



# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145.82

## Динамика измерений координат квантовых нерелятивистских частиц

В. И. Цой

Цой Валерий Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерной физики и метаматериалов на базе Саратовского филиала Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, tsoyvi@info.sgu.ru

По имеющимся представлениям изменения волновой функции квантовых частиц вполне исчерпываются непрерывной детерминированной эволюцией согласно уравнению Шредингера и мгновенной вероятностной редукцией к одной из собственных функций оператора измеряемой величины при разрушающих измерениях, а также неполной редукцией с временной динамикой при слабых измерениях. В данной статье предложена динамическая модель, согласно которой и при сильном измерении переход в собственное состояние в общем случае происходит за некоторый короткий промежуток времени. В частности, обнаруживают временную динамику измерения координаты одной из запутанных частиц и корреляции в распределении вероятностей для координат этих частиц. При этом после измерения корреляция быстро утрачивается.

**Ключевые слова:** квантовые измерения, квантовые корреляции, запутанные состояния.

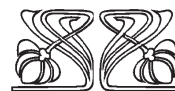
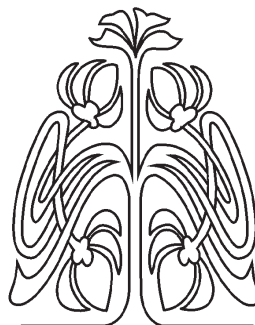
Поступила в редакцию: 22.05.2020 / Принята: 10.07.2020 / Опубликовано: 30.11.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

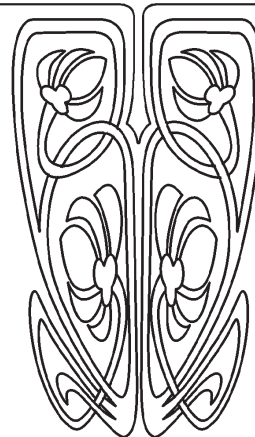
DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-4-299-305>

### Введение

Движение вектора (волновой функции) в пространстве состояний квантового объекта подчиняется в отсутствие измерений уравнению Шредингера и носит непрерывный детерминированный характер. Измерения влияют на измеряемую систему и могут быть сильными, полностью разрушая ее путем мгновенной вероятностной редукции к одному из собственных состояний измеряемой величины [1–4]. В случае слабых измерений, когда отдельный акт взаимодействия с измерительным прибором недостаточен для необратимого изменения состояния, повторные акты измерения делают его динамическим процессом, в котором вероятностный отбор результатов измерения классическим прибором может происходить в конце процесса. При этом природа и вопрос описания такого отбора не совсем ясны и являются предметом для дискуссий [5]. Результат разрушающего измерения описывается с помощью проективного постулата, согласно которому классический прибор регистрирует собственные состояния квантового объекта, с вероятностью, определяемой квадратом модуля амплитуды вероятности перехода – скалярного произведения векторов конечного и исходного состояний [1–3]. При этом измерение можно рассматривать также как один из способов приготовления нового



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





квантового состояния [4]. Однако процесс непрерывного наблюдения квантовой системы в течение определенного отрезка времени нельзя свести к серии последовательных кратковременных проективных измерений [2]. Особый случай возникает при измерении над одной из частиц в системе двух частиц, разлетевшихся на значительное расстояние из точки взаимодействия между ними. Такие частицы описываются единой волновой функцией, которая не может быть представленной отдельными волновыми функциями каждой из частиц, и тем самым частицы находятся в запутанном состоянии. При измерении над одной из частиц эта частица переходит в новое состояние, а другая частица переходит в состояние, коррелированное с состоянием первой частицы. Такая нелокальная корреляция, не вызванная никаким силовым полем локального взаимодействия, парадоксальна [6], но имеет убедительное теоретическое [7] и экспериментальное [8] обоснование. Мгновенная корреляция подталкивает к мысли о распространении со сверхсветовой скоростью, но авторы решающего эксперимента по квантовой корреляции специально предостерегали от попыток искать в ней основу для поиска возможных путей превышения скорости света [8]. Запрет на превышение скорости света в квантовых корреляциях формулируют по-разному, например, указанием на то, что для их обнаружения необходима связь по классическому каналу [9], или на то, что волновая функция является чистой информацией, не переносящей физических взаимодействий [10]. Также показано, что при измерении разных величин для одной из запутанных частиц матрица плотности другой частицы остается одной и той же [2]. Что касается динамических моделей измерений, то они в большей мере рассматриваются в связи со слабыми измерениями, описание которых не требует проективного постулата и которые ценны тем, что могут быть неразрушающими, а также проследивать динамику переходов [5]. В данной работе предложена динамическая модель проективного измерения с использованием численного решения нестационарного уравнения Шредингера и приведены примеры динамического измерения координат, в том числе в запутанной паре частиц.

#### **Динамическая модель измерения координат квантовой частицы**

В рамках формализма квантовой механики измерение является проектированием вектора состояния  $|\psi\rangle$  на вектор собственного состояния  $|\psi_n\rangle$

оператора наблюдаемой величины с вероятностью, определяемой квадратом модуля скалярного произведения этих векторов:  $p_n \propto |\langle \psi_n | \psi \rangle|^2 = |c_n|^2$  [1, 2]. Амплитуду вероятности перехода в собственное состояние будем рассматривать как складывающуюся из элементарных амплитуд  $dc_n$  перехода через состояния с различными координатами,  $dc_n \propto \langle \psi_n | \mathbf{x} \rangle \langle \mathbf{x} | \psi \rangle d\mathbf{x} = \psi_n^*(\mathbf{x}, t) \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$ , в соответствии с фейнмановской интерпретацией волновой функции [3]. В последнем выражении функцию  $\tilde{\psi} = \psi_n^*(\mathbf{x}, t) \psi(\mathbf{x}, t)$  можно считать, после нормировки, волновой функцией частицы в начальный момент редукции к случайно отобранному собственному состоянию  $\psi_n(x, t)$ . Для описания измерения координаты рассмотрим вместо оператора координаты пленение частицы в потенциальный ящик. Полагаем, что захват совершается с такой вероятностью оказаться в пределах ящика, которая определяется волновой функцией в отсутствие ящика, и захват сопровождается обнулением волновой функции вне ящика и ее нормировкой в пределах ящика. Таким образом, после пленения волновая функция может рассматриваться в базисе стационарных функций в ящике. При этом в расчетах можно считать, что стенки ящика непроницаемы. Это приближение оправдано тем, что энергия  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$  частицы с массой  $m$  определяется волновыми векторами, компоненты которых при больших значениях глубины ящика  $U$  даются выражением  $k_L \approx n\pi / L \left( 1 + \sqrt{2\hbar^2 / mUL^2} \right) \approx n\pi / L$ , где  $L$  – длина ребра [4]. Эти волновые числа соответствуют нулевым значениям стационарных волновых функций на границах. Естественно считать, что переход к состоянию с определенной энергией одновременно является измерением координаты с точностью до размеров ящика. Если в той области пространства, где локализована и отлична от нуля функция стационарного состояния  $\psi_n(\mathbf{x}, t)$ , волновая функция частицы почти однородна,  $\psi(\mathbf{x}, t) = a$ , то немедленно после проектирования устанавливается равенство  $\tilde{\psi} = a\psi_n$ , т. е. происходит мгновенный переход в стационарное состояние, как и предполагает проективный постулат. Иная ситуация возникает, если волновая функция частицы  $\psi(\mathbf{x}, t)$  сосредоточена в волновом пакете, узком по сравнению с областью локализации функции  $\psi_n(\mathbf{x}, t)$  стационарного состояния. В этом случае переход к волновой функции стационарного состояния происходит, по



предлагаемой динамической модели, путем множества последовательных изменений во времени согласно уравнению Шредингера, с обнулением мнимой части функции. Такое предположение соответствует тому, что классическому прибору доступны для измерения лишь стационарные состояния, характеризующиеся волновыми функциями, которые могут считаться вещественными, так как имеют однородную в пространстве фазу. В основном стационарном состоянии частицы энергия движения вдоль ребра ящика равна  $E = \hbar^2 \pi^2 / 2mL^2 = \hbar\omega = 2\pi\hbar/T$ . Поэтому период изменения фазы стационарной волновой функции является величиной одного порядка с  $T = 4mL^2 / \pi\hbar$  и быстро уменьшается при уменьшении ошибки измерения  $L$ . Это означает, что процессы, совершающиеся за промежутки времени, соизмеримые с периодом  $T$ , практически мгновенны. Рассмотренные ниже вычисления показывают, что редукция к основному стационарному состоянию частицы в ящике может происходить как раз в таких временных масштабах.

Запишем нестационарное уравнение Шредингера в удобном для целей статьи виде [11],

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = H(t) \psi(t), \quad (1)$$

и примем единицы измерения, в которых гамильтониан частицы, свободной в пределах ящика, равен  $H(t) = -\nabla^2 \psi$ . Решение уравнения (1)

$$\psi(t) = \exp\left(-i \int_{t_0}^t H(t') dt'\right) \psi(t_0) \quad (2)$$

на временной сетке  $t_k = k\tau$ ,  $k = 0, 1, \dots, K$ ,  $K\tau = t$ , можно получить численно, пользуясь схемой Кранка – Николсона [11]

$$\begin{aligned} (1 + i(\tau/2)H(t_{k+1/2}))\psi(\mathbf{x}, t_{k+1}) = \\ = (1 - i(\tau/2)H(t_{k+1/2}))\psi(\mathbf{x}, t_k). \end{aligned} \quad (3)$$

Умножая уравнения (3) на весовую функцию координат в соответствии с методом Галеркина, нетрудно преобразовать их к слабой форме и получить решение методом конечных элементов, например в среде системы FreeFem++ [12].

Для частицы в двумерном ящике ( $0 \leq x_1 \leq L_1, 0 \leq x_2 \leq L_2$ ), в соответствии с уравнением

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \psi(x_1, x_2, t), \quad (1a)$$

волновая функция основного стационарного состояния имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_{11}(x_1, x_2, t) = \\ = \left( \frac{2}{\sqrt{L_1 L_2}} \right) \sin(\pi x_1 / L_1) \sin(\pi x_2 / L_2) \exp(-i\omega t), \\ \omega = (\pi/L_1)^2 + (\pi/L_2)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Это означает, что, полагая в расчетах ширину ящика  $L_1 = L_2 = L$ , мы должны считать период изменения фазы волновой функции стационарного состояния равным  $T' = 2L^2 / \pi$ . На рис. 1, 2 представлены результаты численного моделирования динамики измерения координат частицы путем пленения ее в двумерный ящик и возбуждения в нем основного стационарного состояния. Расчеты сделаны по схеме (3), адаптированной к пакету FreeFem++, с временным шагом  $\tau = 0.001 T'$ . В качестве начального условия принимается амплитуда вероятности  $\tilde{\psi} = \psi_n^*(\mathbf{x}, 0) \psi(\mathbf{x}, 0)$ . Периодически через определенное количество

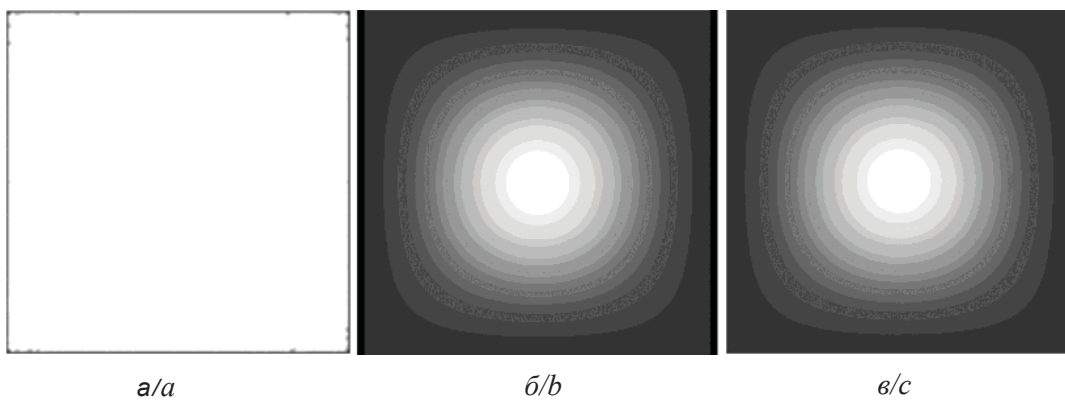


Рис. 1. Облака вероятностей при возбуждении основного состояния частицы в ящике из исходного однородного состояния. Моменты времени  $t/T'$ : а – 0, б – 0.04, в – 4.0

Fig. 1. Probability clouds upon the excitation of the ground state of a particle in a box from the initial homogeneous state. Time moments are  $t/T'$ : a – 0, b – 0.04, c – 4.0

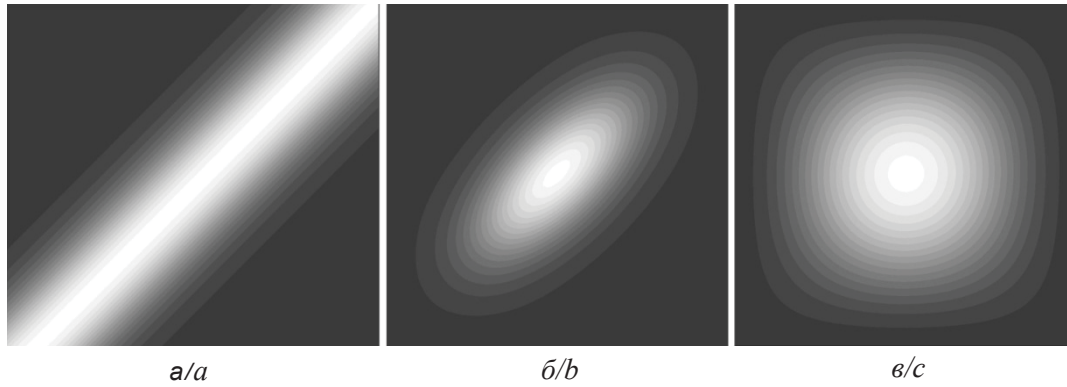


Рис. 2. Пример динамического возбуждения основного состояния частицы в ящике. Время  $t/T'$ :  $a - 0$ ,  $b - 0.04$ ,  $v - 4.0$ . Период стробирования  $T_s/T' = 0.005$   
 Fig. 2. Example of the dynamical excitation of the ground state of a particle in a box. Time moments are  $t/T'$ :  $a - 0$ ,  $b - 0.04$ ,  $c - 4.0$ . Gating period is  $T_s/T' = 0.005$

временных шагов расчетной схемы мнимые части волновой функции исключаются (обнуляются) с последующей нормировкой. Эта процедура соответствует предположению о том, что в процессе элементарных воздействий прибора на квантовый объект устанавливается некоторый средний интервал времени между этими воздействиями. Таким образом, считается, что измерение осуществляется «стробированием» с некоторым периодом  $T_s$ . Этот период должен быть достаточно малым, чтобы измерение было практически мгновенным в соответствии с проективным постулатом для разрушающего измерения. На рис. 1 видно, что при однородном возбуждении спроецированная на основное состояние (4) волновая функция  $\tilde{\psi} = \psi_{11}^*(x_1, x_2, t)(1/L)$  моментально редуцируется к стационарной функции  $(2/L)\sin(\pi x_1/L)\sin(\pi x_2/L)$ . Однако на рис. 2

приведен другой пример, в котором для перехода требуется некоторое время. Существенно, что это время соизмеримо с периодом изменения фазы стационарного состояния и практически пренебрежимо мало при измерениях с малой ошибкой  $L$ . Пример динамического возбуждения в неосновное стационарное состояние при измерении координаты приведен на рис. 3. Контрольные расчеты методом конечных разностей для частицы в одномерном ящике показали подобные же результаты.

#### Динамика корреляций координат запутанных частиц

Двумерное уравнение Шредингера для одной частицы (1а) может рассматриваться также как уравнение для волновой функции в конфигурационном пространстве двух одномерных

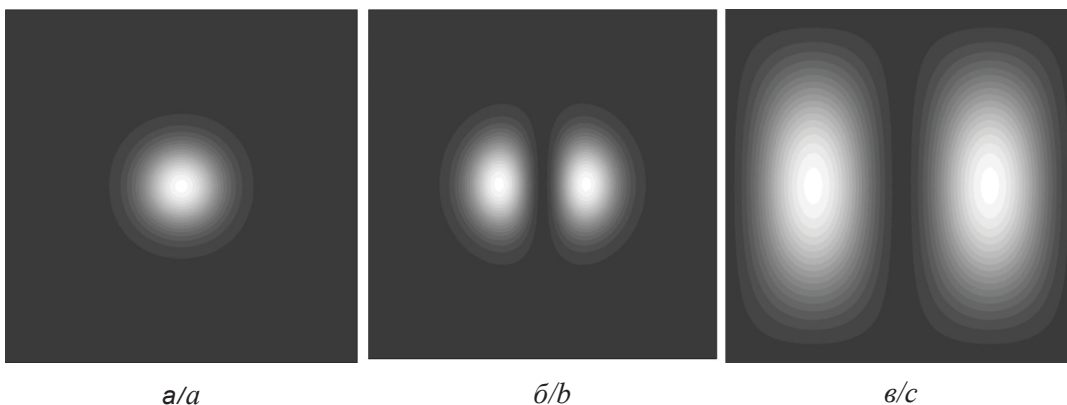


Рис. 3. Пример динамического возбуждения состояния (1-0) частицы в ящике. Моменты времени  $t/T'$ :  $a - 0$ ,  $b - 0.02$ ,  $v - 2.0$ . Период стробирования  $T_s/T' = 0.005$   
 Fig. 3. Example of the dynamical excitation of the (1-0) state of a particle in a box. Time moments are  $t/T'$ :  $a - 0$ ,  $b - 0.02$ ,  $c - 2.0$ . Gating period is  $T_s/T' = 0.005$



частиц. Примем за первоначальное состояние этих частиц состояние с волновой функцией

$$\psi_\sigma(x_1, x_2) = (1/\sqrt{\pi}\sigma) \exp(-(x_1 - x_2 + x_0)^2 / \sigma^2). \quad (5)$$

Эта функция не разделяется по переменным  $x_1, x_2$ , относящимся к разным частицам, и состояние (5) является запутанным. В нулевом пределе параметра локализации  $\sigma \rightarrow 0$  выражение (5) стремится к функции состояния Эйнштейна – Подольского – Розена (ЭПР), явившегося первым классическим примером запутанного состояния для частиц, удаленных друг от друга на сколь угодно большое расстояние  $x_0$  [6]. Для численного моделирования динамики измерения координаты одной частицы и корреляции ее состояния с состоянием другой частицы уравнение (1а) решалось в расчетной области ( $0 \leq x_1 \leq L, x_0 \leq x_2 \leq x_0 + 5L$ ) конфигурационного пространства. В начальном условии (5) параметр локализации полагался равным  $\sigma = L/4$ . Параметр расстояния  $x_0$  между частицами не влияет на результаты. Чтобы придать пленению первой частицы в ящик смысл измерения координаты с точностью до  $L$ , накладывались

нулевые условия на границах  $x_1 = 0, L$ . Рассчитывалась динамика волновой функции  $\psi(x_1, x_2, t)$  от начального состояния, определяемого амплитудой вероятности  $\sqrt{2/L} \sin(\pi x_1/L) \psi_\sigma(x_1, x_2)$  перехода первой частицы в основное стационарное состояние. Временной шаг выбирался равным  $\tau = 0.001 T$ . Вторая частица не ограничена в своем движении, поэтому «стробирование» общей волновой функции можно считать измерением координаты первой частицы с погрешностью  $L$  и одновременным измерением второй координаты со сколь угодно большой погрешностью. Но это означает, как следует из предыдущего, что измерение первой координаты уже произойдет, пока измерение второй координаты только начнется. В итоге можно считать, что «стробирование» общей волновой функции практически относится к измерению только для первой частицы. Как показывает рис. 4, выделяются две стадии в изменении волновой функции частиц: проективное измерение координаты первой частицы, при котором вторая частица остается на заданном

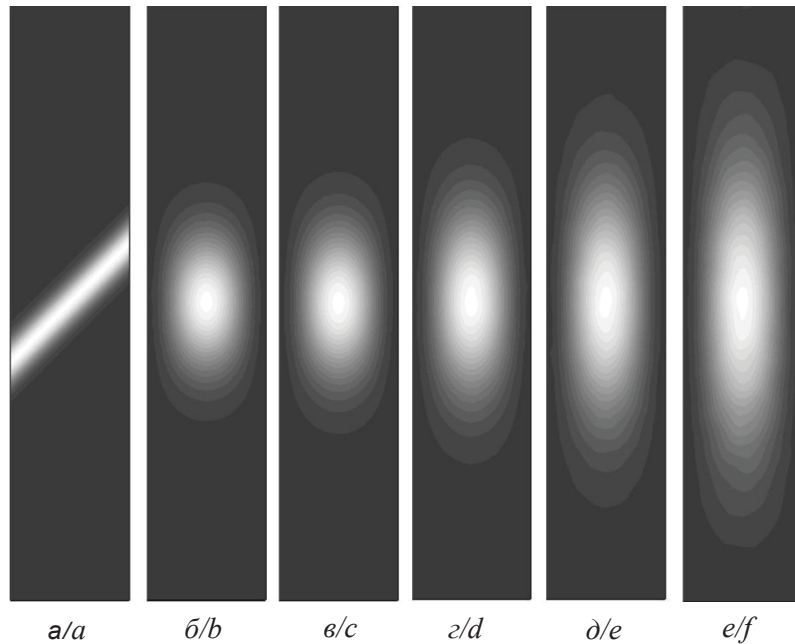


Рис. 4. Распределение вероятностей в конфигурационном пространстве  $(x_1, x_2)$  двух запутанных частиц при измерении координаты  $x_1$  (по горизонтали) первой частицы. Моменты времени  $t/T$ : а – 0, б – 2.0, в – 2.1, г – 2.2, д – 2.3, е – 2.4. Период стробирования  $T_s/T = 0.01$ . Второй кадр соответствует завершению проективного измерения

Fig. 4. Probability distribution in the configuration space  $(x_1, x_2)$  of two entangled particles when measuring the coordinate  $x_1$  (horizontally) of the first particle. Time moments are  $t/T$ : а – 0, б – 2.0, в – 2.1, д – 2.2, е – 2.3, ф – 2.4. Gating period is  $T_s/T = 0.01$ . The second frame corresponds to the completion of the projective measurement



расстоянии от первой, а также последующее за измерением расплывание распределения вероятности координат второй частицы.

Точнее, за время регистрации первой частицы на отрезке длиной  $L_1 = L$  распределение вероятности по координате второй частицы расплывается очень медленно и остается относительно долго локализованным почти на такой же длине  $L_2 = L$ , но после измерения это распределение быстро расплывается и корреляция в распределениях координат частиц утрачивается. Если детектор второй частицы установить в том месте, где плотность вероятности перед регистрацией первой частицы равна нулю, то в первые мгновения он не будет срабатывать. Однако по мере расплывания плотности вероятности, особенно после измерения координаты первой частицы, появляется вероятность регистрации второй частицы и возможность одновременного срабатывания детекторов обеих частиц.

### Заключение

По правилам соответствия между математическими объектами теории с экспериментом в квантовой механике наблюдаемые величины, измеряемые классическим прибором, должны быть вещественны. При этом, в согласии с проективным постулатом, разрушающее измерение происходит теоретически мгновенно. В дополнение к этому в данной статье показано, что для измерения может понадобиться не один, а множество мгновенных измерительных актов перехода от комплексной функции к ее вещественной части. Между этими актами волновая функция претерпевает временные изменения согласно уравнению Шредингера. В частности, подобная ситуация возникает при измерении координат в системе запутанных частиц. При этом временные масштабы переходов достаточно малы, что и позволяет считать их теоретически мгновенными и нелокальными. Такая идеализация допустима и даже необходима. В классической механике и молекулярной физике считаются теоретически мгновенными упругие столкновения, а значения напряженностей в разных точках поля стоячей волны или в точках

стационарного поля коррелированы, несмотря на отсутствие переноса энергии и импульса. С этой точки зрения квантовые корреляции результатов измерений в системе удаленных частиц вполне допустимо описывать как возникающие мгновенно при измерении.

Таким образом, по результатам статьи, разрушающие квантовые измерения в общем случае имеют свою динамику в своем масштабе времени, вполне оправдывающем постулат мгновенной редукции.

### Список литературы

1. *Нейман фон И.* Математические основы квантовой механики. М. : Наука, 1964. 367 с.
2. *Садбери А.* Квантовая механика и физика элементарных частиц. М. : Мир, 1989. 485 с.
3. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике : в 9 т. М. : Мир, 1967. Т. 8. 267 с.
4. *Ландау Д. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М. : Наука, 1989. 768 с.
5. *Менский М. Б.* Явление декогеренции и теория непрерывных квантовых измерений // УФН. 1998. Т. 168. С. 1017–1035. DOI: 10.3367/UFNr.0168.199809e.1017
6. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов : в 3 т. М. : Наука, 1966. Т. 3. 632 с.
7. *Bell J. S.* On the Einstein Podolsky Rosen paradox // *Physics*. 1964. Vol. 1. P. 195–200. DOI: 10.1103/Physics-PhysiqueFizika.1.195
8. *Aspect A., Dalibard J., Roger G.* Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers // *Phys. Rev. Lett.* 1982. Vol. 49. P. 1804–1807. DOI: 10.1103/PhysRevLett.49.1804
9. *Клышко Д. Н.* Основные понятия квантовой физики с операциональной точки зрения // УФН. 1998. Т. 168. С. 975–1015. DOI: 10.3367/UFNr.0168.199809d.097
10. *Кадоццев Б. Б.* Необратимость в квантовой механике // УФН. 2003. Т. 173. С. 1221–1240. DOI: 10.3367/UFNr.0173.200311e.1221
11. *Виницкий С. И., Пузынин И. В., Селин А. В.* Численное решение нестационарного уравнения Шредингера с повышенной точностью. Препринт ОИЯИР 11-98-44. Дубна, 1998. 14 с.
12. *Hecht F.* Freefem++. Third Edition, Version 3.56-2. Paris : Universite' Pierre et Marie Curie. 418 p. URL: <http://www.freefem.org/ff++> (дата обращения: 28.05.2020).

### Образец для цитирования:

*Цой В. И.* Динамика измерений координат квантовых нерелятивистских частиц // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2020. Т. 20, вып. 4. С. 299–305. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-4-299-305>



## Dynamics in Measurements of the Non-Relativistic Particle Coordinates

V. I. Tsoy

Valery I. Tsoy, <https://orcid.org/0000-0001-8055-4385>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, [tsoyvi@info.sgu.ru](mailto:tsoyvi@info.sgu.ru)

**Background and Objectives:** There are a few different ways to change the quantum mechanical wave function. One is the continuous evolution according to the Schrodinger equation; the others are the collapse provided by strong measurements and the weak continuous measurement. The question arises: Can the strong measurement be considered as a dynamical process.

**Methods:** To answer the question, a dynamic model is proposed to simulate numerically the measurement of the coordinates of quantum particles. By measuring the coordinate, we mean the capture of a particle in a narrow box and the excitation of the stationary wave function in it. We consider the amplitude of the probability of transition to a stationary state as a wave function, and the non-stationary Schrodinger equation is solved using this initial function. The transition to a stationary state was modeled as a gated process. **Results and Conclusion:** It is shown that when measuring coordinates, along with the instant collapse, there are cases when the measurement takes a short but finite time. In particular, the projective measurement of the coordinate of one of the entangled particles takes some time and is accompanied by the correlation in the probability density of the particles coordinates. Moreover, the correlation is lost over time.

**Keywords:** quantum measurement, quantum correlation, entanglement state.

Received: 22.05.2020 / Accepted: 10.07.2020 / Published: 30.11.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

## References

1. Neumann J. V. *Matematicheskie osnovy kvantovoi mekhaniki* [Mathematical foundations of quantum mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1964. 367 p. (in Russian).
2. Sudbery A. *Kvantovaya mekhanika i fizika elementarnykh chastits* [Quantum Mechanics and the Particles of Nature]. Moscow, Mir Publ., 1989. 485 p. (in Russian).
3. Feynman R. P., Leighton R., Sands M. *Feynmanovskie lektsii po fizike: v 9 t.* [The Feynmann Lectures on Physics: in 9 vols.]. Moscow, Mir Publ., 1967, vol. 8. 267 p. (in Russian).
4. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Kvantovaya mekhanika* [The Quantum Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 768 p. (in Russian).
5. Menskii M. B. Decoherence and the theory of continuous quantum measurements. *Phys. Usp.*, 1998, vol. 168, pp. 1017–1035 (in Russian). DOI: 10.3367/UFNr.0168.199809e.1017
6. Einstein A. *Sobranie nauchnykh trudov: v 3 t.* [Collection of scientific works: in 3 vols.]. Moscow, Nauka Publ., 1962, vol. 3. 632 p. (in Russian).
7. Bell J. S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1964, vol. 1, pp. 195–200. DOI: 10.1103/PhysiquePhysiqueFizika.1.195
8. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers. *Phys. Rev. Lett.*, 1982, vol. 49, pp. 1804–1807. DOI: 10.1103/PhysRevLett.49.1804
9. Klyshko D. N. Basic quantum concepts from the operational viewpoint. *Phys. Usp.*, 1998, vol. 168, pp. 975–1015 (in Russian). DOI: 10.3367/UFNr.0168.199809d.0975
10. Kadomtsev B. B. Irreversibility in quantum mechanics. *Phys. Usp.*, 2003, vol. 173, pp. 1221–1240 (in Russian). DOI: 10.3367/UFNr.0173.200311e.1221
11. Vinitzky S. I., Puzynin I. V., Selin A. V. *Numerical Solution of the Non Stationary Schrodinger Equation with Increased Accuracy*. JINR Preprint, 11-98-44. Dubna, 1998. 14 p. (in Russian).
12. Hecht F. *Freefem++*. Third Edition, Version 3.56-2. Paris, Universite' Pierre et Marie Curie. 418 p. Available at: <http://www.freefem.org/ff++> (accessed 28 May 2020).

## Cite this article as:

Tsoy V. I. Dynamics in Measurements of the Non-Relativistic Particle Coordinates. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 4, pp. 299–305 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-4-299-305>