



УДК 537.874:53.06:537.86.029

Численное моделирование пространственно-временной динамики встречных волн в кольцевом нелинейном микрорезонаторе

В. А. Разуков, Л. А. Мельников

Разуков Вадим Алексеевич, ассистент кафедры «Приборостроение», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., razukov.vad@gmail.com

Мельников Леонид Аркадьевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Приборостроение», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., lam-pels@yandex.ru

Проведено численное моделирование пространственно-временной динамики электромагнитного поля в нелинейном кольцевом двунаправленном волоконном резонаторе с помощью разностной схемы «Кабаре» второго порядка. Продемонстрировано и проанализировано образование различных последовательностей импульсов и оптических частотных гребенок. Данная работа является развитием предыдущих и отличается от них введением рэлеевского рассеяния на неоднородностях среды и появлением встречной волны.

Ключевые слова: волоконный резонатор, кольцевой микрорезонатор, дисперсия групповых скоростей, уравнения переноса, метод накачки, нелинейный резонанс, солитоны, оптические частотные гребенки.

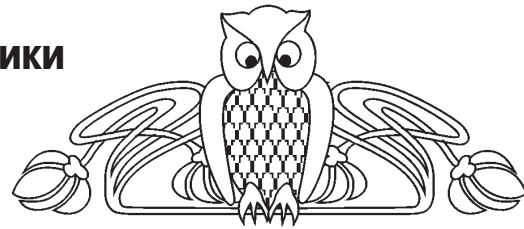
Поступила в редакцию: 28.11.2019 / Принята: 27.12.2019 / Опубликовано: 02.03.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-64-71>

Введение

Оптические частотные гребенки обладают потенциалом в области терабитной связи [1]. Генерация керровских гребенок в нелинейных микрорезонаторах [2] особенно многообещающая [3], так как позволяет создать гребенки с расстоянием между частотами в десятки гигагерц. Однако такие гребенки могут также порождать и сильные фазовые шумы [4–6], что, в свою очередь, приводит к проблемам с высокоскоростной передачей данных. Результаты проведенных экспериментов [7] показывают, что именно керровские гребенки удовлетворяют серьезным требованиям когерентной связи и, таким образом, являются привлекательным путем к созданию микрогабаритных приемо-передатчиков, поддерживающих передачу в диапазоне Тб/с.



Оптические соединения, позволяющие пропускать объемы данных в таких количествах, на данный момент являются наиболее очевидным способом преодолеть «бутылочные горлышки» в мировых коммуникационных сетях и огромных вычислительных центрах. Используя многократное спектральное уплотнение каналов (СУК) с десятками или сотнями каналов вместе со спектрально эффективными продвинутыми форматами модуляции, можно добиться передачи множества терабит в секунду, в то же время сохраняя энергопотребление в оптимальных пределах микросхем [8, 9].

Оптические средства для передачи данных при использовании СУК обычно создаются с помощью лазеров с распределенной обратной связью. Однако перевести их полностью на кремниевую основу затруднительно, так как требуется многократные интерфейсы между различными узлами, что приводит к значительному увеличению размеров. Более того, спектральная эффективность таких систем сильно страдает от неопределенности индивидуальных излучательных частот, порядка нескольких гигагерц, и требует специальных методов борьбы с перекрытием СУК диапазонов, и эти дополнительные полосы занимают достаточно заметную долю в доступном диапазоне передачи.

Эти проблемы можно обойти, применяя оптические частотные гребенки в качестве источников для СУК. Частотные гребенки состоят из множества эквидистантных спектральных линий, каждую из которых можно модулировать индивидуально [1, 10, 11]. Постоянное расстояние между частотами внутри гребенок позволяет передачу сигналов с близко расположенными несущими. Частотные гребенки с расположением линий в гигагерцовом диапазоне можно получить с помощью внешней модуляции внешнего узкополосного постоянного сигнала [12], с помощью лазеров с синхронизацией мод на основе квантовых точек [13] или используя параметрическую частотную конверсию в керровских нелинейных



высокодобротных микрорезонаторах [2]. Каскадное и модовое размножение (пролиферация), связанное с четырехволновым смешением (ЧВС), приводит к широкополосному ряду оптических линий, расположенных на равном расстоянии в оптическом диапазоне частот, что и есть оптический частотный гребень.

Таким образом, очевидно, что умение предсказывать поведение электромагнитного поля внутри микрорезонаторов имеет огромную практическую ценность. Так как режим работы таких резонаторов соответствует сильной нелинейности, то исследование динамики такой системы возможно лишь на основе численных расчетов. При этом нужно использовать модели, адекватно описывающие динамические процессы и не требующие длительных вычислений. В ряде работ [4, 14–20] для численного моделирования использовался модовый подход, когда поле в микрорезонаторе раскладывается по продольным модам и записываются уравнения для зависящих от времени комплексных амплитуд мод. При этом получается система десятков или даже сотен обыкновенных связанных нелинейных уравнений, решение которой на персональном компьютере представляет достаточно сложную задачу. Так, вследствие нелинейности в уравнениях появляются суммы всевозможных произведений амплитуд мод, и вычисления требуют достаточно больших временных затрат и машинных ресурсов. К тому же для вычисления временного профиля поля приходится суммировать поля мод, что также требует при большом числе мод большого времени. Метод разложения по модам относится к классу спектральных методов. Альтернативными методами решения задачи о динамике поля в

микрорезонаторе могут быть разностные схемы, основанные на уравнениях переноса [21–23], с успехом применяемые для моделирования динамики ВКР и ВРМБ лазеров. Данная статья посвящена дальнейшему улучшению численной модели [21], основанной на уравнениях переноса, и анализу результатов, полученных с ее использованием.

1. Постановка задачи для численного моделирования

Метод численного решения таких задач с помощью приближения медленных огибающих с дисперсией групповой скорости и нелинейностью является широко известным в теории коротких и сверхкоротких импульсов, так же, как и метод медленно меняющихся амплитуд. Поэтому, очевидно, что общий вид левых частей в уравнениях переноса для огибающей импульса $E(z, t)$ принимает следующий вид, который уже был использован нами ранее в предыдущих работах [21, 22]:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v_g \frac{\partial E}{\partial z} - i \frac{\omega''}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \dots = 0. \quad (1)$$

Здесь v_g – групповая скорость, $\omega'' = -\beta'' v_g^3$, $\beta'' = -(\lambda^2/2\pi c) \cdot D_2$, где D_2 – хорошо известный параметр дисперсии групповых скоростей (ДГС) [24]. В этом случае у нас есть задача с начальными условиями, если мы начинаем с относительно гладкого распределения поля вдоль оси z при $t = 0$. Для лазеров и резонаторов мы должны ожидать, что конечное состояние не сильно зависит от начальных условий. Уравнения для распространения импульса в микрорезонаторе записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} 2i \left(\frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial z} \right) + D \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + 2\chi(|F|^2 + 2|B|^2)F &= 0, \\ 2i \left(\frac{\partial B}{\partial t} - v \frac{\partial B}{\partial z} \right) + D \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + 2\chi(2|F|^2 + |B|^2)B &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Граничные условия принимают вид

$$\begin{aligned} F(0) &= \sqrt{1 - R}\sqrt{1 - r}F(L) + \sqrt{R}\sqrt{A}\sqrt{1 - r} + \sqrt{r}B(0), \\ B(L) &= \sqrt{1 - R}\sqrt{1 - r}B(0) - \sqrt{r}(1 - r)F(L) + \sqrt{Rr}\sqrt{1 - R}\sqrt{A}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь F и B – поля волн, распространяющихся по и против часовой стрелки соответственно, $D < 0$ – коэффициент ДГС, v – групповая скорость, χ – коэффициент фазовой кросс- и самомодуляции, R – коэффициент отражения разветвителя,

r – коэффициент отражения зеркала внутри резонатора, A – интенсивность внешней накачки, L – длина резонатора.

Как показано на рис. 1, в нашей модели мы учитываем наличие самого кольцевого микрорезо-

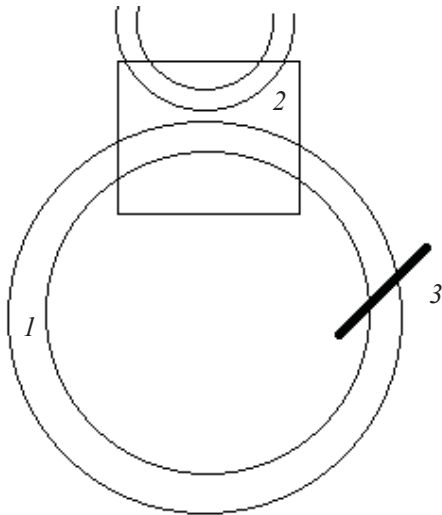


Рис. 1. Компоненты модели
Fig. 1. Model overview

натора 1, обладающего дисперсией и нелинейностью; ответителя 2, который служит одновременно для ввода внешней накачки и вывода излучения, и зеркала 3, моделирующего рассеяние света, расположенного в случайной точке на длине резонатора. Кроме указанных эффектов в данной системе может существовать модуляционная неустойчивость [21, 24, 25], которая связана с отрицательной дисперсией групповых скоростей в нелинейной среде и проявляется в виде нестабильности решения для постоянной по времени интенсивности. Взаимное действие этих нестабильностей отвечает за сложную динамику представленной системы.

2. Численные результаты

Так как уравнения (2) являются уравнениями переноса, то в нашей численной модели используется эффективная разностная схема второго порядка «Кабаре» [26], которая задана выражениями:

$$\begin{aligned}
 F(m+1,n) &= F(m-1,n-1), \\
 F(1,n) &= 1/2F(0,n-1)+1/2F(0,n), \\
 B(m+1,n) &= B(m-1,n+1), \\
 B(1,n) &= 1/2B(0,n+1)+1/2B(0,n), \\
 m \geq 1, \quad vdt &= dz/2, \quad t_m = mdt, \quad z_n = ndz, \\
 dz &= L/N, \quad 1 \leq n \leq N.
 \end{aligned}$$

Здесь N – число интервалов разбиения длины резонатора, индекс m характеризует шаги по времени, n – по координате. Для проверки стабильности алгоритма вычислялась полная энергия импульса на обходе резонатора, показав менее 1% численных потерь после $2 \cdot 10^6$ шагов по времени (около 1000 обходов резонатора).

На рис. 2 представлены результаты моделирования от начала наблюдения до момента формирования встречной волны, которая возникает вследствие нелинейных эффектов. Видно, что сформировалась характерная гребенка из импульсов (солитонов), которые следуют друг за другом периодически с периодом, примерно равным времени обхода резонатора, что в спектре сигнала соответствует появлению частотного гребня.

Затем мы постепенно увеличиваем невязанный сдвиг фаз. В уравнениях (2) увеличивается значение параметра χ от 0.001 до 0.25. Из результатов моделирования на рис. 3, 4 видно, что из-за данных эффектов произошло разрушение гребенки и формирование режима, напоминающего хаотический, при этом в спектре последовательности импульсов дискретные компоненты, соответствующие частоте следования импульсов, уширяются и появляются экспоненциально убывающие хвосты (шумовой сплошной пьедестал).

Наконец, к невязанности фаз встречных волн мы добавляем еще и рэлеевское рассеяние в материале резонатора с помощью введения в алгоритм отражений, происходящих на зеркалах, располо-

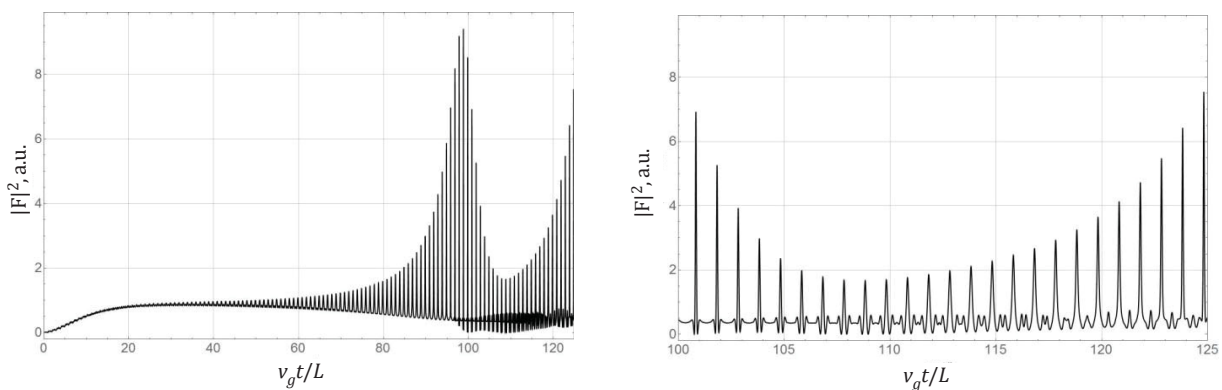


Рис. 2. Однонаправленный режим. Формирование частотного гребня. Обратная волна практически отсутствует ($\chi = 0.001$)
Fig. 2. Unidirectional mode. Frequency comb formation. Counterpropagating wave is virtually absent ($\chi = 0.001$)

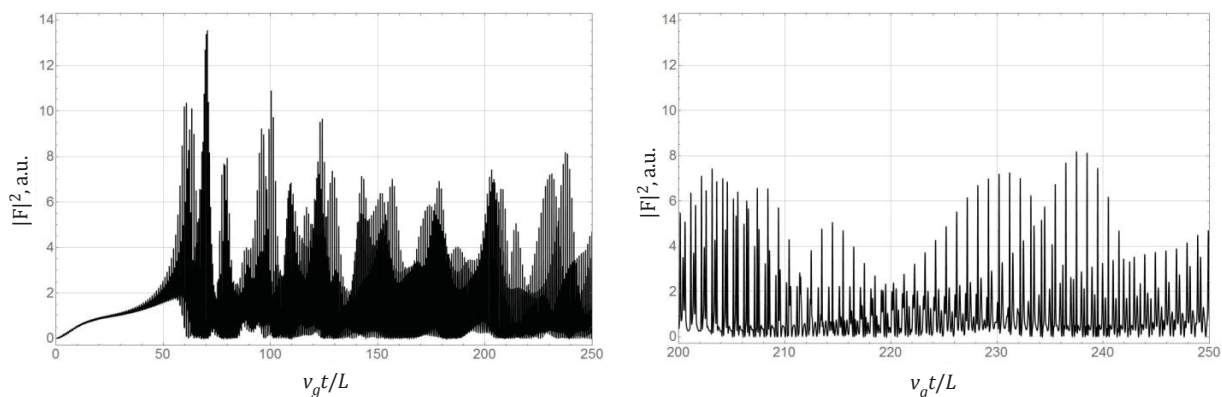


Рис. 3. Общий вид поля в резонаторе после введения фазовой невязности (слева), и возникновение сложной конфигурации поля из-за появившегося взаимодействия встречной и прямой волн (справа). Коэффициент модуляции $\chi = 0.25$. Коэффициент линейной связи волн $r = 0.001$

Fig. 3. Field distribution in the cavity after introducing nonreciprocal phase shift (left figure), and appearance of the complex field profile due to the forward and backward propagating waves interaction (right). Modulation coefficient $\chi = 0.25$. Linear wave coupling coefficient $r = 0.001$

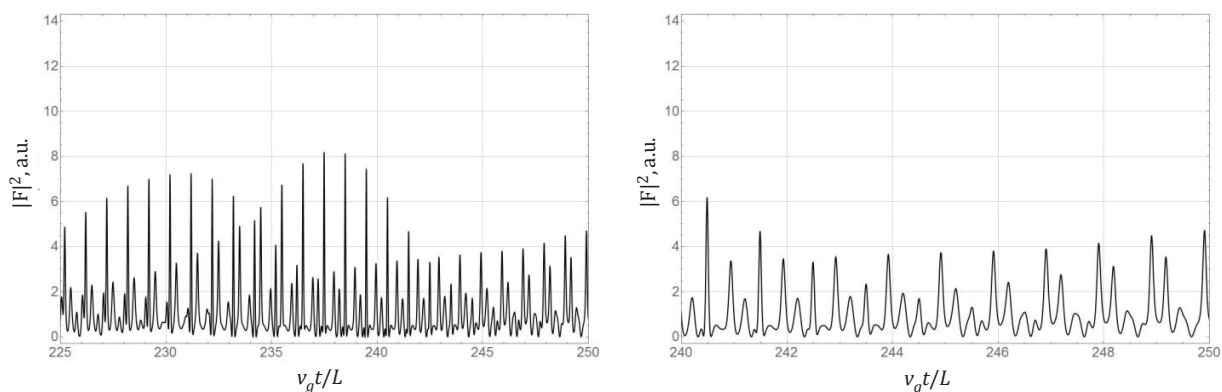


Рис. 4. Распределение поля в резонаторе на последних проходах в режимах, показанных на рис. 3
 Fig. 4. The electromagnetic field in the cavity during the last few roundtrips of the regimes shown in Fig. 3

женных в конце каждого интервала Δz со случайной фазой при отражении. Этот алгоритм моделирует взаимодействие волн с неоднородностями внутри резонатора. Для выяснения роли рассеяния

увеличиваем линейную связь между волнами, т.е. коэффициент отражения внутрирезонаторного зеркала r от 0.001 в предыдущих режимах до 0.05. Полученные результаты отображены на рис. 5.

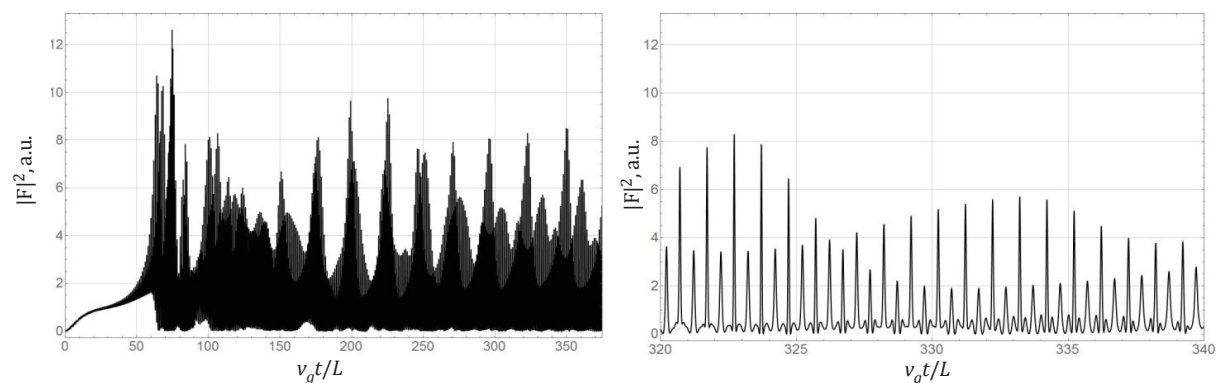


Рис. 5. Формирование оптической частотной гребенки. Видно, что присутствуют сильные амплитудные фоновые шумы. Коэффициент модуляции $\chi = 0.25$. Коэффициент линейной связи волн $r = 0.05$. Коэффициент потерь от рэлеевского рассеяния 0.0001

Fig. 5. Optical frequency comb formation. It is noticeable that strong background phase noise is present. Modulation coefficient $\chi = 0.25$. Linear wave coupling coefficient $r = 0.001$. Rayleigh loss coefficient is 0.0001



Заключение

Обобщая полученные результаты, мы можем заключить, что использование в численной схеме явно-неявной разностной схемы «Кабаре» второго порядка с улучшенной устойчивостью дает возможность симуляции не только длительной временной динамики в волоконных микрорезонаторах с учетом ДГС, фазовой кросс- и само-модуляции, но и с учетом релеевского рассеяния и линейной связи волн, что сделано впервые в представленной работе. В рамках данного подхода легко учесть также ВКР и ВРМБ в материале резонатора, для чего необходимо записать уравнения для ВКР и ВРМБ волн, что практически невозможно сделать в модовой модели, так как размерность системы уравнений вырастает в несколько раз с соответствующим увеличением времени расчетов.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 3.8493.2017/БЧ).

Список литературы

1. Hillerkuss D., Schmogrow R., Schellinger T., Jordan M., Winter M., Huber G., Vallaitis T., Bonk R., Kleinow P., Frey F., Roeger M., Koenig S., Ludwig A., Marculescu A., Li J., Hoh M., Dreschmann M., Meyer J., Ben Ezra S., Narkiss N., Nebendahl B., Parmigiani F., Petropoulos P., Resan B., Oehler A., Weingarten K., Ellermeyer T., Lutz J., Moeller M., Huebner M., Becker J., Koos C., Freude W., Leuthold J. 26 Tbit s⁻¹ line-rate super-channel transmission utilizing all-optical fast Fourier transform processing // Nature Photonics. 2011. Vol. 5, iss. 6. P. 364–371. DOI: 10.1038/nphoton.2011.74
2. Del'Haye P., Schliesser A., Arcizet O., Wilken T., Holzwarth R., Kippenberg T. J. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator // Nature. 2007. Vol. 450. P. 1214–1217. DOI: 10.1038/nature06401
3. Levy J. S., Saha K., Okawachi Y., Foster M. A., Gaeta A. L., Lipson M. High-Performance Silicon-Nitride-Based Multiple-Wavelength Source // IEEE Photonics Technology Letters. 2012 Aug. 15. Vol. 24, № 16. P. 1375–1377. DOI: 10.1109/LPT.2012.2204245
4. Herr T., Hartinger K., Riemensberger J., Wang C. Y., Gavartin E., Holzwarth R., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J. Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators // Nature Photonics. 2012. Vol. 6, iss. 7. P. 480–487. DOI: 10.1038/nphoton.2012.127
5. Pfeifle J., Weimann C., Bach F., Riemensberger J., Hartinger K., Hillerkuss D., Jordan M., Holzwarth R., Kippenberg T. J., Leuthold J., Freude W., Koos C. Microresonator-Based Optical Frequency Combs for High-Bitrate WDM Data Transmission // Optical Fiber Communication Conference, OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2012). Paper OW1C.4.
6. Wang P.-H., Ferdous F., Miao H., Wang J., Leaird D. E., Srinivasan K., Chen L., Aksyuk V., Weiner A. M. Observation of correlation between route to formation, coherence, noise, and communication performance of Kerr combs // Opt. Express. 2012. Vol. 20. P. 29284–29295.
7. Pfeifle J., Brasch V., Laueremann M., Yu Y., Wegner D., Herr T., Hartinger K., Schindler P., Li J., Hillerkuss D., Schmogrow R., Weimann C., Holzwarth R., Freude W., Leuthold J., Kippenberg T. J., Koos C. Coherent terabit communications with microresonator Kerr frequency combs // Nature Photonics. 2014. Vol. 8, iss. 5. P. 375–380. DOI: 10.1038/nphoton.2014.57
8. Herr T., Brasch V., Jost J. D., Wang C. Y., Kondratiev N. M., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J. Temporal solitons in optical microresonators // Nature Photonics. 2014. Vol. 8, iss. 2. P. 145–152. DOI: 10.1038/nphoton.2013.343
9. Miller D. A. B. Device Requirements for Optical Interconnects to Silicon Chips // Proceedings of the IEEE. 2009 July. Vol. 97, № 7. P. 1166–1185. DOI: 10.1109/JPROC.2009.2014298
10. Qian D., Huang M.-F., Ip E., Huang Y.-K., Shao Y., Hu J., Wang T. 101.7-Tb/s (370×294-Gb/s) PDM-128QAM-OFDM Transmission over 3×55-km SSMF using Pilot-based Phase Noise Mitigation // Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2011, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2011). Paper PDPB5. DOI: 10.1364/OFC.2011.PDPB5
11. Witzens J., Baehr-Jones T., Hochberg M. On-chip OPOs // Nature Photonics. 2010. Vol. 4, iss. 1. P. 10–12. DOI: 10.1038/nphoton.2009.243
12. Hillerkuss D., Schmogrow R., Meyer M., Wolf S., Jordan M., Kleinow P., Lindenmann N., Schindler P. C., Melikyan A., Yang X., Ben-Ezra S., Nebendahl B., Dreschmann M., Meyer J., Parmigiani F., Petropoulos P., Resan B., Oehler A., Weingarten K., Altenhain L., Ellermeyer T., Moeller M., Huebner M., Becker J., Koos C., Freude W., Leuthold J. Single-laser 32.5 Tbit/s Nyquist WDM transmission // IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking. 2012 Oct. Vol. 4, № 10. P. 715–723. DOI: 10.1364/JOCN.4.000715
13. Wu R., Supradeepa V. R., Long C. M., Leaird D. E., Weiner A. M. Generation of very flat optical frequency combs from continuous-wave lasers using cascaded intensity and phase modulators driven by tailored radio frequency waveforms // Opt. Lett. 2010. Vol. 35. P. 3234–3236. DOI: 10.1364/OL.35.003234
14. Chembo Y. K. K., Yu N. Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering gallery-mode resonators // Phys. Rev. A. 2010. Vol. 82. 33801.
15. Maleki L., Ilchenko V. S., Savchenkov A. A., Liang W., Seidel D., Matsko A. B. High performance, miniature



- hyper-parametric microwave photonic oscillator // 2010 IEEE International Frequency Control Symposium (FCS). IEEE Xplore, 2010. P. 558–563.
16. *Matsko A. B., Savchenkov A.A., Liang W., Ilchenko V. S., Seidel D., Maleki L.* Mode-locked Kerr frequency combs // *Opt. Lett.* 2011. Vol. 36. P. 2845–2847.
 17. *Chembo Y. K., Menyuk C. R.* Spatiotemporal Lugiato-Lefever formalism for Kerr-comb generation in whispering gallery-mode resonators // *Phys. Rev. A.* 2013. Vol. 87. 053852.
 18. *Rosales R., Merghem K., Martinez A., Akrouf A., Tourrenc J.-P., Accard A., Lelarge F., Ramdane A.* InAs/InP Quantum-Dot Passively Mode-Locked Lasers for 1.55- μ m Applications // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics.* 2011 Sept.–Oct. Vol. 17, № 5. P. 1292–1301. DOI: 10.1109/JSTQE.2011.2116772
 19. *Herr T., Brasch V., Jost J. D., Wang C. Y., Kondratiev N. M., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J.* Supplementary information to Temporal solitons in optical microresonators // *Nature Photonics.* 2014. Vol. 8, iss. 2. P. 145–152. DOI: 10.1038/nphoton.2013.343
 20. *Городецкий М. Л.* Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. 416 с.
 21. *Razukov V. A., Melnikov L. A.* Short pulse dynamics in a linear cavity fiber laser // *Proceedings SPIE. Saratov Fall Meeting 2015 : Third International Symposium on Optics and Biophotonics and Seventh Finnish-Russian Photonics and Laser Symposium (PALS).* 2016. Vol. 9917. P. 788–792. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2229745>
 22. *Razukov V. A., Melnikov L. A., Mazhirina Yu. A., Sukhanov S. V.* Numerical modeling of space-temporal dynamics in fiber lasers // *J. Appl. Spectr.* 2016. Vol. 83, № 6–16. P. 344–345.
 23. *Мельников Л. А., Мажурина Ю. А.* Динамика и неустойчивости в длинных волоконных ВКР-лазерах с линейным и кольцевым резонаторами // *Квант. электроника.* 2017. Т. 47, вып. 12. С. 1083–1090.
 24. *Agrawal G. P.* *Nonlinear Fiber Optics.* Academic Press, 2007. 529 p.
 25. *Мажурина Ю. А., Мельников Л. А., Турицын С. К., Чуркин Д. В., Тарасов Н. С.* Нелинейная динамика длинного беззеркального волоконного ВКР-лазера // *Известия вузов. ПНД.* 2014. Т. 22, № 5. С. 73–82.
 26. *Головизнин В. М., Самарский А. А.* Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной // *Матем. моделирование.* 1998. Т. 10, № 1. С. 86–100.

Образец для цитирования:

Разуков В. А., Мельников Л. А. Численное моделирование пространственно-временной динамики встречных волн в кольцевом нелинейном микрорезонаторе // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* 2020. Т. 20, вып. 1. С. 64–71. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-64-71>

Numerical Modeling of the Opposite Waves Spatio-Temporal Dynamics in a Ring Fibre Nonlinear Microcavity

V. A. Razukov, L. A. Melnikov

Vadim A. Razukov, <https://orcid.org/0000-0003-4719-4351>, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politechnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, razukov.vad@gmail.com

Leonid A. Melnikov, <https://orcid.org/0000-0002-0423-3982>, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politechnicheskaya St., Saratov 410054, Russia, lam-pels@yandex.ru

Background and Objectives: Optical frequency combs have a significant impact in the terabit communications area. Kerr frequency comb generation in the nonlinear microcavities is especially promising because it allows for creation of the combs with spacings of tens of gigahertz between the frequencies. However, such combs can also spawn strong phase noises, what, in turn, leads to the problems with the high-speed data transmission. Results of the already conducted experiments show that it is Kerr combs that allow for serious demands of the coherent communications and thus are a very effective way to create microsized transmission receivers that are capable of supporting terabit per second rates of data flow. Thus, it is apparent that the ability to predict electromagnetic field behavior within the microcavities has a huge practical value. Since the operating regime of

such cavities corresponds to strong nonlinearity, then proper research of its dynamics is possible right now only based on the numerical methods. It should be noted that the models used ought to give an adequate representation of the occurring process and do not require long calculation times. **Materials and Methods:** Since the equations used are the transport equation, we use in our numerical model an effective finite differences model of the second order known as “Cabaret”. To check for the algorithm stability, we have calculated full pulse energy during a round trip, and it was shown that there is less than 1% of the numerical losses after two million steps, which is about one thousand of the cavity round trips. **Results:** We have achieved conclusive results in several modes of the model, getting frequency soliton combs, following each other with a period roughly equal to that of a cavity roundtrip, as well as chaotic modes and overlaps of the combs. **Conclusion:** Summarizing, we can conclude that using the second order finite differences model “Cabaret” allows to simulate long temporal dynamics of the fibre microcavities, with GVD, cross- and self phase modulation taken into consideration, displaying good fit to the theoretical expectations. The proposed scheme and model allow to investigate cavity dynamics with two counter-propagating pulse trains with second order dispersion and modulation instability, Rayleigh scattering and other effects and linear wave interfaces. **Keywords:** fibre cavity, ring microcavity, group velocity dispersion, transport equations, pumping method, nonlinear resonance, solitons, frequency optical combs.

Received: 28.11.2019 / Accepted: 27.12.2019 / Published: 02.03.2020
This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)



Acknowledgments: This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 3.8493.2017/БЧ).

References

1. Hillerkuss D., Schmogrow R., Schellinger T., Jordan M., Winter M., Huber G., Vallaitis T., Bonk R., Kleinow P., Frey F., Roeger M., Koenig S., Ludwig A., Marculescu A., Li J., Hoh M., Dreschmann M., Meyer J., Ben Ezra S., Narkiss N., Nebendahl B., Parmigiani F., Petropoulos P., Resan B., Oehler A., Weingarten K., Ellermeyer T., Lutz J., Moeller M., Huebner M., Becker J., Koos C., Freude W., Leuthold J. 26 Tbit s⁻¹ line-rate super-channel transmission utilizing all-optical fast Fourier transform processing. *Nature Photonics*, 2011, vol. 5, iss. 6, pp. 364–371. DOI: 10.1038/nphoton.2011.74
2. Del'Haye P., Schliesser A., Arcizet O., Wilken T., Holzwarth R., Kippenberg T. J. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator. *Nature*, 2007, vol. 450, pp. 1214–1217. DOI: 10.1038/nature06401
3. Levy J. S., Saha K., Okawachi Y., Foster M. A., Gaeta A. L., Lipson M. High-Performance Silicon-Nitride-Based Multiple-Wavelength Source. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2012 Aug. 15, vol. 24, no. 16, pp. 1375–1377. DOI: 10.1109/LPT.2012.2204245
4. Herr T., Hartinger K., Riemensberger J., Wang C. Y., Gavartin E., Holzwarth R., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J. Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators. *Nature Photonics*, 2012, vol. 6, iss. 7, pp. 480–487. DOI: 10.1038/nphoton.2012.127
5. Pfeifle J., Weimann C., Bach F., Riemensberger J., Hartinger K., Hillerkuss D., Jordan M., Holzwarth R., Kippenberg T. J., Leuthold J., Freude W., Koos C. Microresonator-Based Optical Frequency Combs for High-Bitrate WDM Data Transmission. *Optical Fiber Communication Conference*, OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2012), paper OW1C.4.
6. Wang P.-H., Ferdous F., Miao H., Wang J., Leaird D. E., Srinivasan K., Chen L., Aksyuk V., Weiner A. M. Observation of correlation between route to formation, coherence, noise, and communication performance of Kerr combs. *Opt. Express*, 2012, vol. 20, pp. 29284–29295.
7. Pfeifle J., Brasch V., Laueremann M., Yu Y., Wegner D., Herr T., Hartinger K., Schindler P., Li J., Hillerkuss D., Schmogrow R., Weimann C., Holzwarth R., Freude W., Leuthold J., Kippenberg T. J., Koos C. Coherent terabit communications with microresonator Kerr frequency combs. *Nature Photonics*, 2014, vol. 8, iss. 5, pp. 375–380. DOI: 10.1038/nphoton.2014.57
8. Herr T., Brasch V., Jost J. D., Wang C. Y., Kondratiev N. M., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J. Temporal solitons in optical microresonators. *Nature Photonics*, 2014, vol. 8, iss. 2, pp. 145–152. DOI: 10.1038/nphoton.2013.343
9. Miller D. A. B. Device Requirements for Optical Interconnects to Silicon Chips. *Proceedings of the IEEE*, 2009 July, vol. 97, no. 7, pp. 1166–1185. DOI: 10.1109/JPROC.2009.2014298
10. Qian D., Huang M.-F., Ip E., Huang Y.-K., Shao Y., Hu J., Wang T. 101.7-Tb/s (370×294-Gb/s) PDM-128QAM-OFDM Transmission over 3×55-km SSMF using Pilot-based Phase Noise Mitigation. *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2011*, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2011), paper PDPB5. DOI: 10.1364/OFC.2011.PDPB5
11. Witzens J., Baehr-Jones T., Hochberg M. On-chip OPOs. *Nature Photonics*, 2010, vol. 4, iss. 1, pp. 10–12. DOI: 10.1038/nphoton.2009.243
12. Hillerkuss D., Schmogrow R., Meyer M., Wolf S., Jordan M., Kleinow P., Lindenmann N., Schindler P. C., Melikyan A., Yang X., Ben-Ezra S., Nebendahl B., Dreschmann M., Meyer J., Parmigiani F., Petropoulos P., Resan B., Oehler A., Weingarten K., Altenhain L., Ellermeyer T., Moeller M., Huebner M., Becker J., Koos C., Freude W., Leuthold J. Single-laser 32.5 Tbit/s Nyquist WDM transmission. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2012 Oct., vol. 4, no. 10, pp. 715–723. DOI: 10.1364/JOCN.4.000715
13. Wu R., Supradeepa V. R., Long C. M., Leaird D. E., Weiner A. M. Generation of very flat optical frequency combs from continuous-wave lasers using cascaded intensity and phase modulators driven by tailored radio frequency waveforms. *Opt. Lett.*, 2010, vol. 35, pp. 3234–3236. DOI: 10.1364/OL.35.003234
14. Chembo Y. K. K., Yu N. Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering gallery-mode resonators. *Phys. Rev. A*, 2010, vol. 82, 33801.
15. Maleki L., Ilchenko V. S., Savchenkov A. A., Liang W., Seidel D., Matsko A. B. High performance, miniature hyper-parametric microwave photonic oscillator. *2010 IEEE International Frequency Control Symposium (FCS)*, IEEE Xplore, 2010, pp. 558–563.
16. Matsko A. B., Savchenkov A. A., Liang W., Ilchenko V. S., Seidel D., Maleki L. Mode-locked Kerr frequency combs. *Opt. Lett.*, 2011, vol. 36, pp. 2845–2847.
17. Chembo Y. K., Menyuk C. R. Spatiotemporal Lugiato-Lefever formalism for Kerr-comb generation in whispering gallery-mode resonators. *Phys. Rev. A*, 2013, vol. 87, 053852.
18. Rosales R., Merghem K., Martinez A., Akrouf A., Tourrenc J.-P., Accard A., Lelarge F., Ramdane A. InAs/InP Quantum-Dot Passively Mode-Locked Lasers for 1.55-μm Applications. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2011 Sept.–Oct., vol. 17, no. 5, pp. 1292–1301. DOI: 10.1109/JSTQE.2011.2116772
19. Herr T., Brasch V., Jost J. D., Wang C. Y., Kondratiev N. M., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J. Supplementary information to Temporal solitons in optical microresonators. *Nature Photonics*, 2014, vol. 8, iss. 2, pp. 145–152. DOI: 10.1038/nphoton.2013.343



20. Gorodetsky M. L. *Opticheskiye Microrezonatory s gigant-skoy dobrotostyu* [Optical Microresonators with Huge Quality]. Moscow, PHIZMATLIT Publ., 2011. 416 p. (in Russian).
21. Razukov V. A., Melnikov L. A. Short pulse dynamics in a linear cavity fiber laser. *Proc. SPIE. Saratov Fall Meeting 2015: Third International Symposium on Optics and Biophotonics and Seventh Finnish-Russian Photonics and Laser Symposium (PALS)*, 2016, vol. 9917, pp. 788–792. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2229745>
22. Razukov V. A., Melnikov L. A., Mazhirina Yu. A., Sukhanov S. V. Numerical modeling of space-temporal dynamics in fiber lasers. *J. Appl. Spectr.*, 2016, vol. 83, no. 6–16, pp. 344–345.
23. Melnikov L. A., Mazhirina Yu. A. Dynamics and instabilities in long SRS fibre lasers with linear and ring cavities. *Quantum Electronics*, 2017, vol. 47, iss. 12, pp. 1083–1090. DOI: <http://dx.doi.org/10.1070/QEL16560>
24. Agrawal G. P. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 2007. 529 p.
25. Mazhirina Yu. A., Melnikov L. A., Turitsyn S. K., Churkin D. V., Tarasov N. S. Nonlinear Dynamics of Long mirrorless SRS fibre laser. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 22, no. 5, pp. 73–82 (in Russian).
26. Goloviznin V. M., Samarskii A. A. Finite difference approximation of convective transport equation with space splitting time derivative. *Matematicheskoe Modelirovanie [Matem. Mod.]*, 1998, vol. 10, no. 1, pp. 86–100 (in Russian).

Cite this article as:

Razukov V. A., Melnikov L. A. Numerical Modeling of the Opposite Waves Spatio-Temporal Dynamics in a Ring Fibre Nonlinear Microcavity. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 1, pp. 64–71 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-64-71>