w_{ex} = 1$, а исследования проводились для различных значений параметров $\sigma_1 = \sigma_2$. Построенные диаграммы показали, что влияние связи на области с различной частотой зажиганий очень незначительное и характеризуется только малым сужением областей отсутствия спайковой активности. Очевидно, что при связи всех нейронов с хабом эти внутрислойные связи почти не играют никакой роли. Поэтому

добавление дальних связей в ансамбли практически ничего не изменяет в поведении исследуемой модели.

В описанных выше исследованиях параметр возбудимости хаба полагался таким же, как соответствующие параметры нейронов в первом и втором слоях ($a_1 = a_2 = a_{hub} = 1.001$) и соответствовал возбужденному режиму, очень близкому к порогу генерации. Далее приведены диаграммы частот спайков, построенные при измененном значении a_{hub} в сторону удаления от порога генерации: $a_{hub} = 1.1$. Другие параметры соответствуют рис. 8, I. На рис. 9, I приведены диаграммы частот зажигания для того же диапазона значений k_1 и k_2 , что и ранее ($k_1, k_2 \in [-0.01, 0.01]$). На рис. 9, II показан больший интервал значений k_1 и k_2 , но только для притягивающей связи, так как отталкивающая связь всегда приводит к спайкам, связанным с генерацией. Из диаграмм, представленных на рис. 9, видно, что хаб в менее возбужденном режиме частично гасит спайки в области отталкивающих связей с хабом, т. е. в области автогенерации. Кроме того, несколько возрастает порог значений k_1 , соответствующий появлению спайков в хабе и втором слое в области притягивающей связи со вторым слоем (черная вертикальная область расширяется). Как видно из диаграмм на рис. 9, II, этот порог незначительно зависит от k_2 , так что, зафиксировав некоторое значение k_1 и меняя k_2 , можно перейти из режима покоя для хаба и второго слоя в режим спайков (границы черной вертикальной полосы имеют небольшой наклон).

Заключение

Проведенные исследования позволили получить следующие результаты.

- Показано, что в простом автономном ансамбле возбудимых нейронов, находящихся в состоянии покоя, введение отталкивающих взаимодействий приводит к возникновению спайковой активности и установлены границы существования режима индуцированной спайковой активности при вариации коэффициента связи и параметра возбуждения.

- Показано, что добавление дальних связей в ансамбль с локальным взаимодействием смещает границы области спайковой активности, расширяя или уменьшая эту область в зависимости от характера дальнего взаимодействия, т. е. от того, является ли это взаимодействие отталкивающим или притягивающим. Таким образом,

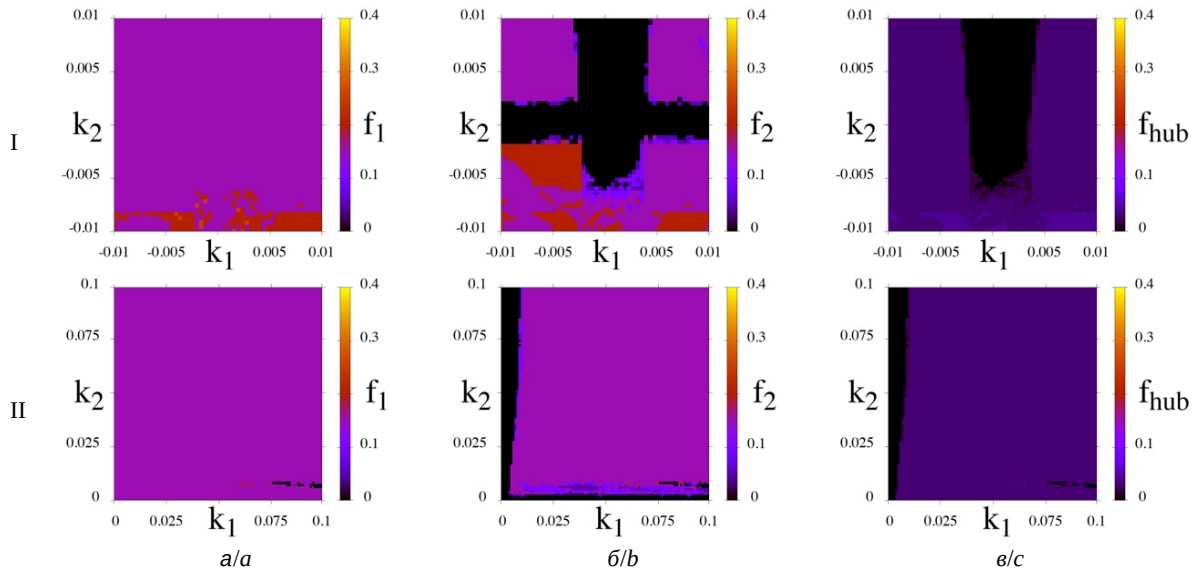


Рис. 9. Диаграммы средней частоты зажиганий первого слоя (а), хаба (б) и второго слоя (в) с внутренними коэффициентами связи $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.05$ на плоскости параметров связи с хабом (k_1, k_2) при параметре хаба $a_{hub} = 1.1$ (дальше от порога генерации): в диапазоне $k_1, k_2 \in [-0.01, 0.01]$ (I) и в области притягивающей связи в диапазоне $k_1, k_2 \in [0.0, 0.1]$ (II). Другие параметры системы: $a_1 = a_2 = 1.001$, $\varepsilon = 0.02$, $A = 0.1$, $w_{ex} = 1$ (цвет онлайн)

Fig. 9. Diagrams of the average firing frequency of the first layer (a), the hub (b), and the second layer (c) with the intracoupling strength values $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.05$ on the (k_1, k_2) parameter plane with the hub parameter $a_{hub} = 1.1$ (further from the generation threshold): within the range $k_1, k_2 \in [-0.01, 0.01]$ (I) and in the attracting coupling area in the range $k_1, k_2 \in [0.0, 0.1]$ (II). Other parameters: $a_1 = a_2 = 1.001$, $\varepsilon = 0.02$, $A = 0.1$, $w_{ex} = 1$ (color online)

введение таких связей позволяет управлять режимом генерации спайков.

- Установлено, как изменяется средняя частота генерации спайков возбудимых нейронов при аддитивном воздействии шума Леви с различными параметрами на кольцо локально связанных нейронов ФитцХью–Нагумо: наименьшая частота генерации спайков наблюдается при гауссовом распределении источника шума (параметр стабильности $\alpha^L = 2$), а с уменьшением параметра $\alpha^L \in [1, 2)$ частота генерации спайков увеличивается.

- Установлен эффект удаленной синхронизации (через общий хаб) частот генерации спайков, возникающих в двух ансамблях (слоях сети) в результате влияния отталкивающей внутрислойной связи. Получены области синхронизации на плоскости управляющих параметров.

- Рассмотрено влияние периодического внешнего воздействия с разными частотами на спайковую активность, подаваемого на один из двух слоев нейронов, взаимодействующих через хаб. Показано, что, несмотря на наличие спайковой активности в слое, находящемся под внешним воздействием, сильная притягивающая связь между хабом и вторым слоем может пре-

пятствовать возбуждению спайков как в хабе, так и во втором слое.

Проведенные исследования динамики простой сети возбудимых осцилляторов с различной топологией и характером связей являются необходимым этапом исследований, направленных на решение более сложных задач управления процессами в нейроморфных осцилляторных сетях обработки и передачи информации.

Список литературы

1. Babiloni C., Lizio R., Marzano N., Capotosto P., Soricelli A., Triggiani A. I., Cordone S., Gesualdo L., Del Percio C. Brain neural synchronization and functional coupling in Alzheimer's disease as revealed by resting state EEG rhythms // International Journal of Psychophysiology. 2016. Vol. 103. P. 88–102. <https://doi.org/10.1016/j.ijpsycho.2015.02.008>
2. Reinhart R. M. G., Nguyen J. A. Working memory revived in older adults by synchronizing rhythmic brain circuits // Nature Neuroscience. 2019. Vol. 22, iss. 5. P. 820–827. <https://doi.org/10.1038/s41593-019-0371-x>
3. Herbet G., Duffau H. Revisiting the functional anatomy of the human brain: Toward a meta-networking theory of cerebral functions // Physiological Reviews. 2020. Vol. 100, iss. 3. P. 1181–1228. <https://doi.org/10.1152/physrev.00033.2019>
4. Hramov A. E., Frolov N. S., Maksimenko V. A., Kurkin S. A., Kazantsev V. B., Pisarchik A. N. Functional



- networks of the brain: From connectivity restoration to dynamic integration // *Physics-Usppekhi*. 2021. Vol. 64, № 6. P. 584–616. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.06.038807>
5. Jones C. K. R. T. Stability of the travelling wave solution of the FitzHugh–Nagumo system // *Transactions of the American Mathematical Society*. 1984. Vol. 286, № 2. P. 431–469. <https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1984-0760971-6>
 6. Pertsov A. M., Ermakova E. A., Panfilov A. V. Rotating spiral waves in a modified Fitz-Hugh-Nagumo model // *Physica D : Nonlinear Phenomena*. 1984. Vol. 14, № 1. P. 117–124. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(84\)90008-3](https://doi.org/10.1016/0167-2789(84)90008-3)
 7. Nekorkin V. I., Shapin D. S., Dmitrichev A. S., Kazantsev V. B., Binczak S., Bilbault J. M. Heteroclinic contours and self-replicated solitary waves in a reaction-diffusion lattice with complex threshold excitation // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2008. Vol. 237, № 19. P. 2463–2475. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2008.03.035>
 8. Shepelev I. A., Slepnev A. V., Vadivasova T. E. Different synchronization characteristics of distinct types of traveling waves in a model of active medium with periodic boundary conditions // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2016. Vol. 38. P. 206–217. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.02.020>
 9. Omelchenko I., Provata A., Hizanidis J., Schöll E., Hövel P. Robustness of chimera states for coupled FitzHugh–Nagumo oscillators // *Phys. Rev. E*. 2015. Vol. 91, iss. 2. P. 022917. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.022917>
 10. Semenova N., Zakharova A., Anishchenko V., Schöll E. Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements // *Phys. Rev. Lett.* 2016. Vol. 117, iss. 1. P. 014102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.014102>
 11. Xu F., Zhang J., Jin M., Huang S., Fang T. Chimera states and synchronization behavior in multilayer memristive neural networks // *Nonlinear Dynamics*. 2018. Vol. 94, iss. 2. P. 775–783. <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4393-9>
 12. Majhi S., Bera B. K., Ghosh D., Perc M. Chimera states in neuronal networks: A review // *Physics of Life Reviews*. 2019. Vol. 28. P. 100–121. <https://doi.org/10.1016/j.plrev.2018.09.003>
 13. Batista C. A. S., Batista A. M., de Pontes J. A. C., Viana R. L., Lopes S. R. Chaotic phase synchronization in scale-free networks of bursting neurons // *Phys. Rev. E*. 2007. Vol. 76, iss. 1. P. 016218. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.016218>
 14. Wang Q., Chen G., Perc M. Synchronous bursts on scale-free neuronal networks with attractive and repulsive coupling // *PLoS ONE*. 2011. Vol. 6, № 1. P. e15851. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0015851>
 15. Li C., Chen G. Stability of a neural network model with small-world connections // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 68, iss. 5. P. 052901. [10.1103/PhysRevE.68.052901](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.052901)
 16. Qu J., Wang R., Yan C., Du Y. Spatiotemporal behavior of small-world neuronal networks using a map-based model // *Neural Processing Letters*. 2017. Vol. 45. P. 689–701. <https://doi.org/10.1007/s11063-016-9547-5>
 17. Kazanovich Y. B., Borisjuk R. M. Dynamics of neural networks with a central element // *Neural Networks*. 1999. Vol. 12, iss. 3. P. 441–454. [https://doi.org/10.1016/S0893-6080\(98\)00136-1](https://doi.org/10.1016/S0893-6080(98)00136-1)
 18. Achard S., Salvador R., Whitcher B., Suckling J., Bullmore E. A resilient, low-frequency, small-world human brain functional network with highly connected association cortical hubs // *Journal of Neuroscience*. 2006. Vol. 26, iss. 1. P. 63–72. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.3874-05.2006>
 19. Чук Д., Борисюк Р. М., Казанович Я. Б. Режимы синхронизации в сети нейронов Ходжкина–Хаксли с центральным элементом // *Математическая биология и биоинформатика*. 2008. Т. 3, вып. 1. С. 16–35. <https://doi.org/10.17537/2008.3.16>
 20. Patel A., Kosko B. Stochastic resonance in continuous and spiking neuron models with Lévy noise // *IEEE Transactions on Neural Networks*. 2008. Vol. 19, iss. 12. P. 1993–2008. <https://doi.org/10.1109/TNN.2008.2005610>
 21. Wang Z. Q., Xu Y., Yang H. Lévy noise induced stochastic resonance in an FHN model // *Science China Technological Sciences*. 2016. Vol. 59. P. 371–375. <https://doi.org/10.1007/s11431-015-6001-2>
 22. Wu J., Xu Y., Ma J. Lévy noise improves the electrical activity in a neuron under electromagnetic radiation // *PLoS ONE*. 2017. Vol. 12, № 3. P. e0174330. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0174330>
 23. Guo Y., Wang L., Wei F., Tan J. Dynamical behavior of simplified FitzHugh–Nagumo neural system driven by Lévy noise and Gaussian white noise // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2019. Vol. 127. P. 118–126. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.06.031>
 24. Fitzhugh R. Thresholds and plateaus in the Hodgkin–Huxley nerve equations // *The Journal of General Physiology*. 1960. Vol. 43, iss. 5. P. 867–896. <https://doi.org/10.1085/jgp.43.5.867>
 25. Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon // *Proceedings of the IRE*. 1962. Vol. 50, iss. 10. P. 2061–2070. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1962.288235>
 26. Janicki A., Weron A. Simulation and chaotic behavior of α -Stable stochastic processes. New York : Marcel Dekker, 1994. 376 p. <https://doi.org/10.1201/9781003208877>

References

1. Babiloni C., Lizio R., Marzano N., Capotosto P., Soricelli A., Triggiani A. I., Cordone S., Gesualdo L., Del Percio C. Brain neural synchronization and functional coupling in Alzheimer’s disease as revealed by resting state EEG rhythms. *International Journal of Psychophysiology*, 2016, vol. 103, pp. 88–102. <https://doi.org/10.1016/j.ijpsycho.2015.02.008>
2. Reinhart R. M. G., Nguyen J. A. Working memory revived in older adults by synchronizing rhythmic brain circuits. *Nature Neuroscience*, 2019, vol. 22, iss. 5, pp. 820–827. <https://doi.org/10.1038/s41593-019-0371-x>



3. Herbet G., Duffau H. Revisiting the functional anatomy of the human brain: Toward a meta-networking theory of cerebral functions. *Physiological Reviews*, 2020, vol. 100, iss. 3, pp. 1181–1228. <https://doi.org/10.1152/physrev.00033.2019>
4. Hramov A. E., Frolov N. S., Maksimenko V. A., Kurkin S. A., Kazantsev V. B., Pisarchik A. N. Functional networks of the brain: from connectivity restoration to dynamic integration. *Physics-Uspokhi*, 2021, vol. 64, no. 6, pp. 584–616. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.06.038807>
5. Jones C. K. R. T. Stability of the travelling wave solution of the FitzHugh–Nagumo system. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1984, vol. 286, no. 2, pp. 431–469. <https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1984-0760971-6>
6. Pertsov A. M., Ermakova E. A., Panfilov A. V. Rotating spiral waves in a modified Fitz–Hugh–Nagumo model. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 1984, vol. 14, no. 1, pp. 117–124. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(84\)90008-3](https://doi.org/10.1016/0167-2789(84)90008-3)
7. Nekorkin V. I., Shapin D. S., Dmitrichev A. S., Kazantsev V. B., Binczak S., Bilbault J. M. Heteroclinic contours and self-replicated solitary waves in a reaction-diffusion lattice with complex threshold excitation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2008, vol. 237, no. 19, pp. 2463–2475. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2008.03.035>
8. Shepelev I. A., Slepnev A. V., Vadivasova T. E. Different synchronization characteristics of distinct types of traveling waves in a model of active medium with periodic boundary conditions. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2016, vol. 38, pp. 206–217. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.02.020>
9. Omelchenko I., Provata A., Hizanidis J., Schöll E., Hövel P. Robustness of chimera states for coupled FitzHugh–Nagumo oscillators. *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 91, iss. 2, pp. 022917. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.022917>
10. Semenova N., Zakharova A., Anishchenko V., Schöll E. Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, iss. 1, pp. 014102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.014102>
11. Xu F., Zhang J., Jin M., Huang S., Fang T. Chimera states and synchronization behavior in multilayer memristive neural networks. *Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 94, iss. 2, pp. 775–783. <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4393-9>
12. Majhi S., Bera B. K., Ghosh D., Perc M. Chimera states in neuronal networks: A review. *Physics of Life Reviews*, 2019, vol. 28, pp. 100–121. <https://doi.org/10.1016/j.plrev.2018.09.003>
13. Batista C. A. S., Batista A. M., de Pontes J. A. C., Viana R. L., Lopes S. R. Chaotic phase synchronization in scale-free networks of bursting neurons. *Phys. Rev. E*, 2007, vol. 76, iss. 1, pp. 016218. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.016218>
14. Wang Q., Chen G., Perc M. Synchronous bursts on scale-free neuronal networks with attractive and repulsive coupling. *PLoS ONE*, 2011, vol. 6, no. 1, pp. e15851. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0015851>
15. Li C., Chen G. Stability of a neural network model with small-world connections. *Phys. Rev. E*, 2003, vol. 68, iss. 5, pp. 052901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.052901>
16. Qu J., Wang R., Yan C., Du Y. Spatiotemporal behavior of small-world neuronal networks using a map-based model. *Neural Processing Letters*, 2017, vol. 45, pp. 689–701. <https://doi.org/10.1007/s11063-016-9547-5>
17. Kazanovich Y. B., Borisyuk R. M. Dynamics of neural networks with a central element. *Neural Networks*, 1999, vol. 12, iss. 3, pp. 441–454. [https://doi.org/10.1016/S0893-6080\(98\)00136-1](https://doi.org/10.1016/S0893-6080(98)00136-1)
18. Achard S., Salvador R., Whitcher B., Suckling J., Bullmore E. A resilient, low-frequency, small-world human brain functional network with highly connected association cortical hubs. *Journal of Neuroscience*, 2006, vol. 26, iss. 1, pp. 63–72. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.3874-05.2006>
19. Chik D., Borisiuk R. M., Kazanovich I. A. B. Synchronization in a Neural Network of Hodgkin–Huxley Neurons with a Central Element. *Math. Biol. Bioinf.*, 2008, vol. 3, iss. 1, pp. 16–35 (in Russian). <https://doi.org/10.17537/2008.3.16>
20. Patel A., Kosko B. Stochastic resonance in continuous and spiking neuron models with Lévy noise. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, vol. 19, iss. 12, pp. 1993–2008. <https://doi.org/10.1109/TNN.2008.2005610>
21. Wang Z. Q., Xu Y., Yang H. Lévy noise induced stochastic resonance in an FHN model. *Science China Technological Sciences*, 2016, vol. 59, pp. 371–375. <https://doi.org/10.1007/s11431-015-6001-2>
22. Wu J., Xu Y., Ma J. Lévy noise improves the electrical activity in a neuron under electromagnetic radiation. *PLoS ONE*, 2017, vol. 12, no. 3, pp. e0174330. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0174330>
23. Guo Y., Wang L., Wei F., Tan J. Dynamical behavior of simplified FitzHugh–Nagumo neural system driven by Lévy noise and Gaussian white noise. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019, vol. 127, pp. 118–126. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.06.031>
24. Fitzhugh R. Thresholds and plateaus in the Hodgkin–Huxley nerve equations. *The Journal of General Physiology*, 1960, vol. 43, iss. 5, pp. 867–896. <https://doi.org/10.1085/jgp.43.5.867>
25. Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon. *Proceedings of the IRE*, 1962, vol. 50, iss. 10, pp. 2061–2070. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1962.288235>
26. Janicki A., Weron A. *Simulation and chaotic behavior of α -Stable stochastic processes*. New York, Marcel Dekker, 1994. 376 p. <https://doi.org/10.1201/9781003208877>

Поступила в редакцию 05.09.2023; одобрена после рецензирования 02.10.2023; принята к публикации 12.10.2023
The article was submitted 05.09.2023; approved after reviewing 02.10.2023; accepted for publication 12.10.2023